

На правах рукописи



Козицин Иван Владимирович

**ВАЛИДАЦИЯ МОДЕЛИ КРАСНОЩЕКОВА НА
ОСНОВАНИИ ДАННЫХ ИЗ ОНЛАЙНОВОЙ
СОЦИАЛЬНОЙ СЕТИ ВКОНТАКТЕ**

Специальность 05.13.18 —
«Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Долгопрудный — 2019

Работа выполнена на кафедре математического моделирования сложных систем и оптимизации Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)».

Научный руководитель: д. ф.-м. н., проф.
Белолипецкий Александр Алексеевич, главный научный сотрудник Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской Академии Наук

Ведущая организация: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»

Защита состоится 24 марта 2020 г. в 14:00 на заседании диссертационного совета ФПМИ.05.13.18.005 по адресу: 141701, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский переулок, д. 9.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Московского физико-технического института (национального исследовательского университета) <https://mipt.ru/education/postgraduate/soiskateli-fiziko-matematicheskie-nauki.php>

Работа представлена «13» декабря 2019 г. в Аттестационную комиссию федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Московский физико-технический институт (национального исследовательского университета)» для рассмотрения советом по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, доктора наук в соответствии с п.3.1 ст. 4 Федерального закона «О науке и государственной научно-технической политике».

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Степень ее разработанности.

Мнение человека, его взгляды, привычки, убеждения и даже поступки имеют тенденцию меняться при взаимодействии с окружающим социумом, что вызвано действием социального влияния — силы, направленной на индивида со стороны:

- окружающих его людей;
- различных информационных источников (книги, газеты, радио, телевизор, Интернет);
- культурных норм;
- и др.

Опыты Шерифа [1] и Аша [2], проведенные в первой половине и в середине двадцатого века, соответственно, являются одними из первых экспериментальных подтверждений того факта, что человек пытается снизить уровень разногласий с окружающими его людьми, регулируя свое поведение и даже взгляды соответствующим образом. Этот феномен принято называть конформизмом [3]. Конформизм является одной из сторон социального влияния, однако возможны и другие его вариации [4].

Указанные выше эксперименты послужили фундаментом для первых формальных моделей, описывающих процесс формирования мнения индивидом в обществе (далее для обозначения таких моделей будут использоваться синонимичные термины "модель социального влияния", "модель формирования мнений" и "модель динамики взглядов"). Вся вторая половина двадцатого века ознаменовалась попытками формализовать, как социальное влияние формирует мнение человека. К настоящему моменту было предложено огромное количество моделей динамики взглядов, и, более того, их число продолжает неуклонно расти [5]. Одной из причин этому является тот факт, что социальное влияние имеет множество различных проявлений, при этом каждое из них можно формализовать по-разному, утилизировав разнообразные математические соотношения и в результате получая различные модели. Как правило, авторы данных исследований пропускают шаг обоснования выбора того или иного способа формализации. Таким образом, имея под собой только эмпирический фундамент из исследований в области социальной психологии (сюда, в частности, относятся упомянутые выше эксперименты Шерифа и Аша), большинство исследований моделей динамики взглядов носят преимущественно теоретический характер [4–7]. Одной из причин этому является высокая сложность задачи сбора реальных данных, которые необходимы для этапа валидации модели. Особенно это касается микро-моделей, или агентных моделей, – моделей, описывающих динамику мнения каждого индивида по отдельности [5; 8]. Для таких моделей, даже в случае проведения подконтрольных экспериментов в лабораторных условиях, огромной проблемой является набрать достаточное число испытуемых [7; 9].

Развитие Интернета в целом и онлайн-социальных сетей (далее – ОСС), таких как Facebook, Twitter или ВКонтакте, в частности, подстегнуло интерес к моделированию социального влияния [4; 5; 10–12]. С распространением этих технологий изменилась скорость передачи информации, а также уровень ее доступности – человек в Интернете оказался окружен потоками данных, полностью обработать которые он попросту не в состоянии – необходимо делать выбор [11; 13; 14]. Важным обстоятельством является тот факт, что зачастую эта информация носит заведомо ложный характер – выпуклым примером являются так называемые fake news [15]. Теперь, при построении моделей динамики мнений необходимо учитывать эти, а также многие другие факторы. Здесь необходимо отметить, что ОСС являются проводниками не только информации, но также и социального влияния [16].

Пользователи, которые используют ОСС для общения и получения информации, генерируют при этом огромное количество данных, находящихся в открытом доступе. Согласно статистике (источник: <https://www.osp.ru/os/2013/08/13037856/>), в 2013 году Twitter и Facebook генерировали ежедневно 7 и 10 Тбайт данных соответственно. Эта информация потенциально может быть использована для проверки адекватности тех или иных моделей формирования мнений, поскольку позволяет восстанавливать некоторые скрытые характеристики самих пользователей, фигурирующие в уравнениях, описывающих динамику мнений в этих моделях [4–6; 17]. В частности, было установлено, что политические взгляды политически ангажированного пользователя могут быть определены с достаточно высокой точностью на основании информации из его аккаунта в ОСС [18–23]. Кроме того, полезной для анализа является информация о том, как пользователи связаны друг с другом функционалом соответствующей платформы. В частности, в ОСС ВКонтакте пользователи могут подписываться друг на друга, а если два пользователя подписаны друг на друга, то они становятся “друзьями”. При этом, данные связи видны окружающим (в случае отсутствия настроек приватности). Согласно некоторым исследованиям, сила этих связей также может быть рассчитана (проранжирована) на основании данных из ОСС [16]. Таким образом, такие ключевые параметры моделей динамики мнений, как

- мнения пользователей;
- структура их социальных взаимодействий;
- сила этих взаимодействий

могут быть оценены на основании открытых данных из ОСС.

Однако, при работе с ОСС возникают определенные трудности: например, не все люди используют ОСС, в то время как даже те, кто это делает, могут скрывать свои аккаунты настройками приватности. Важным препятствием является смещенность пользователей по возрастному признаку в сторону более молодого населения [24]. Кроме того, обитателями ОСС являются не только обычные пользователи, но и искусственные аккаунты – боты – преследующие различные цели [11]. Эти же цели могут преследовать обычные

пользователи — так называемые виртуалы, — которых наняли за деньги для выполнения тех или иных функций [11]. В результате, мы получаем частичную, искаженную картину, которая может сильно отличаться от реальной ситуации. Тем не менее, использование столь богатого источника информации, как ОСС, при условии правильной интерпретации результатов, учитывающей описанные выше факторы, позволит анализировать траектории мнений не малого количества испытуемых, как было до этого в лабораторных экспериментах, а сразу нескольких тысяч или даже миллионов пользователей, что значительно повысит репрезентативность данных и даст возможность строить статистически более надежные выводы [25]. Таким образом, проблема правильного использования больших данных из ОСС с целью проверки адекватности моделей социального влияния является наиболее актуальной в данном научном направлении [4–7]. При аккуратном использовании этой информации можно подтвердить/опровергнуть/уточнить те или иные модели социального влияния и механизмы формирования мнений.

Кроме того, необходимо учитывать тот факт, что в настоящее время ОСС являются местом информационных войн, происходящих на самых различных уровнях, в том числе на межгосударственном. Благодаря более глубокому пониманию того, как формируется мнение человека и, в частности, пользователя, можно:

- обеспечить более плодотворное планирование политических и маркетинговых кампаний;
- увеличить степень политической стабильности в стране;
- повысить эффективность управления в коммерческих организациях и других структурах;
- улучшить существующие методы по борьбе с экстремизмом.

Все это в совокупности определяет актуальность темы диссертационной работы.

Целью данной работы является проверка адекватности модели Краснощекова на основании данных из ОСС ВКонтакте.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Разработать обобщение модели Краснощекова на случай разреженной матрицы относительных влияний;
2. Создать математические методы и модели оценивания политических взглядов российских пользователей ОСС ВКонтакте, разработать алгоритм и соответствующее программное обеспечение для оценивания политических взглядов российских пользователей ОСС ВКонтакте;
3. Провести конструирование временного ряда, описывающего динамику мнений выборки российских пользователей ОСС ВКонтакте; зафиксировать структуру графа дружбы, соединяющего этих пользователей;
4. Исследовать полученные данные с точки зрения модели Краснощекова и, возможно, некоторых других моделей динамики мнений;

5. Предложить поправки для модели Краснощекова и, возможно, некоторых других моделей динамики мнений на основании полученных в предыдущем пункте результатов, а также определить направления для дальнейших исследований в данной области.

