

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи



Рубцова Ольга Андреевна

**Метод пакетной дискретизации континуума
для малочастичных систем и ядерной материи**

01.04.16 – Физика атомного ядра и элементарных частиц

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук

Москва – 2021

Работа выполнена в отделе физики атомного ядра Научно-исследовательского института ядерной физики имени Д.В. Скобельцына Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Официальные оппоненты: Зеленская Наталья Семеновна

доктор физико-математических наук,
профессор, НИИЯФ МГУ,
главный научный сотрудник

Эфрос Виктор Данилович

доктор физико-математических наук,
старший научный сотрудник, ФГБУ
НИЦ «Курчатовский институт»,
ведущий научный сотрудник

Мотовилов Александр Константинович

доктор физико-математических наук,
ЛТФ ОИЯИ, начальник сектора

Защита диссертации состоится 08 октября 2021 года в 15-00 часов на заседании диссертационного совета МГУ.01.11 Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова по адресу: 119991, Москва, Ленинские горы, дом 1, строение 5 (19-й корпус НИИЯФ МГУ), аудитория 2-15.

Диссертация находится на хранении в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова (Ломоносовский просп., д. 27). Со сведениями о регистрации участия в защите в удаленном интерактивном режиме и с диссертацией в электронном виде можно ознакомиться, перейдя на страницу диссертационного совета по ссылкам:

<https://istina.msu.ru/dissertations/374667484/>

<https://www.msu.ru/science/dis-sov-msu.html>

Автореферат разослан «_____» _____ 2021 г.

Телефон совета для справок: +7 916 871 77 50

Электронная почта совета для справок: galan_lidiya@mail.ru

Ученый секретарь диссертационного совета,

кандидат физико-математических наук



Л.И. Галанина

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования и степень ее разработанности. Описание процессов в непрерывном спектре нескольких частиц является одной из самых востребованных, но и одной из самых трудоемких задач. Такие процессы представляют значимый источник информации о составных системах, о взаимодействии и структуре сталкивающихся частиц. Ярким примером здесь являются малонуклонные системы, расчет амплитуд упругих и неупругих столкновений в которых является важным тестом для современных моделей нуклон-нуклонного (NN) и трехнуклонного ($3N$) взаимодействий. При этом техника эксперимента постоянно совершенствуется, появляются новые данные о прямых реакциях с участием сложных многофрагментных частиц, таких как протонно- и нейтронно-избыточные ядра и др. Для корректной трактовки таких реакций требуется детальное решение задачи рассеяния нескольких тел.

Существенный прорыв в теории рассеяния нескольких тел произошел благодаря появлению формализма уравнений Фадеева [1, 2], на основе которого развилась новая область прецизионных расчетов в малочастичных системах [3–7]. Однако при формулировке и решении таких задач возникают различные проблемы, связанные со сложными граничными условиями, с отделением физических решений от нефизических (например, запрещенных условиями симметрии и т.п.), с присутствием движущихся особенностей по энергии и импульсам в ядрах уравнений. Кроме того, фазовое пространство быстро растет при увеличении числа частиц, поэтому размерность решаемых интегральных или дифференциальных уравнений становится огромной [7]. Задачи рассеяния в ядерных системах имеют свою специфику, связанную с наличием тензорных компонент взаимодействия, большим числом спин-угловых конфигураций в парных подсистемах, использованием оптических нук-

лон-ядерных потенциалов, присутствием дальнотдействующего кулоновского взаимодействия.

Показателем этих трудностей служит современная ситуация, когда достаточно точно находят параметры связанных состояний в системах, состоящих из десятков частиц, но до сих пор сталкиваются с проблемами в аккуратной трактовке рассеяния в трех- и четырехчастичных системах. Так, решение задач упругого и неупругого рассеяния в $3N$ системе с реалистическими взаимодействиями уже является очень трудоемким и требует использования многопроцессорных компьютеров. Детальные сравнительные расчеты для $4N$ системы появились относительно недавно [5, 6] и доступны только нескольким группам в мире, а $5N$ задача была решена только в 2018 году Р. Лазаускасом [7].

Поэтому развитие эффективных методов прецизионного решения задач в непрерывном спектре является весьма актуальным в настоящее время. Не менее востребованным является развитие эффективных техник для описания процессов в ядерной материи.

Здесь можно обратить внимание на методы, близкие к методам решения задач на связанные состояния систем, которые используют нормированные (L_2) состояния. Такие методы L_2 -типа для решения задач рассеяния появились достаточно давно, и в настоящее время они продолжают активно развиваться. Среди таких подходов — решение задачи рассеяния в ящике [8], метод R -матрицы [9], техника эквивалентной квадратуры [10] и метод моментов Стилтеса–Чебышева [11], метод интегральных преобразований (МИП) [12], метод осцилляторного представления (ОП) [13] и J -матричный подход [14–16], методы, использующие многоканальную редукцию, включая метод связанных каналов дискретизованного континуума (CDCC) [17–19], метод связанных каналов реакции (CRC) и его обобщение с учетом псевдоканалов дискретизованного континуума [20], сходящийся метод сильной связи каналов

(СМССК) [21], различные реализации метода комплексного поворота [22, 23], а также вариационные техники [24] и другие подходы (см. также недавний обзор [25]). Эти подходы используются в ядерной, атомной, химической физике, а также в физике твердого тела и статистической физике.

Несмотря на такое многообразие подходов L_2 -типа многие из них используют свойства конкретных базисов или преобразований, часть из этих подходов разработана для конкретных задач или областей исследования. Вместе с тем большой интерес представляет изучение общих закономерностей, возникающих при формулировке задач рассеяния в терминах нормируемых состояний, а также развитие на этой основе общего подхода к решению задач рассеяния нескольких тел с помощью L_2 дискретизации континуума. Можно ожидать, что такой подход будет универсален с точки зрения различных приложений, при этом схемы решения задач рассеяния будут близки к используемым для нахождения связанных состояний систем.

Цели и задачи диссертационной работы. Целью работы является развитие общего подхода к решению задач рассеяния нескольких тел на основе дискретизации континуума, а также его применение для описания различных процессов в малочастичных системах и в ядерной материи.

В основе такого подхода лежит специальный формализм нормированных аналогов функций рассеяния — стационарных волновых пакетов, разработанный автором диссертации.

При этом в диссертационной работе решались следующие задачи:

- развитие формализма стационарных волновых пакетов и метода пакетной дискретизации континуума (МПДК) для решения двухчастичных многоканальных задач рассеяния на основе матричных аналогов интегральных уравнений;
- развитие методов решения многоканальных задач рассеяния на основе спектральных свойств полного и невозмущенного гамильтонианов;

- обобщение МПДК для решения задач рассеяния в трехчастичных системах на основе формализма уравнений Фадеева и применение развитого метода для описания упругого рассеяния и развала в $3N$ системе;
- описание прямых ядерных реакций на основе МПДК;
- обобщение МПДК для расчетов в ядерной материи.

Объект и предмет исследования. Объектом исследования в диссертации является задача рассеяния нескольких тел в свободном пространстве и в ядерной среде. Предметом исследования является развитие формализма для решения таких задач на основе дискретизации континуума.

Методология исследования. За основу в диссертации взят формализм теории рассеяния для малочастичных систем, а также формализм интегральных уравнений для бесконечной ядерной материи. При этом в работе получены проекции операторов в соответствующие базисы стационарных волновых пакетов и выведены матричные аналоги точных уравнений, которые далее используются для решения конкретных задач. Для каждого расчета исследованы вопросы сходимости результатов с увеличением размерности используемого базиса. Там, где это возможно, результаты, полученные на основе МПДК, сравнивались с результатами, найденными в рамках альтернативных подходов.

Численные расчеты проводились на основе программ, написанных непосредственно автором диссертации. Исключение составляют программы для решения задачи рассеяния в трехнуклонной системе, созданные В.Н. Померанцевым при частичном участии автора [26].

Научная новизна. В диссертации получены и обоснованы новые способы решения задач в непрерывном спектре нескольких частиц, объединенные общей идеей дискретизации непрерывного спектра и использованием формализма стационарных волновых пакетов. При этом впервые выполнены расчеты в рамках обновленной версии дибарионного нуклон-нуклонного

взаимодействия, учитывающего наличие ненуклонных степеней свободы. Существенно новыми являются результаты, полученные в многоканальной задаче, связанные с обобщением формализма функций спектрального сдвига. Впервые предложена корректная трактовка многоканальных псевдосостояний. Также впервые выполнены полные трехчастичные фаддеевские расчеты в трехчастичном решеточном базисе, состоящем из нормированных состояний. В области прямых ядерных реакций впервые детально исследован вклад закрытых каналов, возникающих при редукции исходной задачи рассеяния трех тел к многоканальной двухчастичной задаче, и показано, что этот вклад увеличивается при уменьшении энергии столкновения. Кроме того, в диссертации разработан новый диагонализационный подход к вычислению матрицы реакции в ядерной среде, который приводит к более экономичным схемам нахождения уравнения состояния. Благодаря обобщению такого подхода на учет двухдырочных корреляций, в работе получен новый метод расчета сверхтекучих щелей в ядерной материи.

Научная и практическая значимость проведенных исследований заключается в развитии общего подхода к решению задач рассеяния в малочастичных системах, обладающего широкой областью применения. Разработанный в диссертации метод пакетной дискретизации континуума имеет ряд преимуществ перед традиционными подходами. Благодаря полученным явным конечномерным представлениям для резольвент гамильтонианов, становится возможным использовать матричные аналоги интегральных уравнений для волновых функций и операторов перехода. При этом в силу усреднения энергетических зависимостей в ядрах уравнений, последние уже не содержат сингулярностей и могут быть решены непосредственно при вещественных энергиях. Потенциалы взаимодействия представляются матрицами в пакетном базисе, поэтому не возникает отличий при рассмотрении нелокальных взаимодействий. В итоге, схема решения близка к алгоритмам, используемым для

решения задач на связанные состояния.

Общий подход, разработанный в диссертации, может быть использован для решения задач не только в ядерной, но и в атомной физике, а также в физике твердого тела. При этом полученные спектральные разложения в дискретном представлении для резольвент, а также дискретизованные представления для спектральной плотности могут быть полезны для развития других подходов, использующих L_2 дискретизацию. Помимо базиса стационарных волновых пакетов также могут использоваться другие L_2 базисы, такие как неортогональный гауссов базис [27].

