

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

На правах рукописи



**Калашников Илья Юрьевич**

**Устойчивость течений в астрофизических объектах и  
лабораторных экспериментах**

Специальность 01.04.02 —  
Теоретическая физика

Автореферат  
диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Москва — 2019

Работа выполнена в Национальном исследовательском ядерном университете «МИФИ».

Научный руководитель:

**Чечёткин Валерий Михайлович**

доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник 11 отдела ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, профессор кафедры теоретической ядерной физики НИЯУ МИФИ.

Официальные оппоненты:

**Колдoba Александр Васильевич,**

доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, заведующий лабораторией флюидодинамики и сейсмоакустики МФТИ,

**Моисеенко Сергей Григорьевич,**

доктор физико-математических наук, заведующий отделом прикладной и теоретической астрономии и радиointерферометрии ИКИ РАН,

**Титарчук Лев Григорьевич,**

доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник лаборатории астрофизики высокого разрешения АКЦ ФИАН РАН.

Защита состоится «29» апреля 2020 г. в 17 часов 00 минут на заседании диссертационного совета МИФИ.01.02 федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ» (115409, г. Москва, Каширское шоссе, 31).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке НИЯУ МИФИ и на сайте <https://ds.mephi.ru/>.

Просим принять участие в работе совета или прислать отзыв в двух экземплярах, заверенных печатью организации, по адресу НИЯУ МИФИ.

Автореферат разослан « »

2020 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
МИФИ.01.02,  
д.ф.-м.н.

И.А. Руднев

## Общая характеристика работы

### Актуальность темы.

Течение Гартмана представляет из себя стационарное течение несжимаемой вязкой электропроводящей жидкости, происходящее между двумя бесконечными неподвижными параллельными плоскостями при наличии внешнего поперечного магнитного поля, возникающее за счет перепада давления. Несмотря на простоту такого течения, вопрос о его устойчивости пока что не решен полностью.

Устойчивость течения Гартмана впервые была исследована Р. Локом [1] в предположении, что возмущения двумерные и могут изменяться только в направлении основного течения или приложенного магнитного поля. Согласно полученным результатам переход к турбулентности происходит при достижении критического числа Рейнольдса  $Re_c \simeq 5 \cdot 10^4 Ha$ , которое линейно зависит от числа Гартмана  $Ha$ . В последующих исследованиях полученное соотношение уточнялось и результаты, вообще говоря, подтверждали критерий Лока, однако не согласовывались с экспериментальными данными, согласно которым коэффициент пропорциональности между критическим числом Рейнольдса и числом Гартмана завышен на два порядка. Такое несоответствие связывалось с недостатками линейной теории [2]. Согласно более поздним результатам, полученным благодаря прямому численному моделированию [3], течение теряет устойчивость в том числе и благодаря тому, что малые возмущения эволюционируют и в продольном направлении. Исследование устойчивости течения Гартмана с учетом эволюции возмущений вдоль направления, перпендикулярного к скорости основного течения и приложенного магнитного поля, до настоящего времени не производилось. В диссертации представлено решение этой задачи в так называемом конвективном (сносовом) приближении - предположении, что зародившиеся в какой-либо точке возмущения сносятся основным течением настолько быстро, что не успевают проэволюционировать. При таком подходе становится возможным учсть поперечные возмущения в рамках аналитического рассмотрения.

Открытые в 1950-х годах джеты молодых звезд стали первым прямым свидетельством наличия ударных волн, являющихся результатом столкновения струйных выбросов с газом, окружающим звезду [4]. Хотя на данный момент отсутствует полная теория, похоже, что процессы коллимации джетов и акреции дисков являются неотъемлемой составной частью молодых звездных объектов. До сих пор не вполне понятно, почему джеты коллимировано распространяются вдоль оси вращения акреционного диска на расстояния, во много раз превышающие их поперечные размеры и как на это влияет собственное магнитное поле джета.

В 2005 году С. Лебедев и др. [5] продемонстрировали образование сверхзвуковых плазменных джетов с использованием установок типа

*Z*-пинча, следуя идее использования законов масштабирования в магнитной гидродинамике для моделирования распространения астрофизических джетов в лаборатории с помощью *Z*-пинчей и мощных лазеров [6]. В диссертации представлен новый взаимодополняющий подход в поисках понимания причин коллимированного распространения джетов, основанный на численном моделировании распространения выбросов плазмы согласно лабораторным экспериментам и астрономическим наблюдениям. Эти эксперименты проводятся на установке ПФ-3 (плазменный фокус 3, Курчатовский институт), которая является одной из модификаций *Z*-пинчей - так называемый «нецилиндрический *Z*-пинч». Одним из преимуществ данной установки является наличие высокой пролетной камеры, благодаря которой возможно изучать распространение плазменного выброса на достаточно больших расстояниях, что позволяет исследовать динамику параметров джета, таких как плотность, температура, распределение магнитных полей при его взаимодействии с окружающей средой.

Другим интересным классом астрофизических явлений, описываемым методами газовой динамики, являются взрывы сверхновых звезд. В работе [7] Фаулер и Хайл показали важность потерь энергии нейтрино при создании  $e^+e^-$  пар, когда центральная температура достигает  $T \sim 2 \cdot 10^9$ К. Несколько лет спустя было показано [8], что такой процесс способен разрушить очень массивную звезду. Общая картина взрыва массивной звезды, вызванного парной нестабильностью, сильно отличается от коллапса ядра сверхновой или термоядерного взрыва, т.к. при взрыве парно-不稳定ных сверхновых малое сечение рассеяния нейтрино в сочетании с высокой температурой, благодаря которой возможны множественные реакции  $e^+e^- \rightarrow \nu_e\bar{\nu}_e$ , приводит к сжатию ядра и взрыву звезды, поэтому роль нейтрино может быть упрощена как функция потери энергии в уравнениях гидродинамики.

Чтобы получить детальную картину взрыва исследователи используют программы для гидродинамических расчетов. Фактически, почти во всех расчетах удается достичь описанной выше схематической картины, что свидетельствует о том, что этот физический процесс хорошо понят. Однако само воспламенение все еще остается нерешенной проблемой, т.к. не ясно, где именно происходит возгорание и как оно развивается. Согласно одному из предположений, ядерное горение в центре звезды может развить крупномасштабную конвекцию [9], нарушающую сферическую симметрию системы. Неоднородность температуры и плотности может привести к появлению пятен воспламенения в ядре. Следуя этой идеи стало возможным предложить асимметричный взрыв с использованием многоядерного зажигания и показать, что он создаст совершенно иную гидродинамическую картину [10]. Такой ассиметричный взрыв может приводить к фрагментации ядра звезды и к сложным кривым блеска, похожим на кривые блеска некоторых из гамма-всплесков. Таким образом, источник

гамма-всплесков оказывается связанным с ядерной энергией взрыва парно-нестабильных сверхновых. В диссертации эта проблема рассматривается с другой точки зрения. Основная идея состоит в том, что неоднородности температуры и плотности могут образовываться еще на этапе коллапса, что в дальнейшем приводит к неоднородному взрыву сверхновой. Эта идея проанализирована с использованием аналитических методов, аналогичных методам изучения устойчивости сходящихся ударных волн.

### **Цели и задачи диссертационной работы.**

Основной целью настоящей диссертационной работы было исследование устойчивости как лабораторных течений - течения Гартмана и распространения плазменных выбросов в установке ПФ-3 - так и астрофизических - коллапса ядра массивной звезды при взрыве сверхновой и распространения нерелятивистского джета.

Для достижения поставленной целей были решены следующие задачи:

1. Сформулировано конвективное приближение для течения Гартмана и исследована его устойчивость в этом приближении по отношению к двумерным и одномерным малым возмущениям.
2. Разработана и протестирована программа для моделирования магнитогидродинамических течений идеальной плазмы в цилиндрических осесимметричных координатах с учетом радиационного охлаждения.
3. Произведено моделирование распространения джетов молодых звезд и лабораторных джетов.
4. Выбрана модель, описывающая коллапс ядер массивных звезд с учетом потери энергии благодаря эмиссии нейтрино и исследована его устойчивость по отношению к трехмерным возмущениям.

