

На правах рукописи



**Загвозкин Тимофей Николаевич**

**НЕУСТОЙЧИВОСТИ И НЕЛИНЕЙНЫЕ РЕЖИМЫ  
ТЕЧЕНИЯ В ГЕТЕРОГЕННЫХ СРЕДАХ ПРИ НАЛИЧИИ  
ВНЕШНЕГО ПОТОКА**

1.1.9 – Механика жидкости, газа и плазмы

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Пермь – 2022

Работа выполнена в Институте механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук – филиале Федерального государственного бюджетного учреждения науки Пермский федеральный исследовательский центр Уральского отделения Российской академии наук.

Научный руководитель: **Любимова Татьяна Петровна**, доктор физико-математических наук, профессор.

Официальные оппоненты: **Кривилев Михаил Дмитриевич**, доктор физико-математических наук, доцент, заведующий лабораторией физики конденсированных сред Института математики, информационных технологий и физики ФГБОУ ВО "Удмуртский государственный университет" (г. Ижевск);

**Полежаев Денис Александрович**, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики и технологии ФГБОУ ВО "Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет" (г. Пермь).

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки "Институт проблем механики им. А.Ю.Ишлинского Российской академии наук", г. Москва.

Защита состоится **17 ноября 2022 г.** в 14:00 часов на заседании диссертационного совета Д 004.036.01 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки "Пермский федеральный исследовательский центр Уральского отделения Российской академии наук" (филиал – Институт механики сплошных сред УрО РАН) по адресу: 614013, г. Пермь, ул. Академика Королёва, 1; тел: (342) 237-84-61; факс: (342) 237-84-87; сайт: [www.icmm.ru](http://www.icmm.ru).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Института механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук.

Автореферат разослан « \_\_\_\_ » октября 2022 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,  
доктор физико-математических наук, доцент

 / А.Л. Зуев

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность и степень разработанности темы исследования.** Неоднородные по составу вещества встречаются повсеместно, как в технологических процессах, так и в природе. При этом их компоненты могут смешиваться друг с другом полностью, образуя гомогенную однофазную систему, или частично, образуя гетерогенную двухфазную систему с границей раздела между ними. Наличие или отсутствие границ раздела между фазами обуславливает большое различие при описании таких систем. Существует множество моделей для описания двухфазных систем с границей раздела, но все они обладают определенными недостатками, что делает актуальными разработку новых моделей и улучшение существующих. Различные неустойчивости, возникающие в двухфазных средах (Кельвина-Гельмгольца, Релея-Тейлора и пр.), широко изучены в рамках классических моделей, но в реальных ситуациях могут играть роль неисследованные факторы, связанные, например, с межфазными границами. Перемешивание двух приведенных в контакт жидкостей может усиливаться, если начальное состояние системы не является термодинамически равновесным, при этом возникает вопрос об изменении со временем капиллярных эффектов на границе раздела – данная задача является слабо изученной.

Движение капель в системах смешивающихся жидкостей за счет сил плавуности представляет большой практический и теоретический интерес, что, в частности, мотивируется важностью сил поверхностного натяжения в определении формы и динамики капли, движущейся в окружающей среде. Имеется много свидетельств того, что границы раздела смешиваемых жидкостей должны иметь некоторое небольшое динамическое поверхностное натяжение, которое может исчезнуть, когда система достигает состояния термодинамического равновесия. Точные измерения значений коэффициента поверхностного натяжения и правильное применение концепции динамического поверхностного натяжения является актуальной темой исследования.

Тепловая конвекция в пористых средах представляет интерес как для прикладных задач, связанных с технологическими и природными процессами (например, фильтрация, охлаждение реакторов, добыча углеводородов и т.д.), так и с фундаментальной точки зрения. В связи со множеством практических приложений большое внимание исследователей привлекает развитие конвективных течений в пористых средах при наличии локализованных источников тепла.

**Цели работы.** 1) Определить закономерности поведения границ раздела в двухфазных системах слабосмешивающихся жидкостей; установить влияние неравновесного поверхностного натяжения, диффузии и др. факторов, на

динамику таких систем. 2) Выявить особенности процесса вымывания локализованных конвективных структур из области их возбуждения в горизонтальном слое пористой среды с заданным тепловым потоком на границах.

- Для достижения этих целей необходимо было решить следующие **задачи**:
- Исследовать возникновение неустойчивостей Кельвина-Гельмгольца и Холмбое в двухфазной системе смешивающихся жидкостей в условиях, когда начальное состояние системы не является термодинамически равновесным.
  - Изучить динамику всплывания жидкой капли в другой жидкости, смешивающейся с первой.
  - Исследовать вымывание локализованных конвективных структур из области их возбуждения в горизонтальном слое пористой среды при наличии неоднородного по горизонтали вертикального теплового потока и постоянного прокачивания жидкости вдоль слоя.

**Методология и методы исследования.** Изучение динамики двухфазных систем смешивающихся жидкостей проводилось в рамках модели фазового поля численно с помощью метода конечных разностей. При исследовании процесса вымывания конвективных структур в пористом слое: линейная задача решалась аналитически, для решения нелинейной задачи применялся метод конечных разностей.

#### **Научная новизна:**

1. С учетом капиллярных эффектов исследованы неустойчивости Кельвина-Гельмгольца и Холмбое в системах смешивающихся жидкостей, не находящихся в начальный момент времени в состоянии термодинамического равновесия (начальное значение концентрации не является равновесным). Обнаружено, что усиление капиллярных эффектов приводит к появлению области устойчивости между областями неустойчивости Кельвина-Гельмгольца и Холмбое, что связано со стабилизацией неустойчивости Холмбое.
2. В рамках теории фазового поля выполнено прямое численное моделирование всплывания капли в другой жидкости, смешивающейся с первой. Показано, что метод фазового поля позволяет моделировать поверхностные эффекты на границе раздела смешивающихся жидкостей, что не удается с помощью других методов. Обнаружено, что при малом поверхностном натяжении, как и в классическом подходе, пренебрегающем поверхностным натяжением, на коротких гидродинамических временных масштабах происходит перемешивание жидкостей и «растворение» капли. При конечном поверхностном натяжении оно играет определяющую роль в динамике капли, являясь более существенным фактором, чем межфазная диффузия.
3. Исследовано вымывание локализованных конвективных структур в горизонтальном слое пористой среды, насыщенной жидкостью, при наличии неоднородного потока тепла на границах и прокачивания жидкости вдоль слоя.

