

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»
Физтех-школа прикладной математики и информатики
Кафедра дискретной математики

УДК 51.77

На правах рукописи



Серебрянникова Екатерина Евгеньевна

Исследование социально-экономических
взаимодействий в рамках динамических
теоретико-игровых моделей на графах

05.13.18 – Математическое моделирование, численные
методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва 2020г.

Работа прошла апробацию на кафедре дискретной математики физтех-школы прикладной математики и информатики федерального автономного образовательного учреждения высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)» Министерства науки и высшего образования Российской Федерации.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук
Леонидов Андрей Владимирович

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Центральный экономико-математический институт Российской академии наук

Защита состоится «01» декабря 2020 г. в 14:00 на заседании диссертационного совета ФПМИ.05.13.18.009 по адресу: 141701, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский переулок, д. 9.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Московского физико-технического института (государственного университета): <https://mipt.ru/education/post-graduate/soiskateli-fiziko-matematicheskie-nauki.php>.

Работа представлена «04» сентября 2020 г. в Аттестационную комиссию федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)» для рассмотрения советом по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, доктора наук в соответствии с п.3.1 ст. 4 Федерального закона «О науке и государственной научно-технической политике».

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования и степень ее разработанности

Гетерогенность отдельных элементов и их связанность, обусловленная экономическими и социальными взаимодействиями, – неотъемлемые характеристики современной экономики. Универсальным языком для описания самых разных социо-экономических отношений является язык графов. Вершины графа моделируют экономических агентов, а ребра отражают наличие связей между ними. Решения агентов, находящихся в узлах сети, при таком описании формируются под влиянием факторов двух типов: во-первых, индивидуальных особенностей данного игрока, а во-вторых, решений его окружения – экстерналий¹. Именно последние представляют ключевой интерес для исследования, поскольку их существование приводит к нетривиальной агрегированной динамике системы. Для моделирования реальных социо-экономических взаимодействий требуется описание сложно устроенных множеств стратегий игроков. Однако, вне зависимости от особенностей этих множеств стратегий в конкретных играх, большая часть сетевых экономических моделей отвечает на вопросы связанные с особенностями формирования эволюции системы в целом в ответ на возникновение некоторых локальных стимулов.

В данной работе рассмотрены подходы к моделированию динамики на примере трех социально-экономических взаимодействий: взаимодействия секторов экономики в процессе производства продукции, взаимодействия фирм с целью повышения своей производительности, а также взаимодействия банков на рынке межбанковского кредитования.

Экономическое взаимодействие на сети

«затраты - выпуск»

Использование фирмами в процессе производства продукции, производимой другими фирмами, относящимися к различным отраслям, – это пример сетевого взаимодействия агентов в экономике, формируемого производственными цепочками. Совокупность таких производственных цепочек, реализующих экономические взаимодействия между фирмами, относящимися к различным секторам экономики, обра-

¹от англ. externality, в англоязычной литературе также используется термин spillover

зует сетевую структуру, характеризующуюся взвешенным ориентированным графом.

Первое описание свойств многосекторной экономики, с помощью матриц «затраты – выпуск», восходит к работам В. Леонтьева [4], давшим начало направлению моделирования межотраслевого взаимодействия. Модели такого рода были популярны в 1960–1970-е гг. Эволюция экономик середины 1980-х гг. привела к существенному усложнению межотраслевых связей, что стало одной из причин перехода к однопродуктовым моделям. Однако кризисные события, начавшиеся в 2007 г., и последующий за этим новый виток изменений в мировой экономике выявили явления, которые могут быть описаны только посредством анализа взаимодействия разных отраслей. Современный подход к решению этой задачи описан в работах² [15, 17, 14, 16, 18, 19, 20, 21, 22].

Важно заметить, что модели, описанные в данных работах, не позволяют проводить анализ явлений, связанных с краткосрочными отклонениями системы от равновесия, поскольку они построены в предположении, что рынок в каждый момент времени находится в состоянии равновесия. Вполне естественно предположить, что учет краткосрочной неравновесности может оказать влияние на характер отклика системы на локальные шоки, поскольку в данном случае пути распространения шока не ограничиваются изменением объемов производства, но затрагивают и цены, отклонение которых от равновесных уровней может быть причиной возникновения «вторичных» возмущений. Помимо неучета ценовых механизмов, существенный недостаток равновесных моделей как с совершенной, так и несовершенной конкуренцией состоит в том, что при наличии шоков ОФП матрица «затраты – выпуск» остаётся неизменной. В то же время в литературе представлены некоторые факты, свидетельствующие о наличии эволюции сетей «затраты – выпуск». Отсюда, во-первых, следует необходимость проведения более детального анализа особенностей эволюции топологии сети «затраты - выпуск», и во-вторых, необходимость описания такого рода эволюции в рамках многосекторных макроэкономических моделей.

Научно-технический прогресс как процесс распространения знаний на сети

Одна из причин наблюдаемой эволюции матрицы «затраты - выпуск» заключается в том, что с течением времени результатом действия технического прогресса является изменение структуры производства. На-

²Подробный обзор литературы, относящейся к данной области, приведен в работе [13].

чало изучения процесса технологического развития было положено Й. Шумпетером еще в 60-х годах 20-го века [25], однако, ввиду сложности описываемой задачи, на сегодняшний день многие задачи этой области остаются нерешенными даже на уровне упрощенных односекторных моделей.

В работе [25] эндогенный экономический рост характеризуется как процесс, порожденный инновациями и имитацией. Данное исследование дало начало одному из самых значимых направлений исследований в данной области [26]. Ключевая идея состоит в предположении, что существует два различных пути повышения эффективности для фирм. Первый состоит в инвестировании в исследования и разработки (далее R&D) и извлечении дополнительной прибыли от получения конкурентных преимуществ лидера. Вторая же стратегия, напротив, состоит в извлечении выгоды из возможности копировать действия лидеров, не затрачивая на это больших ресурсов, то есть имитации. Отметим, что результаты применения второй стратегии главным образом зависят от характеристик «окружения» фирмы. По этой причине, вероятно, наилучшим способом описания процесса распространения знаний и технологий является процесс, подобный диффузии на сети из фирм.