### **Научная новизна:**

1. Было выполнено оригинальное исследование устойчивости течения Гартмана с учетом зависимости возмущений от компоненты, поперечной к направлениям основного течения и приложенного магнитного поля. Найдено и решено уравнение на инкремент возмущений и показано, что наиболее опасная мода связана с продольной компонентой возмущений.
2. В рамках численного эксперимента впервые было рассмотрено распространение последовательности плазменных выбросов в установке ПФ-3 и показано влияние их взаимодействия на коллимированность джета. Аналогичные расчеты были выполнены для астрофизического джета звезды RW Aur. Впервые было показано, что решающую роль для коллимированного распространения плазменных выбросов в астрофизических и лабораторных условиях

играет вакуумный след, остающийся после прохождения первого выброса.

3. Впервые исследован на устойчивость процесс коллапса ядер массивных сверхновых звезд и найдены наиболее опасные моды возмущений. Показано, что в рамках рассматриваемой модели коллапс массивных звезд ( $M \simeq 200M_{\odot}$ ) неустойчив, в то время как для маломассивных звезд ( $M \simeq 10M_{\odot}$ ) подобного рода неустойчивость не успевает развиться.

### **Практическая значимость**

1. Благодаря найденным критериям устойчивости течения Гартмана становится возможным указать область параметров, при которых течение остается ламинарным.
2. Разработан программный код, позволяющий решать задачи идеальной магнитной гидродинамики с учетом радиационного охлаждения.
3. Результаты численного моделирования экспериментов на установке ПФ-3 предсказывают образование полости с низкой плотностью и высокой температурой, остающейся после прохождения джета.
4. Численные эксперименты по распространению джетов молодых звезд позволяют утверждать, что второй и последующий плазменные выбросы распространяются коллимированно благодаря каналу с низкой плотностью, образованному первым выбросом.
5. Результаты теоретического исследования устойчивости коллапса ядер массивных сверхновых звезд позволяют обосновать численные эксперименты, проводимые другими авторами, а также обосновывают гипотезу о связи некоторых из наблюдаемых гамма-всплесков и взрывов малометаллических массивных звезд.

### **Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Течение Гартмана неустойчиво в конвективном приближении. Наиболее опасная мода связана с зависимостью возмущений от направления, перпендикулярного основному течению и приложенному магнитному полю. Увеличение приложенного магнитного поля способствует подавлению неустойчивости.
2. Ключевую роль в коллимированном распространении последовательности плазменных выбросов в астрофизических и лабораторных условиях играет канал с низкой плотностью (вакуумный след), остающийся после прохождения первого выброса.
3. Коллапс ядер массивных звезд является нецентральным, он разбивается на несколько пятен воспламенения. Количество пятен воспламенения, в которых начальные малые возмущения продолжают развиваться, порядка десяти.

**Достоверность и обоснованность** полученных результатов гарантируется строгостью используемого математического аппарата.

Корректность работы разработанного численного кода определяется правильностью решения известных тестовых задач. Достоверность результатов моделирования астрофизических и лабораторных джетов подтверждается сравнением с результатами астрономических наблюдений и лабораторных экспериментов. Достоверность результатов исследования на устойчивость течения Гартмана подтверждается сравнением с доступными экспериментальными данными по течению ртути в прямоугольном канале во внешнем магнитном поле. Полученная в ходе исследования устойчивости коллапса ядер массивных звезд оценка количества пятен воспламенения находится в согласии с численными расчетами [10] и количеством пиков на сложных кривых блеска гамма-всплесков.

**Личный вклад.** Вся работа, результаты которой изложены в диссертации, проведена соискателем самостоятельно в процессе научной деятельности. Из совместных публикаций в диссертацию включён лишь тот материал, который непосредственно принадлежит соискателю. Займствованный материал обозначен в работе ссылками.

**Апробация работы.** Основные результаты работы докладывались на следующих конференциях:

1. International Conference Fundamental and Applied MHD Thermo acoustic and Space technologies. Riga, Latvia. June 16-20, 2014.
2. Russian Conference on Magneto Hydrodynamics. Perm, Russia. June 22-25, 2015.
3. The 2nd International Conference on Particle Physics and Astrophysics. Moscow, Russia. October 10-14, 2016.
4. IV International Conference on Particle Physics and Astrophysics. Moscow, Russia. 22-26 October 2018.
5. Международная конференция лазерные, плазменные исследования и технологии ЛаПлаз. Москва, Россия. 12-15 февраля 2019.
6. Международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов-2019», Москва, Россия. 8-12 апреля 2019 года.

**Публикации.** Основные результаты по теме диссертации изложены в 5 печатных изданиях, включенных в базы SCOPUS, Web of Science и перечень ВАК.

**Объем и структура работы.** Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Полный объем диссертации составляет 115 страниц текста, 33 рисунка и 3 таблицы. Список литературы содержит 139 наименований.

## Содержание работы

Во введении описан круг рассматриваемых задач, обоснована актуальность темы, сформулированы цели и задачи исследования, основные

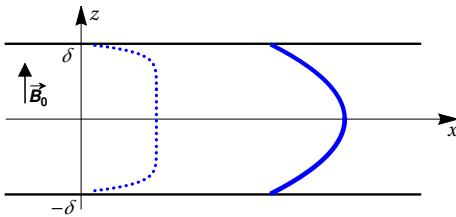


Рис. 1 – Профили скорости для течений Пуазейля (сплошная) и Гартмана (пунктирная)

положения, выносимые на защиту, приведены данные о структуре и объеме диссертационной работы.

В первой главе рассматривается вопрос об устойчивости течения Гартмана.

В разделе 1.1 даны общие сведения о стационарном течении Гартмана, приводится обзор литературы по проблеме его устойчивости.

Течение Гартмана - стационарное течение несжимаемой вязкой электропроводящей жидкости, происходящее между двумя бесконечными неподвижными параллельными плоскостями при наличии внешнего поперечного магнитного поля  $B_0$ , возникающее за счет перепада давления. Это течение описывается точным решением уравнений диссипативной несжимаемой магнитной гидродинамики (МГД), оно имеет вид<sup>1</sup>:

$$V_x(z) = \frac{k_2 \delta}{k_1 \operatorname{sh}(k_1 \delta)} (\operatorname{ch}(k_1 \delta) - \operatorname{ch}(k_2 z)),$$

$$\sqrt{\frac{\nu_m}{4\pi\rho\nu}} B_x = -\frac{k_2}{k_1} z + \frac{k_2 \delta}{k_1 \operatorname{sh}(k_1 \delta)} \operatorname{sh}(k_1 z),$$

где  $k_1 = B_0 / \sqrt{4\pi\rho\nu\nu_m}$ ,  $k_2 = -(1/\rho\nu)(\partial p/\partial x)$ . Константы  $\nu$  и  $\nu_m$  - кинематическая и магнитная вязкости,  $\rho$  - плотность жидкости,  $\delta$  - расстояние между плоскостями. Наличие магнитного поля приводит к уплощению профиля скоростей (см. Рисунок 1).

Устойчивость такого течения определяется тремя характерными числами: числом Рейнольдса  $Re = V\delta/\nu$ , магнитным числом Рейнольдса  $Rm = V\delta/\nu_m$  и числом Гартмана  $Ha = B_0\delta/\sqrt{4\pi\rho\nu\nu_m}$ , где  $V$  - некая характерная скорость.

Устойчивость плоскопараллельных течений обычно изучают с помощью уравнения Оппа-Зоммерфельда - уравнения четвертого порядка на собственные значения относительно функции тока. Оно получается, если рассмотреть только двумерные возмущения вида  $\mathbf{v} = (V(z) + v_x(x, z, t))\mathbf{e}_x +$

<sup>1</sup>Здесь и далее не делается различия между напряженностью магнитного поля  $\mathbf{H}$  и магнитной индукцией  $\mathbf{B}$ , поскольку в гауссовой системе единиц они имеют одинаковую размерность, а магнитная проницаемость  $\mu$  для рассматриваемых задач равна единице.

$v_z(x,z,t)\mathbf{e}_z$ , где  $V(z)$  - скорость основного течения. При изучении гидродинамической устойчивости такой подход полностью оправдан, поскольку существует теорема Сквадера, утверждающая, что именно такого рода возмущения наиболее опасны. Для магнитной гидродинамики подобная теорема доказана лишь для нескольких частных случаев.

