

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи



Уткин Иван Сергеевич

Математическое моделирование течений магмы и вулканических газов

Специальность 01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2021

Работа выполнена на кафедре гидромеханики механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

Научные руководители: **Мельник Олег Эдуардович**, доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН
Афанасьев Андрей Александрович, доктор физико-математических наук

Официальные оппоненты: **Ильичев Андрей Теймуразович**, доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник, математический институт имени В.А. Стеклова РАН

Чернов Андрей Александрович, доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник лаборатории 4.2 Синтеза новых материалов, институт теплофизики имени С.С. Кутателадзе СО РАН

Гарагаш Игорь Александрович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией геомеханики, институт физики Земли имени О.Ю. Шмидта РАН

Защита состоится 22 октября 2021 г. в 15 часов 00 минут на заседании диссертационного совета МГУ.01.03 Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова по адресу: 119192, Москва, Мичуринский проспект, д. 1, НИИ механики МГУ, кинозал.

E-mail: pelevina.daria@gmail.com

С диссертацией в бумажном виде можно ознакомиться в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова (Ломоносовский проспект, д. 27). Со сведениями о регистрации участия в защите в удаленном интерактивном режиме и с диссертацией в электронном виде также можно ознакомиться на сайте ИАС «Истина»: <https://istina.msu.ru/dissertations/334523127>.

Автореферат разослан _____ 2021 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета МГУ.01.03,
кандидат физико-математических наук



Д.А. Пелевина

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования

В диссертации методами механики сплошных сред исследуются задачи, связанные с моделированием вулcano-магматических систем. Магма представляет собой сложную многокомпонентную, многофазную среду, состоящую из силикатного расплава, кристаллов и растворенных в магме газов. Фазовый и компонентный состав магмы зависит как от температуры и давления, так и от истории изменения этих параметров. Вулcano-магматические системы состоят из очагов, в которых содержится магма с различной степенью плавления, каналов, по которым она перемещается между очагами и земной поверхностью, и вмещающих пород, с которыми происходит тепло-массообмен.

Исследование вулcano-магматических систем вызвано необходимостью понимания их эволюции, прогноза вулканической опасности, рационального планирования освоения территорий, соседствующих с вулканами. Отсутствие прямых методов наблюдения за процессами, происходящими в земной коре, делает необходимым построение математических моделей для интерпретации данных косвенных наблюдений и оценки параметров вулcano-магматических систем.

Математическое и численное моделирование широко используются для исследования вулканических извержений. Понимание физических процессов, происходящих в канале вулкана и под ним, позволяет более точно прогнозировать не только вероятность извержения, но и его последствия. Результаты моделирования могут использоваться для оценки рисков, связанных с извержениями, при планировании строительства в зонах активного вулканизма.

Необходимость исследования вулканов обосновывается не только их опасностью. С процессом дегазации магматических очагов связано формирование рудных месторождений. При дегазации очага вулканический газ поднимается по проницаемым породам к поверхности Земли. В этом газе содержится в растворенном виде значительное количество ценных минералов, в том числе содержащих цветные металлы. Падение температуры и давления в процессе подъема вулканического газа к поверхности приводит к выпадению примесей в виде твердой фазы. Это обуславливает один из механизмов формирования рудных месторождений.

Степень разработанности темы исследования

Методы гидромеханики активно применяются для моделирования магматических процессов как в недрах Земли, так и на ее поверхности. Разработаны модели течения магмы в канале вулкана для различных типов вулканических извержений (Бармин, 1990; Melnik, 1999). В рамках модели неизотермической многофазной многокомпонентной фильтрации исследована циркуляция соляного раствора в гидротермальной системе (Weis, 2014; Afanasyev, 2018). Для моделирования течений лавовых потоков используются как простые модели, допускающие точное решение уравнений движения в приближении тонкого слоя (Huppert, 1982; Lister, 1992), так и сложные численные двумерные и трехмерные модели, в которых решается сопряженная задача тепломассопереноса с учетом переменной вязкости (Herault, 2011; Dietterich, 2017).

Цели и задачи работы

Целями данной работы являются:

1. Исследование взрывной дегазации вулкана для объяснения механизмов циклических газовых выбросов и выявления связи между параметрами магмы в канале и наблюдаемыми потоками газа в атмосферу;
2. Развитие существующих моделей дегазации магматических очагов для учета транспорта меди и сернистого газа для описания процесса формирования медных порфировых месторождений;
3. Оценка возможных размеров и глубины залегания рудных тел в зависимости от состава магматического флюида, его температуры, глубины очага и свойств вмещающих пород;
4. Исследование влияния транспорта и отложения кварца на динамику формирования месторождения;
5. Изучение распространения лавовых потоков с учетом теплообмена лавы с атмосферой и зависимости вязкости лавы от температуры;
6. Развитие методов гидродинамики сглаженных частиц для решения сопряженной задачи гидродинамики и теплообмена применительно к изучению течения лавы по склону вулкана.

Научная новизна работы

В работе получены следующие новые результаты:

1. Построена математическая модель взрывной дегазации вулкана, канал которого закрыт подвижной лавовой пробкой, а извержение состоит из периодических выбросов большого количества газа в атмосферу. Найдена связь периода и интенсивности выбросов с параметрами магмы в канале вулкана;
2. Построена математическая модель процесса формирования порфирового медного месторождения при фильтрации магматических газов из очага через пористые породы с учетом переноса металлов и сернистого газа и отложения минералов на скелет породы;
3. Предложена модель динамической пористости и проницаемости для учета процессов, вызванных активным осаждением кварца в проницаемых породах;
4. Разработан набор программных модулей, работающих совместно с термогидродинамическим симулятором MUFITS, для моделирования переноса и осаждения меди, кварца и серосодержащих газов с учетом химических реакций и отложения минералов;
5. С использованием разработанного набора программ проведено численное исследование процесса формирования медного месторождения. Выявлено определяющее влияние серосодержащих газов на динамику формирования медного месторождения, его объем и концентрации полезных элементов;
6. Проведено численное исследование процесса дегазации магматического очага с учетом осаждения кварца. Показано, что при выполнении определенных условий возможен циклический режим дегазации, в котором закупорка проницаемого канала кварцем чередуется с образованием трещин из-за превышения давлением в жидкости предела прочности пород;
7. В рамках метода гидродинамики сглаженных частиц разработана уникальная модель для описания течения со свободной поверхностью с учетом нелинейного теплообмена с атмосферой и экспоненциальной зависимости вязкости от температуры;

8. Проведен параметрический анализ длины растекания лавового потока в зависимости от расхода лавы и угла наклона подстилающей поверхности. Показано, что в течение первых десятков минут растекания формируется тонкий слой остывшей высоковязкой лавы, который увлекается набегающим потоком и тормозит течение;
9. Исследована задача об остывании лавового потока, растекающегося по плоской подстилающей поверхности. В рамках модели, в которой течение описывается теорией тонкого слоя, а теплопроводность и перенос тепла моделируются неосредненным по глубине законом сохранения энергии, проведен анализ толщины температурного слоя остывшей лавы у поверхности потока в зависимости от безразмерных параметров, определяющих течение.

Теоретическая и практическая значимость работы

Полученные в работе результаты моделирования динамики взрывной дегазации вулкана могут использоваться для интерпретации данных наблюдений за реальными вулканическими системами и уточнения параметров этих систем путем адаптации математической модели.