Сетевой характер процесса распространения знаний представлен в литературе рядом стилизованных игровых моделей. Эти модели можно условно разделить на две группы: модели формирования сетей альянсов R&D и модели распространения знаний.

В контексте настоящей диссертации интерес представляет второе направление исследований. Описанные в литературе модели, относящиеся к нему, являются однопродуктовыми, то есть к данным исследованиям можно относиться как к описанию процесса распространения технологий, специфических для одного сектора. Помимо этого, несмотря на описание некоторого процесса распространения, данное распространение происходит не на какой-то конкретной сети, а в своего рода «приближении среднего поля», то есть рассматривается эволюция распределения количества игроков по некоторой характеристике их запаса знаний. Эволюция такого рода системы может быть описана с использованием формализма кинетических уравнений (см. [49] и приведенные там ссылки). Однако, как отмечается в работе [49], все представленные в литературе модели учитывают только один фактора роста – ОФП, тогда как общее описание данного процесса должно быть многомерным. В частности, в работе [49] была предложена двухфакторная модель эволюции эффективности фирм, вторым фактором эффективности в которой является капиталовооруженность. Количественный анализ представленной модели проведен не был.

Формирование финансовых сетей

Современная экономика характеризуется тесной связью реального и финансового сектора. Распространению шоков в финансовых сетях посвящено довольно большое количество исследований³. Очевидно, что характер распространения финансовых шоков, также как и шоков реального сектора, ключевым образом зависит от топологии сети. Отсюда возникает естественный интерес к процессу формирования финансовых сетей, в котором большую роль играют стратегии игроков относительно выбора контрагента.

Один из примеров финансовых сетей – сеть межбанковского кредитования (МБК). В литературе представлены как равновесные модели эндогенного формирования данных сетей [56, 57, 58, 59], так и агентные [60, 61, 62, 63, 64, 65, 66]. Внимание к агентному подходу к моделированию в данной области связано с возможностью проведения анализа влияния разных сложных стратегий поведения банков на формирующуюся в результате сеть. Однако, очевидно, что реальные действия современных финансовых организаций описываются намного более сложными алгоритмами, чем те, что используются в моделях. Данный факт обуславливает интерес к изучению влияния рациональности игроков на свойства формируемой сети. Требуется характеристика того, насколько детальным должно быть описание процесса принятия решения и какие свойства сети являются следствием простых балансовых ограничений и тайминга на рынке.

Суммируя вышесказанное, задачи, рассмотренные в диссертации, относятся к актуальным направлениям преимущественно междисциплинарных исследований, находящихся на стыке макроэкономики, теории сложных сетей и теории игр.

Цель и задачи диссертационной работы

Целью диссертационной работы является исследование особенностей эволюции ряда экономических систем, характеризующихся взаимосвязанностью экономических агентов и высокой степенью их гетерогенности.

Основными задачами работы являются:

1. исследование особенностей топологии высоко агрегированных сетей «затраты - выпуск»;
2. разработка и изучение неравновесной модели несовершенной конкуренции в многосекторной экономике;

³Обзор данной области приведён, например, в работе [55]

3. исследование шумпетерианской эволюции распределения фирм в экономике по величине капиталовооруженности;
4. изучение особенностей топологии сети межбанковского кредитования, генерируемой агентной моделью банковской системы.

Научная новизна

В работе проведено исследование особенностей динамики топологических характеристик сетей «затраты - выпуск» России и США. Для российской сети такой анализ проведен впервые, относительно сетей США, проведенный анализ является более подробным, чем результаты, описанные в более ранних исследованиях. В работе сформулирована неравновесная модель несовершенной конкуренции в многосекторной экономике, являющаяся новой. На основе данной модели предложено новое объяснение эффекта асимметрии отклика системы на технологические шоки отраслей. Кроме того, данная модель является первой моделью многосекторной экономики с эндогенно изменяющейся структурой сети «затраты - выпуск». Помимо этого, в рамках данной модели сформулирована гипотеза о возможной роли монетарных шоков в формировании согласованности динамики экономических секторов.

В работе также изучена модель шумпетерианской эволюции распределения фирм по величине капиталовооруженности, являющаяся предварительным шагом к изучению более сложной модели, предложенной в работе [49]. В работе предложена модификация базовой постановки модели, в рамках которой может быть объяснен наблюдаемый в данных эффект роста дисперсии фирм по величине капиталовооруженности.

Также в работе впервые проведено подробное сравнение особенностей топологии сети МБК, генерируемой агентной моделью банковской системы, со свойствами реальных сетей МБК. Данный анализ позволил разделить свойства реальных сетей на те, для описания которых достаточно модели с агентами-автоматами, действующими по строгому алгоритму, и те, для воспроизведения которых требуется более реалистичное описание стратегий поведения агентов-банков.

Теоретическая и практическая значимость работы

Теоретическая значимость работы состоит в модельном описании возможных механизмов возникновения ряда наблюдаемых в данных особенностей динамики экономических систем. К явлениям такого рода относятся описанные особенности распространения отклика на технологические шоки. Учет эффектов данного типа может оказаться суще-

ственным для описания распространения кризисных явлений в экономике. С практической точки зрения, неучет подобных эффектов может привести к недооценке последствий для всей экономики воздействия шоков отдельных отраслей. Другой описанный эмпирический факт – наблюдаемое расширение распределения фирм по капиталовооруженности. Предложенная модель шумпетерианской эволюции распределения фирм по капиталовооруженности является предварительным шагом к построению многофакторных моделей эндогенного экономического роста. Теоретическая значимость результатов анализа топологии сети МБК в агентной модели банковской системы состоит в разделении топологических характеристик сети на те, для описания которых достаточно моделей с достаточно просто устроенным поведением агентов, и те, для описания которых требуется более глубокое изучение стратегической мотивации реальных банков. Практическая ценность данного результата состоит в том, что он оправдывает использование агентной модели с достаточно просто описанным поведением агентов для проведения стресс-тестирований, целью которых является оценка устойчивости банковской системы к тем или иным шокам отдельных банков.

