

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИНСТИТУТ ГЕОЛОГИИ И НЕФТЕГАЗОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

*На правах рукописи*

**Хайруллина Наталья Александровна**

**Методика обработки и анализа данных  
глобального гравитационного поля Земли на сфере  
с использованием «естественного» вейвлет-преобразования**

Специальность 25.00.10 – Геофизика,  
геофизические методы поисков полезных ископаемых

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата геолого-минералогических наук

Казань – 2021

Работа выполнена на кафедре геофизики и геоинформационных технологий Института геологии и нефтегазовых технологий Казанского (Приволжского) Федерального Университета

Научный руководитель: **Утемов Эдуард Валерьевич**, кандидат геолого-минералогических наук, доцент

Официальные оппоненты: **Булычев Андрей Александрович**, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой геофизических методов исследования земной коры Геологического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова

**Бычков Сергей Габриэльевич**, доктор геолого-минералогических наук, заведующий лабораторией геопотенциальных полей Горного института Уральского отделения РАН

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт физики Земли имени О.Ю. Шмидта Российской академии наук

Защита состоится 13 октября 2021 г. в 15.00 на заседании диссертационного совета КФУ.25.03 при Казанском федеральном университете по адресу: 420008, г. Казань, ул. Кремлевская д. 4/5, Институт геологии и нефтегазовых технологий КФУ, ауд. 524

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке имени Н.И. Лобачевского КФУ (г. Казань, ул. Кремлевская д.35). Сведения о защите, электронные версии диссертации и автореферата доступны на официальных сайтах ВАК при Министерстве образования и науки РФ ([www.vak.ed.gov.ru](http://www.vak.ed.gov.ru)) и КФУ (<http://kpfu.ru>).

Ваш отзыв на автореферат просим направлять по адресу: 420008, г. Казань, ул. Кремлевская д. 18, Казанский (Приволжский) федеральный университет, отдел аттестации научно-педагогических кадров.

Автореферат разослан « \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2021г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета

Крылов Павел Сергеевич

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Актуальность работы

Одним из активно развивающихся направлений как прикладной, так фундаментальной геофизики является гравиметрия, которая заключается в измерении и интерпретации гравитационного поля в целях получения информации как о приповерхностных, так и о глубинных структурах. Технический прогресс за последние десятилетия, заключающийся не только в создании более высокоточных приборов измерения, но и в проведении спутниковых наблюдений, привел к значительному увеличению количества анализируемых данных, включая высокоточные измерения с высоким пространственным и временным разрешением. Полученные данные могут позволить значительно расширить наши познания как о глубинных структурах Земли, так и о временной эволюции этих структур, например в ходе землетрясений и извержений вулканов. Отдельно стоит отметить данные, полученные в ходе спутниковых измерений гравитационных полей Луны и Марса, существенно расширили наши представления об их структурах и планетологической истории.

Разумеется, подобный рост качества и количества наблюдений не мог не привести к пересмотру подходов к их обработке и интерпретации. В частности, интерпретация спутниковых данных просто невозможна в рамках моделей плоской Земли. В тоже время стандартный подход к исследованию и интерпретации потенциальных полей на сферической поверхности, основанный на сферическом гармоническом анализе, не всегда оказывается удачным в силу известных сложностей с описанием локальных структур.

Этих недостатков лишены методы, основанные на вейвлет-преобразованиях. Стоит отметить, что изначально метод вейвлет-преобразования был разработан для анализа и обработки сигналов – т.е. одномерных данных. Впоследствии он был обобщен на двумерные задачи обработки изображений и стал широко использоваться в других задачах описания пространственных структур. Однако все эти работы проводились с использованием декартовой системы координат, что, как было сказано выше не вполне применимо к задачам современной

гравиметрии. Здесь стоит отметить, что в отличие от изначальной задачи, для которой разрабатывались вейвлеты – сжатия информации, как правило с потерями, целью задач гравиметрии является выделение новой информации из наблюдаемых данных. Это означает, что используемый метод вейвлет-преобразования должен быть “физическим” – т.е. обладать рядом свойств, консистентных с физическими процессами, которые описываются с его помощью. Очевидно, что типовые методы вейвлет-преобразований, изначально предполагающие работу в декартовых координатах, и ставящие своей основной целью компактное хранение изображений, такими свойствами не обладают.

Однако в случае методов вейвлет преобразований, изначально разработанных для анализа потенциальных (гравитационных или магнитных) полей, ситуация принципиально другая. Эти методы, особенно активно развивающиеся в последние годы, позволяют значительно повысить устойчивость и получить параметры изучаемых полей. Это вызвано тем, что, как и было отмечено выше, решение ищется в классе функций, которые являются в каком-то смысле «естественными» для определения распределения плотностных источников.

Первые работы такого рода, сделанные в рамках декартовой геометрии, а значит плоской модели Земли были проведены Э.В. Утемовым и Д.К. Нургалиевым в 2007 году. Предложенные ими вейвлет-преобразования, построенные на основе формулы потенциала точечного источника и его производных оказались весьма эффективными инструментами интерпретации локальных данных, что явно показало важность учета физических свойств процесса при построении вейвлет-преобразования его описывающего.

Однако обобщение этих методов на сферический случай оказалось весьма сложной задачей, которая и была решена в настоящей работе.

**Цель и задачи исследования.** Основной целью диссертационной работы является разработка эффективного метода для построения решений обратной задачи гравиметрии, оценки параметров аномалиеобразующих источников и построения плотностных моделей на круговом цилиндре и сфере с

использованием вейвлет-преобразования с «естественным» базисом, а также демонстрация эффективности алгоритма на примере гравитационного поля Земли, полученного по спутниковым и наземным данным.

Достижение поставленной цели предусматривает решение следующих задач диссертационного исследования:

1. Построить оптимальные базисные функции для выполнения вейвлет-преобразования на сфере, а также «естественные» вейвлет-преобразования на основе обзора существующих методик.

2. Сформировать алгоритм численного расчета вейвлет-преобразования данных, представленных на сферической поверхности.

3. Решить задачи определения параметров причинных источников для сферического случая (синтетические примеры).

4. Выполнить «естественное» вейвлет-преобразование реальных данных (поле глобальной модели гравитационного потенциала Земли) с определением аномалиеобразующих источников, исследованием их распределения и геологическим обоснованием полученных результатов.

