На правах рукописи

Кудрявцев Евгений Владимирович

ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ КИБЕРНЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ НЕЦИКЛИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ПОТОКАМИ НЕОДНОРОДНЫХ ТРЕБОВАНИЙ

Специальность 01.01.09 —
«Дискретная математика и математическая кибернетика»

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Нижний Новгород — 2022

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Научный руководитель:

Федоткин Михаил Андреевич, доктор физико-математических наук, профессор, ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского», профессор кафедры теории вероятностей и анализа данных Института информационных технологий, математики и механики

Официальные оппоненты:

Рыков Владимир Васильевич, доктор физико-математических наук, профессор, ФГАОУ ВО «Российский государственный университет нефти и газа (национальный исследовательский университет) имени И.М. Губкина», профессор кафедры прикладной математики и компьютерного моделирования

Ушаков Владимир Георгиевич, доктор физико-математических наук, профессор, Факультет вычислительной математики и кибернетики МГУ имени М.В. Ломоносова, професор кафедры математической статистики

Ведущая организация:

ФГБОУ ВО «Волжский государственный университет водного транспорта», кафедра информационной безопасности, систем управления и телекоммуникаций

Защита состоится 29 сентября 2022 г. на заседании диссертационного совета Д 212.166.20 при ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского» по адресу: 603950, г. Нижний Новгород, пр. Гагарина, д. 23.

С диссертацией можно ознакомиться в Фундаментальной библиотеке ФГАОУ ВО «Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского»

Автореферат разослан 2022 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 212.166.20,
кандидат физико-математических
наук Бирюков Руслан Сергеевич

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования. Развитие тематики управляющих систем массового обслуживания имеет большую историю. Классические задачи теории массового обслуживания (теории очередей) были впервые рассмотрены в начале XX века. Данные работы были посвящены исследованию функционирования телефонных станций, на которых телефонисты вручную соединяли пользователей. От клиентов поступали заявки на соединение с определенным номером. С тех пор закрепилась терминология «заявка», «требование», «обслуживающее устройство». Первые исследования в данной области были сделаны А.К. Эрлангом и Ф.В. Йохансеном. В дальнейшем развитием теории систем массового обслуживания занимались такие исследователи как Ф. Поллачек, К. Пальм, А.Н. Колмогоров, А.Я. Хинчин, Д.Р. Кокс, У.Л. Смит, Т.Л. Саати, Д.Дж. Кендалл, Л. Такач, Б.В. Гнеденко, И.Н. Коваленко, В.С. Королюк, Г.П. Башарин, Г.П. Климов, Ю.В. Прохоров, А.Д. Соловьев, Б.А. Севастьянов и др. В 1953 году Д.Дж. Кендалл разработал классификацию систем массового обслуживания на основе трех символов, отвечающих за распределение интервалов между поступлениями требований, распределение длительностей обслуживания и количество обслуживающих устройств. Классификацию Кенделла расширил Г.П. Башарин.

В дальнейшем с помощью методов теории массового обслуживания исследовались системы из различных сфер: управление транспортом, автоматические линии производства, медицинское обслуживание, системы управления потоками данных, управление взлетом и посадкой самолетов в аэропортах и т.д. При этом во всех системах выделялись обязательные элементы: входной поток заявок, дисциплина очереди, закон обслуживания заявок, обслуживающее устройство. При исследовании систем ставилась задача не только изучения свойств системы, но оптимизация по некоторому критерию. Например, уменьшение задержек, уменьшение очередей или оптимизация количества обслуживающих устройств. При дальнейшем развитии теории массового обслуживания стали рассматриваться системы с переменной структурой, в которых составляющие элементы могли изменяться со временем. Например, в торговых центрах интенсивность потока покупателей зависит от времени суток и дня недели.

Оптимизация системы массового обслуживания подразумевает подбор оптимальных с некоторой точки зрения параметров и стратегии управления. Таким образом, во второй половине XX века активное развитие получает теория управляемых систем массового обслуживания (управляющих систем). В 1967 году О.И. Бронштейн и В.В. Рыков ввели термин «управляемая система массового обслуживания».

Одним из основных элементов систем массового обслуживания является входной поток. Изначально в классических работах рассматривался

простейший поток, или поток Пуассона. Простейший поток определяется тремя свойствами: ординарность, стационарность и отсутствие последействия. Данные три свойства обеспечивают независимость и показательное распределение интервалов между соседними требованиями. Поток Пуассона возникает при некоторых ограничениях при суммировании большого числа независимых малоинтенсивных потоков. При этом, часто реальные потоки требований формируются из большого числа независимых требований. Например, такой механизм формирования потока применим к потоку телефонных вызовов или потоку обращений в сервисный центр. В более сложных реальных потоках может нарушаться условие независимости требований. Так, при однополосном движении транспорта обгон затруднен и могут возникать транспортные группы (автоколонны) или при отправке корпоративной почты возникает большое число электронных писем, отправленных за небольшой промежуток времени. Разнотипность или неоднородность требований приводит к тому, что моделью пуассоновского потока нельзя описать все реальные потоки. Если в вызывающие моменты (моменты поступления требований) могут поступить несколько требований и размеры групп независимы и имеют одинаковое распределение, то адекватной моделью может служить неординарный пуассоновский поток. Необходимость выделения групп требований в исходном потоке привела к появлению нелокального описания потоков. В отличие от классического описания потоков при нелокальном описании рассматриваются только моменты поступления первых требований в группах и количество требований в группах. В потоках разной физической природы могут существовать разные механизмы объединения требований в группы. Так, при рассмотрении формирования транспортных потоков возникли следующие модели: поток Бартлетта, поток Гнеденко-Коваленко. В данной диссертации рассматривается механизм образования транспортных групп при движении по автомагистрали при условиях, препятствующих свободному обгону.