Методология и методы исследования

В процессе исследования использовались методы анализа сложных сетей, теории графов, подходы к макроэкономическому моделированию, теория игр, принципы агентного моделирования, динамическая оптимизация, численные методы решения дифференциальных уравнений, численные методы оптимизации.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Проведен анализ топологии сетей «затраты - выпуск» России и США на основе данных World Input-Output Database за 1995 – 2011 гг. Выделен набор сетевых характеристик, содержательно описывающих топологию высоко агрегированных сетей «затраты - выпуск». Данные топологические особенности сетей России и США разделены на две группы: постоянные и существенно эволюционирующие во времени.
2. Построена неравновесная модель несовершенной конкуренции в многосекторной экономике, на основе которой описан ряд эффектов, связанных с откликом системы на шоки разного рода. К ним относятся: асимметрия отклика совокупного выпуска экономики

на технологические шоки отдельных секторов, изменение структуры сети «затраты - выпуск» в результате воздействия технологических шоков, рост согласованности эволюции секторов в присутствии монетарных шоков.

3. Построена модель шумпетерианской эволюции распределения фирм по капиталовооруженности, на основе которой предложено объяснение возможной причины наблюдаемого в данных роста дисперсии распределения фирм по капиталовооруженности.
4. Изучены особенности топологии сети МБК в агентной модели банковской системы, проведено сравнение этих особенностей с характеристиками реальных сетей МБК. Показано, что модели нулевого уровня с агентами-автоматами достаточно для описания довольно широкого спектра свойств, которыми обладают реальные сети. Выделены свойства реальных сетей МБК, для воспроизводства которых требуется более подробное описание стратегического поведения агентов.

Степень достоверности и апробация результатов

Результаты диссертационной работы представлены в публикациях [A1, A2, A3, A4]. Работа [A3] размещена в издании, индексируемом как WebofScience, так и Scopus, публикация [A2] – в издании, индексируемом Scopus, две работы [A1, A4] – в издании из списка ВАК, индексируемом RSCI.

Также в печати в издании, индексируемом как WebofScience, так и Scopus, находится работа [A5].

Все результаты данной диссертации, включая результаты, опубликованные в совместных работах, были получены автором диссертации самостоятельно.

Результаты работы представлялись на ряде научных семинаров и конференций, в том числе международных.

Объем и структура работы

Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и двух приложений. Общий объем диссертации составляет 148 страниц. Список литературы содержит 140 наименований.

Благодарности

Прежде всего автор выражает глубокую признательность научному руководителю А.В. Леонидову за всестороннюю поддержку на всех эта-

пах подготовки диссертации и значительное влияние на формирование научного мировоззрения автора. Автор также выражает искреннюю благодарность В.М. Полтеровичу за крайне ценные замечания и комментарии, а также предоставленную возможность представлять результаты работы на семинарах «Математическая экономика» в ЦЭМИ РАН. Кроме того, автор благодарит В.А. Нечитайло, Г.И. Пеникаса и Н.П. Пильника за опыт, полученный в рамках совместной работы над разработкой агентной модели банковской системы.

Основное содержание работы

Первая глава диссертации состоит из трех параграфов и посвящена исследованию макроэкономической динамики на сети «затраты - выпуск».

В **параграфе 1.1** рассмотрены особенности топологии реальных сетей «затраты - выпуск» России и США. Результаты данного параграфа опубликованы в работе [А3]. Сеть «затраты - выпуск» представляет собой взвешенный ориентированный граф, характеризующийся (взвешенной) матрицей смежности

$$Z = \{z_{ij}\}_{i,j=1,\dots,N},$$

где z_{ij} – это стоимость продуктов (услуг), произведённых сектором i и приобретённых сектором j . Основной целью данного параграфа является выделение тех свойств топологии сети «затраты - выпуск», которые изменяются с течением времени, и тех, которые можно считать постоянными. В данном разделе анализировались Национальные таблицы «затраты - выпуск» (National Input-Output Tables) из World Input-Output Database [89]. Эти таблицы содержат информацию в разрезе 34 секторов за период времени с 1995 по 2011 год с годовой периодичностью данных.

В **пункте 1.1.1** анализируется распределение весов рёбер графа «затраты - выпуск». Изучение свойств эмпирических CCDF⁴ показывает, что хвосты распределений с большой вероятностью являются степенными, соответствующий коэффициент наклона CCDF существенно изменяется за период 1995 – 2011 гг.

В **пункте 1.1.2** на основе подходов [90, 94] изучается кластеризация сетей «затраты - выпуск». Обе методики учитывают тот факт, что

⁴Дополнение кумулятивной функции распределения (Complimentary cumulative distribution function)

в ориентированном графе все треугольники делятся на четыре различных типа – *cyc*, *mid*, *in*, *out*. В данном пункте диссертации показано, что методика, предложенная в работе [94], является более корректной для полных (или почти полных) графов, которыми являются изучаемые сети. В ходе анализа сетей России и США установлено, что российская сеть является более кластеризованной, чем сеть США. Помимо этого, показано, что кластеризация реальных сетей существенно отличается от кластеризации случайных графов. А именно, коэффициент кластеризации неравномерно распределен по вершинам и в случае коэффициентов McAssey & Vijma [94] обе реальные сети оказываются вдвое более кластеризованными, чем соответствующие случайные графы. Кроме того, в реальных сетях «затраты - выпуск» наблюдается относительно низкий вес циклических треугольников и высокий вес *in*-треугольников, тогда как случайные графы с реальным распределением весов характеризуются примерно одинаковыми весовыми долями треугольников каждого типа.

Помимо изучения статических свойств, установлено, что коэффициент кластеризации значительно меняется во времени, при этом тренды изменения данной величины противоположны для сетей России и США. Однако, есть особенности кластеризации сетей, которые относительно стабильны во времени. К таким особенностям относится постоянство ранжирования величин весовых долей треугольников разных типов.