Найдено, что при повышении разности значений теплового потока в области локального максимума нагрева и вне ее, критическое значение скорости, необходимой для вымывания конвективных структур, увеличивается.

**Практическая и теоретическая значимость.** Результаты, полученные при решении задачи о возникновении и развитии неустойчивостей Кельвина-Гельмгольца и Холмбое, могут быть использованы в практических приложениях, связанных со смешиванием в системах жидкость/жидкость или газ/жидкость, эти процессы могут быть интенсифицированы за счет гидродинамических неустойчивостей, вызванных сдвиговыми потоками. Движение капель в системах смешивающихся жидкостей за счет сил плавучести представляет большой практический и теоретический интерес, например, для процессов масляной флотации, как одного из методов обогащения полезных ископаемых. Результаты изучения процессов вымывания локализованных конвективных структур в пористой среде могут иметь практическое значение для процессов вытеснения одной жидкости другой, что, например, встречается при добыче углеводородов.

#### **Положения, выносимые на защиту:**

1. Усиление капиллярных эффектов в системах смешивающихся жидкостей, не находящихся в начальный момент времени в состоянии термодинамического равновесия, приводит к появлению области устойчивости между областями неустойчивостей Кельвина-Гельмгольца и Холмбое, что связано со стабилизацией неустойчивости Холмбое.
2. Метод фазового поля позволяет моделировать поверхностные эффекты на границе раздела смешивающихся жидкостей, что не удастся с помощью других методов. При малом поверхностном натяжении, как и в классическом подходе, пренебрегающем поверхностным натяжением, на коротких гидродинамических временных масштабах происходит перемешивание жидкостей и «растворение» капли. При конечном поверхностном натяжении оно играет определяющую роль в динамике капли, являясь более существенным фактором, чем межфазная диффузия.
3. При повышении разности значений теплового потока в области локального максимума нагрева и вне ее критическое значение скорости, необходимой для вымывания локализованных конвективных структур, увеличивается.

**Достоверность результатов** численных расчетов обеспечена хорошим соответствием результатов расчетов аналитическим формулам и данным физических экспериментов, анализом сходимости полученных данных при изменении шага расчетной сетки, а также согласием результатов, полученных с использованием различных численных методов.

**Апробация результатов.** Результаты диссертационной работы были представлены и обсуждались на следующих конференциях: Международный

симпозиум «Неравновесные процессы в сплошных средах» (Пермь, 2017); Всероссийская конференция с международным участием «Пермские гидродинамические научные чтения» (Пермь, 2018, 2019); XX и XXI Зимние школы по механике сплошных сред (Пермь, 2017, 2019); 9th Conference of the International Marangoni Association (Guilin, China, 2018); XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Уфа, 2019); VII Российская конференция «Многофазные системы: модели, эксперимент, приложения», посвященная 80-летию академика РАН Р.И. Нигматулина (Уфа, 2020); 25th International Congress of Theoretical and Applied Mechanics (Milano, Italy, 2021). Помимо перечисленных выше конференций результаты исследований докладывались на научных семинарах: Пермском городском гидродинамическом семинаре имени проф. Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкого и Д.В. Любимова (Пермь, 2020, руководитель Т.П. Любимова, номера заседаний: 1537, 1538, 1566), научный семинар в Удмуртском государственном университете (2020).

**Публикации.** Материалы диссертации изложены в 13 работах, включая 4 статьи в журналах из списка ВАК, которые также индексируются в международных базах данных Scopus и Web of Science.

**Личный вклад автора.** Автором диссертации написаны вычислительные программы, получены все численные результаты. Постановка задач, обсуждение и анализ результатов в первой главе осуществлены совместно с научным руководителем Т.П. Любимовой и соавтором публикаций А.М. Воробьевым. Постановка задачи вымывания конвективных структур в слое пористой среды с заданным тепловым потоком, а также обсуждение и анализ результатов осуществлены совместно с научным руководителем Т.П. Любимовой.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, 2 глав, заключения, списка литературы (138 наименований). Объем диссертации составляет 102 страницы, включая 38 рисунков.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обоснована актуальность диссертационной работы, определены цели и задачи исследования, продемонстрированы научная новизна и достоверность результатов, описана их практическая и теоретическая значимость.

**Глава 1** посвящена исследованию поведения границ раздела в двухфазных системах смешивающихся жидкостей методом фазового поля.

**В разделе 1.1** приводится литературный обзор, в котором описывается история развития теории фазового поля, дается детальное описание данной теории, обосновываются ее преимущества по сравнению с другими подходами.

Теория фазового поля представляет собой математическую модель для описания гетерогенных систем с межфазными границами. В рамках этой модели толщина границы раздела считается малой, но конечной. Положение границы определяется с помощью поля параметра порядка (концентрации, плотности и т.п.). Уравнения теории фазового поля (уравнения Кана-Хилларда-Навье-Стокса в приближении Буссинеска), используемые в диссертации, в безразмерном виде имеют следующий вид:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\nabla \Pi + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \vec{u} - C \nabla \mu, \quad (1)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) C = \frac{1}{\text{Pe}} \nabla^2 \mu, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0, \quad (3)$$

$$\mu = \text{Gr}(\vec{r} \cdot \vec{\gamma}) + \frac{\partial f_0}{\partial C} - \text{Cn} \nabla^2 C. \quad (4)$$

Здесь  $\vec{u}$  – скорость жидкости,  $t$  – время,  $\Pi$  – модифицированное давление ( $\Pi = p + \text{Cn} \frac{(\nabla C)^2}{2}$ , где  $p$  – давление,  $\text{Cn}$  – число Кана),  $\mu$  – химический потенциал,  $C$  – концентрация,  $\text{Re}$  – число Рейнольдса,  $\text{Pe}$  – число Пекле.