Существуют системы массового обслуживания, в которых входные потоки являются управляемым элементом. Частным случаем таких потоков являются MAP-потоки (Markovian Arrival Process), в которых процесс поступления заявок зависит от процесса Маркова. Часто марковским управляющим процессом, влияющим на входной поток, является внешняя среда. Влияние управляющего воздействия может заключаться в изменении структуры или интенсивности входного потока. Марковский поток впервые был описан в работе М.Ф. Ньютса. Дальнейшее исследование и расширение понятия марковского потока было проведено Д.М. Лукантони, С. Асмуссеном, П.П. Бочаровым, Н.Х. Фонгом, А.А. Назаровым, А.М. Моисеевым и другими исследователями.

Один из вариантов исследования сложной системы массового обслуживания заключается в представлении ее как кибернетической системы. Понятие кибернетическая система и кибернетический подход предложе-

ны в работе А.А. Ляпунова и С.В. Яблонского. В работе А.А. Ляпунова и С.В. Яблонского приведены примеры применения подхода к системам различного рода, начиная с экономических и заканчивая биологическими. Впервые применили кибернетический подход к системам массового обслуживания М.А. Федоткин и М.Г. Теплицкий.

Цель диссертационной работы. Целями данной работы являются: 1) построение и изучение математической модели потока неоднородных требований; 2) построение и исследование математической модели системы адаптивного управления потоками неоднородных требований; 3) численное исследование управляющей системы с помощью имитационного моделирования.

В рамках работы решены следующие задачи:

1. Изучение механизма образования транспортных групп, состоящих из разнотипных автомобилей, при движении по автомагистрали. Построение, исследование и обоснование корректности математической модели потока на основе потоков различной физической природы.
2. Описание математической модели системы нециклического управления потоками неоднородных требований в виде кибернетичекой системы. Вывод и изучение как функциональных связей между блоками системы, так и рекуррентных соотношений для распределений состояний системы.
3. Получение условий существования стационарного распределения для последовательности состояний системы.
4. Разработка имитационной модели системы, изучение переходного процесса, поиск квазиоптимальных параметров системы.

Научная новизна. Результаты диссертации являются новыми и заключаются в следующем:

1. Построена модель потока неоднородных требований, в которой интервалы между соседними требованиями зависимы и имеют разное распределение. Для построения модели был применен кибернетический подход Ляпунова–Яблонского. Показана возможность аппроксимации потока неоднородных требований неординарным пуассоновским потоком с любым количеством требований в группе. Корректность модели обоснована на реальных данных для потоков различной физической природы.
2. Описана модель адаптивного управления потоками Кокса-Льюиса с помощью кибернетического подхода. Определены функциональные зависимости между блоками системы. Динамика состояний системы описана в виде многомерной цепи Маркова, проведена классификация состояний данной цепи Маркова.
3. Получены рекуррентные соотношения для одномерных распределений векторной марковской последовательности. Также получе-

ны рекуррентные соотношения для производящих функций марковской последовательности через один и через несколько шагов. Используя указанные рекуррентные соотношения для производящих функций, получены необходимые и достаточные условия существования стационарного распределения.

4. Проведен анализ пространства управляемых параметров системы. Найдены области существования стационарного режима.
5. Разработана имитационная модель системы, изучен переходный процесс. Проведен поиск квазиоптимальных параметров для системы адаптивного управления неординарными потоками.

Теоретическая и практическая значимость. Научная значимость данной работы состоит в построении вероятностной модели формирования потока неоднородных требований, когда интервалы между соседними требованиями зависимы и имеют разное распределение. Примененные методы исследования позволяют получать новые модели потоков неоднородных требований. Предложен подход исследования адаптивного алгоритма управления потоками такого рода. Проведена численная оптимизация управляющей системы.

Методология и методы исследования. В работе применяется аппарат теории вероятностей и математической статистики, теории массового обслуживания, теории функций комплексного переменного, теории управляемых марковских процессов. Для описания управляемых систем массового обслуживания применяется кибернетический подход Ляпунова–Яблонского. Использование приведенных методов и подходов позволило математически описать и исследовать модель сложной недетерминированной системы управления неординарными потоками.

Имитационная модель управляющей системы реализована на языке программирования C++ в среде разработки Microsoft Visual Studio. Визуализация некоторых результатов численных исследований производится с помощью языка Python.

Основные положения, выносимые на защиту.

1. Применение аппарата кибернетического подхода Ляпунова-Яблонского к описанию потоков неоднородных требований, в которых интервалы между соседними требования зависимы и имеют разное распределение.
2. Синтез управляющих систем массового обслуживания конфликтных потоков с помощью кибернетического подхода в виде многомерных марковских цепей.
3. Методика использования производящих функций для получения условий существования стационарного распределения векторной марковской цепи.
4. Метод определения момента окончания переходного процесса в управляемой системе обслуживания неоднородных требований.

5. Способ поиска квазиоптимальных параметров в управляемой системе обслуживания неоднородных требований.

Степень достоверности и апробация результатов. Достоверность теоретических результатов работы обеспечивается применением используемого математического аппарата. Результаты численных исследований находятся в соответствии с теоретическими исследованиями. Теоретические результаты исследований находятся в соответствии с результатами, полученными другими авторами при изучении подобных систем управления конфликтными потоками.