В пункте 1.1.3 проводится анализ динамики ряда векторов центральности сетей, то есть анализируется изменчивость ранжирования секторов по различным характеристикам, в число которых входят: мера обратной связи, построенная на основе обратной матрицы Леонтьева (LR), взвешенная мера обратной связи (WR), центральность PageRank (PR), Hubs центральность (HR), Authorities центральность (AR), вектор долей конечного выпуска секторов в суммарном конечном потреблении (*c*).

Сравнение списков лидеров для сетей России и США показывает, что российская экономика ориентирована преимущественно на производство сырья, тогда как в экономике США в число лидеров преимущественно входят секторы, представляющие сферу услуг.

Для иллюстрации того, как ранжирование меняется от периода к периоду, были построены ранговые автокорреляционные функции векторов, отвечающих различным мерам центральности. С их помощью показано, что для обеих экономик ранговая автокорреляция между LR, PR и HR довольно высока (больше 0.7) даже при достаточно больших временных лагах между векторами. AR характеризуется описанной в

предыдущем пункте особенностью только в экономике США. В российской экономике данная зависимость нарушается. В работе показано, что причина такого изменения может состоять в структурном изменении российской экономики, произошедшем в 2002 – 2004 гг.

В пункте 1.1.4 анализируется динамика L^1 расстояния между матрицами «затраты - выпуск» разных лет. Показано, что как сеть РФ, так и сеть США значительно меняется во времени и для кумулятивного изменения расстояния прослеживается наличие позитивного тренда.

В параграфе 1.2 предложена модель несовершенной конкуренции в многосекторной экономике. Отличие этой модели от описанных в литературе как моделей с совершенной конкуренцией, так и моделей с несовершенной конкуренцией состоит в том, что данная модель является неравновесной. Результаты данного параграфа опубликованы в работах [A1, A4]

В пункте 1.2.1 дается обзор описанных в литературе моделей многосекторной экономики как с совершенной так и с несовершенной конкуренцией. Кроме того, в данном пункте приводится новый аргумент, подтверждающий описанный ранее в литературе недостаток моделей с совершенной конкуренцией, заключающийся в недооценке взаимосвязи между секторами.

В пункте 1.2.2 описывается предлагаемая в работе модель несовершенной конкуренции на сети «затраты - выпуск». Предлагаемая модель является агентной, ввиду чего ее описание дается в виде последовательности решений, принимаемых агентами, находящимися в узлах сети.

1. Момент времени t : каждая фирма i обладает запасом Y_{it} произведенных товаров.
2. Каждый производитель имеет некоторое представление о виде кривой спроса. Предположим, что догадки i -го производителя описываются соотношением

$$\frac{D_{it}}{\bar{Y}_{it-1}} = \xi_{it} \left(\frac{P_{it}}{P_{t-1}} \right)^{-\eta} \left(\frac{P_{it-1}}{P_{t-2}} \right), \quad (1)$$

где D_{it} – спрос на продукцию сектора i в момент времени t , \bar{Y}_{it-1} – доступная информация о спросе D_{it-1} в предыдущем периоде, P_{it} – цена продукции, $P_t = \left(\prod_{i=1}^N P_{it} \right)^{\frac{1}{N}}$ – общий уровень цен, ξ_{it} – параметр, оцениваемый в каждом периоде по имеющейся статистике, η – фиксированный параметр. Исходя из этого, производитель может установить цену P_{it} на уже произведенный выпуск

Y_{it} .

3. Зная цены P_{kt} ($k = 1, \dots, N$), каждая фирма максимизирует ожидаемую прибыль следующего периода, с учетом производственной функции (2) и субъективных кривых спроса и предложения труда.

$$Y_{it+1} = A_{it+1} L_{it}^{\alpha} \left(\prod_{k \in S_i} X_{kit}^{\gamma_{ki}} \right)^{1-\alpha}, \quad (2)$$

где X_{kit} – промежуточное потребление товаров сектора k , L_{it} – труд потребителя, работающего в секторе i . Эластичность выпуска по промежуточным факторам производства определяется элементами матрицы $\Gamma = \{\gamma_{ij}\}_{i,j=1,\dots,N}$. A_{it+1} – совокупная факторная производительность (СФП), α – параметр модели. Результат решения этой задачи – спрос на промежуточные факторы X_{kit}^{demand} и труд L_{kt}^{demand} , а также уровень заработной платы w_{kt} .

4. Зная уровень заработной платы, цен текущего периода, доходов предыдущего периода и имея ожидания относительно цен и доходов следующих периодов, потребитель решает задачу максимизации ожидаемой полезности на бюджетном ограничении. В результате определяется спрос на конечное потребление и предложение труда: C_{ijt}^{demand} ($\forall i, j = 1, \dots, N$) и L_{jt}^{supply} .
5. Транзакции на рынке труда: $L_{it} = \min \left(L_{it}^{\text{supply}}, L_{it}^{\text{demand}} \right)$.
6. Транзакции на товарном рынке:

$$X_{ijt} = \min \left(X_{ijt}^{\text{demand}}, Y_{jt} \frac{X_{ij}^{\text{demand}}}{D_{jt}} \right),$$

$$C_{ijt} = \min \left(C_{ijt}^{\text{demand}}, Y_{jt} \frac{C_{ij}^{\text{demand}}}{D_{jt}} \right),$$

где D_{jt} – совокупный спрос на продукцию фирмы j .

7. Исходя из реальных продаж, фирмы рассчитывают прибыль предыдущего периода, запасы собственной продукции, переоценивают кривые спроса на свои товары и предложения труда. Происходит распределение прибыли компаний потребителям и оценка сбережений. Убыток переносится компанией на следующий период.
8. Реализуется значение СФП.

9. Исходя из реально приобретенного количества факторов и с учетом нового значения СФП происходит производство нового выпуска. Нераспроданные остатки продукции переходят в следующий период в неизменном виде.
10. Для момента времени $t + 1$ процедура повторяется.