Долгое время устойчивость течения Гартмана изучалась как раз в предположении о справедливости теоремы Сквадера. Впервые она была рассмотрена в работе [1], где использовался описанный выше метод и получено модифицированное уравнение Орра-Зоммерфельда, но гардмансонский профиль скорости заменялся близким:  $u = 1 - \exp(-Ha(1 + |z|))$ . Т.е. влияние магнитного поля учитывается лишь посредством изменения поля скоростей, и получен результат, что с ростом магнитного поля растет и устойчивость. При достаточно большом ( $Ha > 20$ ) магнитном поле имеется линейная зависимость критического числа Рейнольдса, по достижении которого течение теряет устойчивость, от числа Гартмана:  $Re_c = 5 \cdot 10^4 Ha$ . В работе [11] возмущения искались в виде  $f(z) \exp(i(\alpha x + \beta y) - i\alpha ct)$ , то есть рассматривались возмущения, изменяющиеся в том числе и вдоль оси  $y$ . Полученное модифицированное уравнение Орра-Зоммерфельда авторы решали численно, фиксируя значение  $\beta$ . Таким образом им удалось уточнить асимптотические результаты Локка, относящиеся к задаче о устойчивости по отношению к двумерным возмущениям. На основании того, что для различных  $\beta$  результаты получаются одинаковыми авторы делают вывод о том, что наиболее опасные возмущения те, которые не зависят от  $y$ . Однако надо заметить, что значения  $\beta > 0$  просто фиксировались, задача на их нахождение не решалась.

Полученные ранее теоретические результаты не вполне согласуются с экспериментальными данными. На Рисунке 2 собраны доступные экспериментальные данные о коэффициенте сопротивления  $\lambda$  при течении ртути в поперечном поле в трубах прямоугольного сечения отложенные относительно соответствующего значения для ламинарного течения  $\lambda_H \simeq 2Ha/Re$ . Таким образом точки, отклоняющиеся от биссектрисы координатного угла, соответствуют турбулентному течению. Можно видеть, что теоретическое значение коэффициента пропорциональности между критическим числом Рейнольдса и числом Гартмана завышено на два порядка по сравнению с экспериментальными данными.

В дальнейшем полученные теоретические результаты обобщались путем более точного решения модифицированного уравнения Орра-Зоммерфельда или его численного решения. Немного позже фокус внимания исследователей переключился на прямое численное моделирование этих процессов, которое как раз показало важность учета  $y$ -компоненты неустойчивости [3].

**Раздел 1.2** посвящен исследованию на устойчивость течения Гартмана в таком приближении, которое позволяет учесть эволюцию возмущений

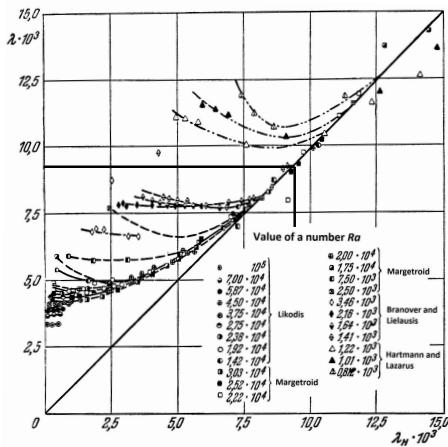


Рис. 2 — Экспериментальные данные о коэффициенте сопротивления в сопоставлении с теорией для течения Гартмана. Выделена область применимости конвективного приближения. Источник: [2]

вдоль оси  $y$  и при этом допускает аналитическое рассмотрение. Было выбрано так называемое конвективное приближение, когда возмущения, возникшие в какой-либо точке, не успевают развиться, а уносятся течением за пределы реальной трубы. В таком приближении можно полагать, что возмущения не эволюционируют, двигаясь вдоль основного течения, т.е.  $\partial/\partial x = 0$ . Показано, что такое приближение справедливо, если  $B_0\delta/\sqrt{4\pi\rho\nu_m} \ll 1$ , где  $B_0$  - приложенное магнитное поле,  $\delta$  - расстояние между пластинами.

На устойчивость исследуется система уравнений диссипативной несжимаемой магнитной гидродинамики. Следуя общему методу задач линейной устойчивости рассматриваются малые возмущения скорости, давления и магнитного поля  $\mathbf{B} + \mathbf{b}$ ,  $\mathbf{V} + \mathbf{v}$ ,  $P + \varphi$ . Поскольку поля без источников, то можно ввести векторные потенциалы, а поскольку возмущения не зависят от координаты  $x$ , то  $y$  и  $z$  компоненты ротора содержат лишь одно слагаемое. Тогда обозначая  $b_x = b$  и  $v_x = v$  можно написать:  $\mathbf{b} = (b, \partial a/\partial z, -\partial a/\partial y)$  и  $\mathbf{v} = (v, \partial q/\partial z, -\partial q/\partial y)$ . Далее, поскольку по времени  $t$  и по координате  $y$  движение не ограничено, то можно полагать, что по этим переменным возмущения периодические:  $f(y, z, t) \rightarrow f(z) \exp(i\gamma t - iky)$ . Т.е. в каждом слое  $dz$  распространяется плоская волна. После данных преобразований получающаяся система уравнений имеет вид:

$$i\gamma v - ikV'q - \frac{B_0}{4\pi\rho} \frac{db}{dz} - ik \frac{B'}{4\pi\rho} a + \nu \left( k^2 v - \frac{d^2 b}{dz^2} \right) = 0, \quad (1)$$

$$i\gamma b - ikV'a - B_0 \frac{dv}{dz} + ikB'q + \nu_m \left( k^2 b - \frac{d^2 b}{dz^2} \right) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{dM}{dz} - ikN + \frac{B_0}{4\pi\rho} \left( k^2 a - \frac{d^2 a}{dz^2} \right) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{dN}{dz} + ikM = 0, \quad (4)$$

где выделились две величины:

$$M = i\gamma q + \nu k^2 q - \nu \frac{d^2 q}{dz^2}, \quad (5)$$

$$N = \frac{\varphi}{\rho} + \frac{Bb}{4\pi\rho}. \quad (6)$$

Границные условия имеют следующий вид:

$$b(\pm\delta) = v(\pm\delta) = \frac{da}{dz}(\pm\delta) = \frac{dq}{dz}(\pm\delta) = N(\pm\delta) = 0, \quad M(\delta) = M(-\delta). \quad (7)$$

Тогда из уравнений (5), (6) и граничных условий (7) получаются собственные значения волнового числа:

$$k = -i \frac{\pi n}{\delta}, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad (8)$$

соответствующие неустойчивому течению для  $n \neq 0$ . Эти возмущения не будут возбуждаться при достаточно больших  $\delta$ . Делается оценка:  $\delta \gg \sqrt{4\pi\rho\nu\nu_m}/B_0$ .

Далее исследуются одномерные возмущения. Найдены собственные значения и собственные функции задачи (1) – (6) при  $k = 0$ . Благодаря граничным условиям получено уравнение на инкремент:

$$b_1 v_2 \operatorname{ch}(\lambda_1 \delta) \operatorname{sh}(\lambda_2 \delta) = v_1 b_2 \operatorname{sh}(\lambda_1 \delta) \operatorname{ch}(\lambda_2 \delta), \quad (9)$$

где под  $\lambda_1$  подразумевается собственное значение с плюсом перед корнем:

$$\lambda^2 = \frac{1}{2} \left( i\gamma \left( \frac{1}{\nu} + \frac{1}{\nu_m} \right) + \frac{B_0^2}{4\pi\rho\nu\nu_m} \pm \sqrt{\left[ i\gamma \left( \frac{1}{\nu} + \frac{1}{\nu_m} \right) + \frac{B_0^2}{4\pi\rho\nu\nu_m} \right]^2 - \frac{4\gamma^2}{\nu\nu_m}} \right),$$

и  $v_i$ ,  $b_i$  – собственные функции:  $b_1 = B_0 \lambda_1 \delta$ ,  $b_2 = B_0 \lambda_2 \delta$ ,  $v_1 = \delta(i\gamma - \nu_m \lambda_1^2)$ ,  $v_2 = \delta(i\gamma - \nu_m \lambda_2^2)$ .