Для оценки геологического строения, глубины залегания, формы и размеров, а также минерального состава рудных месторождений необходим широкий спектр геологоразведочных работ, включающий в себя спутниковую и аэрофотосъемку, бурение скважин, сейсморазведку и магнитотеллурическое зондирование. Использование методов математического и численного моделирования, основанных на механике сплошных сред, может, наряду с геологической разведкой, послужить дополнительным инструментом при поиске полезных ископаемых, позволит упростить процесс поисково-оценочных работ, а также уточнить оценки параметров известных месторождений.

Построенная в работе модель неизотермического течения вязкой жидкости может быть использована для исследования параметров лавовых потоков, например, длины растекания потока при заданном расходе и зависимости вязкости от температуры. Эти параметры важно учитывать при оценке рисков, связанных с вулканической активностью.

Методология и методы исследования

Исследование вулcano-магматических процессов проводится в рамках построенных нелинейных математических моделей этих процессов на основе подходов, использующихся в механике многофазных сред. Модели применяются в разработанных комплексах программ, в которых проводятся численные расчеты исследуемых процессов.

Положения, выносимые на защиту

1. При постоянном притоке газа из магмы в канале вулкана, закупоренном лавовой пробкой, реализуется режим циклической взрывной дегазации. При этом определяющее значение имеет наличие полости под пробкой, в которую вулканический газ фильтруется из канала вулкана;
2. При формировании порфирового медного месторождения определяющее влияние на размеры, расположение и запасы меди имеет содержание в поступающем из магматического очага газе серосодержащих компонент. Поскольку термодинамика процесса допускает прекращение выпадения меди в твердый осадок вследствие замещения сернистого газа сероводородом, для корректного математического моделирования процессов рудообразования необходим полностью сопряженный термо-хемо-гидромеханический подход;
3. Выпадение в осадок кварца, растворенного в магматических газах, приводит к циклической дегазации магматического очага. Закупоривание порового пространства сопровождается ростом давления и гидроразрывом горных пород. Дегазация приводит к образованию линзы высококонцентрированного соляного раствора, расположенной над очагом. Размер линзы и концентрация соли в растворе меньше, чем для аналогичной системы без учета осаждения кварца;
4. При растекании лавы по плоской поверхности от линейного источника в течение первых десятков минут формируется тонкий слой остывшей высоковязкой лавы, который увлекается набегающим потоком и тормозит течение. При этом скорость распространения фронта потока в первые десятки минут растекания уменьшается на ~ 6% по сравнению со скоростью фронта в изотермическом приближении. Толщина температурного пограничного слоя у

поверхности лавового потока определяется отношением толщины потока к его длине и слабо зависит от числа Нуссельта. Для значений теплофизических параметров лавы, характерных для лавовых потоков, температурный слой формируется при отношении толщины потока к его длине порядка 10^{-5} – 10^{-4} , при этом толщина этого слоя достигает 1–20% от толщины потока.

Достоверность и апробация результатов

Достоверность полученных результатов обуславливается применением классических моделей гидромеханики, использованием тщательно протестированных пакетов программ, контролем сходимости и сеточной независимости используемых численных методов. Для тестирования программ проводится сравнение результатов расчетов с известными аналитическими решениями или результатами расчетов в широко используемых пакетах программ, проверяется сеточная сходимость.

Основные результаты, полученные в работе, докладывались на следующих конференциях: генеральная ассамблея международной ассоциации вулканологии и геохимии земных недр (IAVCEI) (Портленд, США, 2017); конференция-конкурс молодых ученых НИИ механики МГУ (Москва, 2017, 2018); международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов» (Москва, 2017, 2018, 2019); научная конференция «Ломоносовские чтения» (Москва, 2018); международная конференция «Goldschmit 2018» (Бостон, США, 2018); XII всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Уфа, 2019).

Полученные результаты были отмечены дипломом 3-й степени конференции-конкурса молодых ученых НИИ механики МГУ (2018), дипломом конференции «Ломоносов» (2018), дипломом за лучший доклад, сделанный молодым ученым на симпозиуме по механике природных процессов XII съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (2019).

Результаты диссертации докладывались и обсуждались на семинаре НИИ механики МГУ под руководством А.Г. Куликовского, В.П. Карликова, О.Э. Мельника и А.Н. Осипцова. По теме диссертации автором защищена научно-квалификационная работа при окончании аспирантуры, а также дипломная и курсовые работы.

Публикации соискателя по теме диссертации

По материалам диссертации опубликовано 9 научных работ общим объемом 3 п.л., в том числе 3 статьи объемом 2 п.л. в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности 01.02.05 «Механика жидкости, газа и плазмы» и индексируемых в международных базах цитирования Web of Science и/или Scopus.

Личный вклад

Представленные в диссертации результаты получены лично соискателем и в соавторстве с научными руководителями. Автор участвовал в формулировке постановки задач, интерпретации результатов и написании статей. Создание программ для численного моделирования, проведение расчетов и подготовка результатов к публикации осуществлялись лично автором диссертации. Вклад автора в работах [1], [2], [3] составляет 2/3.

Структура и объем работы

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и двух приложений. В работе содержится 26 рисунков, 1 таблица и 137 библиографических ссылок. Общий объем работы составляет 130 страниц.

Содержание работы

Во введении приводится обоснование актуальности темы проводимых в работе исследований и дается обзор степени разработанности темы, ставятся цели и задачи работы, приводится список новых полученных результатов, описывается теоретическая и практическая значимость работы, а также личный вклад соискателя в результаты, представленные в диссертации.

В **главе 1** описывается одномерная нестационарная модель взрывной дегазации вулкана с каналом, запертым подвижной лавовой пробкой. Считается, что движение пробки обусловлено наличием полости под ней, в которую фильтруется газ из нижележащей магмы, вызывая рост давления. Показано, что в системе возникают периодические выбросы газа, разделенные длительными периодами покоя, что соответствует данным полевых наблюдений.

В **разделе 1.1** дается введение к главе и общая классификация режимов вулканических извержений, приводятся примеры вулканических систем, моделируемых

в работе. В **разделе 1.2** приводится обзор литературы, посвященной моделированию течения газа в канале вулкана.

Раздел 1.3 содержит постановку задачи дегазации вулкана с подвижной пробкой (Рис. 1), уравнения, составляющие математическую модель процесса фильтрации газа через проницаемую пористую среду и движения пробки, а также приведение этих уравнений к безразмерному виду.

Предполагается, что вертикальный канал вулкана имеет цилиндрическую форму, а все параметры течения меняются только с глубиной $z \in [0; Z]$. Движением магмы в канале в течение одного цикла дегазации пренебрегается. Процесс описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial \rho_g \alpha}{\partial t} + \frac{\partial \rho_g \alpha v_g}{\partial z} = 0, \quad \alpha v_g = -\frac{k(\alpha)}{\mu_g} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \rho_g g \right) \quad (1)$$

$$\alpha = \left(1 - \frac{\rho_g}{\rho_m} \frac{1 - c_0}{c_m - c_0} \right)^{-1}, \quad k(\alpha) = k_0 \alpha^{3,5}, \quad c_m = K \sqrt{p} \quad (2)$$

$$\rho_g = \frac{p}{RT}, \quad \rho_m = \text{const} \quad (3)$$

$$\frac{dp}{dz} = \rho g \quad \text{при} \quad t = 0 \quad (4)$$

$$p = p_0 \quad \text{при} \quad z = Z \quad (5)$$

$$\frac{d\rho_g l}{dt} = -\rho_g v_g - q_{\text{out}} \quad \text{при} \quad z = 0 \quad (6)$$

$$q_{\text{out}} = \rho_g v_{\text{out}} \frac{l - l_0}{l_0} \quad (7)$$

$$\frac{dl}{dt} = v_p, \quad \frac{dv_p}{dt} = \frac{p}{\rho_m h} \left(1 - \text{sign}(v_p) \eta_0 e^{-|v_p/v_{\text{ref}}|} \right) - g \quad (8)$$