Утверждение 1. *В отсутствие дефицита на товарном рынке и при условии отсутствия каких-либо шоков стохастическая слева матрица «затраты - выпуск» генерируемая в модели, не меняется во времени и ее структура определяется коэффициентами производственных функций γ_{ij} , $i, j = 1, \dots, N$*

В пункте 1.2.3 приведены данные, использованные при проведении симуляций. В пункте 1.2.4 изучается динамика в модели в отсутствие внешнего воздействия.

В пункте 1.2.5 производится анализ отклика системы на внешние реальные (технологические) шоки СФП.

В предложенной модели, как и в моделях с совершенной конкуренцией, отклик совокупного ВВП на шоки отдельных секторов во многом определяется центральностью PageRank сектора. Однако, во-первых, в модели с несовершенной конкуренцией отклик на положительные и отрицательные шоки характеризуется асимметрией амплитуды, а во-вторых, одним из результатов воздействия на систему реальных шоков является изменение структуры матрицы «затраты - выпуск».

Эффект асимметрии отклика является общим для технологических шоков всех секторов экономики, что продемонстрировано на диаграмме (рис. 1). Как следует из этой диаграммы, значения отклика на положительные шоки сопоставимы со значениями отклика на шоки в равновесной модели с совершенной конкуренцией [19], тогда как степень воздействия отрицательных шоков больше отклика на положительные шоки в среднем более чем в 2 раза.

Описанный эффект является следствием отсутствия мгновенной подстройки цен, усиливающей краткосрочные последствия негативных шоков СФП и не оказывающей такого существенного усиливающего влияния на последствия положительных шоков.

Кроме того в предложенной модели технологические шоки секторов выводят систему из равновесия.

Теорема 1. *В представленной в пункте 1.2.2 работы неравновесной модели многосекторной экономики с несовершенной конкуренцией воздействие шока факторной производительности некоторого сектора приводит к краткосрочному изменению структуры матрицы «затраты - выпуск».*

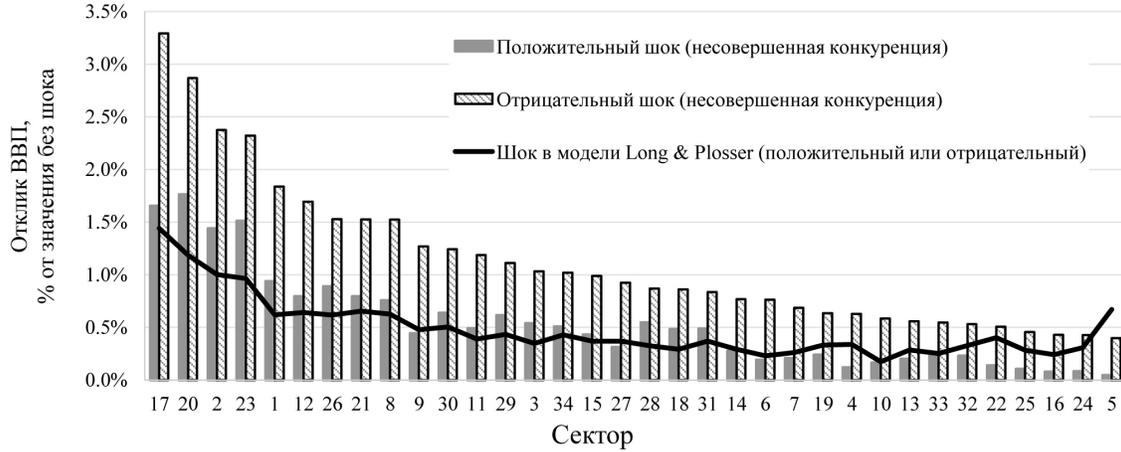


Рис. 1: Асимметрия откликов совокупного реального ВВП на положительные и отрицательные 5%-е шоки СФП разных секторов в многосекторной модели с несовершенной конкуренцией. Источник [А4]

Отметим, однако, что вариативность реальных матриц существенно больше модельной. Таким образом, хотя впервые описанный механизм возникновения динамики матрицы «затраты – выпуск» в многосекторной модели является существенным результатом, его недостаточно для описания наблюдаемой в данных эволюции.

В пункте 1.2.6 изучается воздействие на описанную систему случайного экзогенного изменения объема денежной массы в экономике. Основной результат пункта состоит в том, что при наличии монетарных шоков корреляции темпов роста выпуска секторов могут значительно вырасти. Причем величина смещения гистограммы распределения коэффициента корреляции определяется соотношением между волатильностями реальных и номинальных шоков.

В параграфе 1.3 приводятся основные выводы из анализа, проведенного в Главе 1.

Вторая глава диссертации состоит из четырех параграфов и посвящена анализу модели шумпетерианской эволюции распределения фирм по капиталовооруженности. Результаты, представленные в данной главе, отражены в принятой в печать работе [А5].

В параграфе 2.1 приводится описание базовой версии модели, являющейся упрощенной постановкой модели, предложенной к изучению в работе [49]. Пусть $n \in \mathbb{N}$ – уровни капиталовооруженности, N – общее количество фирм (и потребителей) в экономике, $f_n(t)$, $n \in \mathbb{N}$ – доля фирм, находящихся на уровне n в момент времени t , $F_n = \sum_{k=1}^n f_k$ – доля фирм находящихся на уровнях не выше чем n в момент времени t , $c(t)$ потребление репрезентативного потребителя, $g_n(t)$ – выпуск

фирмы, находящейся в момент времени t на уровне n , $U(c)$ – функция полезности репрезентативного потребителя, $I(t)$ – объем инвестиций, произведенных в момент времени t . Для упрощения выкладок также введем обозначение нормированного объема инвестиций $i(t) = \frac{I(t)}{N}$.