Требование одновременного выполнения условий конвективного приближения и устойчивости по отношению к двумерным возмущениям приводит к малости магнитного числа Прандтля, поэтому уравнение (9) было проанализировано в приближении  $Pm = Rm/Re \ll 1$ , в котором оно приобретает вид  $i\gamma' \sqrt{i\gamma' + Ha^2} = \operatorname{th} \sqrt{i\gamma' + Ha^2}$ , где  $\gamma' = \gamma \delta^2/\nu$ . Это уравнение имеет два корня, один из которых отвечает устойчивому течению, а другой неустойчивому. Продемонстрировано, что увеличение приложенного магнитного поля приводит к подавлению этой неустойчивости. Также

показано, что полученные результаты согласуются с доступными экспериментальными данными [2] - при значениях коэффициента сопротивления  $\lambda$ , соответствующих конвективному приближению, эксперименты показывают неустойчивость течения (см. Рисунок 2).

**Вторая глава** посвящена вопросу коллимированного распространения струйных выбросов в лабораторных и астрофизических условиях.

В разделе 2.1 приведен краткий обзор наблюдательных свидетельств джетов молодых звезд и приведен обзор литературы, посвященной проблемам их коллимации и последующего распространения.

К настоящему моменту не существует законченной теории образования джетов и их коллимированного распространения, что связано не только с проблемами теоретического характера, но и трудностью наблюдения центральной области, где как раз и происходит коллимация, поскольку угловое разрешение нынешних телескопов не превышает нескольких десятков угловых миллисекунд. В теории образования джетов выделяют три основных механизма ускорения: газодинамическое ускорение, ускорение излучением и МГД механизм. Первый из них требует наличия внешней среды с высоким давлением, падающим с удалением от центра. Такая среда может выступать в виде сопла, коллимирующего и ускоряющего течение. В моделях, описывающих ускорение излучением предполагается, что внутренние части аккреционного диска коллимируют течение, ускоренное фотонами, испущенными центральным источником. При этом предполагается, что плотность фотонов достаточно велика, а аккреционный диск - толстый.

Наиболее многообещающий МГД механизм коллимации джетов был предложен Р. Бленфордом и Д. Пейном в 1982 году [12]. Для джетов молодых звезд был предложен вариант этой модели, в которой истечение возникает из-за взаимодействия звезда - аккреционный диск [13]. Процесс коллимации в магнитоцентробежных моделях может происходить либо благодаря тороидальному полю, действующему на истекающую плазму, либо благодаря полоидальному потоку магнитного поля диска, который увеличивается с увеличением радиуса. В отличии от первого, второй процесс не подвержен неустойчивости Крускала - Шаффранова. Как аналитические [14], так и численные МГД-модели [15] воспроизводят струйные выбросы.

Согласно астрономическим наблюдениям, на достаточно большом удалении от звезды в струйных выбросах развивается сильная неустойчивость, поэтому течение разбивается на отдельные сгустки. Различные авторы по-разному интерпретируют наличие этих сгустков. Например, в работе [16] с помощью численного моделирования удалось получить наблюдаемую структуру благодаря периодическому возмущению продольной скорости. Другие авторы предполагают, что это связано с развитием

неустойчивости Кельвина-Гельмгольца или со вспышками, возникающими во время событий пересоединения магнитного поля во внутренних краях аккреционного диска. Тот факт, что на некотором удалении от звезды струйный выброс представляет собой последовательность плазменных сгустков обосновывает моделирование джетов в лабораторных условиях, в которых происходит однократный выброс.

**Раздел 2.2** содержит описание масштабных законов, используя которые становится возможным исследовать астрофизические замагниченные течения в лабораторных условиях. Приведен краткий обзор лабораторных установок, на которых производятся подобные эксперименты и подробно рассказано о установке ПФ-3 (Курчатовский институт), исследованию джетов которой посвящена часть диссертации.

Поскольку уравнения МГД, описывающие динамику джета, допускают масштабирование в пространстве и во времени [6], то при соблюдении законов подобия становится возможным воспроизвести астрофизические джеты в лабораторных условиях. Значительный прогресс в лабораторном моделировании астрофизических процессов был достигнут в последние десятилетия, что связано с появлением новых лазерных и  $Z$ -пинчевых установок, разработанных в рамках программы управляемого термоядерного синтеза. Для моделирования условий в окрестности молодых звезд существенным фактором является наличие окружающей среды. Проследить распространение плазменного выброса на значительные расстояния позволяет установка ПФ-3 (Курчатовский институт, Москва) [17].

Установка ПФ-3 представляет собой плазменный фокус с плоской геометрией электродов по типу Филиппова. Для исследования распространения потоков в окружающей фоновой плазме и изучения характера изменения основных параметров сверху на разрядной камере установлена пролетная камера с диагностическими окнами, сквозь которые можно производить наблюдения. Таким образом обеспечивается возможность исследования параметров плазменного потока на расстоянии до 100 см от от области генерации потока. Плазменный фокус в момент своего сжатия создаёт поток плазмы вдоль оси установки. При этом параметры плазмы следующие: концентрация  $n \simeq 10^{17} \text{ см}^{-3}$ , температура электронов и ионов  $1 - 5 \text{ эВ}$ , скорость движения плазменного выброса  $v_z \simeq 5 \cdot 10^6 \text{ см/с}$  и магнитное поле, вмороженное в поток,  $B \simeq 10^3 \text{ Гс}$ . Основной компонентой магнитного поля является азимутальная компонента  $B_\phi$ , продольное магнитное поле  $B_z$  на порядок меньше. Как показали измерения, азимутальное магнитное поле линейно растет до границы джета и падает  $\sim 1/r$  начиная от нее, что свидетельствует о замкнутой конфигурации токов.

**В разделе 2.3** описаны методы моделирования задач идеальной магнитной гидродинамики, использовавшиеся для проведения расчетов. Приведены решения тестовых задач, свидетельствующих о корректности написанного кода.

Для численного решения задач идеальной магнитной гидродинамики особенно эффективен метод Годунова. Суть его состоит в том, что на гранях сетки моделируемые величины терпят разрыв, благодаря чему должны возникать потоки, для нахождения которых решается задача распада произвольного разрыва. Точное решение задачи о распаде произвольного МГД разрыва подразумевает выбор между очень многими вариантами. Численное моделирование течений методом Годунова требует многократного решения этой задачи, поэтому применять точное решение не эффективно и разные авторы предлагают различные аппроксимации этой задачи. Для описанных выше задач был выбран метод HLLD [18], основанный на пятиволновом приближении.

Приведен алгоритм работы разработанной программы. Приведены решения тестовых задач - одномерных задач Брио - Ву и Даи - Вудворда и двумерных задач о гидродинамическом взаимодействии ударных волн и поведении вихря Орзага - Танга. Полученные результаты совпадают с ожидаемыми и с результатами других авторов, что свидетельствует о корректности работы созданной программы.

В разделе 2.4 исследуется динамика распространения последовательных выбросов в лабораторных и астрофизических джетах и проблема их коллимации. Сделаны оценки характерных чисел течений астрофизического джета звезды RW Aur и лабораторного джета, получаемого на установке ПФ-3 (см. Табл. 1). На основе представленных результатов моделирования сделан вывод о том, что ключевую роль в коллимации второго и последующих плазменных выбросов играет область с низкой плотностью, оставшаяся после прохождения первого. Благодаря этому можно получить простую оценку угла разлета для астрофизических джетов.

Как видно из Табл. 1, число Рейнольдса, магнитное число Рейнольдса и число Пекле много больше единицы для всех рассматриваемых нами течений. Поэтому эти течения могут быть хорошо описаны в рамках идеальной МГД. Как показано, для данной задачи необходимо еще учитывать радиационное охлаждение, которое учитывается посредством вычисления коэффициента планковской непрозрачности  $k(\rho, T)$  в случае лабораторного джета и функции охлаждения  $\Lambda(T)$  в случае астрофизического на каждом шаге по времени в каждой ячейке.