Здесь ρ_g , α , v_g , μ_g — плотность, объемная доля, скорость и вязкость газа, соответственно; $k(\alpha)$ — проницаемость; k_0 — экспериментально определяемый параметр; p — давление газа; g — ускорение свободного падения; c_0 — массовая доля воды в расплаве до начала дегазации; c_m — массовая доля газовой фазы в расплаве; K — коэффициент растворимости; R и T — газовая постоянная и температура, соответственно; ρ_m — плотность магматического расплава; $\rho = \rho_g \alpha + \rho_m (1 - \alpha)$ — средняя плотность двухфазной среды; p_0 — давление газа на границе $z = Z$; l — высота полости; q_{out} — поток газа в атмосферу на единицу площади канала; v_p и h — скорость и высота пробки, соответственно; v_{out} — характерная скорость истечения газа из полости; l_0 — высота полости в неподвижном состоянии; η_0 — ко-

ээффициент трения; v_{ref} — характерная скорость движения пробки. Уравнения (1) — уравнение неразрывности и закон Дарси — описывают фильтрацию газа через магму.

В рассматриваемом случае неподвижной магмы объемная доля газа α не зависит от времени и является только функцией z . Проницаемость как функция объемной доли пузырьков была экспериментально определена в работе (Melnik, 1999), а массовая доля газа в пузырьках определяется согласно закону Генри (Stolper, 1982) (уравнения (2)).

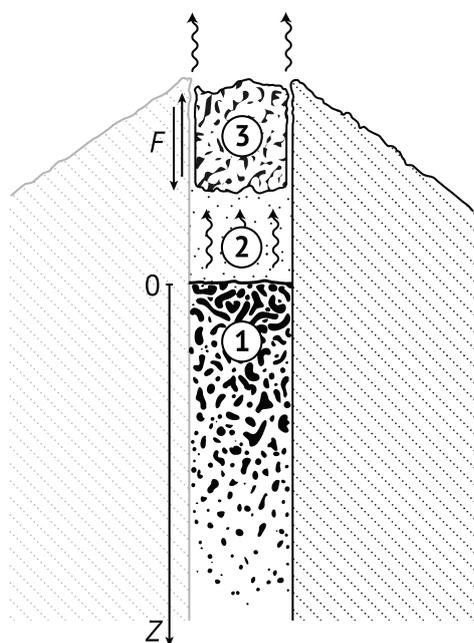


Рис. 1: Схематическое изображение рассматриваемой системы, состоящей из магматического канала (1), полости, заполненной газом (2), и подвижной лавовой пробки (3).

Свойства газа и магмы определяются соотношениями (3). Плотность вулканического газа описывается уравнением состояния совершенного газа, плотность магмы считается постоянной.

Уравнения (5) и (6) описывают условия на границах магматического канала. В уравнении (7) для определения потока газа в атмосферу в процессе взрывной дегазации q_{out} предлагается линейная зависимость от смещения пробки относительно начального неподвижного положения l_0 .

Уравнения (8) описывают движение пробки. Высота газовой полости l может меняться за счет движения лавовой пробки. Считается, что силы, действующие на пробку, ограничиваются перепадом давления между полостью и атмосферой, силой тяжести и силой сопротивления канала вулкана. Коэффициент трения пробки о стенки канала следует экспоненциальному закону согласно (Lavallee, 2014).

В результате обезразмеривания уравнений (1)–(8) динамика процесса описывается следующим набором безразмерных параметров: η_0 , $gh/(RT)$, p_0/P , $K\sqrt{P}$, v_{out}/V , Z/h , $Fr = V^2/(gh)$, V/v_{ref} . Здесь $P = \rho_m gh$ — масштаб давления и $V = k_0/(\rho_m g \mu_g)$ — масштаб скорости.

Результаты численных расчетов процесса дегазации приведены в **разделе 1.4**. На Рис. 2 приведен график зависимости от времени безразмерных давления под пробкой p , положения пробки l , а также потока газа в атмосферу q_{out} и потока газа из магмы в полость q_{in} в течение одного цикла дегазации.

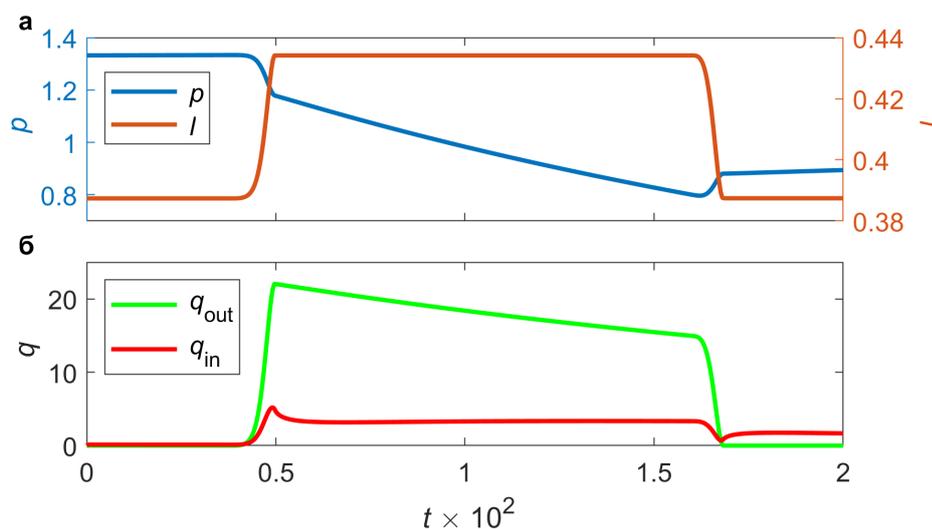


Рис. 2: а) Изменение безразмерного давления под пробкой p и высоты полости l на протяжении одного цикла взрывной дегазации; б) изменение потока газа, истекающего в атмосферу q_{out} и втекающего из магмы с течением времени во время взрывной дегазации q_{in} .

Расчеты показывают, что увеличение коэффициента трения η_0 приводит к более коротким и менее интенсивным выбросам, период между которыми тоже сокращается. С увеличением числа Фруда Fr инерционность лавовой пробки растет. При этом длительность выбросов и периодов покоя существенно увеличивается. Параметр $gh/(RT)$, характеризующий начальное распределение давления оказывает малое влияние на продолжительность выбросов и немонотонно влияет на период извержения. В **разделе 1.5** дается краткое резюме результатов, приведенных в **главе 1**.

В **главе 2** представлена модель процесса формирования медного месторождения в результате дегазации магматического очага. **Раздел 2.1** содержит вводную информацию к главе, дает представление о физико-химических процессах, сопровождающих формирование рудных месторождений. В **Разделе 2.2** приводится обзор литературы, посвященной применению методов гидромеханики к математическому моделированию гидротермальных систем.

Система уравнений, описывающая процесс формирования месторождения, приводится в **разделе 2.3**.