Уравнения (1)-(4) содержат следующие безразмерные параметры – числа Пекле ( $\text{Pe}$ ), Рейнольдса ( $\text{Re}$ ), Грасгофа ( $\text{Gr}$ ), Кана ( $\text{Cn}$ ):

$$\text{Pe} = \frac{\rho_* L_*}{\alpha \mu_*^{1/2}}, \quad \text{Re} = \frac{\rho_* \mu_*^{1/2} L_*}{\eta_*}, \quad \text{Gr} = \varphi \frac{g L_*}{\mu_*}, \quad \text{Cn} = \frac{\varepsilon}{\mu_* L_*^2},$$

где  $\rho_*, \eta_*, \mu_*$  – характерные значения плотности, динамической вязкости и химического потенциала,  $L_*$  – характерный размер системы,  $\alpha$  – коэффициент мобильности,  $\varphi = (\rho_2 - \rho_1)/\rho_*$  – относительный перепад плотностей,  $g$  – ускорение свободного падения,  $\varepsilon$  – капиллярная константа. Число Пекле  $\text{Pe}$  определяет относительную важность диффузионных эффектов, число Рейнольдса  $\text{Re}$  – значимость вязких сил, число Грасгофа  $\text{Gr}$  – важность гравитационных сил, число Кана  $\text{Cn}$  – вклад капиллярных сил.

Система (1)-(4) включает в себя уравнения Навье-Стокса для несжимаемой изотермической жидкости, где в уравнении движения присутствует дополнительный член,  $C \nabla \mu$ , ответственный за вклад капиллярных эффектов. При записи уравнений учтено, что движущей силой процесса диффузии является градиент химического потенциала, который определяется функцией свободной энергии  $f$ . Одной из основных особенностей метода фазового поля является предположение, что функция свободной энергии зависит не только от концентрации, но и от градиентов концентрации. Данная функция имеет следующий вид:  $f = f_0(C) + \frac{\text{Cn}}{2} (\nabla C)^2$ . Градиентное слагаемое  $\frac{\text{Cn}}{2} (\nabla C)^2$  отвечает за капиллярные эффекты,  $f_0(C)$  – «классическая» функция свободной энергии,

зависящая только от концентрации. Функция  $f_0(C)$  обычно имеет вид двухъямного потенциала (см. рис. 1): в рассматриваемой системе физические значения концентрации изменяются от  $-0.5$  до  $0.5$ . Предельные значения  $\pm 0.5$  соответствуют чистым первой и второй фазам, при этом данные значения могут и не являться равновесными. Равновесные значения  $C$  определяются минимумами функции  $f_0$  – подбирая вид этой функции, можно задать термодинамику смешения. В диссертации используется либо функция вида  $f_0 = AC^2 + C^4$  (рис. 1 штриховая кривая), либо функция вида  $f_0 = \left(A - \frac{3}{2}\right)C^2 + \frac{3}{4}\left(\frac{1}{2} + C\right)\ln\left(\frac{1}{2} + C\right) + \frac{3}{4}\left(\frac{1}{2} - C\right)\ln\left(\frac{1}{2} - C\right)$  (рис. 1 сплошная кривая), где  $A$  – параметр, пропорциональный температуре системы, он также задает равновесные значения концентрации  $C_{eq} = \sqrt{-A/2}$ . Значения  $A > 0$  соответствуют однофазной гомогенной системе (компоненты полностью смешиваемы).

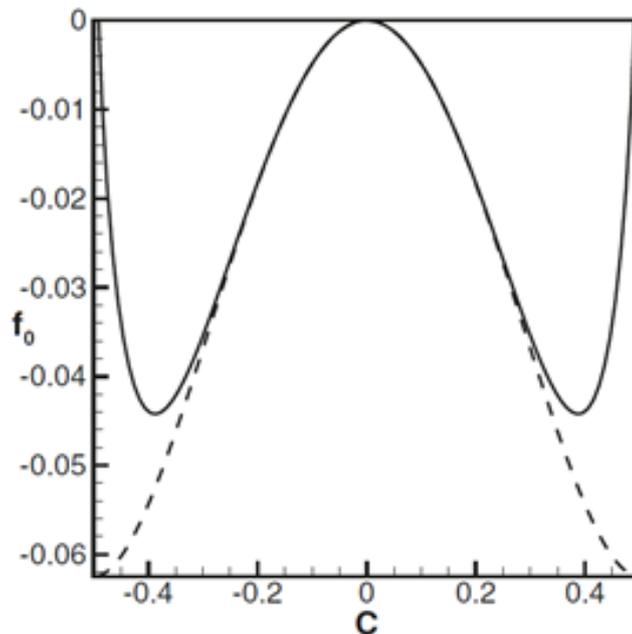


Рис.1. Разные варианты вида функции  $f_0(C)$ .

**В разделе 1.2** методом фазового поля, путем решения полных нелинейных уравнений гидродинамики двухфазной бинарной смеси исследуются возникновение и нелинейное развитие неустойчивостей Кельвина-Гельмгольца и Холмбое с учетом влияния межфазных напряжений и нефиковских диффузионных эффектов.

Для сравнения проводилось также моделирование с использованием классического (традиционного) представления для смешиваемых жидкостей, в этом случае моделировалась гидродинамическая эволюция системы двух жидкостей на основе уравнений однофазной бинарной жидкой смеси. В

классическом подходе вводится поле концентрации для того, чтобы различать компоненты смеси, и для отслеживания изменений в системе со временем решаются гидродинамические уравнения с добавлением уравнения переноса примеси. В рамках этого подхода граница раздела представляется в виде диффузионной границы с нулевым поверхностным натяжением.

Рассматривается система, состоящая из двух плоских горизонтальных слоев смешивающихся жидкостей, которые первоначально разделены горизонтальной границей раздела. Предполагается, что жидкости вводятся в контакт, при этом начальное состояние смеси отличается от состояния термодинамического равновесия, что индуцирует процесс межфазной диффузии. Менее плотная жидкость помещается поверх более плотной. Предполагается, что смесь изотермическая. Вдоль границы раздела имеется сдвиговый поток с постоянной скоростью, зависящей от вертикальной координаты:  $U(y) = U_0 \tanh((y - 0.5)/\delta_U)$ , где  $U_0$  - амплитуда и  $\delta_U$  - толщина слоя скачка скорости. Начальный профиль концентрации задается выражением:  $C_0(x, y) = 0.495 \tanh[(y - 0.5(1 + 0.1 \cos(kx)))/\delta_0]$ , где  $\delta_0$  - начальная толщина границы раздела.