Научная новизна:

1. Впервые разработано обобщение модели Краснощекова на случай разреженной матрицы относительных влияний, исследованы свойства полученной модели;
2. Впервые найдена связь между моделью Краснощекова с одной стороны и моделями ДеГроота и Фридкина-Джонсона с другой;
3. Впервые исследованы асимптотические свойства модели Краснощекова;
4. Впервые сконструирован временной ряд, описывающий динамику мнений выборки российских пользователей ОСС ВКонтакте, состоящей более чем из миллиона аккаунтов, а также граф, фиксирующий дружеские связи этих пользователей;
5. Впервые проведен анализ адекватности упрощенных версий моделей Краснощекова и ДеГроота и получены экспериментальные подтверждения выпуклому механизму формирования мнений на выборке, состоящей более чем из полутора миллионов аккаунтов пользователей ОСС ВКонтакте;
6. Впервые предложены поправки для моделей Краснощекова и ДеГроота, учитывающие результаты натурального эксперимента подобного масштаба.

Практическая значимость работы заключается в том, что знание закономерностей, лежащих в основе механизмов формирования мнений могут помочь в:

1. Прогнозировании результатов выборов;
2. Планировании политических и маркетинговых кампаний;
3. Улучшении существующих методов по борьбе с экстремизмом;
4. Противодействию информационным атакам со стороны других государств.

Кроме того, разработанные модель, алгоритм и соответствующее программное обеспечение для оценивания политических взглядов российских пользователей ВКонтакте могут служить полезным инструментом для оценивания текущего состояния общественного мнения.

Методология и методы исследования.

Методологическую базу исследования составили такие модели динамики мнений, как модель ДеГроота, модель Фридкина-Джонсона и модель Краснощекова, а также результаты из теории неотрицательных матриц и теории графов.

Для проведения натурального эксперимента по проверке адекватности моделей Краснощекова и ДеГроота были задействованы данные из ОСС ВКонтакте, которые выгружались с помощью методов VK API (VKontakte Application

Programming Interface). Полученная информация обрабатывалась методами интеллектуального анализа данных (в частности, для разработки предсказательной модели оценивания политических взглядов пользователей ВКонтакте были использованы подходы из теории машинного обучения). Для анализа графовых структур применялись подходы из теории анализа сложных сетей и, в частности, социальных сетей.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Построено обобщение модели Краснощекова на случай разреженной матрицы относительных влияний, исследована связь между моделью Краснощекова с одной стороны и моделями ДеГроота и Фридкина-Джонсона с другой, изучены асимптотические свойства модели Краснощекова, с помощью протокола спорщиков разрешен временной парадокс модели Краснощекова;
2. Разработаны модель, алгоритм и соответствующее программное обеспечение для оценивания политических взглядов российских пользователей ВКонтакте;
3. Сконструирован временной ряд, описывающий динамику мнений выборки российских пользователей ВКонтакте, а также граф, фиксирующий дружеские связи этих пользователей;
4. Полученные данные исследованы с точки зрения упрощенных версий моделей Краснощекова и ДеГроота на предмет адекватности последних, обнаружены паттерны социального влияния, получено экспериментальное подтверждение явления конформизма в целом и данных моделей в частности с некоторыми дополнительными оговорками;
5. Предложены поправки для моделей Краснощекова и ДеГроота, учитывающие результаты натурального эксперимента, определены направления для дальнейших исследований в данной области.

Достоверность полученных результатов обеспечивается корректностью математических доказательств и выводов, тщательно разработанным дизайном натурального эксперимента для проверки адекватности моделей, аккуратностью и точностью его проведения, а также доскональностью анализа результатов эксперимента.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на:

- VIII Московской международной конференции по Исследованию Операций (ORM-2016, Москва)
- Научном семинаре кафедры высшей математики МФТИ (2016, Долгопрудный)
- Семинаре по теории управления организационными системами (2016, ИПУ РАН, Москва)
- Семинаре лаборатории Наук о больших данных и проблемах общества, ТГУ с участием Натальи Касперской и Игоря Ашманова (2017, Томск)
- Ежегодных всероссийских конференциях Город-IT (2017, 2018, Томск)

- Семинарах по социофизике имени Д.С.Чернавского (2018, МГУ и 2019, ИПУ РАН, Москва)
- Второй всероссийской междисциплинарной конференции «СОЦИО-ФИЗИКА И СОЦИОИНЖЕНЕРИЯ» (2018, Москва)
- IX Московской международной конференции по Исследованию Операций (ORM-2018, Москва)
- Одиннадцатой международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD 2018, Москва)
- XIII Всероссийском совещании по проблемам управления (2019, Москва)
- Двенадцатой международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD 2019, Москва)

Личный вклад. Все результаты диссертации были получены автором самостоятельно, включая результаты, опубликованные в работах с соавторами.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 15 публикациях, 4 из которых индексируются Web of Science и Scopus.

Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, формулируется цель, ставятся задачи работы, излагается научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

В параграфе 1.1 приведены классификация и общая характеристика моделей формирования мнений. В рамках данной классификации существующие модели разделены на два класса: макро- [26; 27] и микро-модели [28]. Последние, в свою очередь, делятся на байесовские [29] и небайесовские [30]. Основное внимание уделено небайесовским моделям, для классификации которых используются такие признаки как:

- Способ формализации времени: дискретные [31] / непрерывные модели [32];
- Метод представления мнений агентов: дискретные [28] / непрерывные величины [30], скаляры [33] / векторы [34] / матрицы [35];
- Механизм формирования взглядов: механизмы ассимиляционного влияния [33] / механизмы влияния схожести [36] / механизмы отталкивающего влияния [4];
- Структура взаимодействий агентов (сети влияний): ориентированные [30] / неориентированные [31], взвешенные [33] / невзвешенные [31], простые (синтетические) / сложные графы;
- Открытость системы: открытые [37] / закрытые системы [30].

Параграф 1.2 посвящен описанию классических выпуклых синхронно-итеративных моделей динамики мнений – ДеГроота, Фридкина-Джонсона, а также их различных модификаций и некоторых сопутствующих вопросов,

связанных с моделью Фридкина-Джонсона (протокол спорщиков и задача восстановления сети влияния). В этом же параграфе приведены модель Краснощекова и основные теоретические результаты, полученные П.С. Краснощековым в [33].

В рамках модели Краснощекова одна итерация взаимодействия для системы из n агентов описывается как

$$\mathbf{p} = \mathbf{M}\alpha + (\mathbf{I}_n - \mathbf{M})\mathbf{C}\mathbf{p}, \quad (1)$$

где $\alpha \in \mathbb{R}_{[0,1]}^n$ – вектор мнений агентов до общения с коллективом, $\mathbf{p} \in \mathbb{R}_{[0,1]}^n$ – мнения агентов после общения, $\mathbf{M} = \text{diag}(\mu_1, \dots, \mu_n) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ – диагональная матрица, элементы которой $\mu_i \in [0, 1]$ выражают степени сопротивления агентов ко внешнему влиянию, $\mathbf{I}_n \in \mathbb{R}^{n \times n}$ – единичная матрица, а строчно-стохастическая матрица $\mathbf{C} = [c_{ij}] \in \mathbb{R}^{n \times n}$ с нулевой главной диагональю – матрица относительных влияний – такая, что $c_{ij} > 0$ при $i \neq j$.

В случае многоитерационного взаимодействия (1) трансформируется в

$$\mathbf{p}(t+1) = \mathbf{M}\mathbf{p}(t) + (\mathbf{I}_n - \mathbf{M})\mathbf{C}\mathbf{p}(t+1). \quad (2)$$

Далее в этом параграфе приводится один из основных результатов, полученных в [33].

Утверждение 1. *Если матрица \mathbf{M} в (1) не является нулевой, то тогда Фробениусово число матрицы $\mathbf{B} = (\mathbf{I}_n - \mathbf{M})\mathbf{C}$ строго меньше единицы и \mathbf{B} является продуктивной. В этом случае существует единственное решение (1)*

$$\mathbf{p} = \mathbf{Z}\alpha,$$

где

$$\mathbf{Z} = (\mathbf{I}_n - \mathbf{B})^{-1}\mathbf{M}.$$

При этом, для любого $i \in [n]$ выполнено $p_i \in [0,1]$.