Некоторые элементы пакетной техники уже показали свою эффективность в рамках других подходов. Так, техника кулоновских волновых пакетов была успешно использована в рамках СМССК для описания сечения ионизации в ион-атомных столкновениях при низких энергиях порядка 1 эВ [21], где такая методика позволила выявить новые особенности сечений, которые не были известны ранее.

Кроме того, на основе развитого формализма были выполнены первые параллельные вычисления на графическом процессоре (GPU) для трехнуклонной системы [26]. Также этот формализм послужил основой для вычислений в рамках дибарионной модели нуклон-нуклонного взаимодействия [28, 29], учитывающей дополнительные ненуклонные степени свободы.

Развитый диагонализационный подход для расчетов в ядерной материи допускает прямое обобщение для использования в рамках формализма самосогласованных функций Грина, где он должен привести к более экономичным схемам решения.

Степень достоверности результатов. Часть результатов работы получена на основе аналитических преобразований. Достоверность результатов численных расчетов подтверждается согласием с результатами, полученными на основе других подходов. Также для ряда конкретных примеров получено

хорошее согласие с экспериментальными данными. Большая часть результатов опубликована в авторитетных международных журналах по рассматриваемой тематике.

Личный вклад автора. Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы. Вклад автора в работы по теме диссертации, выполненные с соавторами, заключался в разработке методов, постановке решаемых задач, анализе получившихся результатов. Кроме того, большая часть практических вычислений, результаты которых приводятся в работе, выполнена автором самостоятельно. Исключение составляют коллективные расчеты в трехнуклонной системе, но и здесь автор принимала активное участие в разработке численной схемы решения.

Апробация работы. Материалы диссертации неоднократно докладывались и обсуждались на научных семинарах НИИЯФ МГУ и ЛТФ ОИЯИ, на международных конференциях по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра в 2008, 2010, 2012 и 2020 годах, на международных конференциях по проблемам в малочастичных системах в 2009, 2015 и 2018 годах, а также на европейских конференциях по малочастичным системам в 2002, 2016 и 2019 годах.

Публикации. Соискатель имеет 35 опубликованных работ, в том числе по теме диссертации 26 работ (список приведен в заключительной части автореферата), опубликованных в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности. 9 из этих работ опубликованы в журналах, входящих в top-25 по классификации Web of Science.

Положения, выносимые на защиту:

1. Матрица резольвенты гамильтониана канала имеет диагональный вид в собственном пакетном базисе этого гамильтониана. Собственные зна-

чения такой матрицы находятся в явном виде и зависят только от параметров дискретизации спектра.

2. Наблюдаемые в задачах рассеяния двух и трех тел находятся из решений конечномерных аналогов интегральных уравнений теории рассеяния в соответствующих пакетных базисах.
3. Элементы S -матрицы в многоканальных задачах рассеяния при многих энергиях вычисляются без решения уравнений на основе однократной диагонализации матрицы полного гамильтониана системы в многоканальном пакетном базисе невозмущенного гамильтониана.
4. Вклады закрытых каналов при многоканальной редукции задач рассеяния составных частиц на ядрах важны при низких энергиях столкновения. Нефизические энергетические особенности, вызванные многоканальной редукцией, не проявляются в сечениях, если взаимодействия фрагментов частицы с ядром задаются комплексными оптическими потенциалами. Эффективные нелокальные потенциалы взаимодействия составных частиц вычисляются явно на основе пакетной техники.
5. Матрица реакции в ядерной среде при многих энергиях и относительных импульсах нуклонов вычисляется на основе однократной диагонализации матрицы эффективного двухчастичного гамильтониана, определенного в Паули-разрешенном двухчастичном подпространстве.
6. Импульсные зависимости сверхтекучих щелей в ядерной среде находятся из собственных функций эффективного гамильтониана, полученного для случая учета двухчастичных и двухдырочных корреляций.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из Введения, 7 глав, заключения, библиографии и приложений А, Б и В. Общий объем диссертации 239 страниц, включено 65 рисунков. Библиография включает 220 наименований на 19 страницах.

Содержание работы

Во Введении обосновывается актуальность диссертационной работы, формулируется цель исследования, аргументируется научная новизна и практическая значимость исследований. Также здесь представлены выносимые на защиту научные положения, и дается краткое описание структуры диссертации.

В первой главе обсуждаются вопросы и проблемы, связанные с описанием процессов в непрерывном спектре в терминах нормируемых состояний и дискретизации континуума. В основу такого рассмотрения положен формализм собственных дифференциалов [30, 31], предложенный в начале XX века учениками Давида Гильберта при развитии теории сингулярных дифференциальных уравнений. Состояния такого типа использовались долгое время в квантовой механике для корректной трактовки ненормируемых состояний континуума в рамках стандартной теории эрмитовых операторов в гильбертовом пространстве. Собственные дифференциалы представляют собой интегралы от точных функций непрерывного спектра по некоторому интервалу дискретизации. Такого интегрирования достаточно для того, чтобы функции стали нормированными. Таким образом, в качестве полной системы функций для некоторого гамильтониана с непрерывным спектром можно рассматривать его связанные состояния и собственные дифференциалы [30, 31].

Другой способ L_2 дискретизации континуума связан с использованием некоторого полного базиса квадратично-интегрируемых функций для представления операторов и волновых функций системы. При конечной размерности базиса поиск коэффициентов разложения волновой функции системы по этому базису сводится к решению задачи на собственные значения матрицы гамильтониана, т.е. к диагонализации этой матрицы. Получающиеся в результате такой диагонализации нормированные собственные состояния, от-

носящиеся к области непрерывного спектра, называют *псевдосостояниями*. Основной вопрос, который решается в разных методах L_2 типа, состоит в том, как из таких псевдосостояний и соответствующих дискретных энергий получить наблюдаемые в задаче рассеяния для рассматриваемого гамильтониана.

Далее в первой главе приводится краткий обзор методов L_2 типа. Метод R -матрицы [9], учитывает явно оператор граничного условия, а также “сшивку” волновых функций на границе внутренней и асимптотической областей. В задаче рассеяния нескольких тел такой подход используется при редукции к системе связанных каналов для решения получившейся многоканальной задачи.

Метод J -матрицы [13–15] использует базисы, в которых матрица невозмущенного гамильтониана (свободного или кулоновского) является трехдиагональной. В дифференциальной форме этот подход представляет аналог R -матричного, только сформулированный в терминах выбранного базиса. Так, сшивка решений в J -матричном подходе проводится по номерам базисных функций. Активно используется также интегральная версия подхода [15], которая обобщена на трехчастичную задачу с короткодействующим и кулоновским парными взаимодействиями [16].

Еще один метод, использующий при решении нормированные состояния, — метод интегральных преобразований (МИП) [12]. Он основан на полных спектральных разложениях в матричных элементах операторов (например, в функции отклика, используемой для описания электромагнитных процессов). При этом МИП позволяет найти интегральное преобразование функции отклика $L(\sigma)$, представляя ее в виде нормы волновой функции, являющейся решением уравнения Шредингера с дополнительной функцией источника при комплексной энергии. Решение такого уравнения единственно и имеет конечную норму. В итоге, для нахождения исходной функции отклика

необходимо вычислить обратное интегральное преобразование. По сути, аккуратное вычисление такого обратного преобразования и составляет основную сложность подхода. МИП используется в основном для описания электромагнитных реакций, таких как фото- и электрорасщепление ядер, фотопоглощение, также он может быть использован для описания астрофизических реакций с участием нейтрино [12].

Итак, методы L_2 типа используют свойства конкретных базисов или преобразований для нахождения наблюдаемых. В основе метода пакетной дискретизации континуума, развиваемого в данной диссертации, лежит идея о том, что псевдосостояния являются аппроксимациями для собственных дифференциалов в случае, если дискретизованные спектры гамильтониана в этих двух представлениях совпадают. При этом явная связь между собственными дифференциалами (которые называются далее стационарными волновыми пакетами) и точными функциями непрерывного спектра позволяет строить конечномерные аппроксимации для основных операторов и использовать интегральную версию теории рассеяния.

Вторая глава посвящена развитию формализма стационарных волновых пакетов для решения двухчастичных многоканальных задач рассеяния. В основе этого формализма лежит идея дискретизации непрерывного спектра гамильтониана системы путем его разбиения на непересекающиеся интервалы $\{\mathfrak{D}_i = [\mathcal{E}_{i-1}, \mathcal{E}_i]\}_{i=1}^N$. На каждом таком интервале из точных функций непрерывного спектра гамильтониана h строится стационарный волновой пакет как интеграл от функций $|\psi_q\rangle$ непрерывного спектра этого гамильтониана по соответствующему интервалу:

$$|z_i\rangle = \frac{1}{\sqrt{B_i}} \int_{\mathfrak{D}_i} dq w(q) |\psi_q\rangle, \quad i = 1, \dots, N, \quad (1)$$

где E — энергии, а $q = \sqrt{2\mu E}$ — импульсы состояний (здесь μ -приведенная масса, и выбраны единицы, в которых $\hbar = 1$).

Набор состояний (1) вместе с возможными связанными состояниями гамильтониана h образует ортонормированный базис, а соответствующее подпространство является собственным пакетным подпространством для h . В таком подпространстве явный диагональный вид будет иметь проекция любого оператора, функционально зависящего от h , в частности, резольвенты гамильтониана $g(E) = [E + i0 - h]^{-1}$.

Пакетные состояния можно определить для разных гамильтонианов: свободные волновые пакеты (СВП) строятся из собственных функций оператора кинетической энергии (свободного гамильтониана), кулоновские (КВП) — из регулярных кулоновских функций¹. Также можно определить взаимодействующие волновые пакеты (ВВП) для полного гамильтониана системы, которые, как раз, задаются формулой (1). В каждом случае матрица резольвенты гамильтониана в собственном пакетном подпространстве диагональна, а соответствующие собственные значения зависят только от параметров разбиения спектра (т.е. от сетки дискретизации).