Задача решалась с использованием метода конечных разностей на однородной сетке (разрешение вычислительной сетки 500 узлов на единицу длины). Использовалась явная схема дискретизации первого порядка по времени и второго порядка по пространству. Горизонтальный размер области выбирался равным длине волны начального возмущения. Задача решалась в плоской постановке. Основные расчеты проводились при фиксированном значении амплитуды скорости наложенного потока  $U_0 = 1$ . Полная скорость  $\vec{u}$  представлялась как сумма скорости наложенного потока и скорости возмущений:  $\vec{u} = U\vec{i} + \vec{v}$  (единичный вектор  $\vec{i}$  определяет направление наложенного сдвигового потока и совпадает с направлением оси  $x$ ).

Обнаружено, что для неустойчивости Кельвина-Гельмгольца наблюдается развитие вихря в середине области (в середине переходного слоя). Размер вихря и скорость движения в нем  $\vec{v}(x, y)$  увеличиваются со временем, при этом горизонтальное расположение вихря остается постоянным (см. рис. 2). В случае неустойчивости Холмбое наблюдается формирование и развитие бегущих волн на границе раздела фаз и формирование вихрей, движущихся вдоль слоя (см. рис. 3). Эти простые различия (являются ли вихри стационарными или движущимися, и какова форма границы раздела) позволяют разделять неустойчивости, а также ассоциировать значения управляющих параметров с определенным видом неустойчивости.

Получены зависимости кинетической энергии, толщины границы раздела, длины границы раздела, коэффициента поверхностного натяжения и средних концентраций в каждой фазе от времени. Найдено, что коэффициент поверхностного натяжения для неустойчивости Холмбое меняется слабо, а для неустойчивости Кельвина-Гельмгольца наблюдается быстрый рост на начальном этапе.

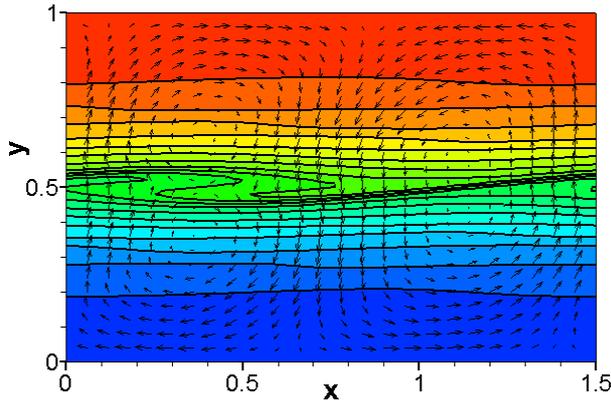


Рис.2. Мгновенные поля концентрации (изолинии) и скорости (векторы) при развитии неустойчивости Кельвина-Гельмгольца (при  $t = 9.5$ ) для:  $\delta = \delta_U = 0.2$ ,  $U_0 = 1$ ,  $Re = 100$ ,  $Cn = 10^{-3}$ ,  $Pe = 10^6$ ,  $Gr = 0.5$ ,  $k = 4.19$ .

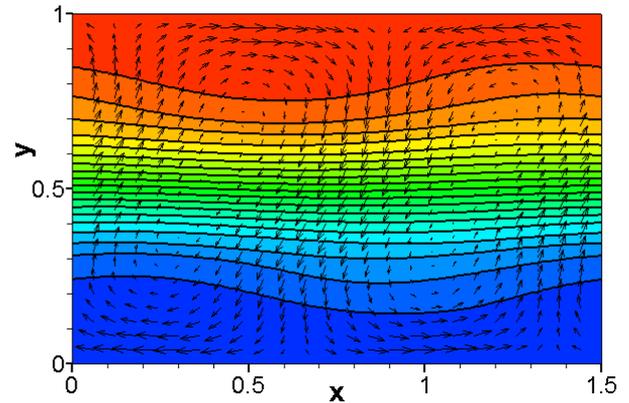


Рис.3. Мгновенные поля концентрации (изолинии) и скорости (векторы) при развитии неустойчивости Холмбое (при  $t = 9$ ) для:  $\delta = 0.2$ ,  $\delta_U = 0.2$ ,  $U_0 = 1$ ,  $Re = 100$ ,  $Cn = 10^{-3}$ ,  $Pe = 10^6$ ,  $Gr = 0.5$ ,  $k = 4.19$ .

Получены зависимости критического числа Грасгофа, характеризующего стратификацию жидкости, от волнового числа. Установлено, что увеличение толщины слоя скачка скорости сдвигового течения на границе раздела ускоряет развитие неустойчивости. При низких числах Пекле (сильные эффекты диффузии) неустойчивость развивается медленнее, т.к. диффузия является диссипативным фактором. Увеличение числа Кана (увеличение поверхностного натяжения) делает границу раздела менее деформируемой, это приводит к уменьшению амплитуды волн и интенсивности движения в системе. Для неустойчивости Кельвина-Гельмгольца кинетическая энергия возмущения (имеющего форму единого стационарного вихря) монотонно растет со временем. Для случая неустойчивости Холмбое наблюдается колебательный рост кинетической энергии со временем, что объясняется наличием движущихся вихрей.

На рисунке 4 можно идентифицировать не наблюдавшееся в линейных расчетах<sup>1</sup> новое поведение, наблюдается эффект стабилизации неустойчивости Холмбое, при этом зоны неустойчивостей Кельвина-Гельмгольца и Холмбое оказываются разделены зоной устойчивости сдвигового потока: при более низких числах Грасгофа сдвиговый поток неустойчив по отношению к неустойчивости Кельвина-Гельмгольца, при высоких числах Грасгофа - по отношению к неустойчивости Холмбое.

Из рисунка 4 видно, что большинство точек, полученных с помощью классического подхода, близки к результатам, полученным методом фазового поля. Это можно объяснить тем, что расчеты проводились для достаточно

<sup>1</sup> Kheniene A., Vorobev A., Linear stability of a horizontal phase boundary subjected to shear motion // Eur. Phys. J. E 38, 77 (2015).