Дегазация магматического очага описывается в рамках модели неизотермической многофазной фильтрации смеси $H_2O-NaCl$ и растворенных в ней примесей:

$$\frac{\partial}{\partial t} \varphi \sum_p \rho_p S_p c_p^{(i)} + \nabla \cdot \sum_p \rho_p \mathbf{w}_p c_p^{(i)} = 0, \quad p = \{l, g, s\} \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\varphi \sum_p \rho_p S_p e_p + (1 - \varphi) \rho_r e_r \right) + \nabla \cdot \left(\sum_p \rho_p \mathbf{w}_p h_p - \kappa \nabla T \right) = 0 \quad (10)$$

$$\mathbf{w}_p = -k \frac{f_p}{\mu_p} (\nabla P - \rho_p \mathbf{g}), \quad f_p = S_p, \quad p = \{l, g\}, \quad \mathbf{w}_s = 0 \quad (11)$$

Здесь φ — пористость породы; ρ_p , S_p , \mathbf{w}_p , e_p и h_p — плотность, насыщенность, скорость фильтрации, удельная внутренняя энергия и удельная энтальпия фазы с индексом p , соответственно; $c_p^{(i)}$ — массовая концентрация компоненты i в фазе p ; индексы $\{l, g, s\}$ соответствуют параметрам жидкой, газовой и твердой фазы, соответственно; индекс i может принимать одно из значений $\{H_2O, NaCl\}$, соответствующих воде и соли; индекс «r» обозначает параметры вмещающих пород; $\kappa = (1 - \varphi)\kappa_r$ — эффективная теплопроводность насыщенной пористой среды (κ_r — теплопроводность породы); k — проницаемость пористой среды, f_p и μ_p — относительная фазовая проницаемость и вязкость фазы p ; P — давление; \mathbf{g} — вектор силы тяжести.

Уравнения (9–11) соответствуют законам сохранения массы и энергии и закону Дарси для скорости фильтрации.

Для учета переноса и осаждения примесей, в частности меди $CuCl_2^-$, диоксида серы SO_2 и кварца, система (9–11) дополняется следующими уравнениями:

$$\frac{\partial}{\partial t} \varphi \sum_p \rho_p S_p c_p^{(i)} + \nabla \cdot \sum_p \rho_p \mathbf{w}_p c_p^{(i)} = \sum_j J^{(i,j)} - \frac{\partial}{\partial t} (1 - \varphi) \rho_r c_r^{(i)} \quad (12)$$

$$\lg \frac{c_g^{(i)}}{c_l^{(i)}} = d^{(i)} \lg \frac{\rho_g}{\rho_l}, \quad c_s^{(i)} = 0 \quad (13)$$

Здесь $c_r^{(i)}$ — степень обогащения пород (масса вещества на единицу массы пород) компонентой (i) ; $J^{(i,j)}$ — интенсивность перехода массы между компонентами i и j , $J^{(i,i)} = 0$; $d^{(i)}$ — коэффициент распределения примеси между фазами. В работе приводится метод моделирования химического равновесия, основанный на законе действующих масс.

Отношение массовой доли меди в газовой фазе к массовой доле меди в жидкой фазе определяется отношением плотностей фаз и эта зависимость хорошо аппрок-

симируется соотношением (13) согласно экспериментальным и теоретическим исследованиям (Kouzmanov, Pokrovskii, 2012).

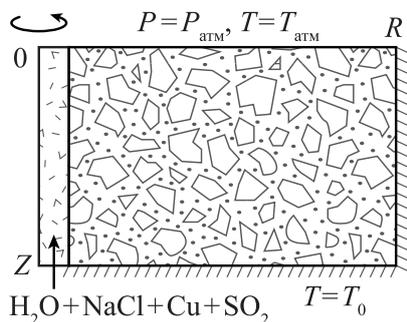


Рис. 3: Постановка задачи

Исследование формирования месторождения проводится в рамках решения осесимметричной задачи, описанной в **разделе 2.4**. Рассматривается цилиндрическая область $r \in [0; R]$, $z \in [0; Z]$, где r — радиальная координата, а z — глубина (Рис. 3). В этой области задается начальная пористость, линейно убывающая с глубиной, а также начальная проницаемость, экспоненциально убывающая с глубиной:

$$\varphi_0(z) = \max \{ \alpha + \beta z, \varphi_{\min} \}; \quad (14)$$

$$k_0(z) = \min \{ \max \{ e^{a+bz}, k_{\min} \}, k_{\max} \}, \quad (15)$$

где $\alpha = 0,27$; $\beta = -0,044 \text{ км}^{-1}$; $\varphi_{\min} = 0,05$; $a = 3$; $b = -1,5 \text{ км}^{-1}$; $k_{\min} = 10^{-7} \text{ мД}$; $k_{\max} = 10 \text{ мД}$ — константы.

Предполагается, что в результате предыдущей вулканической активности в узком канале $r \in [0; R_0]$ образовался высокопроницаемый канал, по которому осуществляется подъем вулканического газа к поверхности. В канале $r \in [0; R_0]$ задается $k_{\min} = 2 \text{ мД}$.

Свойства породы, а именно плотность ρ_r , теплопроводность κ_r и удельная теплоемкость C_r полагаются постоянными.

Далее в **разделе 2.5** приводится описание используемых в работе численных методов. Расчет многофазной фильтрации смеси $\text{H}_2\text{O}-\text{NaCl}$ по уравнениям (9–11), производится в пакете MUFITS (Afanasyev, 2013). Для переноса и осаждения примесей на языке программирования C был реализован набор программных модулей, сопряженных с MUFITS. В качестве метода дискретизации уравнений используется метод контрольного объема.

Результаты численного моделирования описываются в **разделе 2.6**. Рассматривалось два различных случая формирования медного месторождения. Первый случай (Рис. 4а и б) соответствует сценарию, в котором осаждение меди не ограничено концентрацией серы в жидкости — реакция протекает всегда, когда концентрация меди в жидкости превосходит равновесную концентрацию. В работе показано, что эта оценка существенно завышена по сравнению с другими