**Методы исследования.** Для решения задачи построения "естественного" вейвлет-преобразования данных, заданных на цилиндрической или сферической поверхностях, использовалось авторское развитие ранее предложенной методики построения вейвлет-преобразования для данных, заданных на плоскости. Конкретно, использовалась та же самая идея построения семейства материнских вейвлетов в виде производных различных порядков от гравитационного потенциала, которые бы порождали точное частное решение обратной задачи. Однако оказалось, что прямое повторение методологии - использование четвертой производной потенциала - приводит к систематическому нелинейному искажению глубины залегания восстанавливаемого точечного источника. Для решения этой проблемы была получена формула коррекции глубин, одинаковая для случая цилиндрических и сферических поверхностей.

Валидация разработанного метода была проведена на серии синтетических моделей, представляющие собой системы из различного количества точечных источников. Было показано, что

местоположение и массы источников определяются с достаточной точностью, за исключением случаев крайне близко расположенных источников, которые могут "сливаться" в один. Последующее применение "естественного" вейвлет-преобразования к реальным данным позволило получить распределение плотности, которое хорошо согласуется с предыдущими гравиметрическими и сейсмическими исследованиям.

**Научная новизна** диссертации заключается в разработке и реализации метода решения обратных задач гравиметрии на сфере, а также в методике формирования и использования критериев выбора «естественных» базовых функций. Показана эффективность созданного метода для выявления глобальных геологических структур по данным «естественных» вейвлет-срезов поля глобальной модели гравитационного потенциала Земли при различных значениях масштабного параметра.

**Теоретическая и практическая значимость работы.** Теоретическая ценность заключается в разработке методики построения вейвлет-преобразования, оптимального для геопотенциальных данных, представленных на сфере. Практическая ценность выражается в том, что разработанная методика «естественного» вейвлет-преобразования поля гравитационного потенциала Земли является новым инструментом изучения глубинных структур Земли и уточнения формы границ внутренних оболочек Земли. В результате проведенных в диссертации исследований разработан алгоритм, реализованный в виде программ для расчета вейвлет-преобразования гравитационного поля на сфере и решения обратных задач гравиметрии.

**Достоверность научных положений, выводов и рекомендаций.** Достоверность и обоснованность описанного подхода и выводов подтверждена корректным теоретическим обоснованием приведенных утверждений. Результаты подтверждены исследованиями на реальных данных, а также сравнением с имеющимися моделями других авторов.

Результаты опубликованы в рецензируемых научных журналах и многократно обсуждались на российских и международных конференциях.

### **Положения, выносимые на защиту:**

1. Алгоритмы "естественного" вейвлет преобразования на сфере являются обобщением и расширением "естественного" вейвлет преобразования, разработанного для данных, заданных на плоскости.

2. С помощью технологии "естественного" вейвлет-преобразования на сфере могут быть определены параметры аномалиеобразующих источников глобальных потенциальных геополей.

3. Предложенные алгоритмы «естественного» вейвлет-преобразования данных потенциальных геополей, заданных на сферической поверхности, могут быть использованы для исследования природы источников коровых, мантийных аномалий, а также аномалий в ядре Земли.

**Личный вклад автора** состоит в постановке задач, разработке методов их решения; разработке методики построения решений обратной задачи гравиметрии на сфере; оценке параметров аномалиеобразующих источников; обработке и анализе полученных результатов (построение плотностных моделей).

**Апробация работы.** Диссертационное исследование рассмотрено, обсуждено и одобрено на заседании Кафедры геофизики и геоинформационных технологий Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Казанский (Приволжский) Федеральный Университет».

Результаты диссертации докладывались на 14 научных конференциях международного и всероссийского уровней: VI и VII Всероссийских (с международным участием) научно-практических конференциях студентов, аспирантов и молодых ученых «Геология в развивающемся мире» (Пермь, 2012, 2013), II Международной научно-практической конференции для геологов и геофизиков «Сочи – 2012» (Сочи, 2012), Международной конференции «European Geosciences Union General Assembly – 2013, 2016, 2017» (Vienna, Austria, 2013, 2016, 2017), XIV and XV International multidisciplinary scientific geoconference & EXPO SGEM – 2014, 2015 (Болгария, Албена, 2014, 2015), «Геомодель – 2014» (Геленджик, Россия, 2014), XVII annual conference of the International association for mathematical geosciences IAMG – 2015 (Freiberg (Saxony), Germany, 2015), SIAM Conference on

mathematical and computational issues in the geosciences (Erlangen, Germany, 2017), XLV Международной сессии семинара им. Д.Г. Успенского «Практические и теоретические аспекты геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей» (Казань, Россия, 2018), XIX Уральской молодежной научной школе по геофизике (Екатеринбург, Россия, 2018).

**Публикации.** Основные научные положения и практические результаты диссертационной работы опубликованы в 15 печатных работах, в том числе 4 – в изданиях, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ, 7 – в журналах, индексирующихся в базе данных научного цитирования Scopus.

**Структура и объем работы** обусловлены ее целью и задачами. Исследование состоит из введения, пяти глав и заключения. Общий объем работы составляет 83 страницы, включает 27 рисунков, 5 таблиц и библиографию, содержащую 126 наименований.

**Благодарности.** Работа выполнена на кафедре геофизики и геоинформационных технологий ИГиНГТ КФУ. Автор диссертации выражает глубокую благодарность научному руководителю кандидату геолого-минералогических наук, доценту Утемову Эдуарду Валерьевичу за постоянное внимание к работе и помощь в изучении методов интерпретации потенциальных полей, а также доктору геолого-минералогических наук, профессору Нургалиеву Данису Карловичу за возможность заниматься интересными и перспективными исследованиями, постоянную поддержку и помощь на всех этапах выполнения работы, за консультации и неоценимую помощь при создании данной работы.

## Содержание работы

Во **Введении** описаны актуальность работы, цель и задачи исследования, а также научная новизна и практическая значимость его результатов, приводятся сведения об апробации работы и публикациях. Здесь же сформулированы защищаемые положения и кратко охарактеризована структура работы.

### **Глава 1. Вейвлет-анализ: история, задачи, применение к геопотенциальным полям (обзор)**

Данная глава раскрывает современное состояние методик создания трехмерных плотностных моделей Земли. Приводится обзор существующих подходов, методов и средств решения обратных задач гравиразведки.