Например, базис СВП $\{|x_i\rangle\}_{i=1}^N$ строится из собственных функций $|\psi_{0q}^L\rangle$ оператора кинетической энергии для определенного значения орбитального момента L и импульса q . В координатном представлении СВП имеют следующий вид в асимптотической области (для $w(q) = 1$ в уравнении (1)):

$$x_i^L(r) \approx \sqrt{d_i} \psi_{0q_i^*}^L(r) \frac{\sin(d_i r/2)}{d_i r/2}, \quad d_i = q_i - q_{i-1}, \quad (2)$$

где d_i — ширины импульсных интервалов, а q_i^* — их средние точки. Таким образом, по сравнению с точными функциями непрерывного спектра эти функции имеют дополнительный убывающий множитель, скорость затухания ко-

¹ В диссертации рассматривается только случай кулоновского отталкивания заряженных частиц.

торого определяется импульсной шириной интервала d_i . В импульсном представлении функции $x_i^L(q')$ представляют собой ступенчатые функции, которые отличны от нуля только на интервале $\mathfrak{D}_i$, которому принадлежит импульс q .

Формализм свободных волновых пакетов приводит к решению задачи рассеяния на основе матричного аналога интегрального уравнения Липпмана-Швингера для волновой функции системы или для оператора перехода $t(E)$. Такой алгоритм состоит из следующих шагов: (i) все волновые функции непрерывного спектра представляются в виде разложений по пакетному базису; (ii) соответствующие операторы заменяются на их конечномерные представления в пакетном подпространстве; (iii) ядра операторов, имеющие энергетические или импульсные зависимости дополнительно усредняются по бидам дискретизации.

В результате интегральное уравнение для оператора перехода $t(E)$: $t(E) = v + v g_0(E) t(E)$, принимает следующий вид:

$$\mathfrak{t}^{(k)} = \mathfrak{v} + \mathfrak{v} \mathfrak{g}_0^{(k)} \mathfrak{t}^{(k)}, \quad E \in \mathfrak{D}_k, \quad (3)$$

где все операторы представлены своими проекциями в базис СВП (они обозначены готическими буквами), и вместо зависимости от энергии у операторов появился верхний индекс k , как следствие усреднения. Таким образом, пакетный аналог немассового элемента t -матрицы имеет энергетическую и импульсные зависимости в виде гистограмм. Парциальные фазовые сдвиги $\delta_L(E)$ можно получить непосредственно из элемента t -матрицы на массовой поверхности: $-\frac{e^{i\delta_L(E)} \sin \delta_L(E)}{\pi} = \frac{t_{kk}^{(k)}}{D_k}$, $E \in \mathfrak{D}_k$, где D_k — ширина энергетического интервала. Следует отметить, что получающиеся из пакетной техники элементы S -матрицы точно удовлетворяют условию унитарности.

Весь формализм остается неизменным и в случае многоканальной за-

дачи рассеяния. Здесь строится многоканальный базис свободных волновых пакетов для полного свободного гамильтониана. Многоканальная t -матрица находится из матричного уравнения, аналогичного (3).

Важным случаем является рассеяние заряженных частиц. В пакетной технике удобно использовать известный двухпотенциальный формализм. При этом вводится базис кулоновских волновых пакетов, в котором явный вид имеет резольвента $g_C(E)$ кулоновского гамильтониана h_C . Далее в представлении КВП решается уравнение для дополнительной (кулоновско-ядерной) t -матрицы, которое имеет такой же вид, что и уравнение (3), только свободная резольвента заменяется на кулоновскую, а $\mathbf{v}$ отвечает короткодействующей части взаимодействия. Следует отметить, что формализм КВП позволяет решать такую задачу точно без приближения экранировки для кулоновского потенциала, часто используемого при решении задачи в импульсном представлении.

Таким образом, во второй главе дается исчерпывающее описание пакетного формализма для решения двухчастичных многоканальных задач рассеяния. Также здесь рассматриваются иллюстративные примеры с актуальными для ядерно-физических приложений задачами: рассеяние нуклонов на ядрах с нелокальным оптическим потенциалом Перей–Бака, рассеяние двух альфа-частиц с учетом кулоновского отталкивания. Кроме того, здесь приводятся результаты расчетов для потенциала дибарионной модели, учитывающего влияние ненуклонных степеней свободы при упругом рассеянии нуклонов [A2].

На Рис. 1 приводятся парциальный фазовый сдвиг для канала 3S_1 , а также угол смешивания для связанных каналов 3S_1 – 3D_1 , полученные на основе пакетной техники для такой модели. Эти результаты сравниваются с данными парциально-волнового анализа группы SAID [32]. Видно, что такая модель позволяет описать фазовые сдвиги в очень широком диапазоне энергий.

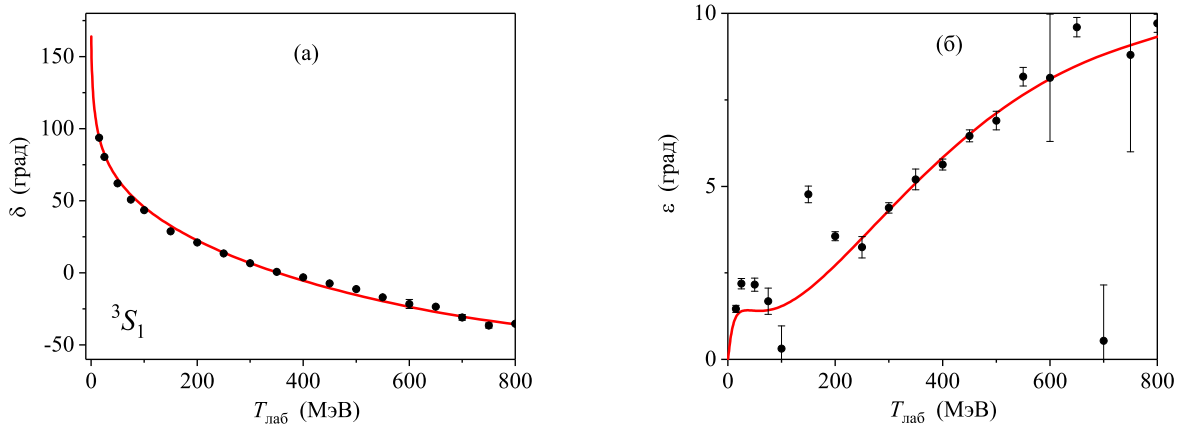


Рис. 1. Парциальный фазовый сдвиг для канала 3S_1 (а), а также угол смешивания для связанных NN каналов 3S_1 – 3D_1 (б) для дибарионной модели NN взаимодействия, найденные в пакетной технике, в сравнении с данными парциально-волнового анализа группы SAID [32] (точки).

Эти расчеты для обновленной версии дибарионного потенциала проводились впервые [A2]. Результаты второй главы опубликованы в работах [A15-A24].

В третьей главе описывается формализм дискретных спектральных сдвигов (ДСС), разработанный автором диссертации, для вычисления многоканальной S -матрицы из дискретизованных спектров невозмущенного и полного гамильтонианов, h_0 и $h = h_0 + v$ соответственно, где v — короткодействующее взаимодействие.

В основе этого метода лежит формализм функции спектрального сдвига (ФСС) [33, 34]. Такая функция $\xi(E)$ определяет спектральное разложение для следа оператора, равного разности одной и той же функции от полного и свободного гамильтонианов [33]. Удивительное свойство ФСС состоит в том, что для двухчастичных гамильтонианов с невырожденным спектром она с точностью до постоянного множителя равна фазе рассеяния при энергиях в области непрерывного спектра. В области дискретного спектра $\xi(E)$ является ступенчатой функцией, которая меняется на единицу при энергии каждого связанного состояния. Можно также показать, что с точностью до знака ФСС

является интегралом от плотности состояний континуума (ПСК).

Применение формализма ФСС для решения задач рассеяния в случае L_2 дискретизации континуума опирается на определение *квазинепрерывного спектра*, предложенное И.М. Лифшицем в ранних работах по этой теме [36]. Основное свойство квазинепрерывности состоит в том, что энергии $E_j^{0(\alpha)}$ дискретизованного спектра невозмущенного гамильтониана h_0 зависят от малого параметра α и определяются общей непрерывной функцией индекса j , т.е. $E_j^{0(\alpha)} \approx \lambda(j\alpha)$. Тогда сдвиги энергии для дискретизованного спектра полного гамильтониана h , вызванные добавлением взаимодействия v , пропорциональны (с точностью до малых от α) ФСС $\xi(E)$ (отсюда, по всей видимости, и происходит ее название). Таким образом, получается следующее приближенное выражение для функции спектрального сдвига (а значит, и фазы рассеяния) через разность энергий дискретизованных спектров полного и свободного гамильтонианов:

$$\xi(E_j^{(\alpha)}) = -\frac{\delta(E_j^{(\alpha)})}{\pi} \approx \frac{E_j^{(\alpha)} - E_j^{0(\alpha)}}{D_j^{(\alpha)}}, \quad (4)$$

где $E_j^{(\alpha)}$ и $E_j^{0(\alpha)}$ — собственные значения полного и невозмущенного гамильтонианов, а $D_j^{(\alpha)}$ — шаг дискретизации для свободного квазинепрерывного спектра. При $\alpha \rightarrow \infty$ спектры гамильтонианов стремятся к непрерывным, а выражение для фазового сдвига (4) стремится к точному для исходных гамильтонианов с непрерывным спектром.

В качестве гамильтонианов с квазинепрерывным спектром можно рассматривать проекции исходных операторов h_0 и h в L_2 базисы, такие как базис гармонического осциллятора, неортогональный гауссов базис, а также базис стационарных волновых пакетов [A12].

Наиболее важным результатом третьей главы является обобщение формализма ФСС на многоканальный случай. Здесь впервые показано, что, если дискретизованный спектр многоканального невозмущенного гамильтониана

$\mathbf{h}_0$ вырожден, то собственные фазовые сдвиги могут быть найдены отдельно для каждой ветви спектра через сдвиги энергий дискретизованного спектра, вызванные добавлением многоканального взаимодействия. При этом для собственных фаз получаются формулы, аналогичные (4). Для такого обобщения используется формализм представления собственных каналов [37], в которых многоканальная S -матрица диагональна.

Также в третьей главе впервые предложена трактовка многоканальных псевдосостояний полного гамильтониана $\mathbf{h}$. Показано, что их следует рассматривать как аппроксимации для стационарных волновых пакетов, которые строятся из функций непрерывного спектра $\mathbf{h}$, определенных в представлении собственных каналов. Кроме того, показано, что углы смешивания также могут быть найдены из коэффициентов разложения функций полного гамильтониана по многоканальным СВП.