Основные результаты диссертации были представлены на следующих семинарах и конференциях: Международный семинар «Распределенные компьютерные и телекоммуникационные сети: управление, вычисление, связь» DCCN-2010 (Москва, 2010 г.), Международная научная конференция «Современные вероятностные методы анализа и оптимизации информационно-телекоммуникационных сетей» (Минск, Республика Беларусь, 2011 г.), XVI Международная конференция «Проблемы теоретической кибернетики» (Н. Новгород, 2011 г.), Международный семинар «Прикладные методы статистического анализа. Имитационное моделирование и статистические выводы» (Новосибирск, 2011 г.), 17-ая Международная научная конференция «Распределенные компьютерные и коммуникационные сети: управление, вычисление, связь» DCCN-2013 (Москва, 2013 г.), XVII Международная конференция «Проблемы теоретической кибернетики» (Казань, 2014 г.), Международная научная конференция «Теория вероятностей, случайные процессы, математическая статистика и приложения» (Минск, Республика Беларусь, 2015 г.), IX Международная научная конференция «Дискретные модели в теории управляющих систем» (Москва и Подмосковье, 2015 г.), Межрегиональная научно-практическая конференция «Статистика в современном обществе: её роль и значение в вопросах государственного управления и общественного развития» (Н. Новгород, 2015 г.), 8-я Международная научная конференция «Распределенные компьютерные и коммуникационные сети: управление, вычисление, связь» DCCN-2015 (Москва, 2015 г.), Международная научная конференция «Аналитические и вычислительные методы в теории вероятностей и её приложениях» АВМТВ-2017 (Москва, 2017 г.), 20-я Международная научная конференция «Распределенные компьютерные и телекоммуникационные сети: управление, вычисление, связь» DCCN-2017 (Москва, 2017 г.), XVI Международная конференция имени А.Ф. Терпугова «Информационные технологии и математическое моделирование» ИТММ-2017 (Казань, 2017 г.), X Международная конференция «Дискретные модели в теории управляющих систем» (Москва и Подмосковье, 2018 г.), 12-я Международная конференция «Computer Data Analysis and Modeling: Stochastics and Data Science» (Минск, Республика Беларусь, 2019 г.), XVIII Международная научная конференция имени А.Ф. Терпугова «Информационные технологии

и математическое моделирование» ИТММ-2019 (Саратов, 2019 г.), 22-ая Международная научная конференция «Распределенные компьютерные и коммуникационные сети: управление, вычисление, связь» DCCN-2019 (Москва, 2019 г.), Четвертая Международная конференция по стохастическим методам МКСМ-4 (пос. Дивноморское, г. Новороссийск, 2019 г.), XIII Международный семинар «Дискретная математика и ее приложения» имени академика О.Б. Лупанова (Москва, 2019 г.), XIX Международная конференция «Проблемы теоретической кибернетики» (Казань, 2020 г.), XX Международная научная конференция имени А.Ф. Терпугова «Информационные технологии и математическое моделирование» ИТММ-2021 (Томск, 2021 г.), Седьмая Международная конференция по стохастическим методам МКСМ-7 (пос. Дивноморское, 2022 г.).

Личный вклад автора. В совместных публикациях научному руководителю принадлежит постановка задачи и общее редактирование работ. Все исследования выполнены автором диссертации лично, все полученные результаты принадлежат автору. В работах [12, 15] научному руководителю принадлежит постановка задачи, второму соавтору — результаты, полученные для транспортного потока при относительно небольшой плотности машин с быстрым движением, автору диссертации — результаты, полученные для транспортного потока при высокой плотности машин с быстрым движением. В работах [1, 7] научному руководителю и второму соавтору принадлежит постановка задачи, автору диссертации принадлежат полученные в работе аналитические результаты. В работах [2, 8] научному руководителю принадлежит постановка задачи, второму соавтору — результаты, связанные с алгоритмами разбиения потока на группы небольшого размера, автору диссертации — результаты, связанные с алгоритмами разбиения потока на группы большого размера, вывод оценок и численный анализ данных. В работе [5] все научные результаты получены совместно.

Соответствие паспорту специальности. Диссертационная работа выполнена в соответствии с паспортом специальности 01.01.09 «Дискретная математика и математическая кибернетика» и включает оригинальные результаты в области дискретной математики и математической кибернетики. Исследование, приведенное в работе, соответствует пункту 2 (Теория управляющих систем) — построена и исследована математическая модель управляющей системы массового обслуживания потоков неоднородных требований, представленной в виде абстрактной управляющей (кибернетической) системы Ляпунова–Яблонского.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 29 работах, 7 из них — в журналах, рекомендованных ВАК, 6 — в библиографической базе Scopus, 2 — в библиографической базе Web of Science, 16 — в библиографической базе РИНЦ, 19 — в тезисах докладов.

Содержание работы

Введение содержит обзор научной литературы по исследуемой теме, производится обоснование актуальности исследования, а также цели, задачи, методология и методы исследования, описана теоретическая и практическая значимость, приведены сведения об апробации результатов исследования и соответствие работы паспорту заявленной специальности.

Первая глава посвящена построению и изучению математической модели потока неоднородных требований. В качестве примера реального объекта рассматривается модель движения транспорта по автомагистрали в условиях затрудненного обгона. В этом случае быстрые автомобили догоняют медленные и ждут возможности обгона. Таким образом, при интерпретации рассматриваемой модели в потоке образуются группы автомобилей (автоколонны или транспортные пачки).

В разделе 1.1 модель механизма формирования размера каждой транспортной пачки реального потока неоднородных и точечных движущихся автомобилей представлена в виде эволюции управляющей кибернетической системы обслуживания. Для такой системы на рис. 1 представлены следующие ее блоки: входной полюс, внешняя память, устройство δ по переработке информации внешней памяти, внутренняя память, устройство δ_0 по переработке информации внутренней памяти и выходной полюс.