В настоящее время, в связи с развитием гравитационной измерительной аппаратуры, абсолютной гравиметрии, спутниковых систем требуется разработка более современных алгоритмов обработки информации и интерпретации потенциальных полей для изучения глубинного строения Земли в геофизике.

Обратные задачи гравиметрии, как правило, в математическом смысле являются некорректно поставленными. Фундаментальные основы теории решения некорректно поставленных задач разрабатывались отечественными геофизиками-математиками. Среди основоположников данной теории можно назвать А.Н. Тихонова, В.К. Иванова, М.М. Лаврентьева, В.Н. Страхова, В.И. Старостенко, А.В. Цирюльского и др. В работах этих ученых были заложены основы теории решения обратных и некорректно поставленных задач.

Для анализа гравитационных полей Земли логично воспользоваться аппаратом шаровых и сферических функций, которые по своей «конструкции» специально предназначены для описания потенциальных полей внутри или вне сферических поверхностей. Этот аппарат был разработан ещё в конце 18 века А. Лежандром и П. Лапласом для исследования соответствующих задач математической физики. Однако приложение этого аппарата к

обработке геофизических данных началось значительно позже - после накопления достаточного количества наблюдений.

Первыми значимыми работами по применению спектральных преобразований, в частности сферического гармонического анализа, для решения обратных задач гравиметрии являются работы В.Н. Страхова и А.А. Никитина. Численные алгоритмы, предложенные в этих работах, позволяли вычислять распределение физических параметров среды, используя спектральное представление данных гравиразведки. Однако изначально эти алгоритмы были недостаточно эффективны, что привело к необходимости усовершенствования существующих на тот момент методов разложения внешнего гравитационного поля по сферическим функциям, сделанного В.Н. Страховым.

С начала 1980-х годов растет количество сферических гармонических моделей гравитационного поля Земли. В. Фриден с коллегами занимаются разработкой методов для разномасштабного анализа геопотенциальных полей. Известные математические «плоские» методы интерполяции, аппроксимации переводятся в сферическую область, разрабатываются новые методы решения как прямых, так и обратных задач для разного масштаба. Вводятся новые понятия дилатации на сфере. В зависимости от типа и масштаба анализа строятся разные семейства вейвлетов. Эти результаты были использованы при построении модели гравитационного поля Земли с учетом временных и региональных изменений на основе данных спутниковых проектов CHAMP и GRACE.

Еще одним основоположником данного направления является французский ученый геофизик Ф. Моро. При обработке и интерпретации данных геопотенциальных полей на плоскости Ф. Моро в соавторстве с М. Хольшнайдером применили вейвлет-анализ на основе полугруппы вейвлетов Пуассона. Было показано, что вейвлет-преобразование потенциального поля, создаваемое однородным источником и измеряемое в гиперплоскости, обладает структурой подобной усеченному конусу, указывающему в сторону расположения источника.

Кроме того, масштабные изменения вейвлет-коэффициентов отражают степень однородности источника. Эта простая

геометрическая интерпретация позволяет локализовать и охарактеризовать геометрическую структуру источника. На основании этого результата получено семейство вейвлетов, которые ведут себя хорошо при гармоническом продолжении

На сегодняшний день ряд отечественных авторов также активно применяют вейвлет-анализ для решения геофизических и геологических задач.

С.Г. Бычков и А.С. Долгаль<sup>1</sup> в своих работах приводят необходимость учета сферичности Земли при интерпретации материалов гравиметрической съемки.

В.О. Михайлов<sup>23</sup> с коллегами использовали вейвлет-преобразования на основе ядра Пуассона для мультимасштабной фильтрации наземных и спутниковых данных с Grace и CHAMP, в целях отслеживания постсейсмических изменений разных масштабов после гигантских землетрясений.

Ю.В. Болотин и В.С. Вязьмин в своих работах применяют сферический анализ. Они представили «методику трансформации аномального гравитационного поля Земли, построенного по данным аэрогравиметрии»<sup>4</sup>. В.С. Вязьмин применил сферическое вейвлет-разложения для увязки результатов аэрогравиметрической и спутниковой гравиметрической съемок. Также ему удалось оценить погрешности такого подхода.

---

<sup>1</sup> С.Г. Бычков, А.С. Долгаль, В.И. Костицын, А.А. Симанов, В.В. Хохлова.

Приближенная 3D-оценка гравитационных аномалий, обусловленных шарообразной формой Земли. – Геофизика. – 2019. – № 5. – С. 56-62.

<sup>2</sup> Panet I., V. Mikhailov, M. Diament, F. Pollitz, G. King, O. de Viron, M. Holschneider, R. Biancale, J.-M. Lemoine. Co-seismic and post-seismic signatures of the Sumatra December 2004 and March 2005 earthquakes in GRACE satellite gravity. — *Geophys. J. Int.* — 2007. — v. 171, — pp. 177–190.

<sup>3</sup> Panet, I., F. Pollitz, V. Mikhailov, M. Diament, P. Banerjee, and K. Grijalva. 2010. Upper mantle rheology from GRACE and GPS postseismic deformation after the 2004 Sumatra-Andaman earthquake. — *Geochemistry, Geophysics, Geosystems (G3)*. 11, Q06008, doi:10.1029/2009GC002905.

<sup>4</sup> Ю. В. Болотин, В. С. Вязьмин. Сферический вейвлет-анализ аэрогравиметрических данных. — Геофизические исследования. — 2012. — Т. 13, № 2. — С. 33–49.

Анализом потенциальных полей на основе семейства вейвлетов Пуассона занимается молодой ученый К.М. Кузнецов<sup>5</sup> под руководством А.А. Булычева и И.В. Оболенского. В указанных работах рассмотрены возможности применения вейвлетов Пуассона в случае одномерных и двумерных сигналов потенциальных полей, позволяющие получить положения особых точек источников. Построена методика применения двумерного пуассоновского вейвлет-преобразования к двумерным потенциальным полям. На синтетических и реальных данных обосновано применение разномасштабных вейвлет-коэффициентов для локализации аномалеобразующих точек в зависимости от формы и пространственной направленности потенциальных тел.

## **Глава 2. Основы «естественного» вейвлет-преобразования**

В данной главе кратко изложен метод обработки потенциальных полей с помощью вейвлет-преобразований, разработанный Э.В. Утемовым и Д.К. Нурғалиевым<sup>6</sup>, в том числе: а) построен "естественный" материнский вейвлет, который используется при восстановлении причинных источников по градиенту гравитационного поля, заданному на плоскости или прямой; б) приведены алгоритмы поиска причинных источников, расположенных в полуплоскости или полупространстве. Так же показаны синтетические примеры, иллюстрирующие работу данного алгоритма.