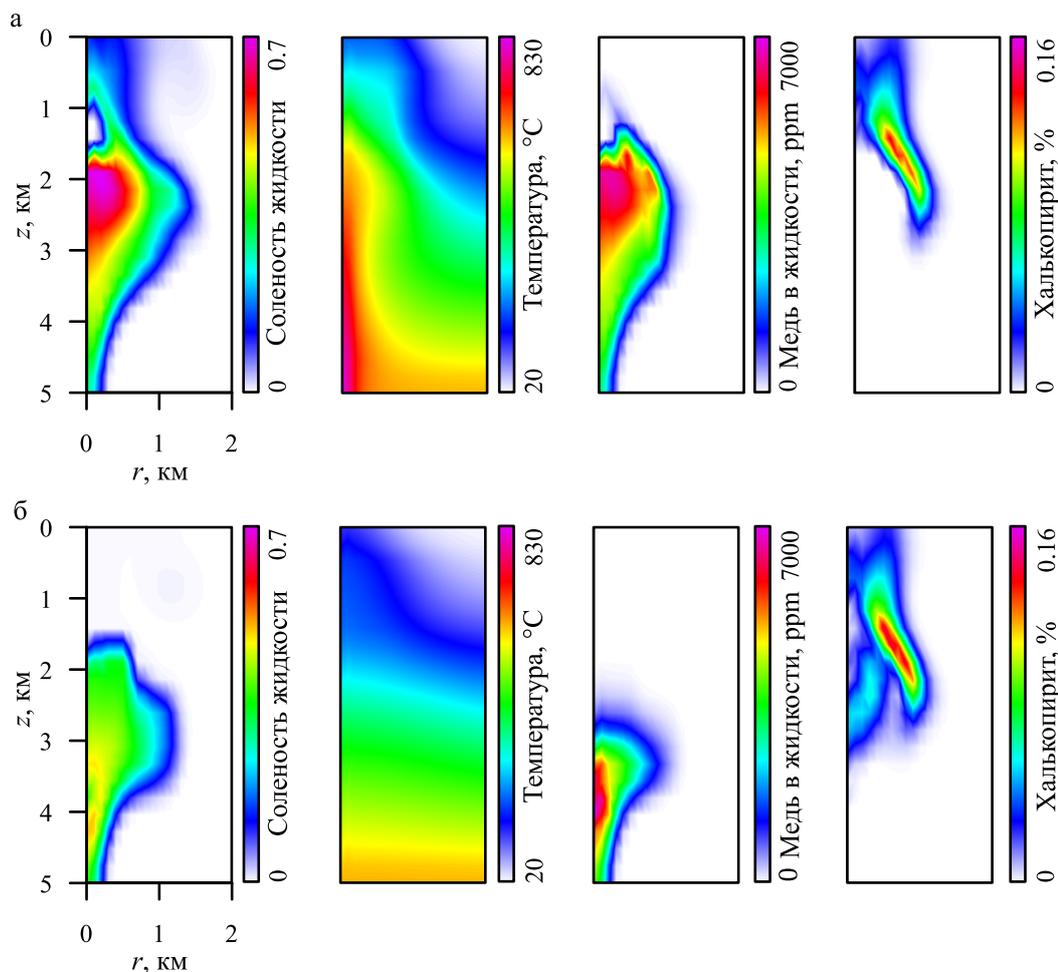


Рис. 4: Слева направо: соленость, температура, концентрация меди в жидкости и в породах момент времени а) $t = 20$ тыс. лет, б) $t = 50$ тыс. лет

случаями, учитывающими натурные и экспериментальные данные по геохимии месторождений.

Во втором случае (Рис. 5а и б) учитывается то, что осаждение меди может быть ограничено концентрацией серосодержащих газов, как диоксида серы SO_2 , так и сероводорода H_2S . Рассматривались концентрации диоксида серы во втекающем магматическом газе $c_{\text{SO}_2}^{\text{inj}}$ равные 1% и 2%.

Далее в **разделе 2.6** проводится сравнение рассчитанных случаев с точки зрения суммарного размера сформировавшегося месторождения (Рис. 6).

Запасы меди в случае неограниченного серой осаждения практически в 10 раз превосходят таковые в случае концентрации $c_{\text{SO}_2}^{\text{inj}} = 1\%$, и в 5 раз в случае $c_{\text{SO}_2}^{\text{inj}} = 2\%$.

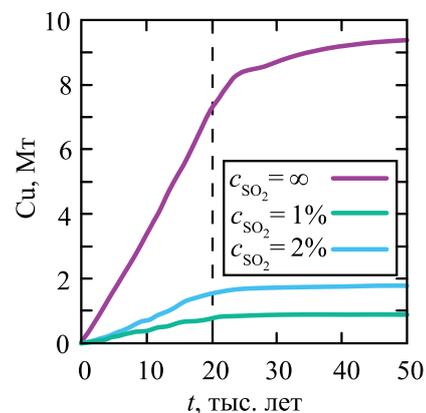


Рис. 6: Суммарная масса осаждаемой меди в области для различных случаев

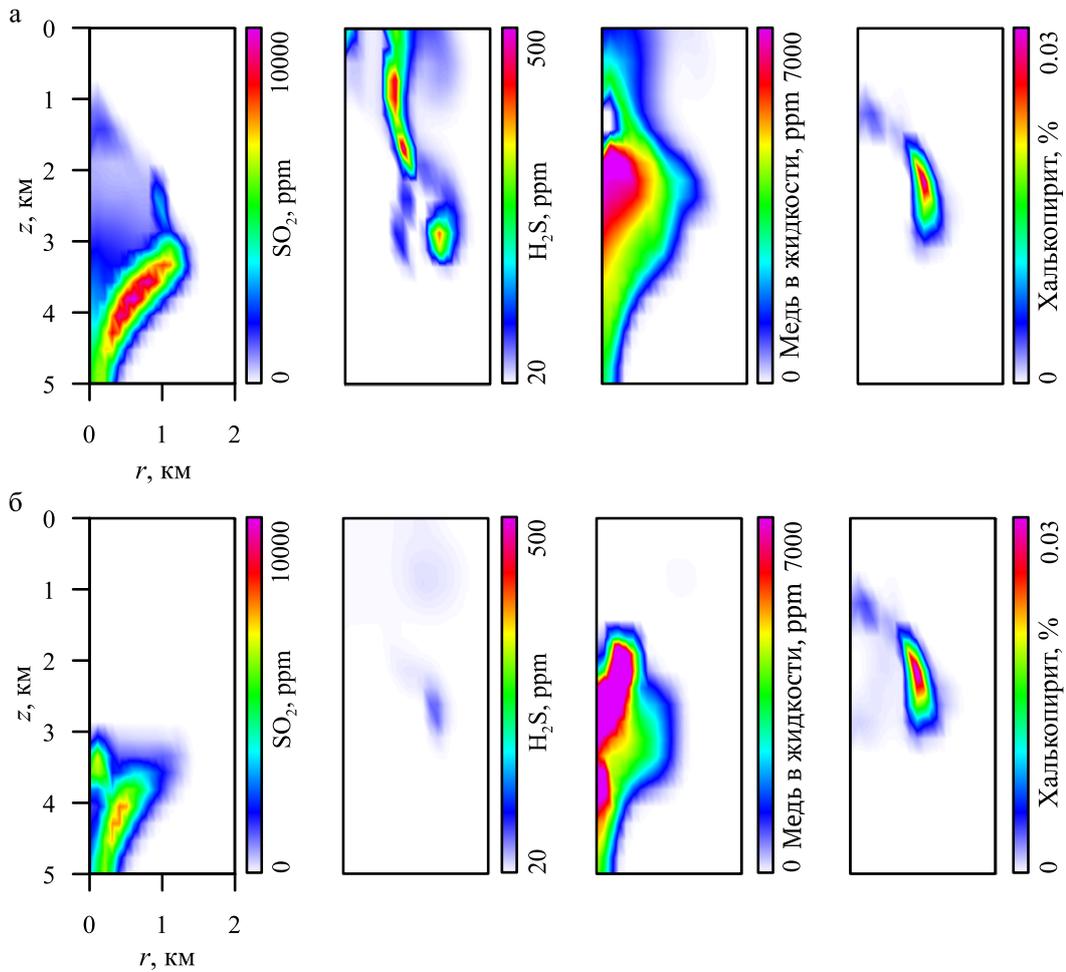


Рис. 5: Слева направо: концентрация диоксида серы SO_2 , сероводорода H_2S , меди в жидкости и в породах в момент времени а) $t = 20$ тыс. лет, б) $t = 50$ тыс. лет

В **разделе 2.7** приведены результаты численного исследования процесса дегазации магматического очага с учетом осаждения кварца на скелет пород, приводящего к закупорке кварцем порового пространства, роста флюидного давления и образования трещин во вмещающих породах.

Для моделирования гидроразрыва пород в работе предложена модель динамической пористости и проницаемости:

$$\varphi = \varphi_0 - \varphi_s + \varphi_f$$

$$\frac{\partial \varphi_f}{\partial t} = \begin{cases} \frac{\Delta P - P_*}{\tau}, & \Delta P - P_* > 0 \\ 0, & \Delta P - P_* \leq 0 \end{cases}$$

где φ_0 — начальная пористость; φ_s — доля объема пород, занимаемая осажденным кварцем; τ — свободный параметр, характеризующий скорость накопления добавочной пористости; ΔP — избыточное над литостатическим давление; $P_* = 5$

МПа — критическое избыточное давление, определяемое прочностью горных пород. Значение τ выбирается таким образом, чтобы характерное время разрушения пород было значительно меньше времени осаждения кремния. Выбор величины τ в диапазоне 1–100 Па·с не оказывает существенного влияния на результаты моделирования. В дальнейшем τ полагается равным 50 Па·с.