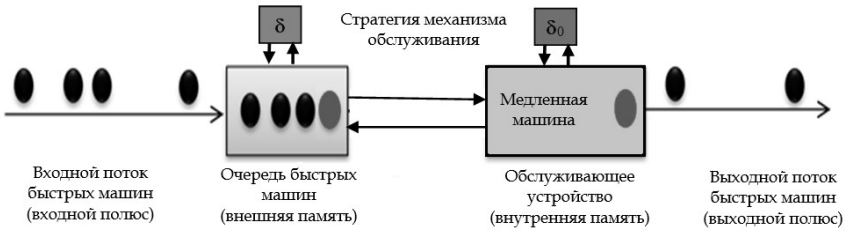

Рис. 1. Схема управляющей системы.

Входным полюсом системы является пуассоновский поток требований, например, автомобилей с быстрым движением. Интенсивность этого потока равна $\lambda_0 > 0$. Интенсивность $\lambda > 0$ потока из требований с медленным движением достаточно мала и такова, что расстояние между любыми соседними требованиями с медленным движением велико. Обозначим при $t \geq 0$ и $t_0 > 0$ через $\eta_0(\omega; t, t_0) \in \{0, 1, \ldots\}$ число требований с быстрым движением, которые поступают в очередь за промежуток времени $[t, t + t_0)$.

Пусть случайная величина $\chi(\omega; t) \in \{1, 2, \ldots\}$ измеряет число требований всех типов в группе в момент времени $t \geq 0$, то случайный процесс $\{\chi(t) \colon t \geq 0\}$ является математическим описанием блока внешней памяти.

Блок внутренней памяти отвечает за процесс обгона требований с быстрым движением требования с медленным движением. Обозначим через $\mu_{k,0}^{-1}$, $k = 1, 2, \ldots, q$, среднее время обгона в случае, когда пачка состоит из одной медленной и k быстрых машин. Пусть среднее время $\mu_{q,0}^{-1}$ обгона не меняется, если в пачке находится не менее q быстрых машин.

Обозначим, через $\xi_0(\omega; t, t_0) \in \{0, 1, \ldots\}$ случайное число требований с быстрым движением, которые совершат обгон требования с медленным движением за промежуток времени $[t, t + t_0)$. Тогда семейство случайных величин вида $\{\xi_0(\omega; t, t_0) \colon t \geq 0, t_0 > 0\}$ определяет математическое описание блока выходного полюса.

Так как в потоке не происходит потеря требований, то при $\Delta t > 0$ устройство δ по переработке информации внешней памяти можно математически описать с помощью функционального соотношения

$$\chi(\omega; t + \Delta t) = \chi(\omega; t) + \eta_0(\omega; t, \Delta t) - \xi_0(\omega; t, \Delta t). \tag{1}$$

В диссертации приведены условные вероятности вида

$$\mathbf{P}(\{\omega \colon \xi_0(\omega; t, \Delta t) = k\} | \{\omega \colon \chi(\omega; t) = l, \eta_0(\omega; t, \Delta t) = v\}) \tag{2}$$

при малых $\Delta t > 0$ и различных допустимых значениях k, l и v. Используя соотношения (1), (2) и формулу полной вероятности, при $\Delta t \to 0$ получим бесконечную систему линейных дифференциальных уравнений Колмогорова для вероятностей $Q(t, l) = \mathbf{P}(\{\omega \colon \chi(\omega; t) = l\})$

$$\begin{gathered}
\frac{dQ(t,1)}{dt} = -\lambda_0 Q(t,1) + \mu_{1,0} Q(t,2), \\
\frac{dQ(t,k)}{dt} = \lambda_0 Q(t,k-1) - (\lambda_0 + \mu_{k-1,0}) Q(t,k) + \mu_{k,0} Q(t,k+1), \\
k = 2, \ldots, q, \\
\frac{dQ(t,k)}{dt} = \lambda_0 Q(t,k-1) - (\lambda_0 + \mu_{q,0}) Q(t,k) + \mu_{q,0} Q(t,k+1), \\
k = q+1, q+2, \ldots
\end{gathered} \tag{3}$$

В разделе 1.2 изучено эргодическое распределение числа неоднородных требований в группе. Это распределение получено как решение линейной системы уравнений с правыми частями из (3) равными нулю

$$\begin{gathered}
0 = -\lambda_0 Q(1) + \mu_{1,0} Q(2), \\
0 = \lambda_0 Q(k-1) - (\lambda_0 + \mu_{k-1,0}) Q(k) + \mu_{k,0} Q(k+1), \quad k = 2, \ldots, q, \\
0 = \lambda_0 Q(k-1) - (\lambda_0 + \mu_{q,0}) Q(k) + \mu_{q,0} Q(k+1), \quad k = q+1, q+2, \ldots
\end{gathered}$$

Далее рассматривается случай $q = 3$. Искомое распределение зависит от трех существенных параметров. Обозначим их

$$\alpha = \frac{\lambda_0}{\mu_{1,0}}, \beta = \frac{\lambda_0}{\mu_{2,0}}, \gamma = \frac{\lambda_0}{\mu_{3,0}}.$$

Окончательно распределение числа требований в группе в установившемся режиме имеет вид

$$Q(1) = p = \frac{1}{1+\alpha+\frac{\alpha\beta}{1-\gamma}}, \quad Q(2) = \alpha p = \frac{\alpha}{1+\alpha+\frac{\alpha\beta}{1-\gamma}},$$
$$Q(k) = \alpha\beta\gamma^{k-3}p = \frac{\alpha\beta\gamma^{k-3}}{1+\alpha+\frac{\alpha\beta}{1-\gamma}}, \quad k \geq 3. \tag{4}$$

Для размера группы $\chi(\omega)$ при использовании метода производящих функций вычислены числовые характеристики.