Метод, названный "естественным" вейвлет преобразованием, заключается в специальном выборе функции  $\psi$ , порождающей частное решение обратной задачи гравиметрии в двумерном случае:

---

<sup>5</sup> К.М. Кузнецов, И.В. Оболенский, А.А. Булычев. Трансформации потенциальных полей на основе непрерывного вейвлет-преобразования. — Вестник Московского университета. Серия 4: Геология. — 2015. — № 6. — С. 61–70.

<sup>6</sup> Э.В. Утемов, Д.К. Нурғалиев. «Естественные» вейвлет-преобразования гравиметрических данных: теория и приложения. — М: Изв. РАН. Физика Земли. — 2005. — № 4. — С.88–96.

$$\begin{cases} \rho(x, h) = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta g(x - x') \psi(x', h) dx' \\ \Delta g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \rho(x - x', h) V^{(1)}(x', h) dh dx' \end{cases} \quad (1)$$

где  $\Delta g$  - наблюдаемый градиент гравитационного потенциала,  $\rho$  - избыточная плотность,  $h$  - глубина залегания или вертикальная координата,  $x, x'$  - горизонтальные координаты,  $f$  - гравитационная постоянная,  $V^{(n)}(x, h)$  -  $n$ -я вертикальная производная гравитационного потенциала двумерной точечной массы:

$$V^{(1)}(x, h) = f \frac{2h}{x^2 + h^2}, \quad V^{(n)}(x, h) = \frac{\partial^{n-1}}{\partial h^{n-1}} V^{(1)}(x, h) \quad (2)$$

Э.В. Утемовым показано, что для функции  $\psi(x, h)$  из семейства  $\psi(x, h) = c(h) \psi^{(n)}\left(\frac{x}{h}\right)$ , где

$$c(h) = c_n(h) = \frac{1}{f} \frac{2^{n-3}}{(n-2)! \pi^2 h^2}, \quad \psi^{(n)}(x) = V^{(n)}(x, 1), \quad n > 1 \quad (3)$$

выполняются следующие свойства:

- 1) функция  $\psi$  порождает частное решение  $\rho$  обратной задачи гравиметрии;
- 2)  $\psi^{(n)}(x)$  может рассматриваться как материнский вейвлет для соответствующего класса вейвлет-преобразований;
- 3) амплитуды вейвлет-коэффициентов имеют размерность физической линейной плотности;
- 4) масштабный параметр вейвлет-преобразования имеет размерность длины и по смыслу соответствует глубине возможных источников;
- 5) базисные вейвлет-функции из семейства (3) являются вертикальными производными потенциала точечного источника.

Эта совокупность свойств, а также свойство, изложенное далее, и послужили причиной использования названия “естественное” для данного семейства преобразований.

Рассмотрим решения задачи (1), полученные с помощью «естественных» вейвлет-преобразования гравитационного поля двумерного точечного источника с координатами  $\{x_0, h_0\}$  и единичной линейной плотностью для различных значений  $n$ . Эти решения имеет вид:

$$W_{\psi(n)}[V^{(1)}](x - x_0, h, h_0) = \frac{2^{n-2}}{(n-2)! \pi f} h^{n-2} V^{(n)}(x - x_0, h + h_0) \quad (4)$$

Центральный максимум данной функции расположен в точке с координатами

$$x = x_0, \quad h = \left(\frac{n}{2} - 1\right) h_0 \quad (5)$$

Таким образом, при  $n=4$  глубина  $h = h_0$ , т.е. значение и положение максимума вейвлет-спектра в точности совпадает с местоположением источника.

### Глава 3. Случай кругового цилиндра

В главе приведено построение материнского вейвлета и алгоритма вычисления вейвлет-преобразования для горизонтального кругового цилиндра. Явно доказана связь глубины залегания источников на горизонтальном круговом цилиндре и в плоском случае. Построены синтетические модели и их вейвлет-преобразования для кругового цилиндра.

При переходе от плоского случая к круговому цилиндру возникла задача выбора адекватной базисной функции, поскольку в данном случае нарушается дилатационная симметрия вейвлет-преобразования. Наша задача состояла в адаптации техники «естественного» непрерывного вейвлет-преобразования, разработанного для плоского случая, на случай данных, представленных на круговом цилиндре. Для этой цели рассмотрены и сопоставлены аномалии двумерного гравитирующего точечного источника на плоскости и на горизонтальном круговом цилиндре. Получено, что во временной области поле точечного источника на круговом цилиндре и поле  $2\pi R$ -периодической сети гравитирующих источников на плоскости, залегающих на одной глубине, совпадают с точностью до постоянной.

Таким образом, было получено, что аномалии на круговом цилиндре можно исследовать тем же математическим аппаратом вейвлет-преобразования, что и в плоском случае, просто производя пост-коррекцию оценок глубин на основе формулы (6).

$$h_k = -R \ln \left( 1 - \frac{h}{R} \right) \quad (6)$$

где  $h$  – глубина залегания источника на круговом цилиндре,  $R$  – радиус сферы (Земли),  $h_k$  – глубина залегания  $2\pi R$ -периодического набора гравитационных источников

Для иллюстрации пересчета глубин представлена гравитационная аномалия на плоскости для  $2\pi R$ -периодического набора гравитационных источников и той же аномалии на круговом цилиндре для одной материальной точки на Рисунке 1. Глубины источников обеих моделей (3000 и примерно 4055 км) связаны формулой (6).