Проницаемость пропорциональна кубу доли свободного объема пор, не занятого осажденным оксидом кремния:

$$k = \begin{cases} k_0 \left(\frac{\varphi}{\varphi_0 + \varphi_f} \right)^3, & \frac{\varphi}{\varphi_0 + \varphi_f} \geq \beta; \\ 0, & \frac{\varphi}{\varphi_0 + \varphi_f} < \beta, \end{cases} \quad (16)$$

где k_0 — начальная проницаемость неразрушенных пород, а $\beta = 0,8$. Согласно (16), если осажденный кварц занимает более 20% порового пространства, то происходит полная закупорка пор и проницаемость снижается до нуля.

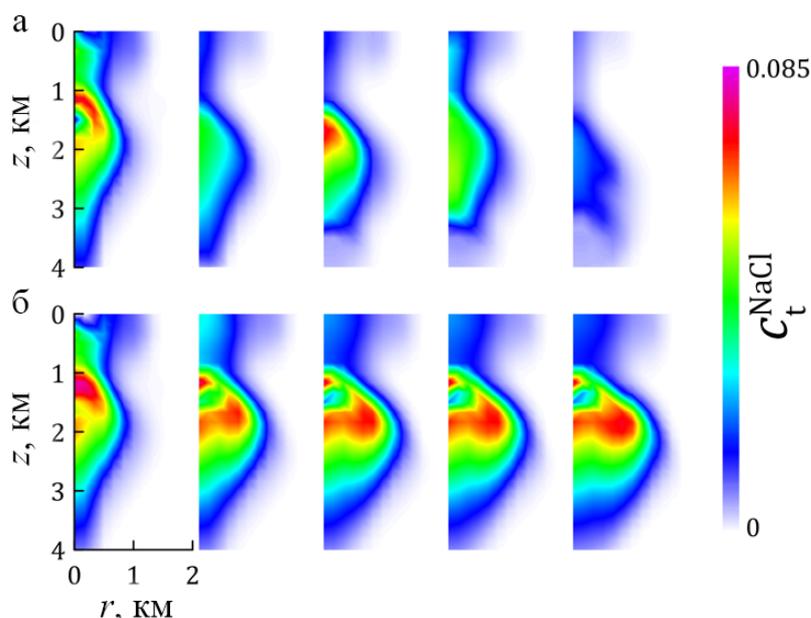


Рис. 7: Концентрация соли в жидкости при $t = 1, 4; 5; 10; 15$ и 50 тыс. лет с момента начала дегазации магмы. Сверху: с учетом осаждения кварца; снизу: без учета осаждения кварца

Развитие процесса с учетом эволюции пористости и проницаемости в рамках предложенной в работе модели представлено на Рис. 7. В **разделе 2.8** кратко приводятся основные результаты, изложенные в **главе 2**.

Глава 3 посвящена математическому моделированию течений лавы. В **разделе 3.1** излагается общая информация о физических процессах, сопровождающих растекание лавы. **Раздел 3.2** содержит обзор существующих в литературе подходов

к моделированию лавовых потоков, как аналитических, основанных на теории тонкого слоя, так и численных, в частности, использующих метод гидродинамики сглаженных частиц (SPH).

Математическая модель, предлагаемая в данной работе, формулируется в **разделе 3.3** и состоит из уравнений Навье-Стокса для несжимаемой жидкости и закона сохранения энергии:

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \frac{1}{\rho}\nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \mathbf{g}, \quad \boldsymbol{\tau} = \mu(\nabla\mathbf{u} + \nabla\mathbf{u}^T) \quad (17)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (18)$$

$$\rho C_v \frac{DT}{Dt} = \nabla \cdot (\kappa \nabla T) + \boldsymbol{\tau} : \nabla\mathbf{u}^T. \quad (19)$$

Здесь \mathbf{u} — скорость жидкости; p — давление; ρ — плотность; μ — вязкость; \mathbf{g} — ускорение свободного падения; T — температура; C_v — удельная теплоемкость лавы; κ — теплопроводность.

Уравнения (17), (18) соответствуют законам сохранения импульса и массы для несжимаемой жидкости. Уравнение (19) представляет собой закон сохранения энергии с учетом вязкой диссипации, $\mathbf{A} : \mathbf{B} \equiv A_{ij}B_{ji}$.

Нелинейная зависимость вязкости лавы от температуры определяется из соотношения, полученного путем приближения экспериментальных данных в работе (Giordano, Dingwell, 2003) для базальтовой лавы:

$$\log_{10} \mu = -4,643 + \frac{5812,44 - 427,04c^{(H_2O)}}{T(K) - 499,31 + 28,74 \ln(c^{(H_2O)})}. \quad (20)$$

Здесь вязкость задается в Па·с; T — температура в градусах Кельвина; $c^{(H_2O)}$ — массовая доля воды, в данной работе принято $c^{(H_2O)} = 0,005$, что соответствует измеренным значениям концентрации воды в изверженных лавах.

Далее в **разделе 3.3** формулируются постановка задачи, начальные и граничные условия для уравнений (17–19). Задача решается в плоской постановке. Рассматривается область, состоящая из плоской щели шириной H , через которую осуществляется приток лавы, и подстилающей поверхности, наклоненной под углом θ к вертикальной оси. На Рис. 8 изображена конфигурация расчетной области.

Поверхность лавы остывает главным образом за счет теплового излучения, а также за счет теплообмена с атмосферой. Чтобы учесть эти эффекты, на свободной

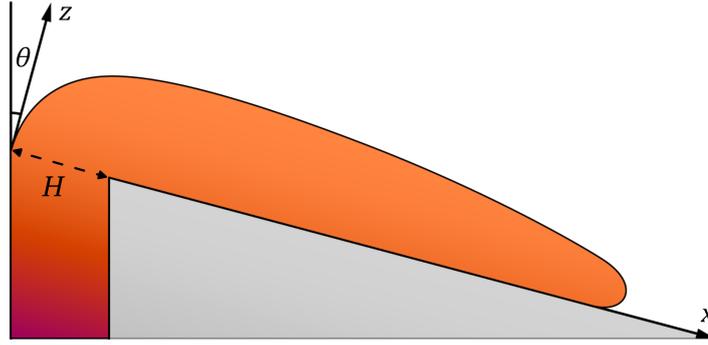


Рис. 8: Вычислительная область в задаче о растекании лавы по наклонной поверхности

поверхности лавы задается тепловой поток, состоящий из двух слагаемых:

$$-\kappa \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} = \sigma \varepsilon (T^4 - T_{\text{atm}}^4) + \lambda (T - T_{\text{atm}})^{\frac{4}{3}}. \quad (21)$$

Первое слагаемое в правой части уравнения (21) описывает поток тепла в атмосферу за счет теплового излучения согласно закону Стефана-Больцмана. Коэффициент σ это постоянная Стефана-Больцмана, $\sigma = 5,670367 \times 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$; ε — излучательная способность среды; T_{atm} — температура атмосферы. Второе слагаемое представляет собой закон Ньютона-Рихмана для теплообмена между телами разной температуры. Разность температур обусловлена наличием температурной конвекции. Параметр λ — коэффициент теплоотдачи.

В щели, из которой вытекает лава, задан параболический профиль скорости таким образом, чтобы расход жидкости через щель был равен q :

$$u_z = 6q \frac{x(h-x)}{h^3}, \quad u_x = 0.$$

Бессеточный численный метод гидродинамики сглаженных частиц, используемый в работе для дискретизации уравнений математической модели, описывается далее в **разделе 3.3**. Приводятся результаты тестирования разработанных программ, демонстрируется совпадение результатов тестовых расчетов с аналитическими решениями.