слабых поверхностных сил (коэффициент поверхностного натяжения обратно пропорционален толщине границы раздела) и до относительно коротких времен, когда диффузионный перенос остается низким (изменения средних концентраций в пределах каждой фазы невелики). Различия между классическим и фазово-полевым подходами, основанными на различных законах диффузии, остаются несущественными для определения границ гидродинамических неустойчивостей.

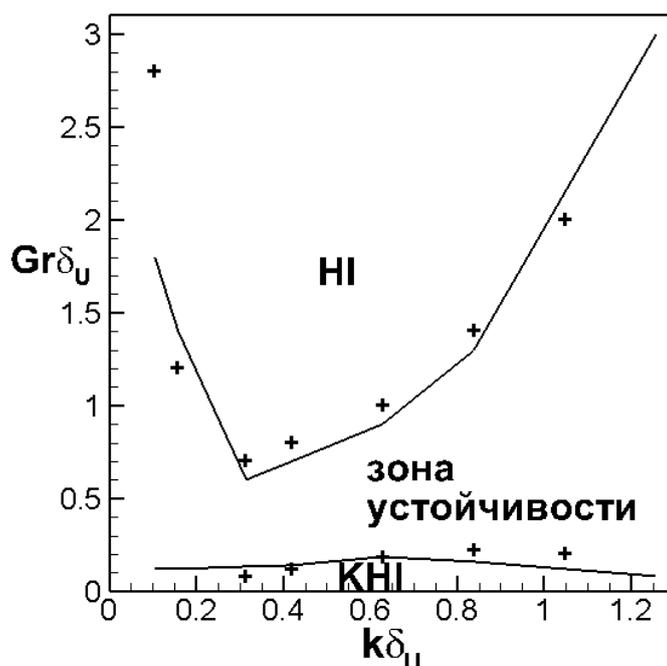


Рис.4. Нейтральные кривые, определяющие зоны неустойчивостей Кельвина-Гельмольца (отмеченные "КНГ") и Холмбове ("НГ") для:  $Re = 10^6$ ,  $Re = 100$ ,  $U_0 = 1$ ,  $\delta_0 = \delta_U = 0.2$ ,  $Cn = 10^{-3}$ . Крестами отмечены точки, полученные с помощью классического подхода.

**Раздел 1.3** посвящен прямому численному моделированию процесса всплывания капель смешивающихся с окружающей жидкостью при различных значениях сил поверхностного натяжения, с целью выяснения того, когда движущаяся капля может остаться целой (не разрушаясь и не растворяясь в окружающей жидкости). Чтобы, поднимаясь, капля оставалась сферической необходимо введение силы поверхностного натяжения, так как в противном случае сферическая форма капли будет неустойчива по отношению к малым возмущениям, которые в итоге приведут к диспергированию капли в окружающей жидкости.

Моделировался подъем одиночной капли в контейнере, заполненном другой жидкостью, за счет плавучести. Предполагалось, что контейнер имеет форму цилиндра с круговым поперечным сечением. Для уменьшения влияния боковой стенки контейнера на поведение капли предполагалось, что радиус

капли значительно меньше, чем радиус контейнера. Высота контейнера считалась достаточно большой, что позволяло пренебрегать влиянием нижней и верхней границ на динамику капли. Задача решалась в осесимметричной постановке. Предполагалось, что в начальный момент как капля, так и окружающая её жидкость, неподвижны, капля имеет сферическую форму и расположена на осевой линии.

Уравнения решались в терминах функции тока и завихренности с использованием конечно-разностного подхода. Использовалась аппроксимация второго порядка по пространственным переменным и первого порядка по времени. Уравнение для функции тока решалось итерационным методом Гаусса-Зейделя. Использовалась равномерная по пространству сетка с разрешением 450 узлов на единицу длины.

В рамках классического подхода было выполнено моделирование при различных значениях числа Грасгофа. Расчеты показали, что при  $Gr = 10^3$  подъем капли происходит медленно, но, из-за того, что капля дольше сохраняет свою целостность, ей удастся пройти большое расстояние до момента полного растворения. При таких значениях числа Грасгофа течения, вызванные движением капли в окружающей жидкости, недостаточно интенсивны, чтобы разбить эту каплю. При более высоких числах Грасгофа скорости в вихрях, образующихся возле капли, сравнимы или даже больше, чем скорость всплытия капли (особенно потому, что уплощение формы капли существенно замедляет её подъем), в отличие от более низких чисел Грасгофа. Форма капли, при низких значениях числа Грасгофа, эволюционирует, формируя хвост на задней кромке капли. Расчеты, выполненные при еще более низких числах Грасгофа, показали, что при этих значениях диффузионный эффект становится более заметным, таким образом, динамику капли можно скорее описать как диффузионное растворение (очевидно, анизотропное) вместо гидродинамического движения с дисперсией.

Моделирование на основе фазово-полевого подхода показало, что при очень больших поверхностных натяжениях поведение капли близко к поведению твердой частицы (см. рис. 5), она всплывает с сохранением сферической формы, диффузия вещества из капли в окружающую жидкость происходит медленно. При конечных значениях поверхностного натяжения, типичных для систем несмешивающихся жидкостей, всплывающая капля принимает форму кольца. При малых поверхностных натяжениях поведение капли близко к полученному в рамках классического подхода в пренебрежении поверхностным натяжением.

Изменение величины поверхностного натяжения со временем за период, который прослеживался в расчетах, относительно невелико. Для  $M = 10^{-7}$  нет качественных различий в динамике капли полученной в расчетах, выполненных с различными  $A$  (чтобы заметить существенные изменения требуются расчеты для гораздо более длинного контейнера и гораздо более долгого подъема капли). Для более высоких значений  $M$ , когда траектория движения капли остается ограниченной размером моделируемого контейнера, расчеты для разных  $A$  уже

показывают заметно отличающиеся результаты. Начальная динамика капле для расчетов при разных значениях параметра  $A$  практически идентична ( $A=-0.5$  и  $A=0.5$ ), но, когда изменение поверхностного натяжения становится значительным (меняется параметр  $M$ ), поведение капле заметно различается. При более высоких температурах (более высокие значения  $A$ ) капля становится более сплюсненной, что замедляет её подъем, при этом скорость межфазной диффузии также увеличивается.