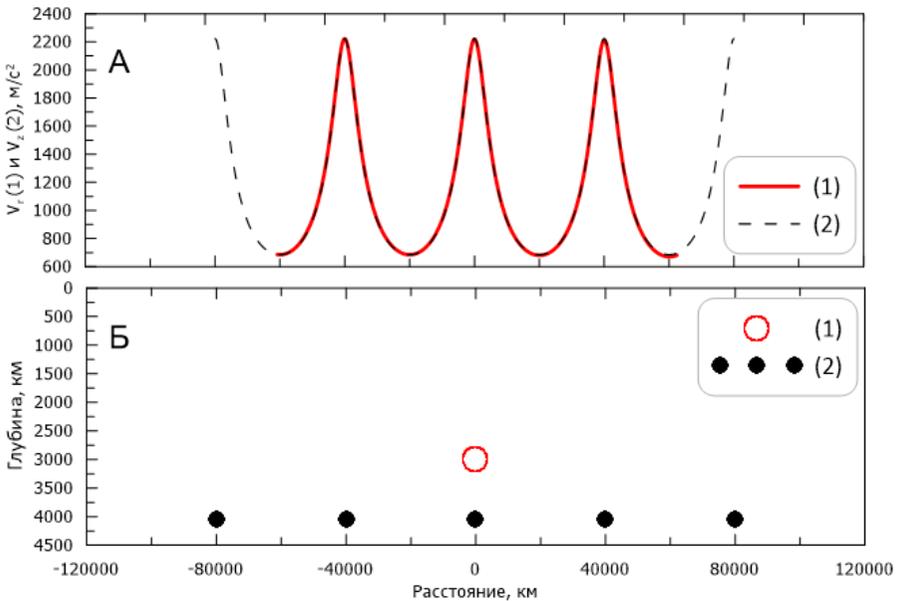


Рисунок 1. А: потенциальное поле одного источника на круговом цилиндре (1) и  $2\pi R$ -периодический набор источников на плоскости (2); Б: единственный источник на круговом цилиндре на глубине 3000 км (1),  $2\pi R$  – периодический набор источников плоской модели на глубине 4055 км (2)

## Глава 4. Сферический случай. Синтетические модели

Обобщение подхода из главы 3 для кругового цилиндра на сферическое пространство повлекло несколько математических задач.

1) Отличием данного случая является то, что использование в качестве материнского вейвлета вертикальной производной гравитационного потенциала не приводит к ожидаемым результатам. В данном случае необходимо использовать в роли базиса только гравитационный потенциал. Отметим, что уравнение (6) все еще находится в рабочем состоянии для сферического случая. Для того чтобы проиллюстрировать это утверждение, мы показали поля гравитационного потенциала для плоского и сферического случаев на Рисунке 2

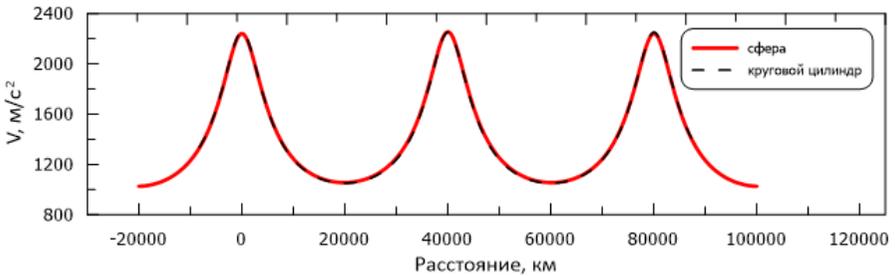


Рисунок 2. Сравнение потенциального поля  $2\pi R$ -периодического набора источников на круговом цилиндре и сфере

2) Второй задачей при переходе от кругового цилиндра к сфере стало совершенствование алгоритма расчета коэффициентов вейвлет-преобразования для источников, не лежащих в экваториальной плоскости. Оказалось, что формула пересчета глубин источников из прошлой главы правильно работает только вблизи экваториальной линии. Это привело к тому, что мощность источников к полюсам сильно отличается от мощности аналогичных источников, расположенных на экваторе. Различие мощностей на полюсах демонстрирует Рисунок 3.

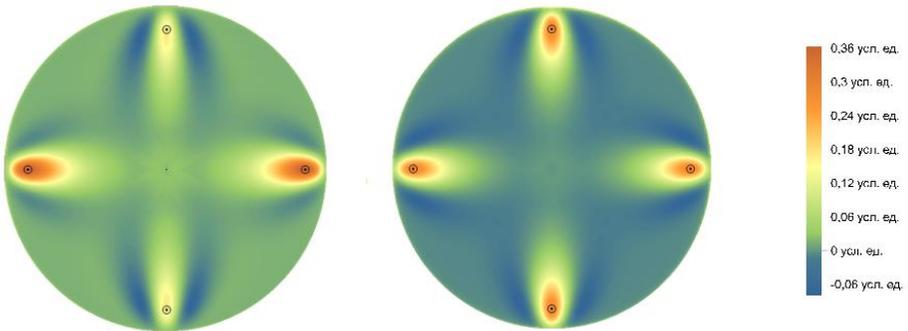


Рисунок 3. 4 точечных источника находящиеся на одинаковой глубине залегания 1000м и одинаковой массы без пересчета глубин (слева) и с пересчетом глубин (справа)

3) Также данный аспект влечет за собой расчет контура в каждой точке отличной от экваториальной, что ведет к многократному увеличению количества вычислительных операций.

Проблемы 2 и 3 были решены сразу одним действием – путем поворота системы координат из расчетной точки в нулевое положение на экваториальную плоскость. Это позволило сократить и ускорить расчеты на несколько порядков, а также исключить неточность оценки глубин не экваториальных источников.

Построено несколько синтетических моделей, наиболее сложная модель с 10 точечными источниками с произвольным местоположением и глубиной залегания, также показала хорошую корреляцию модельных и полученных данных. Как видно из графиков ниже, пространственная локализация источников хорошо осуществлена.

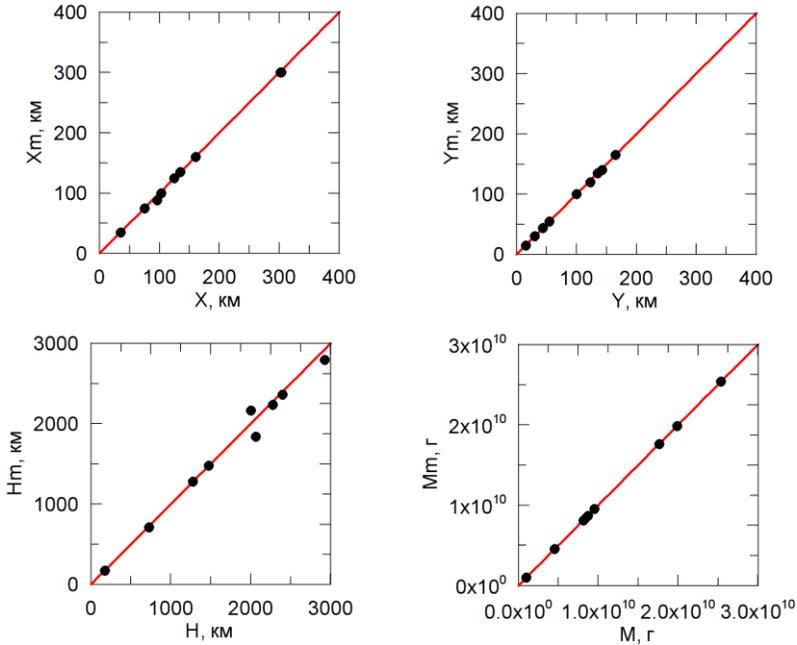


Рисунок 4. Линейное отклонение полученных местоположений и параметров источников от заданных. По вертикальной оси располагаются модельные данные, по горизонтальной – полученные.