В качестве начальных условий выбрана цилиндрическая форма джета с такими же размерами, как и в экспериментах на установке ПФ-3 или в астрофизических условиях соответственно. Температуры джета и окружающего его вещества в начале задаются такими, что все наблюдаемые параметры достигаются после нескольких шагов вычисления. Магнитное поле задается только тороидальное: оно растет линейно от нуля и до границы начального выброса, на которой его величина достигает значений  $B_0 \simeq 4$  кГс для лабораторного джета, и далее падает как  $r^{-1}$ . На торце плазменного цилиндра считается, что магнитное поле обрывается. Такая

Таблица 1 — Параметры астрофизических и лабораторных джетов

Параметр	RW Aur (red)	RW Aur (blue)	ПФ-3 (H)	ПФ-3 (Ar)
$Re$	$10^6$	$10^8$	$10^2 - 10^4$	$10^3 - 10^5$
$Rm$	$10^{14}$	$10^{15}$	18	18
$Pe$	$10^6$	$10^7$	$10 - 10^2$	$10 - 10^2$
$M$	$> 1$	$> 1$	4	25
$M_*$	20	18	1.7	11
$Eu$	14.9	23.2	2.3	14.5
$n_{\text{jet}}/n_{\text{amb}}$	$> 1$	$> 1$	3 – 5	3 – 5

$Re$  - число Рейнольдса,  $Rm$  - магнитное число Рейнольдса,  $Pe$  - число Пекле,  $M$  - число Маха,  $M_*$  - внутреннее число Маха,  $Eu$  - число Эйлера,  $n_{\text{jet}}/n_{\text{amb}}$  - отношение плотностей джета и окружающей среды.

конфигурация магнитного поля соответствует измерениям, проведенным на установке ПФ-3. И хотя подобная постановка задачи не учитывает обратные токи замыкания и реальное направление вектора магнитной индукции, этого достаточно, чтобы исследовать совместное влияние тороидального поля, радиационного охлаждения и внешней среды а также роль образованного первым выбросом канала на коллимированность последующих выбросов. Границные условия были выбраны свободными.

При моделировании лабораторных джетов была рассмотрена гипотетическая ситуация, по-видимому имеющая место в астрофизических условиях, а именно распространение череды плазменных выбросов, вылетающих с неким интервалом. В качестве начальных условий были взяты типичные для установки параметры плазмы:  $n_{\text{jet}} = 8 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ ,  $n_{\text{ambient}} = 2.5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ ,  $V_{\text{jet}} = 5 \cdot 10^6 \text{ см}/\text{с}$ ,  $B_\phi = 4.5 \cdot 10^3 \text{ Гс}$ . Температуры джета и окружающей среды были взяты соответственно  $T_{\text{jet}} = 2 \text{ эВ}$  и  $T_{\text{ambient}} = 1.1 \text{ эВ}$ . Геометрия такой постановки и конфигурация магнитного поля описаны выше.

Приведены результаты моделирования для случаев водородной и аргоновой плазмы. Для аргоновой плазмы, выбросы которой случаются раз в 3 мкс, как следует из Рис. 3а, образующаяся ударная волна распространяется не коллимировано, т.к. все изначальное вещество плазменного выброса практически равномерно распределено по ударной волне. Однако последующий выброс (Рис. 3б) на том же расстоянии образует лишь очень слабую ударную волну, большая часть вещества остается в изначальных пределах радиуса 1.5 см. Поскольку следующие за первым джетом пучки оказываются в области с низкой плотностью, они испытывают меньшее сопротивление со стороны окружающей среды, поэтому они догоняют ударную волну, образованную первым джетом и взаимодействуют с ней, образуя сложную

структурой (Рис. 3в). Как видно из Рис. 3в, радиальный размер этих выбросов увеличивается весьма незначительно, по-видимому, преимущественно из-за теплового расширения со скоростью звука.

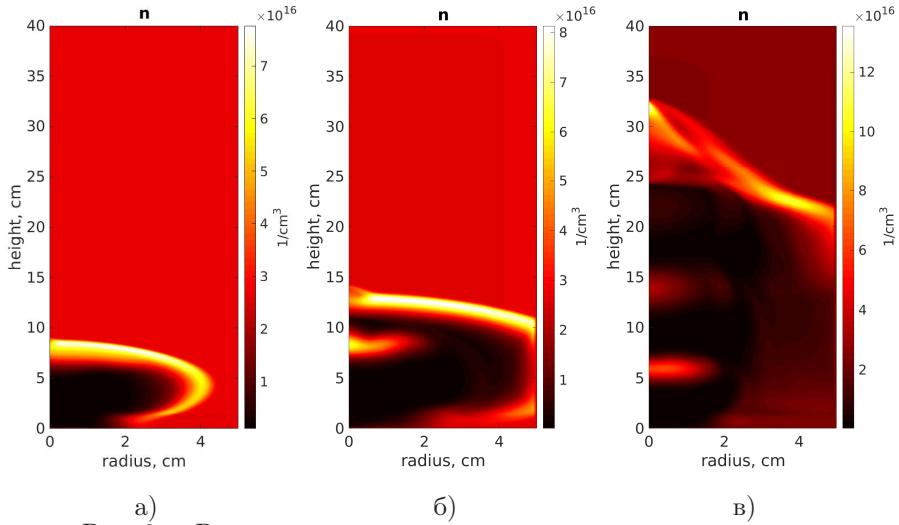


Рис. 3 — Распределение концентраций аргоновой плазмы при моделировании распространения лабораторных джетов в моменты времени: а) 2 мкс, б) 6 мкс и в) 20 мкс

Также представлены результаты моделирования красного (т.е. распространяющегося от наблюдателя) джета звезды RW Aur, известные параметры которого приведены в работе [19]. Начальные характеристики плазменного выброса были выбраны следующие:  $n = 65900 \text{ см}^{-3}$ ,  $T = 1.06 \text{ эВ}$ ,  $V = 1.5 \cdot 10^7 \text{ см/с}$  с радиусом  $r = 10^{15} \text{ см}$  и длинной  $l = 2 \cdot 10^{15} \text{ см}$ . О свойствах среды, окружающей звезду, нам не известно практически ничего, поэтому было рассмотрено два варианта, когда отношение плотностей выброса и окружающей среды составляет 30 и 70, а температура в обоих случаях составляет 300 К. Поскольку мы не располагаем никакой информацией ни о величине, ни о структуре магнитного поля, то для лучшей демонстрации описываемого эффекта коллимации выбросов, следующих за первым, расчеты были выполнены вовсе без учета магнитного поля. Одинаковые выбросы плазмы появляются на месте первого каждые 26 лет, что соответствует наблюдениям за звездой RW Aur.

Сравнивая между собой форму первого выброса, прошедшего  $1.3 \cdot 10^{16} \text{ см}$  и последующего, находящегося на таком же расстоянии спустя 27 лет, (то есть Рис. 4а и 4б) можно видеть, что второй выброс плазмы

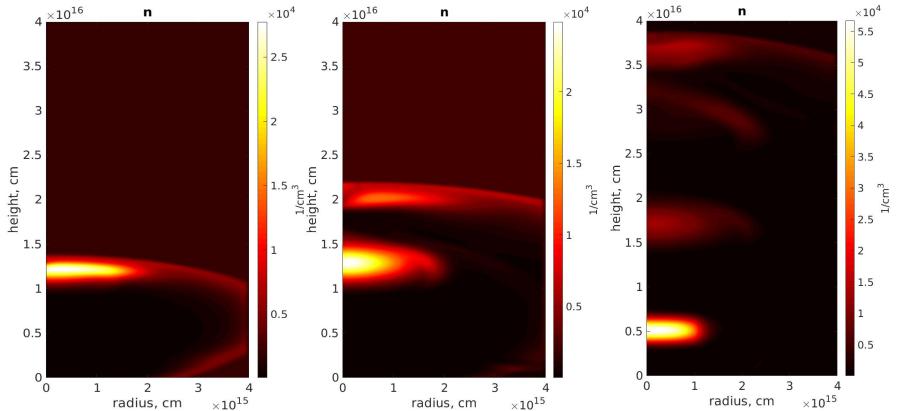


Рис. 4 — Распределение концентраций плазмы при моделировании распространения астрофизических джетов с отношением плотностей джета и окружающей среды  $n_{\text{jet}}/n_{\text{ambient}} = 30$  в моменты времени а) 25.7 лет, б) 51.1 лет и в) 110.7 лет

разрушился гораздо меньше, чем первый на его месте. При этом второй выброс имеет очень слабую ударную волну, по сравнению с первым. Также необходимо заметить, что второй джет распространяется в более разряженной среде, чем первый, поэтому он испытывает меньшее сопротивление. Взглянув на Рис. 4 в можно заметить, что ни один из последующих выбросов не разрушился настолько сильно, как самый первый, который под конец расчетов полностью преобразовался в грибовидную ударную волну. Деколлимация джета, по-видимому, обусловлена преимущественно именно перетеканием вещества из выброса в грибовидную ударную волну. Поскольку в последующих выбросах этот эффект гораздо слабее, чем для первого, то коллимированное движение всего джета обусловлено именно наличием полости с низким давлением, созданной первым выбросом.