Задача центрального планировщика (\mathcal{P}) состоит в максимизации благосостояния репрезентативного потребителя (3) на некотором фиксированном временном горизонте $[t_0, T]$ при условии бюджетного ограничения (4), эволюции капитала (5) и распределения фирм по капиталовооруженности (6).

$$W = \int_{t_0}^T e^{-\rho(t-t_0)} U(c(t)) dt \rightarrow \max_{s_n(\cdot), n \in \mathbb{N}}, \quad (3)$$

$$c(t) = \sum_{n=1}^{\infty} g_n(t) f_n(t) - i(t), \quad (4)$$

$$i(t) = \frac{dk}{dt}, \quad (5)$$

$$\frac{df_n(t)}{dt} = -\phi(F_n, s_n) f_n + \phi(F_{n-1}, s_{n-1}) f_{n-1}, \quad n \in \mathbb{N}, \quad (6)$$

$$f_n(0) = \text{fix}, \quad n \in \mathbb{N}, \quad (7)$$

где ρ – это фактор дисконтирования, s_n , $n \in \mathbb{N}$ – это вектор управления, характеризующий затраты на переход на следующий уровень капиталовооруженности и функция $\phi(F_n, s_n)$ – это некоторая функция (в простейшем случае $\phi(\cdot)$ убывает по F_n [49]). При этом выполнено следующее ограничение:

$$\phi(F_n, s_n) \geq 0, \quad n \in \mathbb{N}. \quad (8)$$

Ключевое влияние на характеристики решения данной задачи оказывает предположение о форме уравнения эволюции распределения (6). В данной работе, в соответствии с исходной постановкой модели в [49], для описания этого процесса предлагается использовать дифференциально-разностный аналог уравнения Бюргера. Такое предположение означает, что допустимыми являются только последовательные одношаговые переходы вида $n \rightarrow n + 1$.

Балансовое соотношение (4) может быть переписано следующим образом:

$$c(t) = \sum_{n=1}^{\infty} (g_n - \phi(F_n, s_n)) f_n. \quad (9)$$

Для решения задачи использовался принцип максимума Понтрягина.

Пусть $u_n = \phi(F_n, s_n)$, $n \in \mathbb{N}$. Обозначим \mathcal{P}' задачу, полученную заменой $\phi(F_n, s_n)$ на u_n в исходной задаче \mathcal{P} :

$$W = \int_{t_0}^T e^{-\rho(t-t_0)} U(c(t)) dt \rightarrow \max_{u_n(\cdot), n \in \mathbb{N}}, \quad (3')$$

$$c(t) = \sum_{n=1}^{\infty} (g_n - u_n(t)) f_n(t) \quad (9')$$

$$\frac{df_n(t)}{dt} = -u_n f_n + u_{n-1} f_{n-1}, \quad n \in \mathbb{N}, \quad (6')$$

$$f_n(0) = \text{fix}, \quad n \in \mathbb{N}, \quad (7')$$

$$u_n \geq 0. \quad (8')$$

Утверждение 2. Предположим, что функция $\phi(F_n, s_n)$ монотонна по s_n и $\forall F_n \in [0, 1], u \in [0, \infty) \exists s_n : \phi(F_n, s_n) = u$. Тогда если \tilde{u}_n ($n \in \mathbb{N}$) есть оптимальное управление задачи \mathcal{P}' , то $\tilde{s}_n = \phi^{-1}(\tilde{u}_n | F_n)$ ($n \in \mathbb{N}$) есть оптимальное управление задачи \mathcal{P} , где $\phi^{-1}(\cdot | F_n)$ – это обратная функция для $\phi(F_n, \cdot)$ при фиксированном значении F_n .

Определение 1. Приращением дискретной производственной функции g_n , $n \in \mathbb{N}$ будем называть дискретную функцию Δ_n , определяемую соотношением $\Delta_n = g_{n+1} - g_n$

Теорема 2. В задаче \mathcal{P}' переходы совершаются только с тех непустых уровней, которые характеризуются максимальным приращением производственной функции среди всех непустых в данный момент времени уровней, то есть

$$\text{если } n \in \text{Arg} \max_{m \in \mathbb{N}: f_m(t) > 0} \Delta_m, \text{ то } u_n(t) \geq 0, \text{ иначе } u_n(t) = 0.$$

Анализ решения разделен на две части: случай убывающей отдачи от масштаба и общий случай.

Определение 2. Производственная функция дискретной переменной g_n , $n \in \mathbb{N}$ обладает убывающей отдачей от масштаба, если $\Delta_n < \Delta_m$ при $n > m$.

В случае убывающей отдачи от масштаба в любой момент времени переходы могут происходить только с самого низкого непустого уровня $m^* = m^*(t)$, то есть

$$m^* \equiv m^*(t) = \min\{m | f_m(t) > 0\},$$

и, кроме того, величина оптимального управления в данном случае определяется единственным образом.

Случай произвольной формы функции g_n (например, с немонотонным приращением) более сложен. Качественно динамика данного типа относится к случаю перехода через уровень, которые запрещены выбранной формой дифференциально-разностного аналога уравнения Бюргерса, то есть формально решение задачи \mathcal{P}' в данном случае не существует.

В параграфе 2.2 представлена модификация базовой модели, иллюстрирующая эффекты, возникающие как следствие взаимодействия двух различных факторов роста: экзогенного (ОФП) и эндогенного (капиталовооруженности). Результаты, показывают, что динамика одного из факторов может оказывать влияние на оптимальную величину другого.

В базовой версии модели предполагалось, что эффективность инвестиций не зависит от их размера и уровня капиталовооруженности, в переходы с которого эти инвестиции вкладываются. Однако, довольно естественным является предположение о том, что чем выше уровень капиталовооруженности, на котором находится фирма, тем более эффективными являются инвестиции. Кроме того, следуя [119], можно ожидать, что эффективность инвестиций убывает с ростом их объема. В параграфе 2.3 анализируются два расширения базовой версии модели, в которых приняты во внимание приведенные аргументы.

Для того чтобы ввести в модель зависимость эффективности инвестиций от уровня капиталовооруженности необходимо заменить уравнение эволюции (6') в задаче \mathcal{P} на следующее соотношение

$$\dot{f}_n = -\nu_n u_n f_n + \nu_{n-1} u_{n-1} f_{n-1}.$$

где ν_n , $n \in \mathbb{N}$, – это дискретная функция, описывающая рост эффективности инвестиций при росте уровня n , то есть $\nu_{n+1} > \nu_n$. Обозначим \mathcal{P}^b задачу с гетерогенностью инвестиций такого рода.