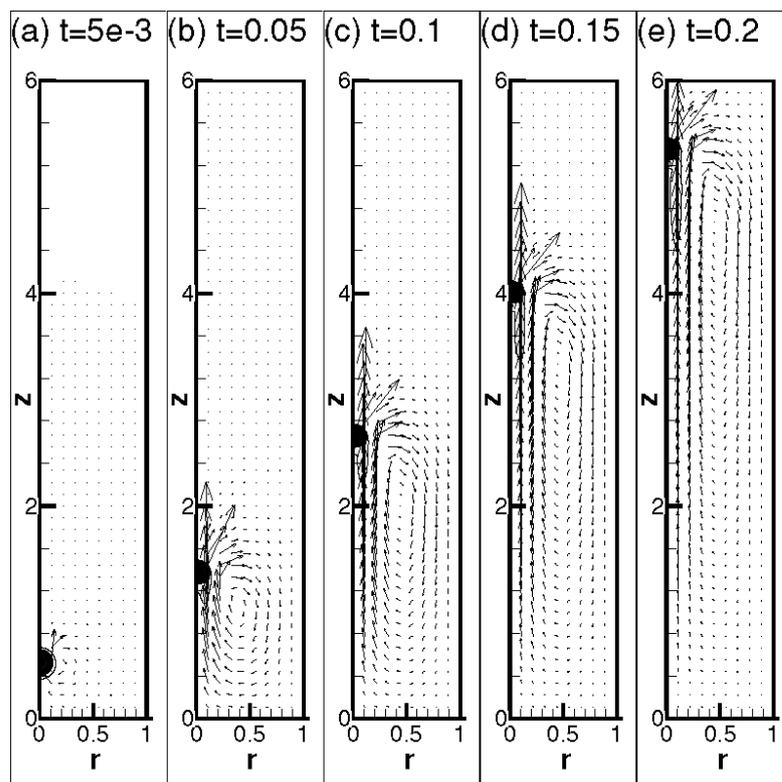


Рис.5. Мгновенные поля концентрации и скорости полученные с использованием метода фазового поля для  $Gr = 10^4$ ,  $Sc=10^3$ ,  $A=-0.5$ ,  $Cn=10^{-4}$  и  $M=10^{-5}$ . Поля показаны для моментов времени,  $t = 0.005$  (a),  $t = 0.05$  (b),  $t = 0.1$  (c),  $t = 0.15$  (d) и  $t = 0.2$  (e).

**Глава 2** посвящена исследованию конвекции в слое пористой среды, насыщенной вязкой несжимаемой жидкостью.

**В разделе 2.1** приводится литературный обзор, в котором описывается состояние исследований конвекции в пористых средах. Приводится обоснование постановки и актуальность задач, рассматриваемых в главе 2 диссертации.

**В разделе 2.2** описываются результаты линейного анализа устойчивости основного состояния, соответствующего режиму однородного прокачивания, на основе уравнений в длинноволновом приближении<sup>2</sup>. Исследуется зависимость

<sup>2</sup> Goldobin D.S., Shklyaeva E.V. Large-scale thermal convection in a horizontal porous layer // Phys. Rev. E. – 2008. – Vol. 78, no. 2. – 027301.

критической скорости прокачивания жидкости, необходимой для вымывания конвективных структур из области их возбуждения, от размеров области возбуждения (область, в которой тепловой поток выше критического).

Рассматривается насыщенный вязкой несжимаемой жидкостью горизонтальный слой пористой среды. Слой ограничен твердыми плоскостями, на которых задан неоднородный по горизонтали вертикальный поток тепла.

Границы неустойчивости для одного набора параметров задачи приведены на рисунке 6. По оси ординат отложены критические значения скорости прокачивания жидкости через слой, а по оси абсцисс — длина области возбуждения. Каждой точке на кривой 2 соответствует своя частота наиболее опасных возмущений. В области между кривыми 1 и 2 основное состояние устойчиво по отношению к монотонным и неустойчиво по отношению к колебательным возмущениям; в этом диапазоне параметров может существовать только осциллирующее локализованное течение. В области над кривой 2 основное состояние устойчиво, в этом диапазоне параметров в системе со временем остается только однородная прокачка жидкости вдоль слоя, т.к. величины теплового потока в области возбуждения уже недостаточно для зарождения и/или поддержания стационарных конвективных течений.

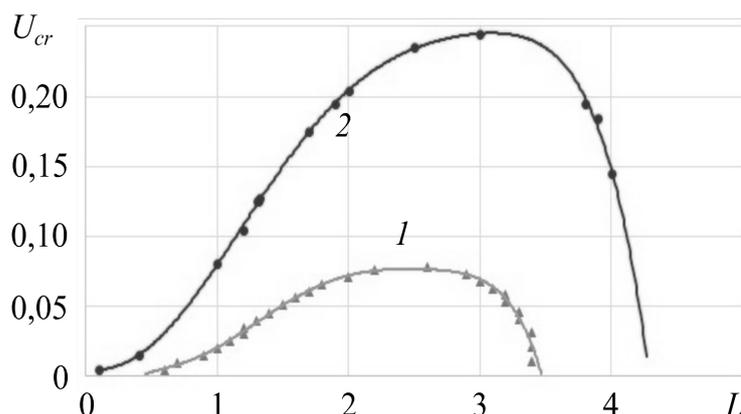


Рис. 6. Карта устойчивости основного состояния при  $\alpha=1$  и  $\beta=0.1$ ; кривая 1 - границы монотонной неустойчивости, кривая 2 - границы колебательной неустойчивости.

В разделе 2.3 приводятся результаты прямого численного моделирования на основе полных нелинейных уравнений, описывающих поведение системы. Конвективная фильтрация в слое описывалась в терминах функции тока и температуры. Задача решалась численно с помощью метода конечных разностей, использовалась явная схема с аппроксимацией пространственных производных с точностью второго порядка.