Далее сделана оценка времени, необходимого для заполнения образовавшейся полости. Для рассматриваемых астрофизических джетов это время составляет около 70 лет. Поскольку выбросы случаются раз в, примерно, 25 лет, то можно сказать, что вакуумная полость не успевает заполниться и каждый последующий выброс движется в условиях более разряженной среды чем первый. Для лабораторных джетов время заполнения есть 10 мкс. То есть для воспроизведения этого эффекта в лабораторных условиях необходимо чтобы новые пучки плазмы появлялись чаще, чем раз в 10 мкс. Пренебрегая утечкой вещества в ударную волну,

что справедливо для второго и последующих выбросов, была сделана оценка угла раскрытия джета:

$$\alpha = 2\arctg \left( M_*^{-1} + \frac{R_0}{L} \right),$$

где  $R_0$  - начальный радиус выброса,  $L$  - расстояние от источника,  $M_*$  - внутреннее число Маха. Для астрофизических джетов  $\alpha$  составляет около  $5^\circ$ , что согласуется с наблюдениями.

В третьей главе решается задача об устойчивости коллапса ядер звезд при взрывах сверхновых.

В **разделе 3.1** рассказано о процессах, приводящих к взрывам сверхновых. Вкратце даны необходимые сведения о звездной эволюции и классификации сверхновых. Отдельно рассмотрено такое явление, как гамма-всплески. Приведено автомодельное решение Надёжина [20] для коллапса ядра, которое в дальнейшем исследуется на устойчивость.

Согласно современным представлениям малометаллические звезды с массами  $150M_\odot < M < 260M_\odot$  заканчивают свое существование как парно-нестабильные сверхновые. Дело в том, что при достижении температуры в ядре  $T_c \sim 10^9 \text{ K}$  начинается интенсивное образование гамма-квантов, которые, взаимодействуя с ядрами атомов, электронов или друг с другом, рождают электрон-позитронные пары. Аннигилируя, эти пары могут создавать пары нейтрино-антинейтрино для которых звездное вещество прозрачно, вследствие чего они уносят энергию из звезды. Это приводит к снижению давления, из-за которого ядро звезды сжимается, повышая температуру. Начинается лавинообразный процесс, заканчивающийся термоядерным взрывом. При таком сценарии высвобождаемая тепловая энергия больше чем энергия гравитационного сжатия звезды, поэтому она полностью разрушается без образования компактного остатка.

Процесс однородного взрыва таких сверхновых достаточно хорошо исследован во многих статьях. В [21] процесс взрыва парно-нестабильной сверхновой рассматривался в предположении, что тепловая энергия в центральной области звезды вводится серией из нескольких точек зажигания. Такой многоядерный взрыв приводит к появлению множества фрагментов горячей материи за расходящейся ударной волной. В [10] было показано, что такой тип взрыва приводит к сложным кривым блеска, которые согласуются с наблюдаемыми. Хотя такой подход хорошо описывает форму наблюдаемых кривых блеска, вопрос о физической природе этих неоднородностей и причинах их появления остается открытым. В диссертационной работе было предложено, что подобного рода неоднородности могут возникать еще на этапе коллапса, то также рассмотрена соответствующая модель - модель Надёжина, гидродинамически описывающая коллапс ядра из-за потери энергии при испускании нейтрино и самогравитации.

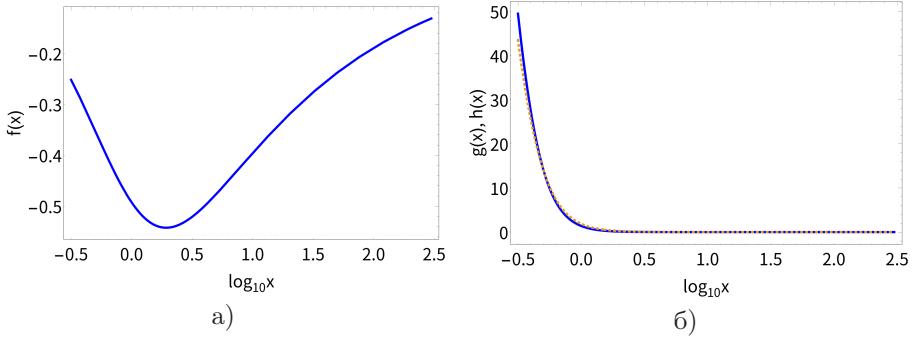


Рис. 5 — Невозмущенное решение, соответствующее парной эмиссии нейтрино в зависимости от логарифма  $x = r/R(t)$ : а) обезразмеренная скорость; б) безразмерные давление (сплошная линия) и плотность (пунктирная)

Уравнения газовой динамики с учетом радиальной самогравитации и потери энергии благодаря нейтринному излучению имеют вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{v} = 0, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v}(\nabla \cdot \mathbf{v}) = -\frac{1}{\rho} \nabla p - \frac{GM}{r^2} \mathbf{e}_r, \quad (11)$$

$$M = 4\pi \int_0^r \rho r^2 dr, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \epsilon - \frac{p}{\rho^2} \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \rho \right) + Q_\nu = 0, \quad (13)$$

где  $Q_\nu = a\rho^s T^n$  — скорость потери энергии,  $p = b\rho^\sigma T^\eta$  — уравнение состояния ( $a, b > 0$ ). Внутренняя энергия имеет вид  $\epsilon = (\gamma-1)^{-1} P \rho^{-1}$ . Параметры  $s, n, \sigma, \eta$  и показатель адиабаты  $\gamma$  есть свободные параметры модели, но есть соотношение, следующее из термодинамического рассмотрения  $\gamma = (\sigma - \eta)/(1 - \eta)$  для  $\eta \neq 1$ . В случае  $\eta = \sigma = 1$  все разумные значения  $\gamma$  возможны.

В работе [20] зависящее от времени одномерное решение найдено путем введения автомодельной переменной  $x = r/R(t)$ , где  $R(t) = At^\alpha$  и поиском неизвестных функций в виде:  $\rho = \rho_{in}(t)g(x)$ ,  $P = \rho_{in}(t)\dot{R}^2(t)h(x)$ ,  $\mathbf{v} = \dot{R}(t)f(x)\mathbf{e}_r$  и  $M = 4\pi\rho_{in}(t)R^3(t)m(x)$ . После этих подстановок уравнения (10)-(13) сводятся к системе ОДУ первого порядка если установить специальные значения  $\alpha > 0$ ,  $A > 0$  и положить  $\rho_{in} = \alpha^2/4\pi Gt^2$ . Получившаяся в результате этих преобразований система ОДУ имеет особую точку  $x_s$ , определяемую тем условием, что знаменатель выражения  $df/dx = F(x,g,f,h)/H(x,g,f,h)$  становится равным нулю. Из требования  $F = 0$ ,  $H = 0$  на особой точке может быть найдено неизвестное граничное условие для  $g(0)$ , при этом необходимо правильно подобрать значения  $x_s$ ,  $f(x_s)$  и  $g(0)$ . Остальные граничные условия известны:  $f(0) = 0$ ,  $m(0) = 0$ .

и  $h(0)$  определяется благодаря  $g(0)$ . В работе [20] приведено решение для случая  $\sigma = \eta = 1$ ,  $s = 0$ ,  $n = 6$ , что соответствует УРКА-процессу модель А в Табл. 2), в диссертации найдены решения для двух других случаев, приближенно соответствующих парной эмиссии нейтринно ((Рис. 5, модель В) и фотонейтринной эмиссии (модель С).