На Рис. 9 показан пример расчета течения остывающей лавы по наклонной поверхности. В течение первых минут после начала растекания у поверхности потока формируется тонкий слой остывшей высоковязкой лавы, увлекающейся потоком и тормозящей течение.

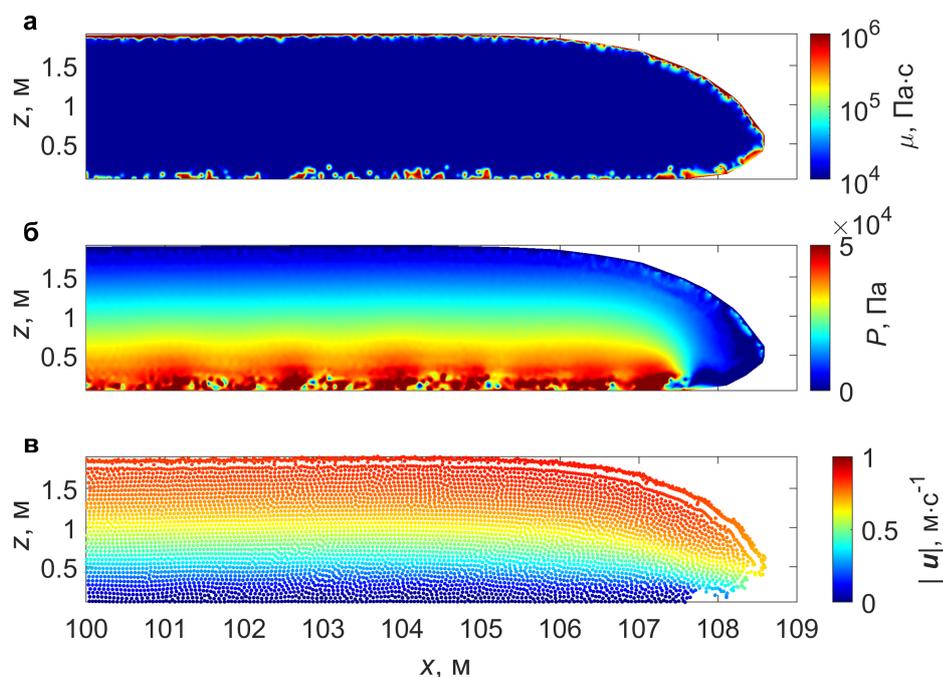


Рис. 9: Участок лавового потока, рассчитанного методом SPH, в окрестности фронта крупным планом: а) логарифм вязкости; б) давление; в) модуль скорости и положение частиц

Далее в работе проводится сравнение длины растекания рассчитанного остывающего потока и его толщины с аналитическим решением из работы (Huppert, 1982) при различных значениях расхода q . Результаты расчетов, представленные на Рис. 10а и б, показывают, что при низком расходе притекающей лавы остывание поверхности приводит к замедлению потока на 5%, (Рис. 10а) но при более высоких значениях q влияние остывания потока уменьшается. Толщина потока при этом меняется незначительно (Рис. 10б). В конце раздела приводится пример расчета неизотермического течения лавы с переменным расходом в источнике.

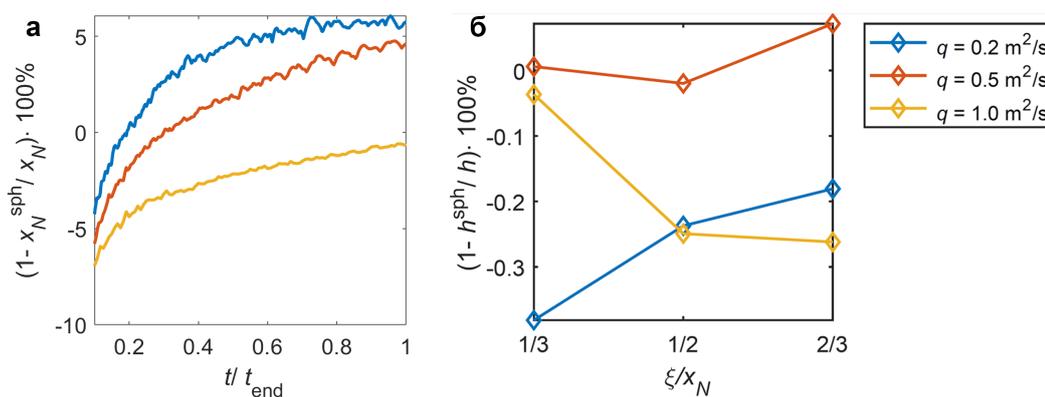


Рис. 10: а) Относительное отклонение длины распространения фронта потока и б) его толщины для случая неизотермического течения лавы от автомодельного решения задачи об изотермическом растекании потока вязкой жидкости по плоской поверхности

В разделе 3.4 проводится исследование зависимости толщины растекающегося потока от параметров задачи. Предполагается, что гидродинамика описывается

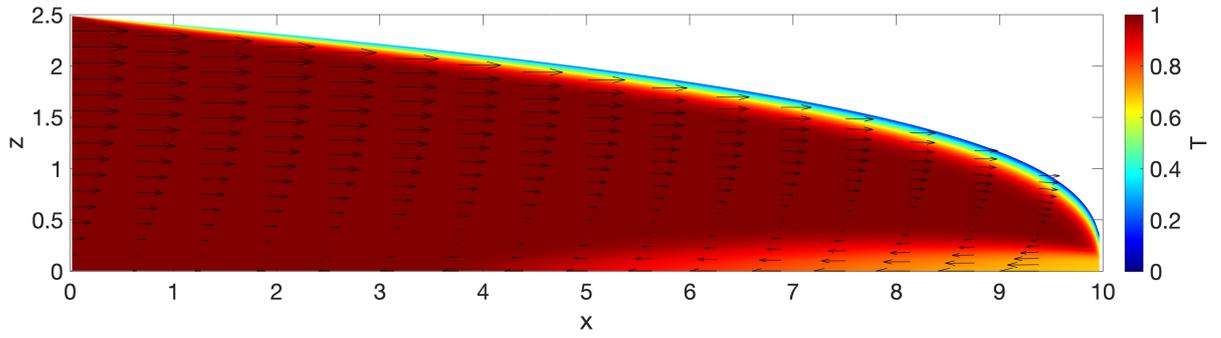


Рис. 11: Пример расчета неизотермического течения вязкой жидкости. Цветом показана безразмерная температура, стрелки указывают направление и величину скорости в системе координат, связанной с сеткой

автомодельным решением в приближении тонкого слоя (Huppert, 1982). Обратным влиянием остывания потока на течение пренебрегается. Задача рассматривается в плоской постановке. Поверхность раздела лава–воздух задана линией $z = h(x, t)$. Для этой поверхности в случае постоянного расхода магмы, истекающей из линейного источника известно автомодельное решение:

$$h(x, t) = \eta_N^{2/3} \left(\frac{3q^2 \mu}{\rho g} \right)^{1/5} t^{1/5} \varphi \left(\frac{\eta}{\eta_N} \right),$$

$$\eta = \left(\frac{1}{3} \frac{\rho g q^3}{\mu} \right)^{-1/5} x t^{-4/5},$$

$$(\varphi^3 \varphi')' + \frac{4}{5} \eta \varphi' - \frac{1}{5} \varphi = 0, \quad \varphi(1) = 0.$$

Здесь x — горизонтальная координата; t — время; ρ — плотность жидкости; μ — динамическая вязкость; q — расход лавы; g — ускорение свободного падения; η_N — значение автомодельной координаты η на фронте потока.