На рисунке 7 приведены полученные в расчетах зависимости максимального значения функции тока от времени, иллюстрирующие временную эволюцию начальных возмущений основного состояния, соответствующего режиму однородного прокачивания. На вставках показана структура установившегося течения для каждого из значений числа Пекле. Как

видно из рисунка, при малом числе Пекле ( $Pe=1$ ) интенсивность конвективного течения растет со временем и после переходного процесса выходит на постоянное значение, т.е. устанавливается стационарный режим конвекции в слое. При большем числе Пекле ( $Pe=8$ ) на начальном этапе возмущения также нарастают, но после переходного процесса устанавливается режим стационарных колебаний. При еще большем числе Пекле ( $Pe=15$ ) начальные возмущения основного состояния затухают со временем и после переходного процесса максимальное значение функции тока  $\psi$  выходит на значение, равное 0, т.е. можно говорить о том, что конвективные структуры полностью вымываются из слоя. Следует также отметить, что в рассматриваемой ситуации равновесное состояние невозможно, при любом числе Релея существует слабое конвективное течение вблизи границ нагревателя, вызванное неоднородностью нагрева (наличием горизонтального градиента температуры).

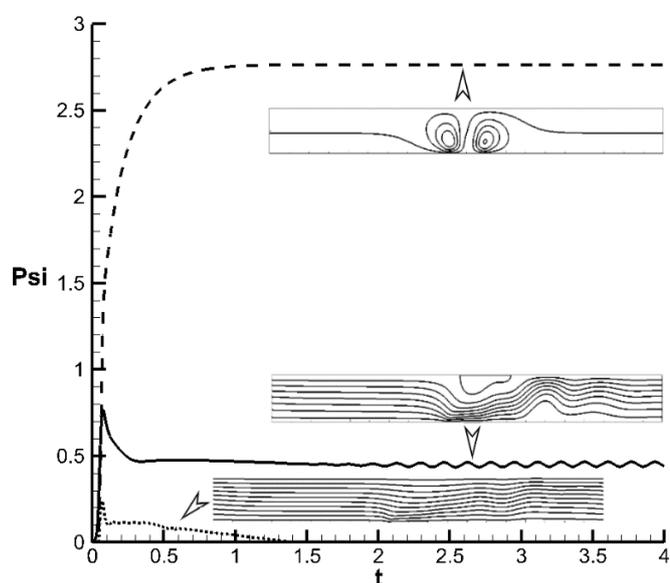


Рис.7. Зависимости максимального значения функции тока от времени при  $L=1$ ,  $Ra=100$ ,  $Pe=15$  (пунктирная кривая),  $Pe=8$  (сплошная кривая),  $Pe=1$  (штриховая кривая)

На рисунке 8 представлена карта режимов на плоскости  $Pe(L)$  для разных значений числа Релея. Символами  $\square$  и  $\bullet$ , и линиями обозначены переходы между режимами, крестиками - точки, соответствующие параметрам, для которых на рисунке 7 приведены зависимости максимального значения функции тока от времени. Для  $Ra=100$  выше границы колебательной неустойчивости реализуется режим однородного прокачивания - возбуждаемое конвективное течение полностью вымывается из области его возбуждения с помощью продольного прокачивания. Ниже границы монотонной неустойчивости после переходного процесса устанавливается стационарный режим. При значениях параметров в промежутке между указанными кривыми наблюдается режим стационарных колебаний. Для  $Ra=80$  и  $Ra=60$  нижние кривые отсутствуют, при этих значениях

Ра прокачивание жидкости через слой с любой скоростью приводит к возникновению колебательного режима конвекции. Выше границы колебательной неустойчивости поведение аналогично случаю  $Ra=100$ .

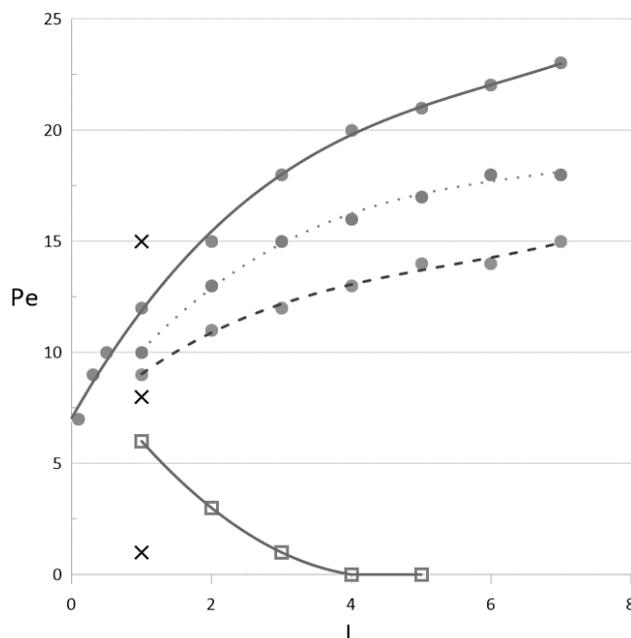


Рис.8. Карта режимов конвекции при  $Ra=60$  (штриховая кривая),  $Ra=80$  (пунктирная кривая),  $Ra=100$  (сплошная кривая). Переход между монотонным и колебательным режимами отмечен квадратами, колебательным и однородным прокачиванием – крестками.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изучена эволюция изотермической гетерогенной смеси двух медленно смешивающихся жидкостей с более тяжелой жидкостью внизу в горизонтальном плоском слое при наличии сдвигового потока вдоль границы раздела. Получены карты устойчивости на плоскости число Грасгофа, характеризующее стратификацию - волновое число. Для слабых поверхностных эффектов (малых чисел Кана) при малых числах Грасгофа наблюдается развитие неустойчивости Кельвина-Гельмгольца, при числах Грасгофа выше некоторого порогового значения - неустойчивости Холмбое. При усилении поверхностных эффектов наблюдается стабилизация неустойчивости Холмбое, что приводит к появлению области устойчивости между областями неустойчивости Кельвина-Гельмгольца и Холмбое.