В разделе 3.2 рассматриваются малые возмущения исходного решения Надёжина. Для этого решается система уравнений идеальной гидродинамики с учетом самогравитации (10)-(13), решение ищется в виде  $\rho(\mathbf{r},t) = \rho_0(r,t) + \rho_1(\mathbf{r},t)$ ,  $P(\mathbf{r},t) = P_0(r,t) + P_1(\mathbf{r},t)$ ,  $M(\mathbf{r},t) = M_0(r,t) + M_1(\mathbf{r},t)$ ,  $\mathbf{v}(\mathbf{r},t) = v_0(r,t)\mathbf{e}_r + \mathbf{v}_1(\mathbf{r},t)$ , где индекс 0 обозначает исходное решение, индекс 1 соответствует малому возмущению, значительно меньшему, чем значения невозмущенного решения. Поэтому в уравнениях должны быть оставлены только линейные члены. Задача может быть сведена к системе ОДУ первого порядка если искать решение в виде:

$$\begin{aligned}\rho_1 &= \rho_{\text{in}}(t) \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left(\frac{t}{\tau}\right)^{\lambda_{lm}} \Phi_{lm}(x) Y_l^m(\theta, \phi), \\ P_1 &= \rho_{\text{in}}(t) \dot{R}^2(t) \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left(\frac{t}{\tau}\right)^{\lambda_{lm}} \Omega_{lm}(x) Y_l^m(\theta, \phi), \\ M_1 &= 4\pi \rho_{\text{in}}(t) R^3(t) \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left(\frac{t}{\tau}\right)^{\lambda_{lm}} \Lambda_{lm}(x) Y_l^m(\theta, \phi), \\ v_{1r} &= \dot{R}(t) \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left(\frac{t}{\tau}\right)^{\lambda_{lm}} \Upsilon_{lm}(x) Y_l^m(\theta, \phi), \\ v_{1\theta} &= \dot{R}(t) \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left(\frac{t}{\tau}\right)^{\lambda_{lm}} \Psi_{lm}(x) \frac{\partial Y_l^m}{\partial \theta}(\theta, \phi), \\ v_{1\phi} &= \dot{R}(t) \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left(\frac{t}{\tau}\right)^{\lambda_{lm}} \Psi_{lm}(x) \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial Y_l^m}{\partial \phi}(\theta, \phi),\end{aligned}$$

где  $\rho_{\text{in}}(t)$ ,  $R(t)$  и  $x = r/R(t)$  те же самые функции, используемые в оригинальном решении,  $Y_l^m(\theta, \phi)$  - сферические гармоники, заглавные греческие буквы обозначают искомые амплитуды возмущений.  $\tau < 0$  это некое фиксированное время измерения амплитуд. Неизвестные  $\lambda_{lm}$  - скорости роста как собственные значение для каждой моды. Они также могут быть комплексными, мнимая часть соответствует колебаниям возмущений. Также необходимо иметь в виду преобразование  $t \rightarrow -t$ .

Для исследования локальной устойчивости решение представлено в виде  $\Phi(x) = \Phi_0 x^k$ ,  $\Omega(x) = \Omega_0 x^k$ ,  $\Lambda(x) = \Lambda_0 x^k$ ,  $\Upsilon(x) = \Upsilon_0 x^k$ ,  $\Psi(x) = \Psi_0 x^k$  и найден  $D_l(\lambda, k, x)$  - определитель системы, полученный после такой

Таблица 2 — Параметры, при которых удалось найти автомодельное решение для невозмущенного течения

Модель	$\gamma$	$s$	$n$	$x_s$	$f(x_s)$	$g(0)$
A	5/3	0	6	2.6441	-1.3482	4.8250
B	5/3	0	3	1.5199	-0.53616	222.15
C	4/3	0.4	8	2.6311	-1.4421	1.9784

подстановки. С учетом вышеизложенных предположений пространственно-временное поведение возмущений имеет вид  $t^{\lambda-\alpha k} r^k$ . Поэтому интерес представляет знак вещественной части  $\mu = \lambda - \alpha k$ , поскольку он определяет конечный или бесконечный рост возмущений при  $t \rightarrow 0$ , поэтому  $\mu > 0$  соответствует устойчивому течению и  $\mu < 0$  неустойчивому. Уравнение  $D_l(\mu + \alpha k, k, x) = 0$ , решаемое относительно  $\mu$ , имеет четыре корня. Предполагается, что течение неустойчиво, если хотя бы один из этих корней имеет отрицательную вещественную часть.

Как отмечено в [20], не для каждого набора параметров удается найти условие пересечения особой точки. В Табл. 2 приводятся решения, рассматриваемые в диссертации, для каждого набора представлены соответствующие диаграммы устойчивости (в частности для модели В см. Рис. 6, 7). Можно видеть, что не существует условий, при которых течение оставалось бы устойчивым вплоть до момента  $t = 0$ , что, с небольшими отличиями, справедливо и для других рассматриваемых моделей. Устойчивость теряется как минимум при  $x \simeq 1$ , что в переменных  $r, t$  означает, что на расстоянии  $r$  потеря устойчивости происходит за  $\tau_{\text{inst}} = (r/A)^{1/\alpha}$  до взрыва.

Чтобы выяснить возможность развития неустойчивостей произведено сравнение времени  $\tau_{\text{inst}}$  со временем свободного падения  $\tau_{\text{ff}} = (G\rho)^{-1}$ . Для условий внутри ядра массивной ( $M \simeq 200M_\odot$ ) звезды  $\rho_c \sim 10^5 \text{ г}/\text{см}^3$ ,  $r_c \sim 0.1R_\odot$ , в случае моделей А и В получается  $\tau_{\text{ff}} \sim 10\text{с}$  и  $\tau_{\text{inst}} \sim 1\text{с}$ . Это означает, что возмущения имеют достаточно времени для развития. Звезда массой  $10M_\odot$  имеет типичные параметры:  $\rho_c \sim 10^9 \text{ г}/\text{см}^3$ ,  $r_c \sim 10^{-3}R_\odot$ . Таким образом для нее получается  $\tau_{\text{ff}} \sim \tau_{\text{inst}} \sim 10^{-2}\text{с}$ , что не гарантирует наличия достаточного времени для развития неустойчивости. В случае модели С для звезд обоих типов получается  $\tau_{\text{ff}} \ll \tau_{\text{inst}}$ , что означает невозможность развития подобного рода неустойчивости если осуществляется только фотонейтринная эмиссия. Но, согласно [22], при типичных для массивных звезд параметрах ядра парная эмиссия уносит на два порядка больше энергии, поэтому коллапс таких звезд все же неустойчив.

Зная модуль наиболее опасного возмущения  $l_w$  можно судить о количестве начальных пятен зажигания, предполагая, что они появляются в местах экстремумов сферической гармоники. Сферическая гармоника  $Y_l^m(\theta, \phi)$  имеет  $l$  экстремумов, которые расположены симметрично вокруг

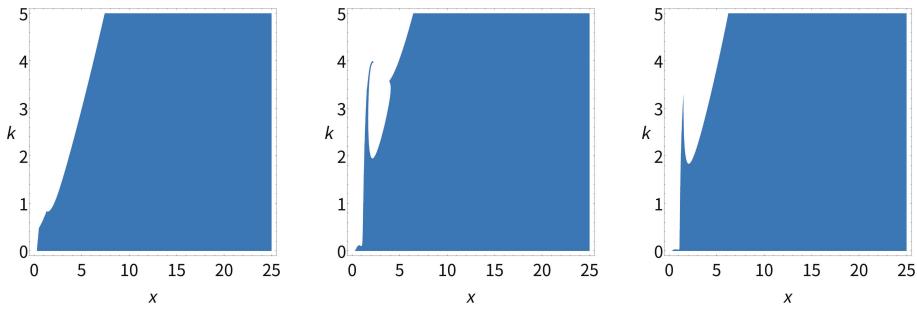


Рис. 6 — Диаграммы устойчивости в  $x - k$  плоскости для парной эмиссии нейтрино. Закрашенные области соответствуют устойчивому течению

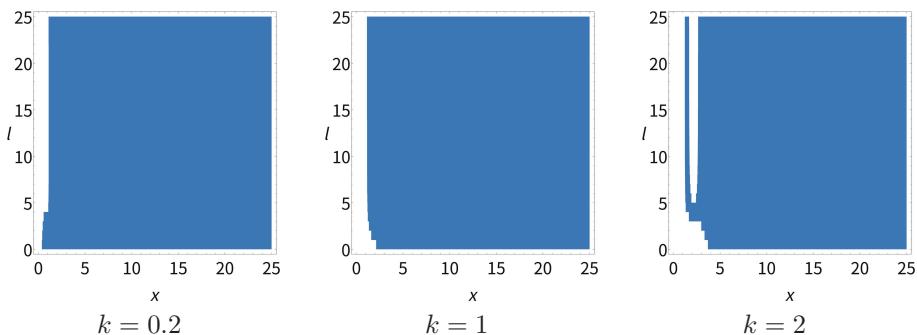


Рис. 7 — Диаграммы устойчивости в  $x - l$  плоскости для парной эмиссии нейтрино. Закрашенные области соответствуют устойчивому течению экватора  $\theta = \pi/2$  в случае  $m = 0$ . Поэтому в момент, когда течение становится нестабильным, существует  $l_w \sim 10$  точек, где неустойчивость продолжает развиваться.