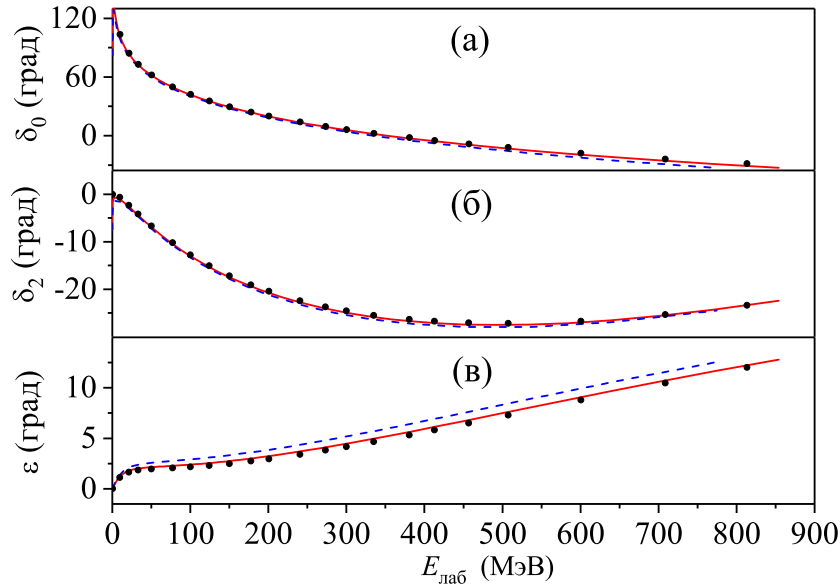


Рис. 2. Парциальные фазовые сдвиги $\delta_0 = \delta(^3S_1)$ (а), $\delta_2 = \delta(^3D_1)$ (б) и угол смешивания ϵ_1 (в) для Московского NN потенциала [38], найденные на основе метода ДСС в пакетном базисе размерности (в каждом канале): $N = 50$ (штриховая кривая) и $N = 100$ (сплошная кривая). Кружки соответствуют фазам, полученным на основе решения двухканального уравнения Липпмана–Швингера при каждой энергии.

Таким образом, предложенный формализм дискретных спектральных

сдвигов позволяет получить полную информацию о многоканальной S -матрице в широком диапазоне энергий на основе однократной диагонализации матрицы полного гамильтониана в базисе многоканальных волновых пакетов невозмущенного гамильтониана. На Рис. 2 приводятся парциальные фазовые сдвиги и угол смешивания для связанных NN каналов 3S_1 - 3D_1 , наденные для всего диапазона рассматриваемых энергий из однократной диагонализации матрицы полного гамильтониана. Здесь используется Московский потенциал NN взаимодействия [38]. Результаты третьей главы опубликованы в работах [A7,A12,A14].

Четвертая глава посвящена обобщению формализма волновых пакетов для решения задачи трех тел. В общем случае пакетные базисы здесь следует определять для всех трех наборов координат Якоби. Для каждого такого набора a , отвечающего разбиению $\{bc\}a$, строится сначала базис для свободного гамильтониана $H_0 = h_{0a} + h_0^a$, где h_{0a} — оператор кинетической энергии в подсистеме $\{bc\}$, действующий по переменной относительного движения частиц b и c ; и h_0^a — оператор кинетической энергии третьей частицы a . Функции трехчастичного пакетного базиса являются произведениями свободных волновых пакетов $|x_i\rangle$ и $|\bar{x}_j\rangle$ для каждого из этих двухчастичных гамильтонианов с учетом соответствующих спин-угловых частей функций:

$$|X_{ij}^{\Gamma\alpha\beta}\rangle_a = |x_i^\alpha, \bar{x}_j^\beta; \alpha, \beta, \Gamma\rangle_a, \quad i = 1, \dots, N, \quad j = 1, \dots, \bar{N}, \quad (5)$$

где $|\alpha\rangle$ — спин-угловая часть волновой функции в подсистеме $\{bc\}$, $|\beta\rangle$ — спин-угловая часть волновой функции гамильтониана h_0^a , а $|\Gamma\rangle$ — набор трехчастичных квантовых чисел. Поскольку базисные функции являются произведением ступенчатых функций по двухчастичным импульсам p_a и q_a , решение трехчастичной задачи рассеяния в таком базисе отвечает формулировке задачи рассеяния на двумерной импульсной решетке. Поэтому трехчастичный

свободный базис называется *решеточным*.

В таком базисе аналитический диагональный вид имеет матрица резольвенты трехчастичного свободного гамильтониана $G_0(E) = [E + i0 - H_0]^{-1}$, соответствующие явные формулы приводятся в диссертации.

Еще один объект, который необходим для решения трехчастичной задачи — это оператор перестановок. В пакетном представлении матрица такого оператора сводится к матрице перекрывания базисных функций, определенных для разных наборов переменных Якоби, например a и b :

${}_a\langle X_{ij}^{\Gamma\alpha\beta} | P_{ab} | X_{i'j'}^{\Gamma\alpha'\beta'} \rangle_a = {}_a\langle X_{ij}^{\Gamma\alpha\beta} | X_{i'j'}^{\Gamma\alpha'\beta'} \rangle_b$, где внешние индексы указывают на принадлежность базисной функции определенному набору. При вычислении таких матричных элементов ядро оператора P_{ab} в импульсном представлении интегрируется по ячейкам импульсных решеток для базисов каналов a и b . За счет такого интегрирования импульсные особенности этого ядра сглаживаются. Явные формулы для оператора перестановок для системы трех тождественных частиц приводятся в Приложении В.

Развитая пакетная техника позволяет также ввести трехчастичный базис для каждого гамильтониана канала $H_a = h_a + h_0^a$, определяющего асимптотические состояния в трехчастичной системе. Здесь $h_a = h_{0a} + v_a$ — гамильтониан двухчастичной подсистемы $\{bc\}$, учитывающий взаимодействие частиц. Пакетный базис для канального гамильтониана H_a снова строится из произведения двухчастичных базисных функций, аналогично (5): $|Z_{kj}^{\Gamma\alpha\beta}\rangle \equiv |z_k^\alpha, \bar{x}_j^\beta; \alpha, \beta, \Gamma\rangle$, где полный набор состояний $|z_k^\alpha\rangle$ включает взаимодействующие волновые пакеты для гамильтониана h_a , а также функции связанных состояний, если они есть. Наиболее важное свойство такого базиса состоит в том, что матрица резольвенты канального гамильтониана $G_a(E) = [E + i0 - H_a]^{-1}$ имеет явный диагональный вид в таком базисе (формулы для соответствующих собственных значений приводятся в диссертации).

Отдельно в этой главе рассматривается случай, когда гамильтониан двух-

частичной подсистемы h_a является многоканальным. Здесь используется формализм волновых пакетов в представлении собственных каналов, развитый в предыдущей главе. Таким образом, при решении трехчастичных задач рассеяния наиболее полно используется пакетная техника, развитая в главах 2 и 3, для решения многоканальных задач. Последующие три главы посвящены конкретным приложениям развитого подхода. Результаты этой главы опубликованы в работах [A6, A13].

В пятой главе рассматривается трехнуклонная система. Прецизионное решение задач в малонуклонных системах является важным тестом для современных моделей нуклон-нуклонного взаимодействия. При этом, несмотря на прекрасное описание многих экспериментальных данных на основе реалистических NN и $3N$ взаимодействий, некоторые проблемы (загадки) остаются нерешенными до сих пор. В упругом $3N$ рассеянии это так называемая загадка векторной анализирующей способности A_y [4, 6]. Самая известная проблема в описании Nd развала — это аномалия звездного распада при 13 МэВ [39], когда теоретические сечения развала в реакции pd оказываются завышены, а для реакции nd — занижены. Кроме того, задача pd рассеяния на основе интегральных уравнений для реалистических потенциалов решена только в приближении экранировки кулоновского потенциала [39], которое не вполне обосновано. Эти и другие проблемы требуют аккуратного решения.

Для решения задачи упругого nd рассеяния и развала используется формализм уравнений Фаддеева для трех тождественных частиц. Оператор перехода для вычисления амплитуд упругого nd рассеяния удовлетворяет уравнению Фаддеева в форме Альта–Грассбергера–Сандхаса, в ядро которого входит двухчастичная t -матрица [4]. Таким образом, в интегральном подходе сначала необходимо решить двухчастичную задачу рассеяния, для того чтобы эту t -матрицу получить. Благодаря возможности определения собственного пакетного базиса для канального гамильтониана H_1 и его резольвенты,

в пакетной технике удобнее использовать модифицированное уравнение для оператора перехода U :

$$U(E) = P v_1 + P v_1 G_1(E) U(E). \quad (6)$$

В уравнении (6) $G_1(E)$ — это резольвента гамильтониана канала H_1 , явные формулы для которой получены в предыдущей главе, $P = P_{12}P_{23} + P_{13}P_{23}$ — оператор перестановки для трех тождественных частиц (нуклонов), а v_1 — потенциал NN взаимодействия. Энергетическая зависимость в ядре уравнения (6) есть теперь только у оператора $G_1(E)$. После проектирования в пакетное подпространство гамильтониана канала уравнение (6) становится алгебраическим, где все операторы представляются матрицами в пакетном представлении. Несмотря на заметное упрощение решения, эта задача остается достаточно трудоемкой из-за необходимости учета большого базисного пространства.

Действительно, двухчастичные квантовые числа α и β , от которых зависят базисные функции (5), следующие. В двухнуклонной подсистеме $\alpha = \{l, s, j_{23}\}$, где l — орбитальный момент, s — спин и $\mathbf{j}_{23} = \mathbf{l} + \mathbf{s}$ — полный угловой момент двух нуклонов (потенциал взаимодействия v_1 в общем случае зависит от всех этих квантовых чисел). Квантовые числа третьего нуклона: $\beta = \{\lambda, I\}$, где λ — орбитальный момент и $\mathbf{I} = \boldsymbol{\lambda} + \boldsymbol{\sigma}$ полный момент третьего нуклона (где $\sigma = \frac{1}{2}$ — его спин). Эти двухчастичные квантовые числа складываются в трехчастичные квантовые числа, которые сохраняются: полный угловой момент $\mathbf{J} = \mathbf{j}_{23} + \mathbf{I}$, полный изоспин T , а также четность π . В результате полная размерность базиса определяется произведением размерностей сеток дискретизации N и $\bar{N}$ по энергиям двухчастичных подсистем, умноженным на полное число спин-угловых каналов (в рассматриваемом ниже примере это число достигало 54).