С помощью метода фазового поля численно исследовано всплытие капли в другой жидкости, смешивающейся с первой. Обнаружено, что при очень высоких значениях коэффициента поверхностного натяжения, поведение капли близко к поведению твердой частицы, всплывающей с сохранением сферической формы. При конечных значениях коэффициента поверхностного натяжения, типичных для границ раздела несмешивающихся жидкостей, всплывающая

капля принимает форму кольца, поверхностное натяжение играет определяющую роль, являясь более существенным фактором, чем межфазная диффузия. При малых значениях коэффициента поверхностного натяжения, динамика капли напоминает поведение, полученное в рамках классического подхода к описанию бинарной смеси в пренебрежении поверхностным натяжением: на коротких гидродинамических временах происходит перемешивание жидкостей и «растворение» капли.

В рамках линейного анализа исследовано возникновение конвекции в горизонтальном слое пористой среды, насыщенной жидкостью, при наличии неоднородного по горизонтали вертикального потока тепла на границах и прокачивания жидкости вдоль слоя. Найдено, что границы неустойчивости основного состояния на плоскости скорости прокачивания - длина области возбуждения конвекции (область, в которой тепловой поток выше критического) имеют колоколообразную форму, области неустойчивости располагаются ниже кривых, граница монотонной неустойчивости располагается ниже границы колебательной. Найдено, что при увеличении разности значений теплового потока в области возбуждения и вне ее, критическое значение скорости прокачивания увеличивается.

Численное исследование нелинейных двумерных режимов конвекции показало, что при малых числах Пекле (малых скоростях прокачивания) наблюдается устойчивое стационарное конвективное течение, локализованное в области возбуждения. При промежуточных числах Пекле реализуется осциллирующее локализованное течение. При больших числах Пекле локализованные конвективные структуры полностью вымываются из области их возбуждения и наблюдается режим однородного прокачивания жидкости. Это поведение аналогично обнаруженному в рамках линейного анализа.

### **Рекомендации, перспективы дальнейшей разработки темы**

Следующим шагом в исследовании гетерогенных систем методом фазового поля может стать рассмотрение неизотермических задач. Функция свободной энергии в этом случае будет иметь более сложный вид и будет зависеть не только от концентрации, но и от температуры, что повлечет за собой усложнение математической модели теории фазового поля.

В изучении конвекции в слое пористой среды с заданным тепловым потоком на границах при наличии прокачивания жидкости вдоль слоя следующим этапом может быть исследование трехмерных конвективных режимов.

## Список публикаций

1. Zagvozhkin T. **Advective Removal of Localized Convective Structures in a Porous Medium** // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2018, Vol. 59, No. 7, pp. 85–91. Pleiades Publishing, Ltd., 2018.
2. Zagvozhkin T., Vorobev A., Lyubimova T. **Kelvin-Helmholtz and Holmboe instabilities of a diffusive interface between miscible phases** // *Phys. Rev. E* 100, 023103, American Physical Society, 2019.
3. Zagvozhkin T., Lyubimova T. **Numerical Calculation of the Process Removal of Localized Convective Structures in a Layer of a Porous Medium** // *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering* 581 (2019) 012021
4. Vorobev A., Zagvozhkin T., Lyubimova T. **Shapes of a rising miscible droplet** // *Physics of Fluids* 32, 012112 (2020)
5. Загвозкин Т.Н., Любимова Т.П. Численное исследование адвективного вымывания локализованных конвективных структур в пористой среде // *Неравновесные переходы в сплошных средах: материалы междунар. симп.: в 2 т. ПГНИУ – Пермь, 2017. –Т. 1. с. 175-178*
6. Загвозкин Т.Н., Любимова Т.П. Численное моделирование процесса адвективного вымывания локализованных конвективных структур в пористой среде // *Материалы V-й Всероссийской конференции с международным участием «Пермские гидродинамические научные чтения» Перм. гос. нац. исслед. ун-т. – Пермь, 2018. с. 132-134*
7. Любимова Т.П., Прокопьев С.А., Загвозкин Т.Н., Воробьев А.М. Моделирование смешиваемого вытеснения в капиллярных трубках методом фазового поля // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, 19-24 августа, г., Уфа, Республика Башкортостан, Россия. Сборник трудов в 4 томах, том 2. Механика жидкости и газа. Уфа, РИЦ БашГУ, 2019, С.1056-1057.
8. Загвозкин Т.Н., Любимова Т.П., Воробьев А.М., Прокопьев С.А. Численное моделирование процесса всплытия капли методом фазового поля // *Пермские гидродинамические научные чтения. Сборник материалов VI Всероссийской конференции, посвященной памяти профессоров Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкого и Д. В. Любимова, 28–29 ноября 2019 г., С.64-66.*
9. Загвозкин Т.Н. Адвективное вымывание локализованных конвективных структур в слоистой пористой среде // XX Зимняя школа по механике сплошных сред. Пермь, 13-16 февраля 2017 г. Тезисы докладов. – Екатеринбург: РИО УрО РАН, 2017, С.126.
10. Загвозкин Т.Н., Любимова Т.П. Численное моделирование процесса вымывания локализованных конвективных структур в слое пористой среды // XXI Зимняя школа по механике сплошных сред. Пермь, 18-22 февраля 2019 г. Тезисы докладов. – Пермь: ПФИЦ УрО РАН, 2019, С.113.

11. Lyubimova T., Vorobev A., Prokopev S., Zagvozhkin T. Rayleigh-Taylor and Kelvin-Helmholtz instabilities of a miscible interfaces // Book of abstracts IMA-9, Guilin, China, August 31 – September 5. – 2018. – P. 75.
12. Воробьев А.М., Прокопьев С.А., Любимова Т.П., Загвозкин Т.Н. Капиллярное давление на границе двух смешиваемых жидкостей // Пермские гидродинамические научные чтения. Сборник материалов V Всероссийской конференции с международным участием, посвященной памяти профессоров Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкого, Д. В. Любимова, Пермь. – 2020. – С. 120-123.
13. Prokopev S., Lyubimova T., Vorobev A., Zagvozhkin T. GPU-based modelling of a two-phase flow in capillary networks // 25th International Congress of Theoretical and Applied Mechanics, Abstract book, Milano, Italy, 22-27 August. – 2021. – Pp. 812-813.

Отпечатано: типография ООО «Инсайт» тираж 100 штук.