В **заключении** сформулированы основные результаты диссертационного исследования.

## Основные результаты

1. Анализ устойчивости течения Гартмана в конвективном приближении показал, что не существует таких значений параметров, при которых это течение в данном приближении было бы устойчивым по отношению как к двумерным возмущениям, так и к одномерным. Также существует тенденция к подавлению неустойчивости увеличением приложенного магнитного поля. В отличие от чисто гидродинамического случая, зависимость от переменной  $y$ , в данном приближении, оказалась критичной, что подтверждается проведенными ранее численными расчетами [3].

2. Результаты проведенного численного моделирования распространения выбросов плазмы в лабораторных и астрофизических условиях свидетельствуют о том, что после прохождения первого выброса за ним образуется область с пониженной концентрацией (вакуумный след). Благодаря этому последующие выбросы практически не образуют ударной волны, а расширяются преимущественно благодаря внутреннему давлению. Согласно сделанным оценкам в астрофизических условиях эта область не успевает заполниться прежде чем случится следующий выброс. Для воспроизведения этого эффекта в лабораторных условиях необходимо, чтобы выбросы случались чаще чем раз в 10 мкс.

3. Была исследована устойчивость коллапса ядра массивной звезды в рамках модели Надёжина, учитывающей радиальную самогравитацию и потери энергии за счет нейтринного излучения. Помимо уже известного решения, описывающего коллапс с испусканием нейтрино за счет УРКА-процесса (модель А в Таблице 2), были найдены решения, соответствующие парной (модель В) и фото- (модель С) эмиссии нейтрино. Показано, что коллапс ядра массивной ( $M \simeq 200M_{\odot}$ ) звезды неустойчив, в то время как менее массивные звезды ( $M \simeq 10M_{\odot}$ ) коллапсируют устойчиво. Согласно энергетическим оценкам, когда течение теряет устойчивость существуют  $\sim 10$  областей, в которых начальные возмущения могут продолжать развиваться. Это число можно связать с количеством «пятен воспламенения» в работе [10], которые приводят к неоднородному взрыву сверхновой и, в рамках гипотезы о связи взрывов массивных звезд и гамма-всплесков, к сложным кривым блеска, содержащим несколько пиков.

## Основное содержание диссертации опубликовано в следующих работах:

1. *Kalashnikov I.Yu.* Stability investigation of Hartmann flow with the convective approximation. // Magnetohydrodynamics, 2014, vol. 50, No. 4, pp. 353-360.
2. *Kalashnikov I.Yu., Krauz V.I., Chechetkin V.M.* The mathematical model of an astrophysical jet simulation by the laboratory facility “plasma focus”. // Journal of Physics: Conference Series, 2017, vol. 798, No. 1, 012008.
3. *Kalashnikov I., Chardonnat P., Chechetkin V., Dodin A., Krauz V.* Propagation dynamics of successive emissions in laboratory and astrophysical jets and problem of their collimation. // Physics of Plasmas, 2018, vol. 25, 062901.
4. Калашников И.Ю., Смирнова Н.С., Шардонне П.Д. Устойчивость коллапса массивных звезд. // Ученые Записки Физического Факультета МГУ, 2019, №4, 1940201.

5. *Shatalov N., Kalashnikov I., Krauz V., Chechetkin V.* Influence of magnetic field and density of environment on collimation of laboratory jet. // Journal of Physics: Conference Series, 2019, vol. 1390, No. 1, 012069.

## Список литературы

1. *Lock R. C., Bullard E. C.* The stability of the flow of an electrically conducting fluid between parallel planes under a transverse magnetic field // Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences. — 1955. — Т. 233, № 1192. — С. 105—125.
2. *Брановер Г., Цинобер А.* Магнитная гидродинамика несжимаемых сред. — М. : Наука, 1970.
3. Numerical study of the instability of the Hartmann layer / D. S. Krasnov [и др.] // Journal of Fluid Mechanics. — 2004. — Апр. — Т. 504. — С. 183—211.
4. *Herbig G. H.* The Spectra of Two Nebulous Objects Near NGC 1999. // ApJ. — 1951. — Май. — Т. 113. — С. 697—699.
5. Magnetic tower outflows from a radial wire array Z-pinch / S. V. Lebedev [и др.] // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2005. — Т. 361, № 1. — С. 97—108.
6. Similarity Criteria for the Laboratory Simulation of Supernova Hydrodynamics / D. Ryutov [и др.] // ApJ. — 1999. — Июнь. — Т. 518. — С. 821—832.
7. *Fowler W. A., Hoyle F.* Neutrino Processes and Pair Formation in Massive Stars and Supernovae. // ApJS. — 1964. — Дек. — Т. 9. — С. 201.
8. *Bisnovatyi-Kogan G. S., Kazhdan Y. M.* Critical Stellar Parameters // Soviet Ast. — 1967. — Февр. — Т. 10. — С. 604.
9. *Arnett W. D., Meakin C.* Toward Realistic Progenitors of Core-collapse Supernovae // ApJ. — 2011. — Июнь. — Т. 733. — С. 78.
10. Cosmic gamma-ray bursts from primordial stars: A new renaissance in astrophysics? / P. Chardonnet [и др.] // International Journal of Modern Physics A. — 2015. — Окт. — Т. 30. — С. 1545021.
11. *Potter M. C., Kutchey J. A.* Stability of plane Hartmann flow subject to a transverse magnetic field // The Physics of Fluids. — 1973. — Т. 16, № 11. — С. 1848—1851.
12. *Blandford R. D., Payne D. G.* Hydromagnetic flows from accretion discs and the production of radio jets // MNRAS. — 1982. — Июнь. — Т. 199. — С. 883—903.

13. Magnetocentrifugally driven flows from young stars and disks. 1: A generalized model / F. Shu [и др.] // ApJ. — 1994. — Июль. — Т. 429. — С. 781—796.
14. Parker E. N. Cosmical magnetic fields: Their origin and their activity. — 1979.
15. Magnetohydrodynamic simulations of outflows from accretion disks / G. V. Ustyugova [и др.] // ApJL. — 1995. — Февр. — Т. 439. — С. L39—L42.
16. Numerical Simulations of Radiative Magnetized Herbig-Haro Jets: The Influence of Pre-ionization from X-Rays on Emission Lines / O. Teşileanu [и др.] // ApJ. — 2012. — Февр. — Т. 746. — С. 96.
17. Моделирование нерелятивистских струйных выбросов в лабораторных исследованиях / В. С. Бескин [и др.] // Известия вузов. Радиофизика. — 2016. — Т. 59. — С. 1004—1016.
18. Miyoshi T., Kusano K. A multi-state HLL approximate Riemann solver for ideal magnetohydrodynamics // Journal of Computational Physics. — 2005. — Сент. — Т. 208. — С. 315—344.
19. HST/STIS observations of the RW Aurigae bipolar jet: mapping the physical parameters close to the source / S. Y. Melnikov [и др.] // A&A. — 2009. — Нояб. — Т. 506. — С. 763—777.
20. Nadezhin D. K. A Similarity Solution for Collapse through Energy Losses by Neutrino Radiation. // Soviet Physics - Astronomy. — 1969. — Июнь. — Т. 12. — С. 924.
21. Multidimensional simulations of pair-instability supernovae / A. A. Baranov [и др.] // A&A. — 2013. — Окт. — Т. 558. — А10.
22. Neutrino emission by the pair, plasma, and photo processes in the Weinberg-Salam model / P. J. Schinder [и др.] // ApJ. — 1987. — Февр. — Т. 313. — С. 531—542.

*Калашников Илья Юрьевич*

Устойчивость течений в астрофизических объектах и лабораторных  
экспериментах

Автореф. дис. на соискание ученой степени к.ф.-м.н.

Подписано в печать \_\_\_\_\_. Заказ № \_\_\_\_\_  
Типография \_\_\_\_\_