Длина потока $x_N(t)$ определяется из условия $h(x_N) = 0$:

$$x_N(t) = \eta_N \left(\frac{1}{3} \frac{\rho g q^3}{\mu} \right)^{1/5} t^{4/5}.$$

Значение горизонтальной составляющей скорости u_x определяется выражением

$$u_x(x, z, t) = -\frac{1}{2} \frac{\rho g}{\mu} \frac{\partial h}{\partial x} z(2h - z)$$

Значение вертикальной составляющей u_z определяется из уравнения неразрывности $\partial u_x / \partial x + \partial u_z / \partial z = 0$.

Внутри области, ограниченной поверхностью $h(x, t)$, ставится задача об охлаждении потока:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_x \frac{\partial T}{\partial x} + u_z \frac{\partial T}{\partial z} = \chi \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \quad (22)$$

где $\chi = \kappa / (\rho C_v)$ — коэффициент температуропроводности. В приближении тонкого слоя вторая производная от температуры в горизонтальном направлении отброшена, так как она мала по сравнению со второй производной по вертикали и адвективными членами.

Для уравнений приводится вариант обезразмеривания, из которого получается, что динамика процесса определяется следующим набором безразмерных параметров: $\varepsilon = \chi / q$ — отношение толщины потока к длине, $Nu = \lambda H S^{1/3} / \kappa$ — число Нуссельта и $R = H E \sigma S^3 / \kappa$ — радиационное число, характеризующее отношение излучения к теплопроводности. Здесь $H = \sqrt[3]{3 \mu q^2 / (\chi \rho g)}$ — пространственный масштаб, а $S = T_0 - T_{\text{atm}}$ — масштаб температуры, где T_0 — температура втекающей лавы.

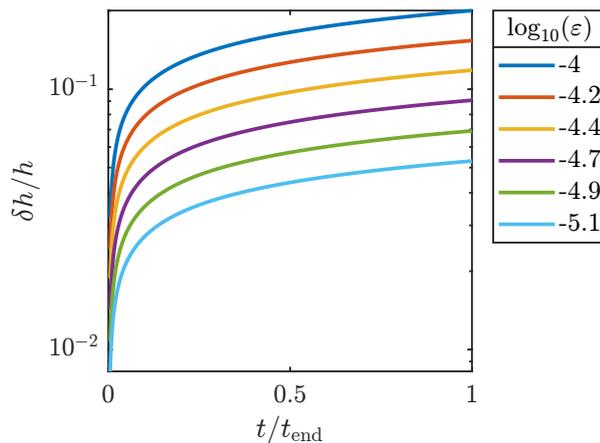


Рис. 12: Зависимость относительной толщины температурного слоя у поверхности от времени для различных значений безразмерного числа ε .

Далее в работе описывается дискретизация уравнений с помощью метода контрольного объема. Для удобства численного решения расчетная область отображается на квадрат $[0; 1] \times [0; 1]$, используется неравномерная сетка, сгущающаяся к границам расчетной области.

Пример расчета показан на Рис. 11. У поверхности формируется тонкий слой остывшей жидкости, толщина которого увеличивается по мере приближения к фронту потока. Этот слой интерпретируется в работе как высоковязкая поверхность лавового потока. В работе показывается, что толщина этого слоя слабо

зависит от числа Нуссельта Nu , а радиационное число R для рассматриваемых в диссертации приложений практически является константой.

На Рис. 12 изображена толщина слоя в середине потока δh , отнесенная к толщине самого потока h в зависимости от времени, для различных значений числа ε . Толщина температурного слоя определялась как ширина области около поверхности, в которой вязкость, рассчитанная по формуле (20), как минимум на порядок превышает вязкость втекающей лавы, рассчитанную по той же формуле.

Как видно из Рис. 12, толщина температурного слоя для течений со значениями числа ε порядка 10^{-5} – 10^{-4} может достигать до 1–20% от толщины потока.

Заключение

В диссертации методами механики сплошных сред исследованы различные процессы динамики вулкано-магматических систем.

Создана новая модель периодической дегазации вулкана, канал которого заперт подвижной лавовой пробкой. Показано, что наличие под пробкой полости, заполняемой газом из нижележащей магмы, может объяснить как периодичность извержений, так и наблюдаемые потоки газа в атмосферу. Проведен анализ чувствительности решения к значениям входных параметров.

Исследована динамика формирования медных месторождений при дегазации магматических очагов. С применением модели многокомпонентной многофазной неизотермической фильтрации изучен транспорт, химические реакции и отложение минералов в системе вода-соль-сернистый газ-медь-кварц. Новая модель использует реальные диаграммы растворимости минералов, в том числе меди и кварца, и позволяет оценить размеры, форму и расположение медного месторождения. Показано, что размер медного месторождения существенно зависит от количества сернистых газов в магматическом флюиде. Учет осаждения кварца приводит периодическим режимам дегазации магмы, в которых закупоривание пор осажденным кварцем чередуется с гидроразрывом пород из-за повышенного давления под пробкой.

Разработана новая модель распространения лавового потока, основанная на решении сопряженного уравнения Навье-Стокса и закона сохранения энергии, учитывающая зависимость вязкости от температуры и теплообмен лавы с атмосферой. Создан программный код, реализующий эту модель с использованием бессеточного метода гидродинамики сглаженных частиц. Показано, что при отно-

сительно больших расходах магмы охлаждение потока слабо влияет на скорость его распространения и толщину. В рамках автомоделного решения о растекании вязкой жидкости по плоской подстилающей поверхности в приближении тонкого слоя оценена толщина пограничного слоя у поверхности потока.

Основные публикации автора по теме диссертации

Статьи в рецензируемых научных изданиях, индексируемых в базах данных Web of Science, Scopus

1. *Уткин И. С., Мельник О. Э.* Динамика взрывной дегазации вулкана // Труды Математического института им. В.А. Стеклова РАН. — 2018. — Т. 300, № 01. — С. 190–196. Impact factor SJR: 0.435. DOI: 10.1134/s0371968518010156 (0.8 п.л./авторский вклад 0.6 п.л.)
2. *И. С. Уткин, О. Э. Мельник, А. А. Афанасьев, Ю. Д. Цветкова.* О влиянии осаждения кварца на динамику дегазации магматического очага // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. — 2018. — № 6. — С. 59–64. Impact factor SJR: 0.216. DOI: 10.3103/S0027133018060018 (0.7 п.л./авторский вклад 0.5 п.л.)
3. *Веденеева Е. А., Мельник О. Э., Уткин И. С.* Охлаждение потока лавы, растекающейся по плоской поверхности // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. — 2017. — № 4. — С. 36–40. Impact factor SJR: 0.216. DOI: 10.3103/S0027133017040021 (0.5 п.л./авторский вклад 0.3 п.л.)

Другие научные труды

4. *I. S. Utkin, A. A. Afanasyev, O. E. Melnik et al.* Numerical simulation of magma chamber degassing // Goldschmidt Abstracts. — 2018. — P. 2604.
5. *Уткин И. С., Мельник О. Э., Афанасьев А. А., Акинфиев Н. Н.* Численное моделирование формирования медного месторождения с учетом диспропорционирования диоксида серы // Сборник трудов XII всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. 19-24 августа 2019 г. — Т. 4. — Уфа РИЦ БашГУ, 2019. — С. 94–96.
6. *I. S. Utkin.* Exploring the features of meshless methods in application to lava flow modeling // IAVCEI Abstracts. 2017. — P. 1152.