В разделе 1.3 обоснована возможность аппроксимации при некоторых условиях потока неоднородных требований неординарным пуассоновским потоком с распределением (4) числа требований в вызывающий момент. Введем случайную величину $\eta(t) = \eta(\omega; t)$, равную числу всех требований, поступивших в систему за промежуток времени $[0, t)$. Теорема 1 в диссертации позволяет найти явный вид для вероятностей $P(t; k)$

$$P(t;k) = e^{-\lambda t}\Big[\sum_{n=0}^{\lfloor \frac{k}{2} \rfloor} \alpha^n \frac{(\lambda t p)^{k-n}}{n!(k-2n)!} + \\ + \sum_{n=0}^{\lfloor \frac{k}{2} \rfloor} \alpha^n \sum_{m=1}^{\min\{k-2n,n\}} \beta^m \sum_{l=0}^{k-2n-m} \gamma^l \frac{(\lambda t p)^{k-n-m-l} C_{m+l-1}^{l}}{(n-m)!m!(k-2n-m-l)!}\Big], \tag{5}$$

где $\lfloor k/2 \rfloor$ обозначает целую часть числа $k/2$. Неординарные пуассоновские потоки данного распределения будем называть потоками Кокса-Льюиса, так как значительное число экспериментальных данных из работы Д. Кокса и П. Льюиса «Статистический анализ последовательностей событий» адекватно соответствует распределению (5). Методом производящих функций получены формулы для основных и вспомогательных числовых характеристик случайной величины $\eta(\omega; t)$.

В разделе 1.4 описан нелокальный подход к описанию потоков. Согласно данному подходу в исходном потоке $\{\tau_i'; i \geq 1\}$ необходимо выделить случайную последовательность моментов $\{\tau_i; i \geq 0\}$ по некоторому заданному принципу. Обозначим через символ η_i случайное число заявок, поступивших на интервале $[\tau_i, \tau_{i+1})$, $i \geq 0$. Суть нелокального подхода заключается в выборе моментов $\{\tau_i; i \geq 0\}$ таким образом, чтобы достичь независимости и одинакового распределения как интервалов $\tau_{i+1} - \tau_i$, $i \geq 0$, так и размеров групп η_i, $i \geq 0$. Также в данном разделе приведено несколько алгоритмов разбиения исходного потока на группы и критерии независимости и одинакового распределения последовательности случайных величин.

В диссертации приведен вывод оценок параметров α, β и γ распределения (4) методом минимума хи-квадрат и методом максимального правдоподобия. Разработана программа, которая позволяет разбивать исходные

реальные потоки различной физической природы на потоки групп. Реализованы 5 алгоритмов разбиения и 4 критерия независимости и одинакового распределения последовательности случайных величин. Показана возможность аппроксимации реальных потоков неординарным пуассоновским потоком с распределением (5).

Таким образом, в первой главе введен и изучен новый тип входных потоков — потоков Кокса-Льюса.

Во **второй главе** применен кибернетический подход к построению и исследованию системы обслуживания неоднородных требований. В разделе 2.1 согласно кибернетическому подходу Ляпунова-Яблонского в схеме управляющей системы обслуживания выделены следующие структурные блоки: 1) входной полюс, который включает $m \geq 2$ входных неординарных пуассоновских потока Π_1, Π_2, …, Π_m и m потоков насыщения Π_1^*, Π_2^*, …, Π_m^* (выходные потоки системы при ее максимальной загрузке и эффективном функционировании); 2) внешняя память — неограниченные накопители очередей O_1, O_2, …, O_m по входным потокам Π_1, Π_2, …, Π_m; 3) блок по переработке внешней памяти — экстремальная стратегия обслуживания, при которой из накопителя O_j ($j = 1, 2, \ldots, m$) на обслуживание выбирается максимально возможное число заявок; 4) внутренняя память — обслуживающее устройство с r состояниями $\Gamma^{(1)}, \Gamma^{(2)}, \ldots, \Gamma^{(r)}$; 5) блок по переработке информации внутренней памяти — алгоритм смены состояний обслуживающего устройства.

Опишем случайные величины и элементы, входящие в математическую модель. В качестве дискретной временной шкалы выберем случайные моменты $\tau_i(\omega)$, $i = 0, 1, \ldots$, смены состояний обслуживающего устройства. Обозначим через $\eta_{j,i}$ случайное число требований, поступивших по потоку Π_j на промежутке $[\tau_i, \tau_{i+1})$. Пусть $\xi_{j,i}$ — максимально возможное число заявок потока Π_j, которые система может обслужить на интервале $[\tau_i, \tau_{i+1})$. Входной поток Π_j будем описывать последовательностью $\{\eta_{j,i}; i = 0, 1, \ldots\}$, а поток насыщения Π_j^* — с помощью последовательности $\{\xi_{j,i}; i = 0, 1, \ldots\}$. Введем вектора $\eta_i = (\eta_{1,i}, \ldots, \eta_{m,i})$ и $\xi_i = (\xi_{1,i}, \ldots, \xi_{m,i})$. Тогда математическое описание входного полюса будем задавать в виде векторной последовательности $\{(\eta_i, \xi_i); i = 0, 1, \ldots\}$.

Обозначим через $\kappa_{j,i}$ число заявок потока Π_j, которые находятся в накопителе O_j в момент τ_i, и через κ_i вектор $(\kappa_{1,i}, \ldots, \kappa_{m,i})$. Последовательность $\{\kappa_i; i = 0, 1, \ldots\}$ является математическим описанием блока внешней памяти.