Наиболее трудоемкой частью решения является вычисление элементов матрицы перекрывания P . Однако ее заполнение можно оптимизировать, представив эту матрицу в виде произведения разреженной матрицы на блочные. В результате полный расчет для реалистических NN потенциалов проводится на персональном компьютере. Детали численной процедуры, а также сами программы расчета, разработаны В.Н. Померанцевым (см. работу [26]).

На Рис. 3 приводятся дифференциальное сечение упругого nd рассеяния и векторная анализирующая способность нейтрона при $E_n = 35$ МэВ, полученные в рамках пакетного подхода для Наймегенского NN потенциала [40]. Видно хорошее согласие полученных сечений с экспериментальными данными. Также было получено согласие наблюдаемых, полученных в пакетной технике для различных энергий, с результатами расчетов группы В. Глекле [4].

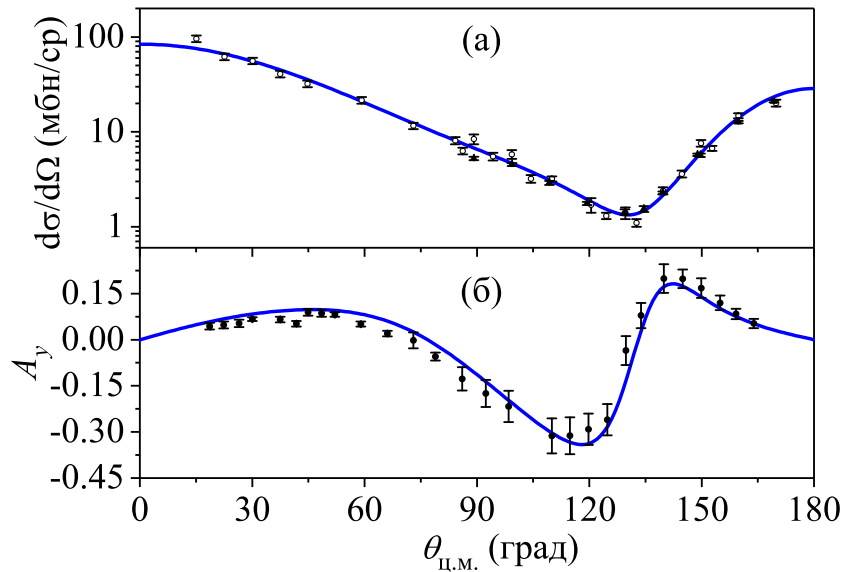


Рис. 3. Дифференциальное сечение упругого nd рассеяния (а) и векторная анализирующая способность нейтрона A_y (б), полученные на основе пакетной техники при энергии падающих нейтронов $E_n = 35$ МэВ (сплошная кривая). Экспериментальные данные для pd и nd рассеяния (точки) взяты из работ [41].

Представленная техника также обобщается для описания nd развала.

При этом амплитуды развала могут быть найдены из недиагональных элементов матрицы того же оператора перехода (6) в собственном пакетном базисе канального гамильтониана. Такой способ расчета отличается от используемого в традиционных интегральных подходах. По сути, он близок к вычислению амплитуд развала в конфигурационном пространстве [42], когда каналы развала и упругого рассеяния рассматриваются как ортогональные друг другу.

В диссертации приводится сравнение гиперсферических амплитуд развала с результатами тестовых расчетов на основе других методов. Получено хорошее согласие результатов за исключением области очень малых относительных импульсов двух вылетающих нуклонов для квартетной амплитуды развала, где есть расхождения, требующие более подробного рассмотрения этой области. Следует отметить, что проблемы с аккуратным описанием амплитуд в этой области возникают и в других подходах. В качестве иллюстрации в работе также построены сечения вылета двух нейтронов в двух конфигурациях, которые хорошо согласуются с результатами других подходов.

Шестая глава посвящена развитию пакетной техники для описания прямых ядерных реакций. В частности, здесь рассматривается задача рассеяния составной частицы на ядре с учетом возможного развала этой частицы. Задачи рассеяния для прямых ядерных реакций имеют свои особенности. Прежде всего, потенциалы взаимодействия фрагментов составной частицы с ядром-мишенью — это, как правило, комплексные оптические потенциалы, мнимые части которых учитывают эффективно многочастичную структуру ядра. Также здесь почти всегда присутствует кулоновское взаимодействие между частицами, участвующими в реакции. Эти особенности затрудняют использование подходов фаддеевского типа для решения таких задач. Следует отметить, что такой детальный подход на основе уравнений Альта–Грасс-

бергера–Сандхаса существует [43], однако он включает некоторые дополнительные приближения.

Наиболее распространенный здесь путь решения состоит в редукции исходной задачи нескольких тел к системе связанных каналов (ССК). Полный гамильтониан системы можно записать в следующем виде:

$$H = h_{\text{int}} + h_C + V_{\text{ext}} = H_{\text{ch}} + V_{\text{ext}}, \quad (7)$$

где h_{int} — гамильтониан, учитывающий взаимодействие между фрагментами частицы снаряда, h_C — кулоновский гамильтониан, действующий по переменной центра масс частицы-снаряда относительно ядра-мишени, а V_{ext} — так называемое внешнее взаимодействие, которое включает потенциалы взаимодействия фрагментов налетающей частицы с ядром, а также части кулоновского взаимодействия, не учтенные в гамильтонианах h_{int} и h_C . Гамильтониан H_{ch} определяет асимптотические состояния в системе при упругом рассеянии и играет здесь роль канального гамильтониана. В силу того, что взаимодействия между фрагментами частицы-снаряда и ядром комплексные, каналами перестройки в таком рассмотрении пренебрегают, а состояния развала рассматриваются как состояния того же гамильтониана H_{ch} .

Подход, дающий наиболее полное решение в рамках ССК — это метод связанных каналов дискретизованного континуума (CDCC) [17–19, 44], основанный на дискретизации непрерывного спектра гамильтониана. При редукции к ССК полная волновая функция системы раскладывается по конечному набору собственных состояний $|z_i\rangle$ (с энергиями ϵ_i) внутреннего гамильтониана h_{int} : $|\Psi(E)\rangle = \sum_{i=1}^N |z_i, \chi_i\rangle$. После подстановки такого разложения в уравнение Шредингера с гамильтонианом (7) получается система связанных двухчастичных уравнений для функций $|\chi_i\rangle$, отвечающих двухчастичным энергиям $E - \epsilon_i$. Каналы, для которых эти энергии отрицательны, на-

зывают *закрытыми*, поскольку прямые переходы в них невозможны. Тем не менее, соответствующие вклады в полную волновую функцию от таких закрытых каналов не равны нулю. Следует отметить, что подходы такого типа, как правило, формулируются в конфигурационном пространстве, где прямой учет закрытых каналов может приводить к численным неустойчивостям в решении, поэтому этот вклад часто опускают.

В пакетном подходе решение задачи рассеяния с гамильтонианом (7) может быть найдено из интегрального уравнения Липпмана–Швингера для оператора перехода:

$$T(E) = V_{\text{ext}} + V_{\text{ext}} G_{\text{ch}}(E) T(E), \quad (8)$$

где $G_{\text{ch}}(E) = [E + i0 - H_{\text{ch}}]^{-1}$ — резольвента канального гамильтониана. В таком интегральном подходе не возникает сложностей с учетом закрытых каналов, соответствующие компоненты “автоматически” включены в спектральное разложение для $G_{\text{ch}}(E)$. Пакетный базис для гамильтониана канала строится из произведений базисных функций для гамильтонианов h_{int} (взаимодействующие волновые пакеты или псевдосостояния $|z_i\rangle$) и h_C (кулоновские волновые пакеты $|x_j^C\rangle$): $|Z_{ij}\rangle = |z_i, x_j^C\rangle$. Здесь также необходимо учесть соответствующие угловые части, которые для упрощения записей опущены. После проектирования в пакетный базис получается чисто матричный аналог уравнения (8) для оператора перехода, в котором все операторы заменяются матрицами в пакетном базисе. При этом такая схема дает более полное решение рассматриваемой задачи, чем приближение ССК, поскольку здесь неявно учитываются трехчастичные граничные условия (для двухфрагментной частицы-снаряда). Вместе с тем, используя приближения в спектральном разложении для канальной резольвенты G_{ch} , из того же уравнения можно получить решения, соответствующие различным вариантам редукции к ССК.

Так, решение (8), полученное на основе так называемого Pseudostate-Continuum (PC) приближения для резольвенты G_{ch} , при котором спектр гамильтониана h_{int} считается чисто дискретным, прямо соответствует редукции к ССК. Кроме того, при ограничении базиса внутреннего гамильтониана состояниями с энергиями ϵ_i , меньшими полной энергии в системе центра масс, получается приближение, не учитывающее вклад закрытых каналов.

Такая гибкость в выборе приближений позволила оценить применимость редукции к ССК для описания упругого рассеяния дейтронов на ядрах. Показано, что в случае вещественных потенциалов взаимодействия нуклонов с ядром (определяющих внешнее взаимодействие), энергетические зависимости парциальных фазовых сдвигов, а также сечений рассеяния имеют нефизические особенности вблизи порогов псевдо-каналов, в то время как результаты полного трехчастичного расчета таких особенностей не имеют. Вместе с тем, при использовании реалистических оптических потенциалов взаимодействия нуклонов с ядрами такие нефизические особенности полностью сглаживаются за счет влияния мнимых частей во внешнем взаимодействии. В этом случае результаты полного расчета и приближенного практически совпадают. Таким образом, пакетная техника впервые позволила обосновать применимость редукции к ССК для описания рассеяния составных частиц на ядрах, в случае использования комплексных оптических потенциалов [A11].