## Глава 5. Обработка реальных данных

Глава 5 посвящена практическому применению «естественного» вейвлет преобразования для обработки потенциальных данных. Для построения плотностных моделей были взяты данные гравитационного потенциала Земли EIGEN-6C4. Эта статистическая модель глобального гравитационного поля порядка/степени 2190 сочетает в себе различные спутниковые и наземные данные: LAGEOS, GRACE, GOCE и DTU. Сопряжение наблюдений, полученных на спутниках и в наземных обсерваториях, было осуществлено путем их переразложения по сферическим функциям до степени 370. Данные для моделирования взяты по всей

поверхности Земли равномерно с частотой дискретизации 0.2 градуса по широте и долготе (массив 901\*1801 значение). Выходные массивы имеют такую же размерность.

Ниже представлены некоторые глубинные модели Земли, полученные при построении вейвлет преобразования для данных глобального гравитационного поля с разным масштабным параметром.

**Масштабирующий параметр 50 км.** Вейвлет-срез выявляет литосферные плотностные аномалии. Четко проявляются такие известные геологические структуры как срединно-океанические хребты и трансформные разломы, континентальные рифы, конвергентные границы, складчатые области, горячие точки, обусловленные мантийными плюмами (Гавайские острова, императорский хребет и пр.).

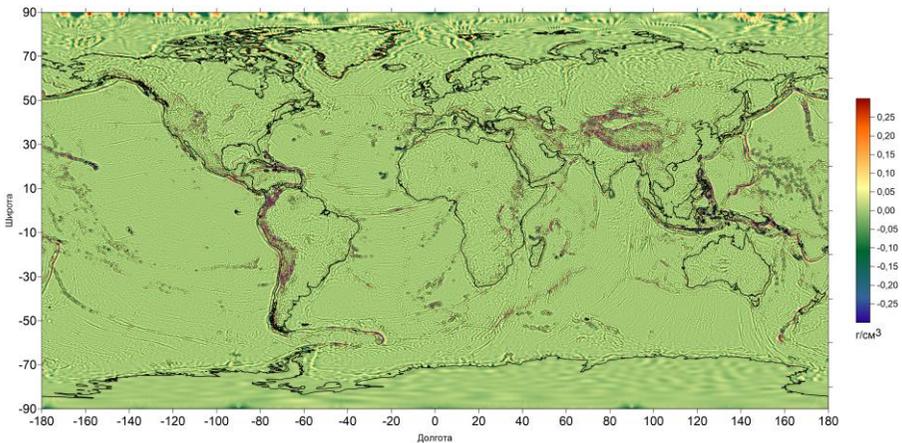


Рисунок 5. Вейвлет-срез, соответствующий глубине 50 км

**Масштабирующий параметр 1000 км.** На Рисунке 6 представлено вейвлет-преобразование, которое соответствует границе между верхней и нижней мантией. Это срез, где преобладают кристаллические структуры.

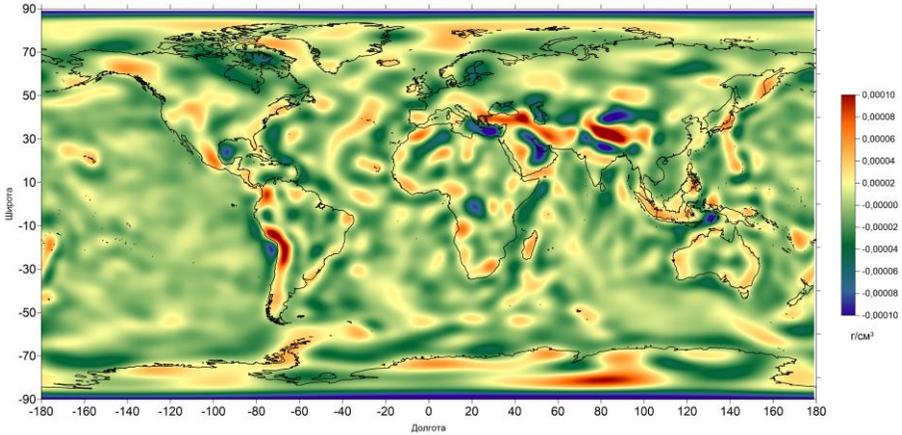


Рисунок 6. Вейлет-срез, соответствующий глубине 1000 км

**Масштабирующий параметр 3500 км.** Этот срез примерно соответствует глубине, на которой находится граница ядра (мантии) и верхняя часть ядра. Можно предположить, что плотностные неоднородности соответствуют термодинамическому состоянию вещества внешнего ядра. Также интерес представляет наличие длинных полос обеих отрицательных и положительных аномалий плотности, которые образуют угол с осью вращения Земли примерно  $20\text{--}30^\circ$ , это может быть обусловлено разностью скоростей внешнего и внутреннего ядер, а также не симметричной формой внутреннего ядра относительно центра Земли.

Представлено сравнение нашей модели, построенной для масштабирующего параметра 3500, и двухслойной модели Земли (core mantle boundary СМВ)<sup>7</sup>. Как видно на Рисунке 7, отрицательная аномалия в Индийском океане обнаруживается на обеих картах, также локализуются положительные аномалии в районе Индонезии. Данные модели также коррелируются с имеющимися сейсмическими моделями. В модели, полученной разложением по сферическим функциям, можно наблюдать «шахматность» положительных и отрицательных аномалий. Это является следствием применения

<sup>7</sup> Prutkin, I. Gravitational and magnetic models of the core–mantle boundary and their correlation // Journal of Geodynamics. — 2008.—V. 45, Issues 2–3.—P. 146–153.

сферических функций. Вейвлет-преобразование лишено данного недостатка.