В управляемых системах массового обслуживания имеется несколько состояний (режимов) $\Gamma^{(1)}, \Gamma^{(2)}, \ldots, \Gamma^{(r)}$, в каждом из которых используются разные стратегии обслуживания и управления потоками. При этом $\Gamma^{(1)}$, $\Gamma^{(2)}$, …, $\Gamma^{(r)}$ являются состояниями обслуживающего устройства. Обозначим через случайный элемент $\Gamma_i \in \Gamma = \{\Gamma^{(1)}, \Gamma^{(2)}, \ldots, \Gamma^{(r)}\}$ состояние об-

служивающего устройства на промежутке $[\tau_i, \tau_{i+1})$. Тогда последовательность $\{\Gamma_i; i = 0, 1, \ldots\}$ задает математическое описание внутренней памяти.

Динамика длины $\kappa_{j,i+1}$ очереди O_j в момент τ_{i+1} задается некоторой функцией $V_j(\Gamma_i, \kappa_{j,i}, \eta_{j,i}, \xi_{j,i})$, зависящей от состояния внутренней памяти Γ_i на промежутке $[\tau_i, \tau_{i+1})$, длины очереди $\kappa_{j,i}$ в момент τ_i, количества $\eta_{j,i}$ поступивших требований на промежутке $[\tau_i, \tau_{i+1})$ и максимально возможного количества $\xi_{j,i}$ обслуженных на промежутке $[\tau_i, \tau_{i+1})$ требований потокаΠ_j.

Алгоритм смены состояний обслуживающего устройства учитывает очередность поступления требований по входным потокам. Поэтому введем случайный вектор η_i' с m компонентами. Если на промежутке времени $[\tau_i, \tau_{i+1})$ не пришло ни одной заявки по всем потокам, то вектор η_i' будет нулевым $y_0 = (0, \ldots, 0)$. Если первой пришла заявка потока Π_j, то η_i' будет равен вектору $y_j = (0, \ldots, 0, 1, 0, \ldots, 0)$, у которого j-я компонента равна единице, а все остальные компоненты нулевые. Стратегия смены состояний Γ_{i+1} обслуживающего устройства в момент τ_{i+1} определяется функцией $U(\cdot, \cdot, \cdot)$, зависящей от состояния Γ_i на предыдущем шаге, от вектора длин очередей κ_i в момент τ_i и от очередности η_i' поступления требований на промежутке $[\tau_i, \tau_{i+1})$:

$$\Gamma_{i+1} = U(\Gamma_i, \kappa_i, \eta_i'). \tag{6}$$

Соотношение (6) определяет математическое описание блока по переработке информации внутренней памяти.

В разделе 2.2 рассмотрена система с двумя конфликтными входными неординарным потоками Π_1 и Π_2, определяемыми параметрами λ_1, α_1, β_1, γ_1 и λ_2, α_2, β_2, γ_2 соответственно. Здесь и далее будем обозначать номера входных потоков и потоков насыщения символами j и s, где $j, s = 1, 2$ и $j \neq s$. При этом обслуживание каждого потока разбито на 2 этапа, которые отличаются интенсивностью обслуживания требований. На первом этапе длительность обслуживания одной заявки потока Π_j, поступившей из накопителя O_j, равна постоянной величине $\mu_{j,1}^{-1}$. Первый этап обслуживания потока Π_j происходит в состоянии $\Gamma^{(3j-2)}$. На втором этапе интенсивность обслуживания увеличивается и длительность обслуживания одной заявки становится равна величине $\mu_{j,2}^{-1} < \mu_{j,1}^{-1}$. Второй этап обслуживания потока Π_j происходит в состоянии $\Gamma^{(3j-1)}$.

В диссертации подробно описаны состояния обслуживающего устройства и алгоритм смены состояний. Обслуживающее устройство (внутренняя память) имеет 8 состояний $\Gamma^{(1)}, \Gamma^{(2)}, \ldots, \Gamma^{(8)}$. Изучаемый алгоритм зависит от следующих параметров: длительностей T_1, T_2, $\ldots$, T_6 для состояний; критических длин очередей K_1 и K_2; максимального числа n_1 и n_2 продлений в состояниях $\Gamma^{(2)}$ и $\Gamma^{(5)}$; параметров θ_1 и θ_2, отвечающих за возможность одновременного обслуживания нескольких требований, и величин $l_{3j-2} \in X = \{0, 1, 2, \ldots\}$, $l_{3j-1} \in \{1, 2, \ldots\}$, $l_{3j} \in \{1, 2, \ldots\}$, связыва-

ющих длительности состояний и длительности обслуживания требований с помощью соотношений $T_{3j-2} = \mu_{j,1}^{-1} + l_{3j-2}\theta_j\mu_{j,1}^{-1}$, $T_{3j-1} = l_{3j-1}\theta_j\mu_{j,2}^{-1}$, $T_{3j} = l_{3j}\theta_j\mu_{j,2}^{-1}$.

В этом случае функция $U(\cdot,\cdot,\cdot)$ из (6) для изучаемого алгоритма будет представлена в следующем виде

$$\Gamma_{i+1} = U(\Gamma_i, \kappa_i, \eta_i') =$$

$$= \begin{cases} \Gamma^{(3j-2)}, & \left\{\left[\Gamma_i = \Gamma^{(3s)}\right] \& \left[(\kappa_{j,i} > 0) \vee (\kappa_{s,i} \geq K_s) \vee (\eta_i' = y_j)\right]\right\} \vee \\ & \vee \left\{\left[\Gamma_i = \Gamma^{(3j)}\right] \&[\kappa_{s,i} = 0]\&[\kappa_{j,i} \leq K_j]\&[\eta_i' = y_j]\right\}, \\ \Gamma^{(3j-1)}, & \left\{\Gamma_i = \Gamma^{(3j-2)}\right\} \vee \left\{\left[\Gamma_i = \Gamma^{(6+j)}\right] \&[\eta_i' = y_j]\right\}, \\ \Gamma^{(3j)}, & \left\{\Gamma_i = \Gamma^{(3j-1)}\right\} \vee \left\{\left[\Gamma_i = \Gamma^{(6+j)}\right] \&[\eta_i' \neq y_j]\right\}, \\ \Gamma^{(6+j)}, & \left[\Gamma_i = \Gamma^{(3s)}\right] \&[\kappa_{j,i} = 0]\&[\kappa_{s,i} < K_s]\&[\eta_i' = y_0]. \end{cases} \tag{7}$$

На рис. 1 приведен граф переходов состояний внутренней памяти.