Также в диссертации приводятся результаты сравнительных расчетов МПДК и подхода CDCC для упругого рассеяния дейтронов на ядре ^{58}Ni при различных энергиях столкновения [A17]. Получено отличное согласие результатов обоих подходов. При этом показано, что при использовании различных базисов для гамильтониана h_{int} , полученные сечения зависят только от максимальной энергии учитываемых состояний, а не от деталей дискретизации. Также показано, что вклад от закрытых каналов становится все более заметным при уменьшении энергии столкновения, и при небольших энергиях

пренебрежение этим вкладом ведет к большим отклонениям дифференциального упругого сечения рассеяния при всех углах. Относительно недавно важность вклада закрытых каналов при низких энергиях столкновения была подтверждена другими авторами для реакций типа $A(d, pn)A$ [44].

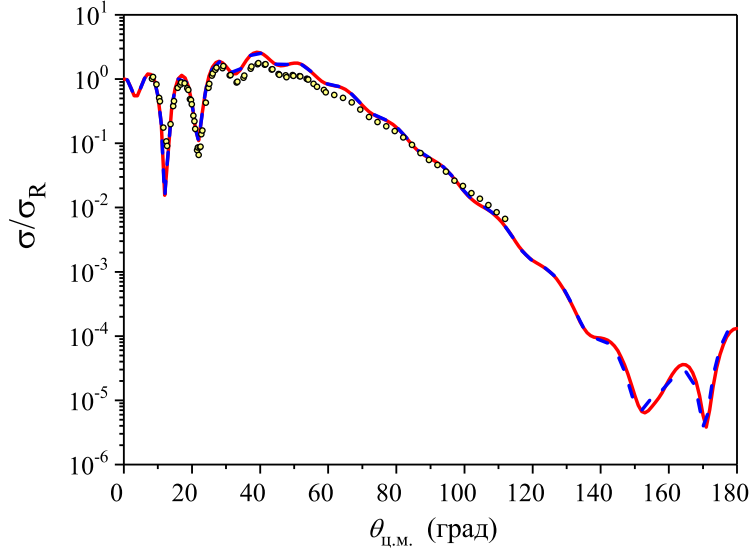


Рис. 4. Сравнение дифференциальных сечений упругого рассеяния дейтронов на ядре ^{58}Ni (построенных в отношении к сечению Резерфорда σ_R), вычисленных на основе метода CDCC (сплошная кривая) и метода пакетной дискретизации (штриховая кривая) при энергии падающих дейтронов $E_d = 80$ МэВ. Точки отвечают экспериментальным данным [45].

На Рис. 4 приводится сравнение дифференциальных сечений упругого рассеяния дейтронов на ядре ^{58}Ni при энергии $E_d = 80$ МэВ, полученных в пакетной технике и в методе CDCC. Результаты этих подходов практически неотличимы для всех углов, также имеется хорошее согласие с экспериментальными данными.

Также в шестой главе показано, что пакетная техника позволяет строить эффективные потенциалы взаимодействия составных частиц на основе проекционного формализма Фешбаха [46]. В работе приводятся результаты расчета такого эффективного потенциала для системы $d + ^{58}\text{Ni}$. Использование эффективного потенциала позволяет существенно уменьшить необходи-

мый для решения задачи упругого рассеяния базис в случае, когда неупругие процессы дают небольшие поправки в полное сечение.

Седьмая глава посвящена применению пакетной техники для описания двухчастичных корреляций в бесконечной ядерной материи. Традиционным формализмом для нерелятивистских вычислений в этой области является интегральный формализм Бракнера–Бете–Голдстоуна [47, 48] для построения матрицы реакции (аналога T -матрицы в свободном пространстве), знание которой, в свою очередь, позволяет находить различные величины, такие как одночастичные потенциалы и уравнение состояния. По сути, для нахождения двух- и трехчастичных корреляций в ядерной среде требуется решение задачи рассеяния частиц, помещенных в нее [49–51], с дополнительными итерациями одночастичных потенциалов. Эти итерации достаточно трудоемки для двухчастичных задач, а трехчастичная задача в среде требует решения уравнений Бете–Фаддеева [52], которые для реалистических потенциалов очень сложны.

Для применения пакетной техники здесь за основу взят формализм, позволяющий строить резольвенту многоканального гамильтониана из однократной диагонализации его матрицы, который описан в главе 4. Матрица реакции удовлетворяет интегральному уравнению Бете–Голдстоуна, имеющему следующий операторный вид:

$$T(E) = V + VQG_0(E)T(E), \quad (9)$$

где V — потенциал взаимодействия нуклонов (такой же, как в свободном пространстве). В отличие от уравнения Липпмана–Швингера в (9) присутствует проектор Паули Q , учитывающий заполненность уровней под поверхностью Ферми, кроме того, в свободный пропагатор $G_0(E)$ входят одночастичные энергии $\epsilon(k_1)$. Несмотря на довольно простой вид уравнения (9), его практическое решение достаточно трудоемко. При записи в переменных относи-

тельного импульса $\mathbf{k}$ и импульса центра масс $\mathbf{K}$ в уравнении (9) появляются дополнительные угловые зависимости, из-за которых полный угловой момент пары нуклонов не сохраняется, а парциально-волновое разложение приводит к большой системе связанных уравнений. Для того, чтобы обойти эту трудность, как правило, используются усредненные по углам матричные элементы проектора Паули Q , а также применяется приближение эффективной массы для одночастичных энергий. Оба этих приближения приводят к сохранению углового момента пары нуклонов и обычному парциально-волновому разложению T -матрицы, такому же, как для двухнуклонной системы в свободном пространстве. Тем не менее, импульс центра масс K в получающихся уравнениях не отделяется, а входит в уравнения как дополнительный внешний параметр.

Пакетная техника позволяет получить удобный формализм для вычисления матрицы реакции. Этот оператор можно определить в виде явного выражения:

$$T(K, E) = V + VQ^{\frac{1}{2}} [E + i0 - H_Q(K)]_Q^{-1} Q^{\frac{1}{2}} V, \quad (10)$$

все операторы во втором слагаемом правой части которого действуют в подпространстве $\mathcal{Q}$ (где одночастичные импульсы превышают импульс Ферми k_F). В (10) введен эффективный гамильтониан: $H_Q(K) = H_{0Q}(K) + Q^{\frac{1}{2}} V Q^{\frac{1}{2}}$, здесь H_{0Q} — свободный гамильтониан в $\mathcal{Q}$ -подпространстве, Q — усредненный проектор Паули, а $Q^{\frac{1}{2}} V Q^{\frac{1}{2}}$ — модифицированный потенциал. В пакетном базисе резольвента этого гамильтониана, $G(K, E) = [E + i0 - H_Q(K)]_Q^{-1}$, входящая в правую часть (10), вычисляется в виде конечномерного разложения по полному набору состояний эффективного гамильтониана, включающему возможные связанные состояния и состояния дискретизованного континуума.

В конечном итоге, пакетная техника позволяет вычислить матрицу реак-

ции T по явной формуле (10) на основе диагонализации матрицы эффективного гамильтониана $H_Q(K)$ в пакетном базисе, определенном в подпространстве $\mathcal{Q}$. Для вычисления полной T -матрицы такую диагонализацию нужно делать для каждой парциально-волновой конфигурации и каждого значения K . Далее получившаяся T -матрица при многих энергиях используется для самосогласованных итераций одночастичного потенциала. На последнем шаге итераций энергия связи на нуклон для рассматриваемой плотности среды вычисляется через интеграл от одночастичного потенциала.

Следует отметить, что такой способ расчета, основанный на диагонализации матрицы эффективного гамильтониана, значительно упрощает процедуру нахождения уравнения состояния (зависимости энергии связи на нуклон от плотности среды), поскольку не требует решения интегрального уравнения для матрицы реакции при каждой энергии E и относительных импульсах, необходимых для вычисления одночастичных потенциалов на каждом шаге итераций. В качестве иллюстрации предложенного подхода на основе пакетной техники было найдено уравнение состояния симметричной ядерной материи для реалистического NN потенциала CD Bonn [53]. Полученные данные совпадают с результатами других подходов.

Также предложенный диагонализационный метод был обобщен на случай учета двухдырочных корреляций, когда в уравнении для T -матрицы в ядерной среде (аналогичном (9)) стоит пропагатор Галицкого–Фейнмана [48]. В этом случае наряду с двухчастичным $\mathcal{Q}$ -подпространством вводится двухдырочное $\mathcal{P}$ -подпространство (в котором одночастичные импульсы меньше импульса Ферми k_F). В этом случае вычисление T -матрицы также можно свести к явному выражению, аналогичному (10) и включающему полный пропагатор $G^{\Pi}(E)$. Этот оператор представляется в виде резольвенты эффективного гамильтониана $\tilde{H}(K)$, имеющего следующий матричный вид в

$\mathcal{P} + \mathcal{Q}$ -подпространстве:

$$\tilde{H}(K) = \begin{pmatrix} H_{0P}(K) - \tilde{V}_{PP}(K) & -\tilde{V}_{PQ}(K) \\ \tilde{V}_{QP}(K) & H_{0Q} + \tilde{V}_{QQ}(K) \end{pmatrix}. \quad (11)$$

где H_{0P} и H_{0Q} — свободные гамильтонианы для двухдырочного и двухчастичного подпространств, а $\tilde{V}(K)$ — эффективное взаимодействие. Эффективный гамильтониан (11) является неэрмитовым, поэтому может иметь комплексные собственные значения. Наличие таких собственных значений свидетельствует о присутствии сверхтекучей фазы.