В противном случае система (1) имеет бесконечное число решений вида

$$\mathbf{p} = p\mathbb{1}_n,$$

где p – произвольное число.

В параграфе 1.3 рассмотрены явления расщепления общества (отсутствие консенсуса) и поляризации общественного мнения. Также описаны проблемы, связанные с использованием моделей динамики мнений (в частности, моделей ДеГроота и Фридкина-Джонсона) для описания этих явлений.

Во **второй главе** строится модификация модели Краснощекова на случай разреженной матрицы относительных влияний и исследуются свойства полученной модели.

В параграфе 2.1 приведена мотивировка допущения нулевых компонент вне главной диагонали матрицы относительных влияний: социальные графы крупномасштабных систем являются разреженными, число их ребер много меньше максимально возможного числа. В силу того, что такое предположение может привести к разложимости матрицы относительных влияний, в том же параграфе приводится критерий единственности решения (1), являющийся модификацией утверждения 1.

Утверждение 2. *Для существования единственного решения уравнения (1) необходимо и достаточно, чтобы все закрытые компоненты сильной связности сети относительных влияний $G[C]$, ассоциированной с матрицей C , были таковы, что каждая из них включает в себя хотя бы одного агента, не являющегося конформистом. В этом случае Фробениусово число матрицы B строго меньше единицы и она является продуктивной. Уравнение (1) при этом будет иметь единственное решение*

$$\mathbf{p} = \mathbf{Z}\alpha,$$

где матрица \mathbf{Z} является строчно-стохастической.

Если выполнено условие утверждения 2, то динамика (2) принимает вид

$$\mathbf{p}(t+1) = \mathbf{Z}\mathbf{p}(t). \quad (3)$$

Данный результат был представлен на восьмой Международной конференции по исследованию операций в 2016 году [38]. В том же году вышла публикация [39], в которой был сформулирован более общий результат, но уже применительно к модели Фридкина-Джонсона. Таким образом, данный результат является оригинальным результатом автора настоящей диссертации.

В случае, когда существует закрытая компонента сильной связности, состоящая целиком из конформистов, уравнение (1) имеет бесконечно много решений. В параграфе 2.1 описана их структура для частного случая.

Утверждение 3. *Пусть матрица C разложима и имеет следующий вид:*

$$C = \begin{bmatrix} C_{aa} & C_{ab} \\ \mathbf{0} & C_{bb} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где квадратные подматрицы C_{aa} и C_{bb} неразложимы. При этом, предполагается, что подматрица C_{bb} соответствует закрытой компоненте сильной связности графа $G[C]$, полностью состоящей из конформистов. Если согласованные декомпозиции матриц \mathbf{I}_n , \mathbf{M} и векторов α , \mathbf{p} имеют вид

$$\mathbf{I}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_a & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_b \end{bmatrix}, \mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_a & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \alpha = \begin{bmatrix} \alpha_a \\ \alpha_b \end{bmatrix} \text{ и } \mathbf{p} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_a \\ \mathbf{p}_b \end{bmatrix}, \quad (5)$$

то тогда существует матрица $\mathbf{Q}_a = (\mathbf{I}_a - (\mathbf{I}_a - \mathbf{M}_a)\mathbf{C}_{aa})^{-1}$. При этом, уравнение (1) имеет бесконечно много решений вида

$$\begin{cases} \mathbf{p}_a = [\mathbf{Q}_a\mathbf{M}_a & \mathbf{Q}_a(\mathbf{I}_a - \mathbf{M}_a)\mathbf{C}_{ab}] \begin{bmatrix} \mathbf{p}_a \\ \mathbf{p}_b \end{bmatrix}, \\ \mathbf{p}_b = p\mathbb{1}_b. \end{cases} \quad (6)$$

В (6) p – произвольное число, а прямоугольная матрица

$$[\mathbf{Q}_a\mathbf{M}_a \quad \mathbf{Q}_a(\mathbf{I}_a - \mathbf{M}_a)\mathbf{C}_{ab}]$$

является неотрицательной и все ее строчные суммы равны единице.

В параграфе 2.2 исследуется связь между моделью Краснощекова (в случае, когда динамика мнений описывается протоколом (3)) с одной стороны и моделями ДеГроота и Фридкина-Джонсона с другой. Показано, что одна итерация протокола модели Краснощекова может быть симитирована за счет протоколов моделей ДеГроота и Фридкина-Джонсона.

Параграф 2.3 посвящен вопросам сходимости мнений для (3), то есть в случае, когда выполнено условие утверждения 2. Там же приведен критерий достижимости консенсуса, являющийся следствием Эргодической теоремы.

Утверждение 4. Пусть выполнено условие утверждения 2. Тогда матрица \mathbf{Z} является правильной и мнения агентов всегда сходятся к некоторому предельному распределению мнений $\mathbf{p}(\infty)$, которое является консенсусом для любого начального распределения мнений (что соответствует регулярности матрицы \mathbf{Z}) тогда и только тогда, когда граф $G[\mathbf{C}]$ содержит не более одной закрытой компоненты сильной связности, в системе присутствует не более одного агента с $\mu = 1$ и если граф $G[\mathbf{C}]$ содержит ровно одну закрытую компоненту сильной связности и в сообществе один агент с $\mu = 1$, то он должен принадлежать этой компоненте.

В параграфе 2.4 изучается динамика мнений (2) при условии, что выполнено условие утверждения 3. Для такой системы выполнено следующее рекуррентное соотношение:

$$\begin{cases} \mathbf{p}_a(t+1) = [\mathbf{Q}_a\mathbf{M}_a & \mathbf{Q}_a(\mathbf{I}_a - \mathbf{M}_a)\mathbf{C}_{ab}] \begin{bmatrix} \mathbf{p}_a(t) \\ \mathbf{p}_b(t+1) \end{bmatrix}, \\ \mathbf{p}_b(t+1) = p_{conf}(t+1)\mathbb{1}_b. \end{cases} \quad (7)$$

Последовательность $\{p_{conf}(t)\}_t$ в (7) описывает "стадные решения" конформистов, которые смоделированы как выборка из некоторого распределения с математическим ожиданием p_{conf} и дисперсией σ^2 :

$$\mathbb{E}[p_{conf}(t)] = p_{conf}, \quad \mathbb{D}[p_{conf}(t)] = \sigma^2. \quad (8)$$

При этом, предполагается, что мнения агентов не ограничиваются промежуток $[0, 1]$, принимая любые вещественные значения, а число конформистов в закрытой компоненте сильной связности равно m . Основное внимание уделено частному случаю такой системы, а именно когда

$$c_{ij} = 1/n - 1, \quad i \neq j, \quad i \in [n - m]$$

и, кроме того, для $i \in [n - m]$ выполнено $\mu_i = \mu$.

Показано, что в таком случае для достаточно больших t верно

$$p_i(t) \approx p(t), \quad i \in [n - m], \quad (9)$$

откуда следует, что мнения агентов-неконформистов для любой наперед заданной точности начиная с некоторого момента времени (зависящего от этой точности), достигают внутреннего консенсуса, однако это состояние не является стабильным из-за влияния конформистов.

Для случайной величины $p(t)$ из (9) получены оценки ее мат ожидания и дисперсии для достаточно больших t :

$$E[p(t)] \approx p_{conf}, \quad D[p(t)] \approx \sigma^2 \frac{1 - \rho}{1 + \rho},$$

где $\rho = \frac{\mu}{1 - (1 - \mu) \frac{n - m - 1}{n - 1}}$ и рассматривается нетривиальный случай, когда $\mu < 1$. Далее получена оценка:

$$P\{A_\infty^\epsilon\} \geq 1 - \frac{2\sigma^2\rho^2}{(1 + \rho)\epsilon^2}, \quad (10)$$

где A_t^ϵ – событие, состоящее в том, что в момент времени t мнения конформистов и всех остальных будут отличаться не более чем на некоторое $\epsilon > 0$:

$$P\{A_t^\epsilon\} = P\{|p(t) - p_{conf}(t)| < \epsilon\}.$$

В параграфе 2.5 рассмотрен временной конфликт модели Краснощекова, связанный с тем, что в (1) мнения агентов после общения зависят от мнений других агентов **также** после общения.