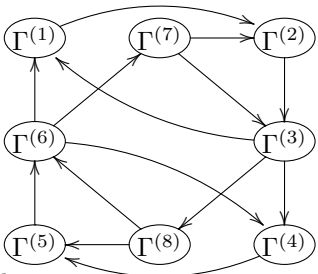

Рис. 1 — Граф смены состояний внутренней памяти

Алгоритм (7) управления конфликтными потоками не является циклическим. Смена состояний обслуживающего устройства зависит не только от его текущего состояния, но и от длин очередей и очередности поступления заявок. Таким образом, алгоритм управления (7) существенно зависит от входных потоков и, соответственно, является адаптивным.

В качестве математической модели адаптивного управления конфликтными неординарными пуассоновскими потоками будем рассматривать векторную случайную последовательность $\{(\Gamma_i, \kappa_i); i \geq 0\}$. Для последовательности $\{(\Gamma_i, \kappa_i); i \geq 0\}$ имеют место следующие утверждения.

Лемма 1. *Последовательность* $\{(\Gamma_i, \kappa_i); i \geq 0\}$ *при заданном начальном векторе* (Γ_0, κ_0) *является марковской.*

Теорема 1. *Пусть* $x = (x_1, x_2) \in X^2$ *и множества* G, $G^{(3j-2)}$, $G^{(3j-1)}$, $G^{(6+j)}$, G_j *определяются следующими равенствами*

$$G = \{(\Gamma^{(h)}, x)\colon \Gamma^{(h)} \in \Gamma, x \in X^2\},$$
$$G^{(3j-2)} = \{(\Gamma^{(3j-2)}, x_s y_s)\colon x_s < K_s - l_{3s}\},$$
$$G^{(3j-1)} = \{(\Gamma^{(3j-1)}, x_s y_s)\colon x_s < K_s - l_{3s}\},$$
$$G^{(6+j)} = \{(\Gamma^{(6+j)}, x)\colon x_j > 0\} \cup \{(\Gamma^{(6+j)}, x)\colon x_s \geq K_s - l_{3s}\},$$
$$G_j = \begin{cases} G^{(6+j)} \cup G^{(3j-2)} & l_{3j-2} > 0; \\ G^{(6+j)} \cup G^{(3j-2)} \cup G^{(3j-1)} & l_{3j-2} = 0. \end{cases}$$

Тогда: 1) *состояния из* G_1 *и* G_2 *являются несущественными;*
2) *класс* $G_0 = G \backslash (G_1 \cup G_2)$ *является неразложимым апериодическим классом существенных состояний.*

В **третьей главе** предложен метод определения условий существования предельного распределения последовательности состояний системы управления конфликтными неординарными потоками. При выводе необходимых и достаточных условий существования стационарного распределения использованы рекуррентные соотношения для производящих функций одномерных распределений векторной марковской последовательности состояний. Приведем часть доказанных утверждений.

Теорема 2. *Если существует предельное распределение марковской последовательности* $\{(\Gamma_i, \kappa_i); i \geq 0\}$, *то* $\theta_1 \lambda_1 M_1 {\mu_{1,2}}^{-1} + \theta_2 \lambda_2 M_2 {\mu_{2,2}}^{-1} < 1$.

Следствие 1. *Если существует предельное распределение марковской последовательности* $\{(\Gamma_i, \kappa_i); i \geq 0\}$, *то* $\theta_j \lambda_j M_j < \mu_{j,2}$, $j = 1, 2$.

Теорема 3. *Для существования предельного распределения последовательности* $\{(\Gamma_i, \kappa_i)\ i \geq 0\}$ *необходимо выполнение неравенств*

$$\lambda_j M_j \widetilde{T}_s - L_j < 0,\ j = 1, 2,$$

при $T_0 = T_1 + T_3 + T_4 + T_6$, $\widetilde{T}_j = T_0 + \widetilde{n}_j T_{3j-1} + n_s T_{3s-1}$,
$L_j = l_{3j-2} + n_j l_{3j-1} + l_{3j}$, $\widetilde{n}_j = e^{\lambda_j T_{3j-1}}(1 - (1 - e^{\lambda_j T_{3j-1}})^{n_j})$.

Теорема 4. *Для существования предельного распределения последовательности* $\{(\Gamma_i, \kappa_i); i \geq 0\}$ *необходимо выполнение неравенства*

$$\lambda_1 M_1 T - L_1 + \frac{\lambda_1 M_1 T_5}{l_5 - \lambda_2 M_2 T_5}(\lambda_2 M_2 T - L_2) < 0.$$

Теорема 5. *Для существования предельного распределения последовательности* $\{(\Gamma_i, \kappa_i); i \geq 0\}$ *необходимо выполнение неравенства*

$$\lambda_1 M_1 T - L_1 + \frac{l_2 - \lambda_1 M_1 T_2}{\lambda_2 M_2 T_2}(\lambda_2 M_2 T - L_2) < 0.$$

Следствие 2. *Для существования предельного распределения последовательности* $\{(\Gamma_i, \kappa_i); i \geq 0\}$ н*еобходимо, чтобы хотя бы для какого-то* $j = 1, 2$ *выполнялось неравенство* $\lambda_j M_j T - L_j < 0$.