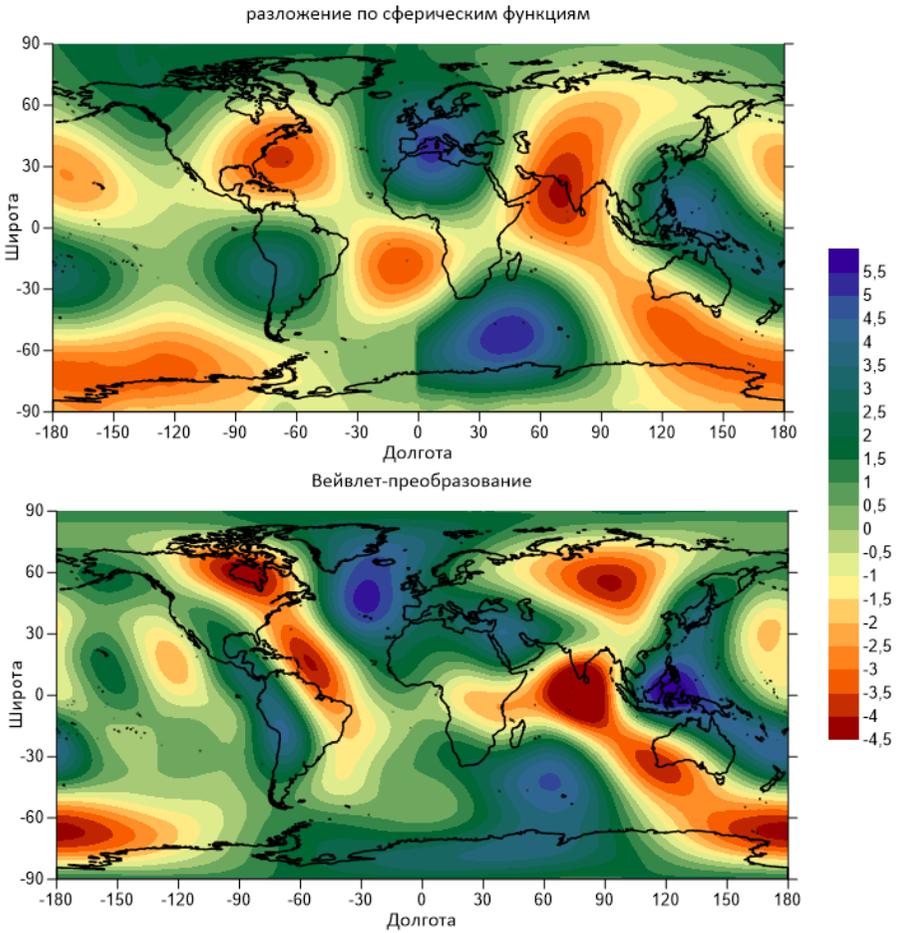


Рисунок 7. Сравнение гравитационных моделей на границе ядромантии, полученных с помощью сферического разложения (верхний рисунок) и вейвлет-преобразования (нижний рисунок)

Стандартное отклонение вейвлет-коэффициентов в зависимости от масштаба параметра характеризует уровень

неоднородностей плотности на соответствующих глубинах. Отношение стандартного отклонения (SD) вейвлет-коэффициентов и масштабного параметра отображены на Рисунке 8. В целом, наблюдается снижение стандартного отклонения с глубиной. Тем не менее, в интервале глубин 100 – 200 км и 2000 – 3500 км эта тенденция замедляется. Отметим, что первый интервал глубины примерно соответствует границе литосфера-астеносфера, а второй интервал соответствует границе нижняя мантия- внешнее ядро.

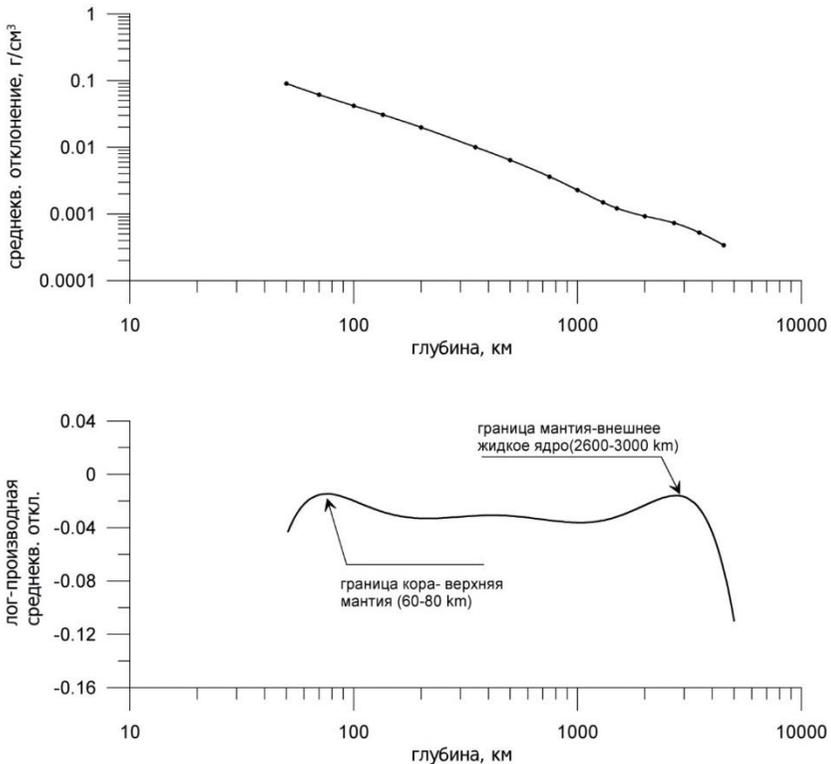


Рисунок 8. Стандартное отклонение вейвлет-коэффициентов в зависимости от масштаба параметра

## Заключение

В процессе выполнения диссертационной работы получены следующие основные результаты:

1. Разработано вейвлет-преобразование геопотенциальных полей на горизонтальном круговом цилиндре и сферической поверхности на основе материнского «естественного» вейвлета. Наиболее важным результатом реализации данного преобразования явилась возможность определения местоположений и глубин залегания аномалиеобразующих источников.

2. Для определения параметров причинных источников выведена формула (6) для пост-коррекции оценок глубин при переходе от плоского к сферическому случаю. Данный результат позволяет рассматривать данные, полученные на сферической поверхности, как данные на плоскости, но с другими параметрами глубинных причинных источников.