Рассмотрим следующий "**протокол спорщиков**". Пусть мнения агентов в начальный момент времени задаются вектором $\mathbf{a}(0)$ и пусть заданы матрицы \mathbf{M} и \mathbf{C} , отвечающие всем требованиям, что и раньше. В каждый момент времени k случайно выбирается ребро (j, i) графа $G[\mathbf{C}]$, которому соответствуют вершины i и j . При этом, выполнено $c_{ij} > 0$. Выбранные агенты взаимодействуют согласно следующему правилу. Мнение агента i меняется на:

$$a_i(k + 1) = (1 - (1 - \mu_i)c_{ij} - \mu_i c_{ij})a_i(k) + (1 - \mu_i)c_{ij}a_j(k) + \mu_i c_{ij}a_i(0),$$

в то время как мнение агента j остается неизменным.

Один из основных результатов, связанных с приведенным выше протоколом спорщиков связан с тем, что он имитирует динамику модели Фридкина-Джонсона в "среднем".

Утверждение 5. [6, с. 180, теорема 23].

Пусть выполнено условие утверждения 2 и $\mathbf{a}(0) := \alpha$. Обозначим

$$\tilde{\mathbf{a}}(s) = \frac{1}{s+1} \sum_{k=0}^s \mathbf{a}(k).$$

и

$$\mathbf{p} = (\mathbf{I} - (\mathbf{I} - \mathbf{M})\mathbf{C})^{-1} \mathbf{M}\alpha.$$

Для такой системы верны следующие утверждения.

1. Предел математического ожидания мнений агентов сходится к $\mathbf{p}(t+1)$:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbb{E}\mathbf{a}(k) = \mathbf{p}(t+1).$$

2. Случайный процесс $\mathbf{a}(k)$ эргодичен почти наверное:

$$\mathbb{P} \left\{ \lim_{k \rightarrow \infty} \tilde{\mathbf{a}}(k) = \mathbf{p}(t+1) \right\} = 1.$$

3. Для любого $q > 0$ случайный процесс $\mathbf{a}(k)$ является L^q эргодичным:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbb{E}|\tilde{\mathbf{a}}(k) - \mathbf{p}(t+1)|^q = 0.$$

Таким образом, вместо того, чтобы много раз запускать протокол спорщиков и каждый раз смотреть, к чему сойдутся мнения, достаточно один раз посмотреть на динамику мнений спорщиков и определить финальное распределение мнений.

Поскольку одна итерация (3) может быть симитирована за счет динамики модели Фридкина-Джонсона с соответствующими параметрами, это означает, что протокол спорщиков имитирует одну итерацию (3) "в среднем". Это позволяет интерпретировать (3) как динамику, описывающую изменения предубеждений агентов, для чего необходимы значительные промежутки времени. При этом, в рамках одной такой итерации порядок взаимодействий между агентами никак не регламентирован и носит стохастичный характер, что может служить объяснением временного конфликта в (1), (2).

Параграф 2.6 посвящен анализу способности модели Краснощекова описывать явления расщепления общества и поляризации общественного мнения. Для достижения ситуации, когда системе сформированы устойчивые кластеры людей с различными мнениями, необходимо потребовать или присутствия агентов с $\mu = 1$, или наличия нескольких закрытых компонент сильной связности

в сети влияния. При этом, наличие в системе двух закрытых групп, состоящий из конформистов может привести к временной поляризации общества, однако, подобная система видится слишком "экзотичной".

В **третьей главе** приведено описание натурального эксперимента по анализу реальных данных о динамике мнений пользователей ОСС ВКонтакте с точки зрения упрощенных версий моделей Краснощекова и ДеГроота.

В параграфе 3.1 кратко описана методология, применявшаяся для проведения натурального эксперимента. Предложенный подход заключается в том, чтобы использовать информацию с аккаунтов пользователей для калибровки параметров моделей. Более точно, информационные источники, на которые подписан пользователь (публичные страницы и аккаунты блогеров, формирующие блок "Интересные страницы" в аккаунте пользователя – далее ИС), а также манифестированные им политические взгляды используются для оценки его текущих политических предпочтений. В результате, формируется временной ряд, описывающий динамику оценок мнений выборки российских пользователей ОСС ВКонтакте. Зафиксированные функционалом ВКонтакте дружеские связи пользователей друг с другом используются для оценки сети влияния. Полученные данные анализируются через призму упрощенных версий моделей Краснощекова и ДеГроота.

Параграф 3.2 посвящен описанию модели, алгоритма и комплекс программ для оценивания политических предпочтений российских пользователей ОСС ВКонтакте (далее – Предсказательная Модель). В основе Предсказательной Модели лежит методология обучения с учителем. В ходе решения задачи 4-х классовой классификации, каждому пользователю i она ставит в соответствие стохастический вектор

$$\tilde{p}_i = [\tilde{p}_i^1, \tilde{p}_i^2, \tilde{p}_i^3, \tilde{p}_i^4]^T, \quad (11)$$

компоненты которого отвечают за приверженность пользователя следующим политическим фигурам (фамилии перечислены в алфавитном порядке): П.Н. Грудинин, В.В. Жириновский, А.А. Навальный и В.В. Путин. Таким образом, пространство классов \tilde{P} пользователей состоит из четырех элементов. Далее, для простоты, будут рассматриваться следующие обозначения: класс 1 – сторонники П.Н. Грудинина, класс 2 – сторонники В.В. Жириновского, класс 3 – сторонники А.А. Навального, класс 4 – сторонники В.В. Путина:

$$\tilde{P} = \{1, 2, 3, 4\}. \quad (12)$$

Для обучения, тестирования и апробации Предсказательной Модели используются два датасета.

Первый (D1) состоит из "размеченных" пользователей: тех чьи политические предпочтения считаются известными заранее; данный датасет необходим для обучения и тестирования моделей машинного обучения, настройки гиперпараметров. Для конструирования D1 был применен основополагающий

результат из теории селективной экспозиции [40; 41]: индивид стремится избегать информации, которая конфликтует с его собственными воззрениями, отдавая предпочтение тому, что согласуется с его взглядами. В связи с этим, предполагается, что пользователь, подписанный на политический аккаунт, освещающий деятельность некоторой политической фигуры в положительном ключе, поддерживает эту политическую фигуру. Необходимо отметить, что данное предположение неприменимо к каждому политически ангажированному пользователю, однако, **для большого числа** пользователей, оно выполняется с достаточно высокой частотой. В связи с этим, вручную были выбраны аккаунты (далее - маркерные аккаунты), подписчики которых использовались для формирования Д1 как представители соответствующих классов. При этом, оказалось, что среди выгруженных пользователей не было таких, кто принадлежал одновременно двум классам. Дата выгрузки пользователей Д1 - 20 декабря 2017 года.

Второй датасет (Д2) сконструирован из 22288537 аккаунтов российских пользователей ОСС ВКонтакте и используется для апробации Предсказательной Модели. Д2 был создан в результате выгрузки данных, имевшей место 20 февраля 2018 года, поэтому должен отражать предвыборные настроения рассматриваемой выборки. Данные по Д2 были предоставлены лабораторией Наук о больших данных и проблемах общества, ТГУ, Томск, Российская Федерация. После применения Предсказательной Модели к Д2 была получена оценка распределения симпатий рассматриваемых пользователей в преддверии выборов.

Для классификации пользователей используются следующие признаки (независимые переменные):

1. Подписки на ИС. В соответствии с теорией селективной экспозиции [40–42], подписки пользователя на ИС потенциально являются чрезвычайно информативным типом признаков.
2. Выбранные пользователем политические предпочтения из списка, предлагаемого платформой (поле "политические предпочтения" – его значения имеют принципиально иной характер, чем те, на основании которых сконструировано пространство мнений).

Признаки формализуются с помощью one-hot кодирования [43–45]. Данные в закодированном виде хранятся в разреженном формате с помощью csr-матриц.

Для адекватной проверки качества классификации, Д1 дополняется искусственно сгенерированными аккаунтами, которые являются полными копиями аккаунтов Д1 за исключением того, что у новых аккаунтов обнулены компоненты one-hot кодировки, отвечающие за подписки на маркерные аккаунты. Тестирование проводится на выборке из синтетических аккаунтов.