Утверждение 3. *Качественные характеристики решения \mathcal{P}^b остаются такими же, как в исходной постановке задачи \mathcal{P}' . Однако, параметр, определяющий уровень, с которого в каждый момент времени совершаются переходы (уровень $m^*(t)$), – это в данном случае произведение $\nu_n \Delta_n$ (вместо Δ_n в задаче \mathcal{P}').*

Предположение о снижении эффективности инвестиций с ростом их размера может быть включено в число предпосылок базовой модели путем замены соотношения (6') в задаче \mathcal{P}' на следующее соотношение:

$$\frac{df_n}{dt} = -\chi(u_n) f_n + \chi(u_{n-1}) f_{n-1}, \quad n \in \mathbb{N}, \quad (6^c)$$

где функция $\chi(\cdot)$ обладает следующими свойствами: $\chi(x) > 0$, если $x > 0$, $\chi(0) = 0$, $\chi'(x) > 0$, $\chi''(x) < 0$.

Другие соотношения, входящие в описание задачи \mathcal{P}' , остаются неизменными. Обозначим задачу с гетерогенностью эффективности инвестиций по отношению к размеру через \mathcal{P}^c . Для упрощения анализа рассмотрен только пример с конкретными функциями $U(x) = \ln(x)$ и $\chi(x) = \ln(x + 1)$.

Свойства решения задачи \mathcal{P}^c иллюстрируются на основе рассмотрения результатов численного решения ряда примеров. На рис. 2 приведена эволюция системы в случае убывающей отдачи от масштаба, когда в момент времени $t = 0$ все фирмы находятся на первом уровне капиталовооруженности. Из этого примера видно, что распределение расширяется со временем. Из рис. 2 (B1) ясно, что переходы совершаются с каждого непустого уровня. Причина такой динамики очевидна. Поскольку эффективность инвестиций падает с увеличением объема (что выражено в свойствах функции $\chi(\cdot)$), оптимальным является распределение суммарных инвестиций по различным уровням. В связи с этим, убывающая по объему эффективность инвестиций может быть одним из объяснений наблюдаемого в данных роста разнообразия фирм [118].

В данном параграфе, кроме того, показано, что в задаче \mathcal{P}^c , в отличие от базовой задачи \mathcal{P}' решение существует для произвольных функций произвольного вида. В частности может быть рассмотрен пример производственной функции с возрастающей отдачей от масштаба. Проведенный в параграфе 2.3 анализ показывает, что наличие возрастающей отдачи от масштаба может приводить к большему расширению распределения с течением времени, чем в случае убывающей отдачи от масштаба.

В параграфе 2.4 приведены выводы к Главе 2.

Третья глава диссертации состоит из четырех параграфов и посвящена анализу свойств сети МБК в агентной модели банковской системы [123]. Целью данной главы является сравнение топологических характеристик сети, генерируемой в модели, со свойствами реальных сетей МБК, описанными в литературе, и ответ на вопрос о том, для воспроизводства каких характеристик реальной сети достаточно модели с упрощенным описанием агентов в терминах агентов-автоматов (модели нулевого уровня), и какие свойства ее топологии требуют более реалистичного описания действий агентов. Результаты данной главы опубликованы в работе [A2].

В параграфе 3.1 приводится описание модели [123] и изучается эффект разрыва ликвидности, являющийся причиной формирования сети МБК в модели.

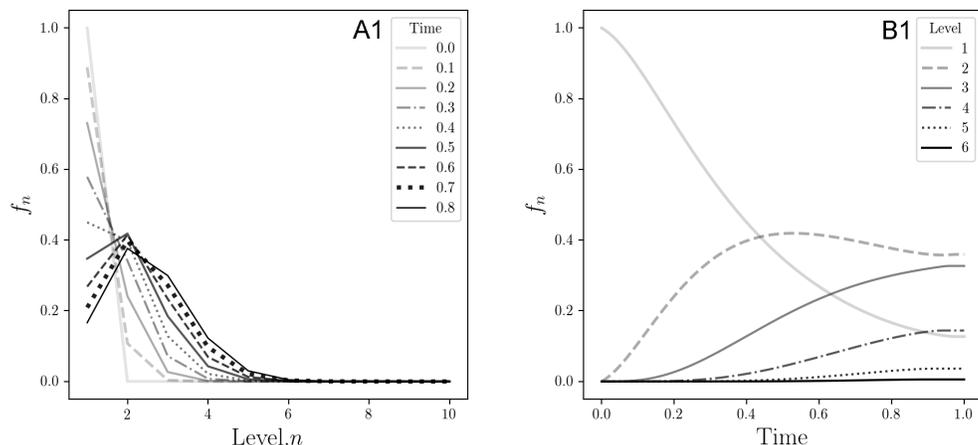


Рис. 2: Эволюция распределения фирм по уровням капиталовооруженности в Примере 3а. **A1**: в разные моменты времени; **B1**: эволюция долей фирм на разных уровнях во времени $f_n(t)$, $n \in \mathbb{N}$. Источник [A5]

Сеть МБК – это взвешенный ориентированный граф, вершинами которого являются банки, а ребра отражают взаимоотношения должник-кредитор на рынке МБК. Направление ребра в этом графе соответствует направлению от заемщика (Out-связь) к кредитору (In-связь).

В параграфе 3.2 изучается компонентная структура сети МБК, рассматривается наиболее распространенное в теории графов Wow-Tie представление⁵ и более естественная с экономической точки зрения классификация вершин на чистых заемщиков, чистых кредиторов и тех, которые выполняют обе роли одновременно.