В работе подробно рассматривается случай нулевого импульса центра масс K , когда в среде при определенной плотности и для определенных парциальных NN каналов может возникнуть сверхтекучая фаза. При этом у эффективного гамильтониана есть пара комплексно сопряженных собственных значений $E_{\mp 1} = E_0 \pm i\Gamma_0$. Величина сверхтекучей щели может быть определена непосредственно из мнимой части комплексного собственного значения, т.е. $\Delta(k_F) = \Gamma_0$. Полученные таким образом щели для разных парциальных NN каналов приводятся на Рис. 5. Как видно, наибольшие сверхтекучие корреля-

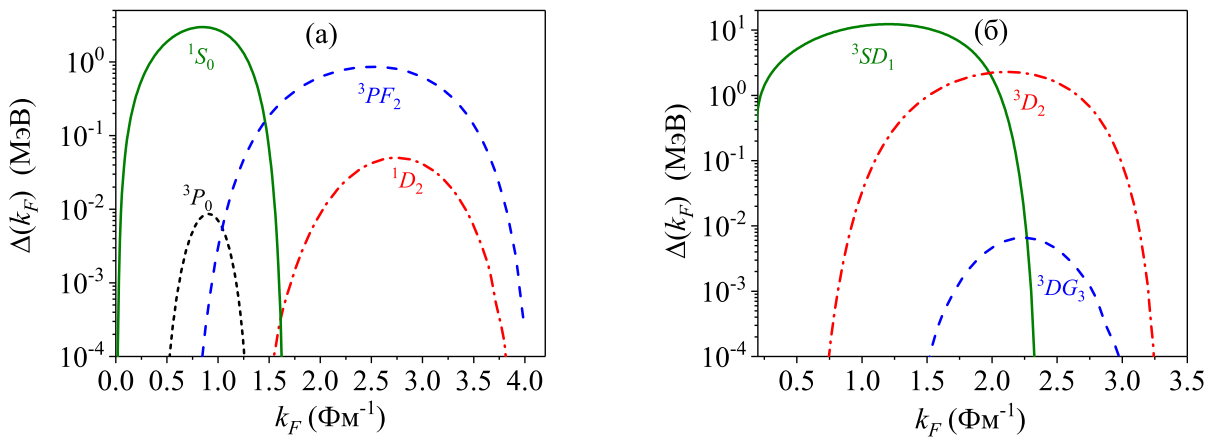


Рис. 5. Щели для nn (а) и np (б) парциальных каналов, найденные из мнимых частей соответствующих собственных значений эффективного гамильтониана для потенциала CD Bonn.

ции проявляются в NN каналах 3SD_1 , 1S_0 и 3PF_2 . В симметричной ядерной материи высокой плотности важную роль играет также канал 3D_2 .

В диссертации предложен также новый способ вычисления импульсных зависимостей щелей $\Delta(k)$ из волновых функций собственных состояний эффективного гамильтониана. Такой подход позволяет существенно упростить нахождение сверхтекучих щелей для связанных NN каналов, для которых их вычисление на основе решения нелинейного уравнения Бардина–Купера–Шриффера (БКШ) затруднено, особенно при малых плотностях среды.

Также в работе показано, что в канале 3SD_1 можно наблюдать фазовый переход в зависимостях энергий связанных состояний эффективного гамильтониана от импульса Ферми k_F (см Рис. 6) при очень низкой плотности, когда слева от критической точки имеются два вещественных связанных состояния (а сверхтекучей фазы еще нет), а справа появляются комплексные собственные энергии и сверхтекучая фаза. Такой фазовый переход в собственных значениях, по всей видимости, отвечает известному кроссоверу между Бозе-конденсатом квази-дейтронов и режимом БКШ [54]. Развита диагонализационная техника открывает новые возможности для изучения проблемы такого кроссовера.

Также в седьмой главе приводится обобщение развитого формализма на случай ненулевого импульса центра масс, и приводятся сверхтекучие щели для трех основных парциальных NN конфигураций. Такой необычный режим сверхтекучести возникает, например, в решениях уравнения для щели вида Ларкина–Овчинникова–Флюде–Феррела (LOFF) при ненулевом K [54, 55], когда волновая функция куперовской пары имеет дополнительному осциллирующий множитель, зависящий от координаты ее центра масс, что приводит к нарушению пространственной симметрии. Похожий эффект возникает в асимметричной ядерной материи, когда большие асимметрии приводят к зависимостям щелей от импульса центра масс.

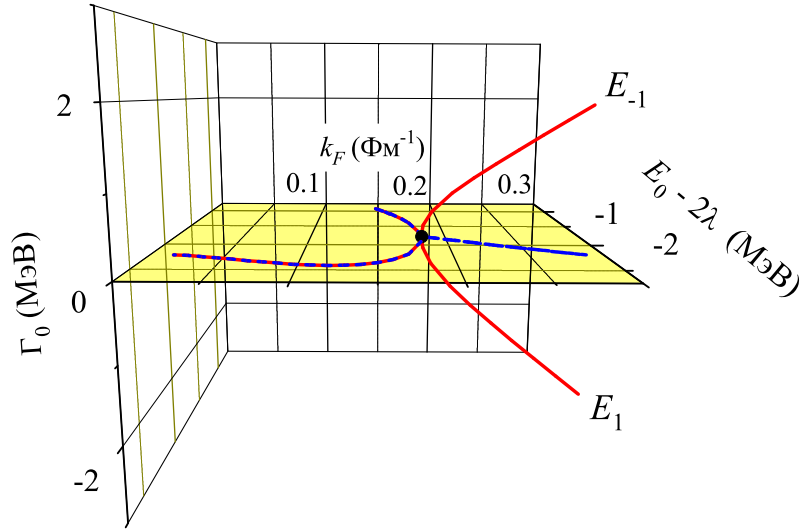


Рис. 6. Зависимости собственных значений E_{-1} и E_1 эффективного гамильтониана для связанных NN каналов 3SD_1 от импульса Ферми k_F (красные сплошные кривые). Ниже критической точки (кружок) есть два состояния с вещественными собственными значениями ($\Gamma_0 = 0$), которые выше этой точки становятся комплексными. Синей штриховой кривой показана проекция этих зависимостей на плоскость $\Gamma_0 = 0$.

В Заключение приводятся основные результаты работы.

1. Развита дискретный подход, позволяющий формулировать и решать задачи рассеяния в терминах нормируемых состояний и дискретизации континуума. В таком подходе наблюдаемые находятся из матричных аналогов интегральных уравнений в базисе стационарных волновых пакетов. Эффективность метода продемонстрирована на примере различных двухчастичных задач, таких как нуклон-ядерное рассеяние с оптическим нелокальным потенциалом взаимодействия, рассеяние легких ядер с учетом кулоновского взаимодействия, нуклон-нуклонное рассеяние с учетом тензорного взаимодействия и ненуклонных степеней свободы.

2. Развита новый метод дискретных спектральных сдвигов, позволяющий находить наблюдаемые в многоканальных задачах рассеяния при многих энергиях одновременно на основе однократной диагонализации матрицы полного гамильтониана системы. Впервые предложена корректная трактовка много-

канальных псевдосостояний.

3. Создан новый формализм квантовой теории рассеяния на импульсной решетке, позволяющий решать общие трехчастичные задачи рассеяния в рамках фаддеевского подхода, т.е. с полным учетом обменных процессов. Метод успешно применен для описания упругого рассеяния и развала в трехнуклонной системе с реалистическими NN потенциалами.

4. Создан новый микроскопический подход к описанию прямых ядерных реакций. Подход успешно применен для описания упругого рассеяния и развала составных двухфрагментных частиц на ядрах. Обоснована применимость многоканальной редукции при решении задач рассеяния с оптическими потенциалами взаимодействия. Показана необходимость учета вклада закрытых каналов при низких энергиях столкновения. На основе проекционного формализма Фешбаха развита техника построения эффективных нелокальных потенциалов взаимодействия между составными частицами.

5. Развита диагонализационная техника к самосогласованному вычислению матрицы реакции (T -матрицы) в ядерной среде в приближении среднего поля в рамках схемы Бракнера-Хартри-Фока. Вычислено уравнение состояния симметричной ядерной материи на основе пакетной техники. Предложена эффективная схема расчета собственной энергии.

6. Диагонализационный подход для вычисления T -матрицы в ядерной среде обобщен на случай учета двухдырочных корреляций. Развита новая техника вычисления сверхтекучих щелей в ядерной среде. Найдены сверхтекучие щели для всех основных парциальных NN каналов, в которых есть притяжение. Вычислены щели в случае ненулевого импульса центра масс куперовских пар.

Для удобства читателей в конце диссертации размещены **Приложения А, Б и В**, в которых приводятся сетки дискретизации, используемые в расчетах, дается описание параметров гауссова базиса, применяемого для части вычислений, а также выводится формула для матричных элементов операторов

ра перекрывания в пакетном базисе для $3N$ системы.

Цитируемая литература

- [1] Л.Д. Фаддеев, ЖЭТФ **39**, 1459 (1960).
- [2] С.П. Меркурьев, Л.Д. Фаддеев, *Квантовая теория рассеяния для систем нескольких частиц* (М. Наука, 1985).
- [3] S.P. Merkuriev, C. Gignoux, A. Laverne, Ann. Phys. (N.Y.) **99**, 30 (1976).
- [4] W. Gloeckle *et al.*, Phys. Rep. **274**, 107 (1996).
- [5] A.Deltuva, A.C. Fonseca, Phys. Rev. Lett. **98**, 162502 (2007).
- [6] M. Viviani *et al.*, Phys. Rev. C **95**, 034003 (2017).
- [7] R. Lazauskas, Phys. Rev. C **97**, 044002 (2018).
- [8] I.C. Percival, Proc. Phys. Soc. **70**, 494 (1957).
- [9] P. Descouvemont, D. Baye, Rep. Prog. Phys. **73**, 036301 (2010).
- [10] E.J. Heller, Phys. Rev. A **12**, 1222 (1975).
- [11] J.R. Winick, W.P. Reinhardt, Phys. Rev. A **18**, 910 (1978), *ibid.* **18**, 925 (1978).
- [12] V.D. Efros *et al.*, J. Phys. G **34**, R459 (2007).
- [13] J.M. Bang *et al.*, Ann. Phys. **280**, 299 (2000).
- [14] H.A. Yamani, M.S. Abdelmonem, J. Phys. A **26**, L1183 (1993).
- [15] P. Doleschall, Z. Papp, Phys. Rev. C **72**, 044003 (2005).
- [16] С.Л. Яковлев, З. Папп, ТМФ **163**, 314 (2010).
- [17] R. Y. Rasoanaivo, G. H. Rawitscher, Phys. Rev. C **39**, 1709 (1989).
- [18] R.A.D. Piyadasa *et al.*, Phys. Rev. C **60**, 044611 (1999).
- [19] I.J. Thompson, *Methods of Direct Reaction Theories*, in *Scattering*, edited by E.R. Pike and P.C. Sabatier (Academic Press , 2001) pp. 1360-1372.
- [20] Z.C. Kuruoglu, Phys. Rev. C **44**, 1354 (1991).