Чтобы увеличить скорость алгоритмов обучения, а также обойти проблему мультиколлинеарности, от которой страдают линейные классификаторы, пространство признаков подвергается трансформации, в результате которой

его размерность снижается до 100 компонент. Применяется метод, основанный на сингулярном разложении (SVD) [45]. Более точно, используется его модификация, предназначенная для работы с разреженными матрицами – Truncated SVD (см. <https://scikit-learn.org/stable/modules/generated/sklearn.decomposition.TruncatedSVD.html>). В отличие от метода главных компонент, используемый алгоритм не центрирует данные, что позволяет ему работать с разреженными данными. Для нахождения сингулярных чисел и вектором матрицы объекты-признаки используется пакет ARPACK, в рамках которого применяется алгоритм IRAM (который приближенно находит собственные числа и вектора матрицы, конструируя ортонормированный базис подпространства Крылова).

В качестве классификатора выступает модель логистической регрессии (логит модель – см. https://scikit-learn.org/stable/modules/generated/sklearn.linear_model.LogisticRegression.html) [43–45]. В рамках задачи бинарной классификации эта модель обучается следующим образом. Пусть число объектов в обучающей выборке равно N , размерность пространства признаков составляет n_f , матрица объекты признаки есть $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{N \times n_f}$, а вектор лейблов равен $\mathbf{y} \in \{-1, 1\}^N$. При обучении логит модели на рассматриваемой выборке минимизируется (по \mathbf{w} и w_0) следующая функция потерь:

$$C \sum_{i=1}^N \log_2 (\exp(-y_i (\mathbf{x}_i^T \mathbf{w} + w_0)) + 1) + \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{w}, \quad (13)$$

где $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^{n_f}$ и $w_0 \in \mathbb{R}$ – коэффициенты регрессии (последний - свободный член), а $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^{1 \times n_f}$ – i -я строка матрицы \mathbf{X} . Оптимизационная задача решается с помощью алгоритма CD (Coordinate Descent). Чтобы избежать переобучения, используется L2-регуляризация с коэффициентом $C = 0.1$. Как только коэффициенты регрессии (\mathbf{w} и w_0) найдены, появляется возможность оценить апостериорную вероятность принадлежности i -го объекта каждому из классов:

$$P \{y_i = 1 \mid \mathbf{x}_i\} = \frac{1}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \mathbf{w} + w_0)} = 1 - P \{y_i = -1 \mid \mathbf{x}_i\}. \quad (14)$$

При классификации объекта для каждого из четырех классов формируются вероятности (14), которые, после соответствующей нормировки, группируются в вектор (11).

Результаты, которые показывает Предсказательная Модель на тестовой выборке, приведены на рисунке 1. Стоит отметить, что основной вклад в качество классификации дает информация о подписках пользователей на ИС. Исходя из матрицы ошибок, представленной на рисунке 1, можно сделать вывод, что Предсказательная Модель достаточно успешно отличают сторонников В.В. Путина от пользователей других классов, в то время как уловить различия

между сторонниками П.Н. Грудинина, В.В. Жириновского и А.А. Навального – гораздо более трудная задача для нее. Таким образом, наиболее точным будет прогноз числа пользователей, симпатизирующих В.В. Путину.

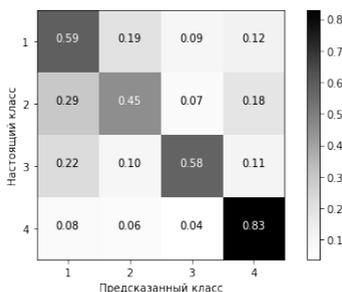


Рис. 1 – Качество классификации Предсказательной Модели на тестовой выборке. Средняя полнота равна 0.613.

Обученная на Д1, Предсказательная Модель применяется для классификации аккаунтов Д2. Результаты классификации приведены в таблице 1. Использование подобных оценок для моделирования итогов выборов не совсем корректно. Например потому, что А.А. Навальный не участвовал в них. Кроме того, необходимо учитывать фактор явки избирателей, нерепрезентативность пользователей Вконтакте по отношению к населению страны в целом, а также тот факт, что электоральное поведение не всегда совпадает с симпатиями голосующего. Однако, если интерпретировать полученные показатели как оценку результатов выборов (сравнивая их с официальными результатами), рассматривая тех пользователей Д2, кого Предсказательная Модель определила сторонниками А.А. Навального, как голоса, полученные не рассматриваемыми нами кандидатами в совокупности, то оценка, сделанная Предсказательной Моделью, правильно расставляет первые три места, при этом средняя абсолютная ошибка составляет 0.12.

Таблица 1 – Сравнение результатов классификации Д2 с помощью Предсказательной Модели с результатами выборов Президента РФ 2018 года.

	Предсказательная Модель	Итоги выборов
В.В. Путин	0.527	0.767
П.Н. Грудинин	0.256	0.118
В.В. Жириновский	0.123	0.057
А.А. Навальный	0.094	
Другие		0.058

Числа в (11), генерируемые Предсказательной Моделью используются для оценки мнений пользователей в пространстве мнений, формализуемом отрезком $[0, 1]$, в котором единица соответствует максимальной поддержке В.В. Путина, ноль — минимальной, а $1/2$ — состоянию максимальной неопределенности пользователя.

Для построения оценки \hat{p}_i мнения p_i агента i (параметра модели) рассматривается следующая конструкция:

$$\hat{p}_i = \frac{\tilde{p}_i^4}{\tilde{p}_i^4 + \max\{\tilde{p}_i^1, \tilde{p}_i^2, \tilde{p}_i^3\}} \in [0, 1]. \quad (15)$$

Для подчеркивания временной привязки применяется обозначение $\hat{p}_i(t)$, подразумевая, что данные для построения этой оценки получены в момент времени t .

В параграфе 3.3 приведено описание экспериментальных данных. Оценки (15), генерируемые Предсказательной моделью, используются для построения временного ряда оценок мнений Российских пользователей ВКонтакте. Данный временной ряд состоит из трех снимков мнений $\hat{\mathbf{p}}(t_1)$, $\hat{\mathbf{p}}(t_2)$ и $\hat{\mathbf{p}}(t_3)$. Каждый снимок — это вектор размерности $N_u = 1660927$, состоящий из оценок мнений (15) пользователей выборки U ($|U| = N_u$):

$$\hat{\mathbf{p}}(t_k) = [\hat{p}_1(t_k) \quad \dots \quad \hat{p}_i(t_k) \quad \dots \quad \hat{p}_{N_u}(t_k)]^T \in \mathbb{R}^{N_u}.$$

Выборка U сформирована как случайное подмножество пользователей, аккаунты которых:

- старше 17;
- не удалены, не забанены и не закрыты настройками приватности;
- посещают ВКонтакте хотя бы раз в месяц;
- подписаны не менее, чем на 11 и не более, чем на 200 ИС, принадлежащих пространству признаков Предсказательной Модели;
- не входят во множество ИС, формирующих пространство признаков Предсказательной Модели.

Кроме того, из выборки U исключены пользователи, не имеющие друзей в U .

Данные, использованные для построения оценок, были выгружены в Феврале (t_1), Июле (t_2) и Декабре (t_3) 2018 года соответственно. В июле 2018 года была выгружена информация касательно дружеских связей пользователей. Данные были скачаны и предоставлены лабораторией Наук о больших данных и проблемах общества, ТГУ, Томск, Российская Федерация. Все три снимка согласованы друг с другом в том смысле, что i - я строка матрицы

$$\hat{\mathbf{P}} = [\hat{\mathbf{p}}(t_1) \quad \hat{\mathbf{p}}(t_2) \quad \hat{\mathbf{p}}(t_3)] \in \mathbb{R}^{N_u \times 3}$$

описывает динамику мнений пользователя i :

$$[\hat{p}_i(t_1) \quad \hat{p}_i(t_2) \quad \hat{p}_i(t_3)].$$

Простой неориентированный невзвешенный граф, описывающий дружеские связи между пользователями обозначим как G_u а множество друзей пользователя $i \in U$, которые также принадлежат множеству U – как V_i . В силу построения, это множество не является пустым для любого $i \in U$.