Анализ размеров компонент Wow-Tie представления модельной сети МБК показывает, что размер GSCC в модельной сети с годовой агрегацией (42%) сопоставим с размерами этой компоненты в реальных сетях. Однако в сетях малой агрегации (день, неделя) отсутствуют ориентированные циклы и, как следствие, GSCC. Наличие ориентированных циклов даже в реальных дневных сетях – следствие двух факторов. Во-первых, наличие сделок длительности более чем overnight и, во-вторых, наличие посредничества, при котором банк выступает одновременно и кредитором, и заемщиком. Оба этих фактора отсутствуют в исследуемой модели на данный момент.

Относительно классификации по выполняемой роли в модельной

⁵Разделение вершин графа на слабо-связные компоненты (WCC), сильно-связные компоненты (SCC), гигантскую слабо-связную компоненту (GWCC), гигантскую сильно-связную компоненту (GSCC), In-компоненту, Out-компоненту, Tendrils и несвязанные компоненты (DC)

сети слишком мала доля банков, которые не выходят на рынок МБК, кроме того, мала доля чистых кредиторов. Доля банков, выполняющих одновременно роль заемщиков и кредиторов, напротив, велика по сравнению с реальной. Данные различия, вероятно, связаны с отсутствием планирования у банков в модели. Однако, несмотря на наличие описанного расхождения, в модели наблюдается естественное распределение ролей: банки с большим объемом капитала выступают в роли кредиторов, а банки с малым капиталом – в роли заемщиков.

В параграфе 3.3 анализируются локальные характеристики модельной сети МБК. Показано, что распределения как In-, так и Out-степеней существенно отличаются от пуассоновского⁶. В частности, распределения характеризуются наличием тяжелых хвостов.

Важной характеристикой взвешенного графа является нагруженность ребер – соотношение между In-(Out-) степенью вершины и общим объемом размещенных (привлеченных) средств. Основные свойства нагруженности ребер в модели согласуются с наблюдаемыми свойствами реальных сетей [124]. А именно, совокупная нагруженность In-ребер растет с ростом степени вершины, большая нагруженность Out-ребер характерна только для вершин с большой степенью.

Как отмечается в ряде работ [129, 124, 131, 128] реальные графы МБК характеризуются свойством дисассортативности. В таких графах вершины с большой In-степенью связаны в основном с вершинами с маленькой In-степенью и наоборот, аналогичное свойство выполнено и для Out-степеней вершин. В модельном графе такое свойство также имеет место, однако в реальной сети с ростом In-(Out-) степени средняя In-(Out-) степень соседей убывает медленнее, чем в модельной сети.

В работах, посвященных анализу топологии реальных сетей МБК [129, 126, 124, 131, 128] отмечается, что данные графы, как и большинство социальных сетей, являются высоко кластеризованными. Данный факт обуславливает интерес к изучению коэффициента кластеризации модельной сети. Для проведения данного анализа использовался подход [90].

Как отмечается в работе [139] для сети МБК Бразилии наименьшее значение среди коэффициентов кластеризации четырех типов, как правило, характерно для треугольников типа *сус*, тогда как наибольшее – для треугольников типа *mid*. Кроме того, отмечается высокая степень неравномерности распределения значений коэффициентов кластеризации по вершинам графа. Модельная сеть МБК характеризует-

⁶ Данное распределение описывает распределение степеней вершин случайного графа Эрдеша-Реньи, модель которого использована в ряде работ для анализа каскадного банкротства [136, 137]

ся аналогичными качественными свойствами, однако в реальной сети диспропорции между коэффициентами кластеризации, связанными с треугольниками разных типов, значительно менее существенны. Кроме того, абсолютные значения коэффициентов кластеризации реальных сетей существенно превосходят аналогичные величины в модельной сети.

В параграфе 3.4 приведены выводы к Главе 3.

Заключение

В диссертационной работе изучены подходы к моделированию ряда социально-экономических взаимодействий. На основе построенных моделей изучены особенности эволюции соответствующих систем.

- Исследование особенностей топологии высоко агрегированных секторальных сетей «затраты - выпуск» России и США показало, что несмотря на наличие ряда устойчивых свойств, данные сети претерпевают значительную эволюцию во времени.
- В рамках разработанной модели взаимодействия агентов-секторов экономики на сети «затраты - выпуск» удалось показать, что одновременный учет гетерогенности игроков, сетевого взаимодействия, элементов несовершенной конкуренции и неравновесной динамики приводит к возникновению ряда важных эффектов, таких как изменение структуры сети «затраты - выпуск», асимметрия отклика системы на положительные и отрицательные технологические шоки, рост согласованности динамики секторов в присутствии монетарных шоков.
- На основе построенной модели шумпетерианской эволюции распределения фирм по величине капиталовооруженности предложено объяснение наблюдаемого в данных роста дисперсии данного распределения. Данная модель, кроме того, является предварительным шагом для построения многофакторных моделей эндогенного экономического роста.
- Анализ топологии сети МБК в агентной модели банковской системы показал, что данная сеть характеризуется широким спектром свойств, присущих реальным сетям МБК. Однако в исследовании выделены свойства данной сети, для описания которых требуется более глубокая проработка описания поведения банков на рынке МБК.

Публикации автора по теме диссертации

- [A1] Леонидов А.В. , Серебрянникова Е.Е. Динамическая модель несовершенной конкуренции в многосекторной экономике. *Проблемы управления*, 4:8–16, 2017.
- [A2] Леонидов А.В. , Нечитайло В.А. , Серебрянникова Е.Е. Топология сети межбанковского кредитования в агентной модели банковской системы. *Экономический журнал Высшей школы экономики*, 22(3), 2018.
- [A3] Andrey Leonidov and Ekaterina Serebryannikova. Dynamical topology of highly aggregated input–output networks. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 518:234–252, 2019.
- [A4] Леонидов А.В. , Серебрянникова Е.Е. Исследование отклика на технологические шоки в многосекторной модели несовершенной конкуренции. *Проблемы управления*, 2:30–40, 2019.
- [A5] Andrey Leonidov and Ekaterina Serebryannikova. Schumpeterian evolution of firms distribution in capital-labour ratio. *Journal NEA*, (48 [В печати]), 2020.