3. Решена проблема интегрирования на сферическом множестве (проблема полюсов). Такая ситуация возникла в связи с тем, что геометрия контура интегрирования имеет широтную зависимость. Также данный аспект приводил к расчету контура интегрирования в каждой точке, отличной от экваториальной, и, соответственно, значительному увеличению количества вычислительных операций.

4. Опробование методики определения параметров источников на синтетических примерах показало хорошую сходимость результатов даже в случае интерференции полей отдельных источников.

5. Опробование методики на реальных данных глобального гравитационного поля позволило исследовать характер распределения причинных источников по глубинам и в плане.

6. Изучение характера распределения вейвлет-коэффициентов при различных значениях масштабного параметра позволило ассоциировать аномалии вейвлет-срезов с известными геологическими структурами.

7. Анализ аномалии вейвлет-срезов вблизи известных границ геосфер (мантия – внешнее ядро и т. д.) позволило сделать выводы об

особенностях их структуры.

8. Предложенное «естественное» вейвлет-преобразование может быть использовано для интерпретации любых потенциальных полей.

9. Примеры показали, что «естественный» вейвлет-анализ позволяет изучать глобальные структурные элементы сферических объектов, таких как Земля, Луна, Марс, Венера и т. д.

### **Список публикаций автора по теме диссертации**

1. Результаты экспресс-обработки данных высокоточных гравиметрических съемок на территории Болгарского городища с использованием технологии «Естественного» вейвлет-преобразования/ Э.В. Утемов, Д.И. Хасанов, В.Е. Косарев, Н.А. Матвеева, А.Э. Утемов // Ученые записки Казанского университета. Серия Естественные науки. – 2011. – Т. 153, кн. 3. –С. 269-277
2. Предварительные результаты обработки данных низкочастотного сейсмического зондирования с использованием вейвлет анализа на Балаевской структуре Южно-Татарского свода / Н.А. Матвеева, Э.В. Утемов // Геология в развивающемся мире: сб. науч. трудов (по материалам V науч.-практ. конф. студ., асп. и молодых ученых с междунар. участием). – Пермь. – 2012. –Т.1, –С. 206-208.
3. О возможной связи амплитудных аномалий суточных и полусуточных компонент приливных вариаций силы тяжести с термоупругими свойствами земной коры (по данным наблюдений с гравиметрами CG-5 AUTOGRAV) / Э.В. Утёмов, Д.К. Нургалиев, А.Г. Харисов, Н.А. Матвеева // Ученые записки Казанского университета. Серия: Естественные науки. – 2012. – Т. 154, кн. 4. – С. 29-36.
4. Об одном источнике аномалий вариаций силы тяжести / А.Г Харисов, Э.В. Утёмов, Н.А. Матвеева // Нефтяное хозяйство. – 2013, – Т. 6, – С. 24-26
5. Изучение аномалий спектральных характеристики лунно-солнечных приливов по данным вейвлет-преобразования / А.Г. Харисов, Н.А. Матвеева // Геология в развивающемся мире: сб. науч. трудов (по материалам VI науч.-практ. конф. студ., асп. и

молодых ученых с междунар. участием). – Пермь, 2013. – Т.1, – С. 182-184.

6. Построение формальных решений обратных задач гравиразведки на сфере с использованием «естественных» вейвлет-преобразований / Н.А. Матвеева // Геология в развивающемся мире: сб. науч. трудов (по материалам VII науч.-практ. конф. студ., асп. и молодых ученых с междунар. участием). – Пермь, 2014. – Т.1. – С. 238-242.

7. Matveeva, N. «Native» wavelet transform data obtained on spherical Earth's surface / N. Matveeva, E. Utemov, D. Nurgaliev // 14th International Multidisciplinary Scientific Geoconference and EXPO, SGEM. – Bulgaria, 2014. – Vol. 1 (1). – P. 383–389.

8. Solutions of inverse problem of gravimetry on the sphere using «native» wavelet transform / N. Matveeva, E. Utemov, D. Nurgaliev // 14th International Multidisciplinary Scientific Geoconference and EXPO, SGEM. – Bulgaria, 2014. – Vol. 1 (1). – P. 621–628.

9. Processing and interpretation of gravimetric data based on “native” continuous wavelet transform / E. Utemov, D. Nurgaliev, N. Matveeva // 14th International Multidisciplinary Scientific Geoconference and EXPO, SGEM, – Bulgaria, 2014. – Vol. 1(1). – P. 553-564.

10. Формальные решения обратной задачи гравиметрии для сферических данных с помощью "естественного" вейвлет-преобразования / Н.А. Матвеева, Э.В. Утемов, Д.К. Нургалиев // Сборник докладов 16-й международной геологической научно-практической конференции EAGE «Геомодель-2014». – Геленджик: EAGE. – 2014. —С. 13-16.

11. Вейвлет-технология интерпретации геопотенциальных данных, представленных на сферической поверхности / Н.А. Матвеева // Разведка и охрана недр. – 2014. – № 11. – С. 24–27.

12. «Native» wavelet transform for solution inverse problem of gravimetry on the spherical manifold / N. Matveeva, E. Utemov, D. Nurgaliev // 15th International Multidisciplinary Scientific Geoconference and EXPO, SGEM. – Bulgaria, 2015. – Vol. 3. – P. 1067–1074.

13. The «native» wavelet transform for solving the inverse problem of gravimetry on a spherical manifold / N. Matveeva, E. Utemov, D. Nurgaliev // Proceedings of IAMG 2015. The 17th annual conference of

the International Association for Mathematical Geosciences Freiberg. – Germany, 2015. – P. 528–539.

14. Определение глубинных источников аномалий гравитационного потенциала Земли на основе непрерывного «естественного» вейвлет-преобразования / Н.А. Матвеева, Э.В. Утемов, Д.К. Нургалиев // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей: материалы 44-й сессии Междунар. семинара им. Д.Г. Успенского. – М., 2017. – С. 256–260.

15. «Native» wavelet transform for solving gravimetry inverse problem on the sphere / N. Matveeva (Khairullina), E. Utemov, D. Nurgaliev // Practical and Theoretical Aspects of Geological Interpretation of Gravitational, Magnetic and Electric Fields: Proceedings of the 45th Uspensky International Geophysical Seminar. – Kazan, 2019. – P. 163–169.