В таблице 2 показано, как менялось среднее $\frac{1}{N_u} \sum_{i=1}^{N_u} \hat{p}_i(t_k)$, стандартное отклонение мнений пользователей U , а также ассортативность и индекс Джини в рассматриваемый промежуток времени. Положительные значения коэффициента ассортативности свидетельствуют о том, что рассматриваемая сеть является ассортативной: высока вероятность, что пользователи, являющиеся друзьями, имеют схожие мнения. Ассортативность социальных графов – чрезвычайно распространенный феномен [46]. Интерес представляет вопрос, в чем причина этого: тот факт, что пользователи предпочитают общаться только с теми, кто разделяет их мнения [46], или же, возможно, разногласия между ними сглаживаются уже в процессе общения (или же, работают одновременно оба механизма) [47]. Рост уровня ассортативности свидетельствует о снижении уровня разногласий между пользователями, являющимися друзьями. В рамках концепции ассимилятивных моделей социального влияния рост уровня поляризации может быть объяснен, например, наличием двух (или более) влиятельных пользователей с достаточно удаленными друг от друга позициями, которые "притягивают" других пользователей "растягивая" их позиции в пространстве мнений.

Таблица 2 – Динамика изменения среднего, стандартного отклонения σ мнений пользователей U , а также ассортативности и индекса Джини.

	Среднее, σ	Ассортативность	Индекс Джини
t_1	0.48, 0.177	0.1406	0.202
t_2	0.477, 0.179	0.1408	0.205
t_3	0.474, 0.18	0.1413	0.208

Данные \hat{P} и G_u (ДЗ) используются для проверки адекватности моделей Краснощекова и ДеГроота. Однако, в силу малого числа снапшотов – их всего было три – при решении задачи восстановления сети влияния могла возникнуть проблема переобучения. Поэтому рассматриваются *упрощенные* версии этих моделей, для которых нет нужды идентифицировать сеть влияния и проблема переобучения не столь актуальна. Вместе с тем, предиктивная сила таких моделей значительно снижена.

Параграф 3.4 посвящен описанию аппроксимирующих зависимостей. Данные ДЗ дают возможность для каждого пользователя $i \in U$ посчитать среднее мнение его друзей в момент времени t :

$$\hat{p}_{-i}(t) = \frac{\sum_{j \in V_i} \hat{p}_j(t)}{|V_i|}.$$

Для аппроксимации данных используются следующие соотношения:

$$\hat{p}_i(t_{k+1}) = \frac{1}{|V_i| + 1} (\hat{p}_i(t_k) + |V_i| \hat{p}_{-i}(t_{k+1})), \quad (16)$$

$$\hat{p}_i(t_{k+1}) = \mu \hat{p}_i(t_k) + (1 - \mu) \hat{p}_{-i}(t_{k+1}). \quad (17)$$

$$\hat{p}_i(t_{k+1}) = \frac{1}{|V_i| + 1} (\hat{p}_i(t_k) + |V_i| \hat{p}_{-i}(t_k)), \quad (18)$$

$$\hat{p}_i(t_{k+1}) = \mu \hat{p}_i(t_k) + (1 - \mu) \hat{p}_{-i}(t_k), \quad (19)$$

Выражения (16) и (17) являются частными случаями протокола модели Краснощекова, а (18) и (19) – частными случаями итеративных соотношений, описывающих динамику мнений в модели ДеГроота.

В параграфе 3.5 описан дизайн экспериментов. Проверяется, насколько хорошо соотношения (16) – (19) описывают (1) **направления** изменений оценок мнений (используется метрика качества SA – sign accuracy – точность определения направления изменения оценки мнения) и (2) магнитуды изменений мнений (используется метрика качества MAE – средняя абсолютная ошибка определения магнитуды изменений мнений пользователей, направления изменений мнений которых были предсказаны верно). Кроме того, вводится метрика (3) CSA, которая определяется как доля пользователей, направления изменений мнений которых были предсказаны верно и новые мнения которых не вышли за пределы промежутка, концами которого являются мнение пользователя в предыдущий момент времени и среднее мнение его друзей

В параграфе 3.6 приведены результаты экспериментов.

Для проверки неслучайности результатов, представленных в данном параграфе, проводился следующий эксперимент. Для каждого $k \in \{1, 2\}$ каждому пользователю i был присвоен параметр $\hat{p}_i^*(t_{k+1}) \in [0, 1]$, сгенерированный как случайная величина, равномерно распределенная на отрезке $[0, 1]$. Рассматривая эти параметры как новые мнения пользователей, для каждой из двух итераций были построены соответствующие зависимости. На рисунке 2 показано, как SA, CSA и MAE зависят от магнитуды изменения мнения в случаях реальных и случайно сгенерированных данных на примере первой итерации изменений мнений. В случае второй итерации данные зависимости носят аналогичный характер. Для их построения полуинтервал $(0, 1]$ был разбит на 10 промежутков вида $(a, b]$ равной длины. Каждый из пользователей с ненулевой магнитудой изменения мнения попадал в один из таких промежутков. В результате, пользователи группировались на основании магнитуд изменений их мнений, после чего для пользователей, попавших в один полуинтервал можно

было рассчитывать необходимые показатели. Данное разбиение производилось для каждой из двух итераций независимо.

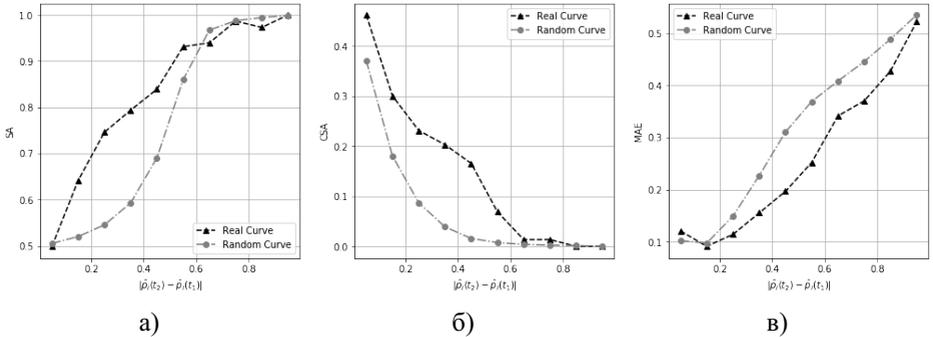
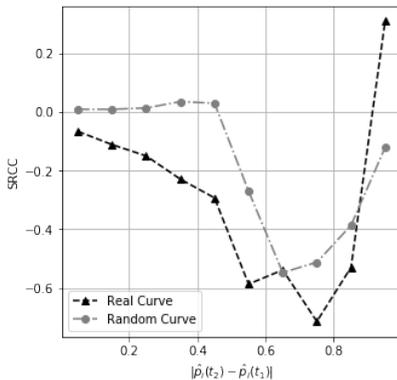


Рис. 2 — SA (а), CSA (б) и MAE(в) как функция магнитуды изменения мнения $|\hat{p}_i(t_{k+1}) - \hat{p}_i(t_k)|$. Реальная зависимость показана черными кривыми, а в случае случайно сгенерированных изменений мнений – серыми кривыми.

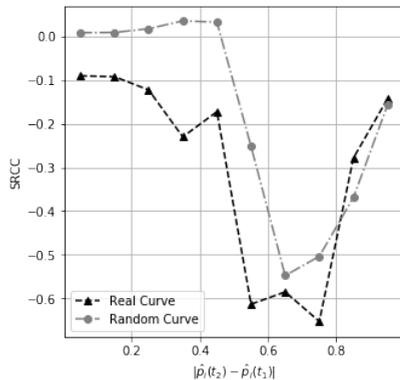
Параграф 3.7 посвящен анализу полученных результатов, которые свидетельствуют о том, что реальные траектории мнений пользователей больше соответствуют моделям (16) – (19), чем сгенерированные описанным выше случайным образом. Данный результат можно рассматривать как новое эмпирическое подтверждение феномена конформизма в целом и симметричного выпуклого механизма формирования мнения в частности [9; 16; 48]. Тем не менее, необходимо иметь в виду что рассматриваемые данные являются неполными в силу ряда причин неполными (источники влияния вне Вконтакте, сэмплирование, настройки приватности) и зашумленными (несовершенство Предсказательной Модели, боты, виртуалы). Кроме того, нужно учитывать, что зависимости, которые использовались для аппроксимации данных основывались на предположении о гомогенности и неизменности поведенческих характеристик пользователей, что существенно влияет на их предиктивную силу. В частности, необходимо иметь в виду, что у пользователей могут быть разные параметры μ_i , отвечающие за их сопротивление к социальному влиянию. В связи с этим возникает проблема их идентификации. На рисунке 3 представлена зависимость коэффициента ранговой корреляции Спирмена между $|0.5 - \hat{p}_i(t_k)|$ и $1 - \hat{\mu}_i := \frac{\hat{p}_i(t_{k+1}) - \hat{p}_i(t_k)}{\hat{p}_{-i}(t_{k+1}) - \hat{p}_i(t_k)}$ (SRCC) от магнитуды изменения оценки мнения. Имеем

$$\hat{\mu}_i \propto |0.5 - \hat{p}_i(t_k)|.$$

Говоря простым языком, чем более уверенная позиция у пользователя, тем труднее заставить его поменять свое мнение. Данный факт достаточно хорошо согласуется с имеющимися результатами в области поведенческой психологии [3].