- [21] I.B. Abdurakhmanov, A.S. Kadyrov, I. Bray, Phys. Rev. A **94**, 022703 (2016).
- [22] E.A. Kolganova, A.K. Motovilov, Y.K. Ho, Nucl. Phys. A **684**, 623 (2001).
- [23] R. Lazauskas, J. Carbonell, Phys. Rev. C **84**, 034002 (2011).
- [24] A. Kievsky *et al.*, J. Phys. G **35**, 063101 (2008).
- [25] J. Carbonell *et al.*, Progr. Part. Nucl. Phys. **74**, 55 (2014).
- [26] V.N. Pomerantsev *et al.*, Comp. Phys. Commun. **204**, 121 (2016).
- [27] D.A. Sailaubek *et al.*, Eur. Phys. J A **54**, 126 (2018).
- [28] V.I. Kukulin *et al.*, Phys. Lett. B **801**, 135146 (2020).
- [29] O.A. Rubtsova, V.I. Kukulin, M.N. Platonova, Phys. Rev. D **102**, 114040 (2020).
- [30] Е. Вигнер, *Теория групп* (пер. с англ., ИИЛ, Москва, 1961).
- [31] W. Greiner, *Quantum Mechanics: An introduction* (Fourth Edt., Springer, 2001).
- [32] R.L. Workman, W.J. Briscoe, I.I. Strakovsky, Phys. Rev. C **94**, 065203 (2016); URL: <http://gwdac.phys.gwu.edu>.
- [33] И.М. Лифшиц, Успехи математических наук **7**, 171 (1952).
- [34] М.Ш. Бирман, М.Г. Крейн, Докл. АН СССР **144**, 475 (1962).
- [35] Д.Р. Яфаев, *Математическая теория рассеяния* (изд С.-Петербургского университета, СПб., 1994).
- [36] И.М. Лифшиц, ЖЭТФ **17**, 1076 (1947).
- [37] H.G. Waksweiler, W. Greiner, M. Danos, Phys. Rev. **170**, 893 (1968).
- [38] V.I. Kukulin, V.N. Pomerantsev, A. Faessler, Phys. Rev. C **59**, 3021 (1999).
- [39] A. Deluva, A.C. Fonseca, P.U. Sauer, Phys. Rev. C **72**, 054004 (2005).
- [40] V.G.J. Stoks *et al.*, Phys. Rev. C **49**, 2950 (1994).
- [41] S.N. Bunker *et al.*, Nucl. Phys. A **113**, 461 (1968); Juan L. Romero *et al.*, Phys. Rev. C **2**, 2134 (1970); F.P. Brady, W.B. Broste, J.C. Wang, Phys. Rev. C **9**, 1784 (1974).

- [42] П.А. Белов, С.Л. Яковлев, Ядерная физика **76**, 153 (2013).
- [43] A. Deluva, Phys. Rev. C **79**, 021602(R) (2009).
- [44] K. Ogata, K. Yoshida, Phys. Rev. C **94**, 051603(R) (2016).
- [45] E.J. Stephenson et al., Phys. Rev. C **28**, 134 (1983).
- [46] H. Feshbach, Ann. Phys. (N.Y.) **19**, 127 (1962).
- [47] M. I. Haftel and F. Tabakin, Nucl. Phys. A **158**, 1 (1970).
- [48] W.H. Dickhoff, D. van Neck, *Many-Body Theory Exposed! Propagator description of quantum mechanics in many-body systems* (World Scientific, 2005).
- [49] R.F. Bishop, H.B. Ghassib, M.R. Strayer, Phys. Rev. A **13**, 1570 (1976).
- [50] M. Beyer, S.A. Sofianos, J. Phys. G **27**, 2081 (2001).
- [51] W.H. Dickhoff *et al.*, Phys. Rev. C **60**, 064319 (1999).
- [52] R. Sartor, Phys. Rev. C **73**, 034307 (2006).
- [53] R. Machleidt, F. Sammarruca, Y. Song, Phys. Rev. C **53**, R1483 (1996).
- [54] A. Sedrakian, Phys. Rev. C **63**, 025801 (2001).
- [55] X.L. Shang *et al.*, J. Phys. G **42**, 055105 (2015).

Публикации автора по теме диссертации

В рецензируемых журналах, индексируемых Web of Science и SCOPUS:

- A1. Rubtsova O.A., Kukulin V.I., Pomerantsev V.N. In-medium T matrix in case of pairing instability.// Phys. Rev. C. – 2021. – V. 103. – 014307. (IF 2.988).
- A2. Kukulin V.I., Rubtsova O.A., Platonova M.N., Pomerantsev V.N., Clement H., Skorodko T. Nature of S-wave NN interaction and dibaryon production at nucleonic thresholds.// Eur. Phys. J A. – 2020. – V. 56. – 229. (IF 2.176).

- A3. Rubtsova O.A., Kukulin V.I., Pomerantsev V.N. Continuum discretization for quantum scattering and nuclear matter calculations.// Few-Body Systems. – 2017. – V. 58. – P. 130. (IF 0.823).
- A4. Rubtsova O.A., Kukulin V.I., Pomerantsev V.N., Muether H. In medium bound states and pairing gap.// Phys. Rev. C. – 2017. – V. 96. – 034327. (IF 2.988).
- A5. Muether H., Rubtsova O.A., Kukulin V.I., Pomerantsev V.N. Discrete wave-packet representation in nuclear matter calculations.// Phys. Rev. C. – 2016. – V. 94. – 024328. (IF 2.988).
- A6. Rubtsova O.A., Kukulin V.I., Pomerantsev V.N. Wave-packet continuum discretization for quantum scattering.// Ann. Phys. – 2015. – V. 360. – P. 613. (IF 2.083).
- A7. Рубцова О.А., Кукулин В.И., Померанцев В.Н. Решение многоканальной задачи рассеяния на основе метода дискретных спектральных сдвигов.// Ядерная физика. – 2014. – Т. 77. – С. 486. (IF 0.328).
- A8. Kukulin V.I., Rubtsova O.A. New way in few-body scattering calculations.// Few-Body Systems. – 2013. – V. 54. – P. 1611. (IF 0.823).
- A9. Рубцова О.А. Новая трактовка процессов развала в малочастичных системах.// Известия РАН. Серия физ. – 2013. – Т. 77. – С. 487. (SJR 0.226)
- A10. Rubtsova O.A., Pomerantsev V.N., Kukulin V.I., Faessler A. Three-body breakup within the fully discretized Faddeev equations.// Phys. Rev. C. – 2012. – V. 86. – 034004. (IF 2.988).
- A11. Rubtsova O.A., Kukulin V.I., Pomerantsev V.N. Validity of the coupled-channel reduction in three-body scattering.// Phys. Rev. C. – 2011. – V. 84. – 044002. (IF 2.988).
- A12. Rubtsova O.A., Kukulin V.I., Pomerantsev V.N., Faessler A. New approach toward a direct evaluation of the multichannel multienergy S matrix without

- solving the scattering equations.// Phys. Rev. C. – 2010. – V. 81. – 064003. (IF 2.988).
- A13. Rubtsova O.A., Kukulin V.I., Pomerantsev V.N. Quantum scattering theory on the momentum lattice.// Phys. Part. Nucl. – 2010. – V. 41. – P. 1123. (IF 0.318).
- A14. Кукулин В.И., Померанцев В.Н., Рубцова О.А. Дискретное представление для функции спектрального сдвига и многоканальная S-матрица.// Письма в ЖЭТФ. – 2009. – Т. 90. – С. 443. (IF 1.399).
- A15. Rubtsova O.A., Pomerantsev V.N., Kukulin V.I. Quantum scattering theory on the momentum lattice.// Phys. Rev. C. – 2009. – V. 79. – 064602. (IF 2.988).
- A16. Рубцова О.А., Кукулин В.И., Померанцев В.Н. Микроскопическая теория ядерных реакций на основе техники волновых пакетов.// Известия РАН. Сер. физ. – 2009. – Т. 73. – С. 798. (SJR 0.226).
- A17. Rubtsova O.A., Kukulin V.I., Moro A.M. Continuum discretization methods in a composite particle scattering off a nucleus: Benchmark calculations.// Phys. Rev. C. – 2008. – V. 78. – 034603. (IF 2.988).
- A18. Kukulin V.I., Rubtsova O.A. Elastic scattering on a nucleus and the breakup of the composite projectile via wave-packet continuum discretization.// Phys. Rev. C. – 2007. – V. 76. – 047601. (IF 2.988).
- A19. Рубцова О.А., Кукулин В.И. Метод пакетной дискретизации континуума: путь к практическим вычислениям в многочастичных задачах рассеяния.// Ядерная физика. – 2007. – Т. 70. – 2077. (IF 0.328).
- A20. Кукулин В.И., Померанцев В.Н., Рубцова О.А. Метод пакетной дискретизации континуума для решения трехчастичной задачи рассеяния// Теоретическая и математическая физика. – 2007. – Т. 150. – С. 473. (IF 0.854).
- A21. Кукулин В.И., Рубцова О.А. Решение задачи рассеяния заряженных ча-

стиц с помощью пакетной дискретизации континуума.// Теоретическая и математическая физика. – 2005. – Т. 145. С. 393. (IF 0.854).

A22. Кукулин В.И., Рубцова О.А. Конечномерные аппроксимации операторов теории рассеяния в представлении волновых пакетов.// Теоретическая и математическая физика. – 2004. – Т. 139. – С. 291. (IF 0.854).

A23. Кукулин В.И., Рубцова О.А. Дискретная квантовая теория рассеяния.// Теоретическая и математическая физика. – 2003. – Т. 134. – С. 459. (IF 0.854).

A24. Кукулин В.И., Рубцова О.А. Формулировка квантовой теории рассеяния в терминах собственных дифференциалов (стационарных волновых пакетов).// Теоретическая и математическая физика. – 2002. – Т. 130. – С. 64. (IF 0.854).

A25. Рубцова О.А., Кукулин В.И. Функция Грина и матрица рассеяния в дискретном осцилляторном базисе.// Ядерная физика. – 2001. – Т. 64. – С. 1882. (IF 0.328).

A26. Рубцова О.А., Кукулин В.И. Новый подход к решению задачи рассеяния составной частицы в поле ядра.// Ядерная физика. – 2001. – Т. 64. – С. 1769. (IF 0.328).