а)



б)

Рис. 3 — Реальная зависимость SRCC от магнитуды изменения мнения (черные кривые) и в случае случайно сгенерированных изменений мнений пользователей (серые кривые) для первой итерации (слева) и второй итерации (справа).

Идентификацию параметра μ_i пользователя i можно провести в рамках решения следующей задачи выпуклой оптимизации.

$$\begin{cases} \min_{\mu_i} \sum_{k=1}^{k_{max}-1} (\hat{p}_i(t_{k+1}) - \mu_i \hat{p}_i(t_k) - (1 - \mu_i) \hat{p}_{-i}(t_{k+1}))^2, \\ \mu_i \in [0, 1], \end{cases}$$

где k_{max} — число имеющихся в распоряжении снимков.

Далее в параграфе 3.7 приведены корректировки для моделей Краснощекова и ДеГроота с учетом полученных результатов. В силу того, что соотношения (16) – (19) описывают динамику оценок мнений пользователей с одинаковым успехом, далее будет идти речь только об одном из них – а именно, об уравнении (17). Эквивалентное ему соотношение

$$p_i(t_{k+1}) - p_i(t_k) = (1 - \mu_i) (p_{-i}(t_{k+1}) - p_i(t_k)),$$

где $p_{-i}(t_k)$ – усредненное мнение агентов, имеющих прямое влияние на агента i предлагается заменить на

$$p_i(t_{k+1}) - p_i(t_k) = (1 - \mu(|0.5 - p_i(t_k)|)) (p_{-i}(t_{k+1}) - p_i(t_k)) + \Theta, \quad (20)$$

где $\mu(\cdot)$ – возрастающая функция (явный вид зависимости на данный момент неизвестен и требует дальнейших исследований), а Θ – слагаемое, отвечающее за шум.

Далее в параграфе 3.7 приведены направления для дальнейших исследований в данной области, связанные с:

1. Улучшением качества классификации Предсказательной Модели;
2. Коллекционированием более обширной базы данных, состоящей из бОльшего числа снапшотов (чем три) и основанной на бОльшей выборке аккаунтов пользователей;
3. Определением других факторов, влияющих на значение μ_i , а также явного вида зависимости μ_i от этих факторов.
4. Восстановлением сети влияний с учетом гетерогенности поведенческих характеристик пользователей;
5. Более подробным изучением влияния неполноты и зашумленности данных на итоговый результат;
6. Анализом других ОСС – Twitter, Facebook, Instagram и т.д.

В **заключении** приведены основные результаты работы, которые заключаются в следующем:

1. Построено обобщение модели Краснощекова на случай разреженной матрицы относительных влияний, исследована связь между моделью Краснощекова и моделями ДеГроота и Фридкина-Джонсона, изучен вопрос сходимости мнений в модели Краснощекова, с помощью протокола спорщиков разрешен временной парадокс модели Краснощекова;
2. Разработаны модель, алгоритм и соответствующее программное обеспечение для оценивания политических взглядов российских пользователей ВКонтакте;
3. Сконструирован временной ряд, описывающий динамику мнений выборки российских пользователей ОСС ВКонтакте с февраля по декабрь 2018 года, а также граф социальных связей российских пользователей ВКонтакте;
4. Полученные данные исследованы с точки зрения упрощенных версий модели Краснощекова и модели ДеГроота (основанных на предположении гомогенности относительной сети влияния) на предмет адекватности последних, обнаружены паттерны социального влияния, получено экспериментальное подтверждение данных моделей с некоторыми дополнительными оговорками;
5. Предложены поправки для моделей Краснощекова и ДеГроота, а также направления для дальнейших исследований в данной области.

Публикации автора по теме диссертации

1. Моделирование политических взглядов российских пользователей социальной сети ВКонтакте / И. В. Козицин [и др.] // Математическое моделирование. — 2019. — Т. 31, № 8. — С. 3–20.
2. *Belolipetskii, A. A.* Dynamic variant of mathematical model of collective behavior / A. A. Belolipetskii, I. V. Kozitsin // Journal of Computer and Systems Sciences International. — 2017. — Vol. 56, no. 3. — P. 385–396.

3. *Kozitsin, I. V.* Generalization of Krasnoshchekov's model for the case of a decomposable matrix of social interactions / I. V. Kozitsin // *Mathematical Models and Computer Simulations*. — 2018. — Vol. 10, no. 4. — P. 398–406.
4. *Kozitsin, I. V.* Opinion convergence in the Krasnoshchekov model / I. V. Kozitsin, A. A. Belolipetskii // *The Journal of Mathematical Sociology*. — 2019. — Vol. 43, no. 2. — P. 104–121.
5. *Chkhartishvili, A. G.* Binary Separation Index for Echo Chamber Effect Measuring / A. G. Chkhartishvili, I. V. Kozitsin // 2018 Eleventh International Conference "Management of large-scale system development" (MLSD). — IEEE. 2018. — P. 1–4.
6. Symmetric Convex Mechanism of Opinion Formation Predicts Directions of Users Opinions Trajectories / I. V. Kozitsin [et al.] // 2019 Twelfth International Conference "Management of large-scale system development" (MLSD). — 2019. — P. 1–5.
7. On an Approach to Measure the Level of Polarization of Individuals Opinions / A. G. Chkhartishvili [et al.] // 2019 Twelfth International Conference "Management of large-scale system development" (MLSD). — 2019. — P. 1–5.
8. *Kozitsin, I. V.* Dynamic model of collective decision making / I. V. Kozitsin // *Proceedings of the 8th Moscow International Conference on Operations Research (ORM2016)*. Vol. 1. — 2016. — P. 138–139.
9. Предсказательная модель для оценивания политических предпочтений пользователей Вконтакте / И. В. Козицин [и др.] // *Материалы 2-й всероссийской междисциплинарной конференции «Социофизика и социоинженерия»*. — 2018.
10. *Kozitsin, I. V.* Opinion convergence in the Krasnoshchekov model / I. V. Kozitsin, A. A. Belolipetskii // *Proceedings of the 9th Moscow International Conference on Operations Research (ORM2018)*. Vol. 1. — 2018. — P. 226–231.
11. *Козицин, И. В.* Об одной предсказательной модели для оценивания политических взглядов российских пользователей сети Вконтакте / И. В. Козицин, А. М. Марченко, А. Г. Чхартишвили // *Труды 13-го Всероссийского совещания по проблемам управления (ВСПУ XIII)*. — 2019. — С. 2315–2319.
12. Анализ динамики мнений пользователей социальной сети / И. В. Козицин [и др.] // *Материалы 12-й Международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD 2019)*. — 2019. — С. 1231–1233.
13. Об одном подходе к измерению уровня поляризации общественного мнения / А. Г. Чхартишвили [и др.] // *Материалы 12-й Международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD 2019)*. — 2019. — С. 1279–1281.

14. Белоліпецкі, А. А. Об одной математической модели коллективного поведения в дифференциальной форме / А. А. Белоліпецкі, И. В. Козицин // Математическое моделирование информационных систем. — 2015. — С. 66—73.
15. Козицин, И. В. Пример построения аналитического решения для случая переменного коэффициента независимости в модели Краснощекова / И. В. Козицин // Модели и методы обработки информации. — 2016. — С. 90—96.

Список литературы

1. *Sherif, M.* The psychology of social norms. / M. Sherif. — 1936.
2. *Asch, S. E.* Effects of group pressure upon the modification and distortion of judgments / S. E. Asch, H. Guetzkow // Documents of gestalt psychology. — 1951. — P. 222—236.
3. *Cialdini, R. B.* Social influence: Compliance and conformity / R. B. Cialdini, N. J. Goldstein // Annu. Rev. Psychol. — 2004. — Vol. 55. — P. 591—621.
4. Models of social influence: Towards the next frontiers / A. Flache [et al.] // Journal of Artificial Societies and Social Simulation. — 2017. — Vol. 20, no. 4.
5. *Proskurnikov, A. V.* A tutorial on modeling and analysis of dynamic social networks. Part I / A. V. Proskurnikov, R. Tempo // Annual Reviews in Control. — 2017. — Vol. 43. — P. 65—79.
6. *Proskurnikov, A. V.* A tutorial on modeling and analysis of dynamic social networks. Part II / A. V. Proskurnikov, R. Tempo // Annual Reviews in Control. — 2018. — Vol. 45. — P. 166—190.
7. *Castellano, C.* Statistical physics of social dynamics / C. Castellano, S. Fortunato, V. Loreto // Reviews of modern physics. — 2009. — Vol. 81, no. 2. — P. 591.
8. *Bullo, F.* Perspectives on Network Systems and Mathematical Sociology / F. Bullo, N. E. Friedkin // Uncertainty in Complex Networked Systems. — Springer, 2018. — P. 399—417.
9. *Friedkin, N. E.* A theory of the evolution of social power: Natural trajectories of interpersonal influence systems along issue sequences / N. E. Friedkin, P. Jia, F. Bullo // Sociological Science. — 2016. — Vol. 3. — P. 444—472.
10. *Ravazzi, C.* Learning influence structure in sparse social networks / C. Ravazzi, R. Tempo, F. Dabbene // IEEE Transactions on Control of Network Systems. — 2017. — Vol. 5, no. 4. — P. 1976—1986.

11. *Губанов, Д. А.* Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства / Д. А. Губанов, Д. А. Новиков, А. Г. Чхартишвили. — 2010.
12. From classical to modern opinion dynamics / H. Noorazar [et al.] // arXiv preprint arXiv:1909.12089. — 2019.
13. *Weng, L.* Virality prediction and community structure in social networks / L. Weng, F. Menczer, Y.-Y. Ahn // Scientific reports. — 2013. — Vol. 3. — P. 2522.
14. Competition among memes in a world with limited attention / L. Weng [et al.] // Scientific reports. — 2012. — Vol. 2. — P. 335.
15. The science of fake news / D. M. Lazer [et al.] // Science. — 2018. — Vol. 359, no. 6380. — P. 1094—1096.
16. A 61-million-person experiment in social influence and political mobilization / R. M. Bond [et al.] // Nature. — 2012. — Vol. 489, no. 7415. — P. 295.
17. Opinion evolution in time-varying social influence networks with prejudiced agents / A. V. Proskurnikov [et al.] // IFAC-PapersOnLine. — 2017. — Vol. 50, no. 1. — P. 11896—11901.
18. *Barbera, P.* Birds of the same feather tweet together: Bayesian ideal point estimation using Twitter data / P. Barbera // Political Analysis. — 2015. — Vol. 23, no. 1. — P. 76—91.
19. Predicting the political alignment of twitter users / M. D. Conover [et al.] // 2011 IEEE third international conference on privacy, security, risk and trust and 2011 IEEE third international conference on social computing. — IEEE. 2011. — P. 192—199.
20. Political polarization on twitter / M. D. Conover [et al.] // Fifth international AAAI conference on weblogs and social media. — 2011.
21. *Volkova, S.* Inferring user political preferences from streaming communications / S. Volkova, G. Coppersmith, B. Van Durme // Proceedings of the 52nd Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics (Volume 1: Long Papers). — 2014. — P. 186—196.
22. *Makazhanov, A.* Predicting political preference of Twitter users / A. Makazhanov, D. Rafiei, M. Waqar // Social Network Analysis and Mining. — 2014. — Vol. 4, no. 1. — P. 193.
23. Beyond binary labels: political ideology prediction of twitter users / D. Preotiuc-Pietro [et al.] // Proceedings of the 55th Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics (Volume 1: Long Papers). — 2017. — P. 729—740.
24. *Cohen, R.* Classifying political orientation on Twitter: It's not easy! / R. Cohen, D. Ruths // Seventh International AAAI Conference on Weblogs and Social Media. — 2013.

25. *Barbera, P.* How social media reduces mass political polarization. Evidence from Germany, Spain, and the US / P. Barbera // Job Market Paper, New York University. — 2014. — Vol. 46.
26. *Rashevsky, N.* Studies in mathematical theory of human relations / N. Rashevsky // Psychometrika. — 1939. — Vol. 4, no. 3. — P. 221—239.
27. *Petrov, A. P.* Modeling position selection by individuals during information warfare in society / A. P. Petrov, A. I. Maslov, N. A. Tsaplin // Mathematical models and computer simulations. — 2016. — Vol. 8, no. 4. — P. 401—408.
28. *Galam, S.* Majority rule, hierarchical structures, and democratic totalitarianism: A statistical approach / S. Galam // Journal of Mathematical Psychology. — 1986. — Vol. 30, no. 4. — P. 426—434.
29. *Acemoglu, D.* Opinion dynamics and learning in social networks / D. Acemoglu, A. Ozdaglar // Dynamic Games and Applications. — 2011. — Vol. 1, no. 1. — P. 3—49.
30. *DeGroot, M. H.* Reaching a consensus / M. H. DeGroot // Journal of the American Statistical Association. — 1974. — Vol. 69, no. 345. — P. 118—121.
31. *Clifford, P.* A model for spatial conflict / P. Clifford, A. Sudbury // Biometrika. — 1973. — Vol. 60, no. 3. — P. 581—588.
32. *Taylor, M.* Towards a mathematical theory of influence and attitude change / M. Taylor // Human Relations. — 1968. — Vol. 21, no. 2. — P. 121—139.
33. *Краснощечков, П. С.* Простейшая математическая модель поведения. Психология конформизма / П. С. Краснощечков // Математическое моделирование. — 1998. — Т. 10, № 7. — С. 76—92.
34. *Axelrod, R. P.* The dissemination of culture: A model with local convergence and global polarization / R. P. Axelrod // Journal of conflict resolution. — 1997. — Vol. 41, no. 2. — P. 203—226.
35. Network science on belief system dynamics under logic constraints / N. E. Friedkin [et al.] // Science. — 2016. — Vol. 354, no. 6310. — P. 321—326.
36. Mixing beliefs among interacting agents / G. Deffuant [et al.] // Advances in Complex Systems. — 2000. — Vol. 3, 01n04. — P. 87—98.
37. *Hendrickx, J. M.* Open multi-agent systems: Gossiping with random arrivals and departures / J. M. Hendrickx, S. Martin // 2017 IEEE 56th Annual Conference on Decision and Control (CDC). — IEEE. 2017. — P. 763—768.
38. *Kozitsin, I. V.* Dynamic model of collective decision making / I. V. Kozitsin // VIII Moscow International Conference on Operations Research (ORM2016). — 2016. — С. 138—139.
39. Novel multidimensional models of opinion dynamics in social networks / S. E. Parsegov [et al.] // IEEE Transactions on Automatic Control. — 2016. — Vol. 62, no. 5. — P. 2270—2285.

40. *Stryker, S.* Symbolic interactionism: A social structural version / S. Stryker. — Benjamin-Cummings Publishing Company, 1980.
41. Political discourse on social media: Echo chambers, gatekeepers, and the price of bipartisanship / K. Garimella [et al.] // Proceedings of the 2018 World Wide Web Conference. — International World Wide Web Conferences Steering Committee. 2018. — P. 913–922.
42. *Frey, D.* Recent research on selective exposure to information / D. Frey // Advances in experimental social psychology. Vol. 19. — Elsevier, 1986. — P. 41–80.
43. *Вьюгин, В.* Математические основы машинного обучения и прогнозирования / В. Вьюгин. — Litres, 2017.
44. Прикладная статистика: Классификация и снижение размерности / С. А. Айвазян [и др.]. — 1989.
45. *Flach, P.* Machine learning: the art and science of algorithms that make sense of data / P. Flach. — Cambridge University Press, 2012.
46. *Newman, M. E. J.* Networks / M. E. J. Newman. — Oxford university press, 2018.
47. *Holme, P.* Nonequilibrium phase transition in the coevolution of networks and opinions / P. Holme, M. E. J. Newman // Phys. Rev. E. — 2006. — Nov. — Vol. 74, issue 5.
48. *Xiong, F.* Modeling and predicting opinion formation with trust propagation in online social networks / F. Xiong, Y. Liu, J. Cheng // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. — 2017. — Vol. 44. — P. 513–524.