Теорема 6. *Для существования предельного распределения последовательности* $\{(\Gamma_i, \kappa_i); i \geq 0\}$ *достаточно выполнения неравенств*

$$\lambda_j M_j T - L_j < 0,\ j = 1, 2.$$

В **четвертой главе** проведено численное исследование системы с помощью имитационного моделирования. Также проведено исследование области существования стационарного распределения в пространстве допустимых значений параметров $(\overline{T}, \overline{n})$

$$\overline{T} = (T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6),\ T_r > 0,\ r = \overline{1,6};$$
$$\overline{n} = (n_1, n_2), \quad n_1 \in \{1, 2, \ldots\}, n_2 \in \{1, 2, \ldots\}.$$

Области существования предельного распределения, приведенные в теоремах 4-6 и следствии 2, задаются следующими множествами

$$D_{j,0} = \{(\overline{T}, \overline{n})\colon \lambda_j M_j \widetilde{T}_s - L_j < 0\},\ j, s = 1, 2; j \neq s,$$
$$D_{1,1} = \{(\overline{T}, \overline{n})\colon \lambda_1 M_1 T - L_1 + \frac{\lambda_1 M_1 T_5}{l_5 - \lambda_2 M_2 T_5}(\lambda_2 M_2 T - L_2) < 0\},$$
$$D_{2,1} = \{(\overline{T}, \overline{n})\colon \lambda_1 M_1 T - L_1 + \frac{l_2 - \lambda_1 M_1 T_2}{\lambda_2 M_2 T_2}(\lambda_2 M_2 T - L_2) < 0\},$$
$$D_{j,2} = \{(\overline{T}, \overline{n})\colon \lambda_j M_j T - L_j < 0\},\ j = 1, 2.$$

На рисунке 2 приведено совместное расположение границ множеств $D_{1,2}$, $D_{2,2}$, $D_{1,0}$, $D_{2,0}$, $D_{1,1}$, $D_{2,1}$ на плоскости $n_1 O n_2$.

Для изучения среднего времени пребывания требований в системе и средних длин очередей по потокам была реализована имитационная модель системы в виде программы, написанной на языке C++. Каждая реализация задается с помощью следующих входных данных: 1) параметров α_j, β_j, γ_j, λ_j входных потоков; 2) параметров T_1, T_2, …, T_6, $\mu_{j,1}$, $\mu_{j,2}$, θ_j, K_j, n_j системы; 3) начальных значений $\Gamma^{(r)}$, x_1, x_2 случайных элементов Γ_0, $\kappa_{1,0}$, $\kappa_{2,0}$.

В работе приведен алгоритм поиска момента окончания переходного процесса. При имитационном моделировании будем рассматривать две реализации процесса адаптивного управления потоками Кокса-Льюиса с начальными условиями двух типов:

1) нулевых $\Gamma^{(r)} = \Gamma^{(1)}$, $x_1 = 0$, $x_2 = 0$;

2) смещенных $\Gamma^{(r)} = \Gamma^{(1)}$, $x_1 = K_1' > K_1$, $x_2 = K_2' > K_2$.

При этом используем одну и ту же реализацию входных потоков. Определим момент окончания переходного процесса следующим образом. Обозначим через $\gamma_j^0(l)$ и $\gamma_j^+(l)$ время пребывания в системе заявки с номером

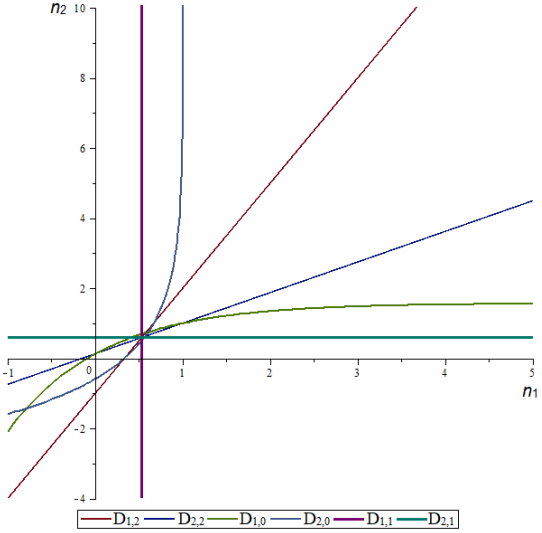

Рис. 2 — Границы множеств $D_{1,2}$, $D_{2,2}$, $D_{1,0}$, $D_{2,0}$, $D_{1,1}$, $D_{2,1}$

$l = 1, 2, \ldots$ потока Π_j, поступившей в систему после начала имитации, при нулевых начальных условиях и при смещенных начальных условиях второго типа. Величины $\overline{\gamma}_j^0(n) = \frac{1}{n}\sum_{l=1}^{n}\gamma_j^0(l)$, $\overline{\gamma}_j^+(n) = \frac{1}{n}\sum_{l=1}^{n}\gamma_j^+(l)$ определяют выборочные средние времена пребывания в системе первых n требований потока Π_j при начальных условиях первого и, соответственно, второго типа. Если для параметра близости $\delta > 0$ выполнено условие

$$\left|\overline{\gamma}_j^+(n) - \overline{\gamma}_j^0(n)\right| \le \delta\overline{\gamma}_j^0(n), \tag{8}$$

то на содержательном уровне можно считать, что начальные условия перестали влиять на выборочное среднее время пребывания для требований потока Π_j. В случае существования в системе стационарного режима величина $n_j(d)$ определяет номер требования, при котором условие (8) впервые выполнилось d раз подряд, где d — заданное натуральное число. Пусть t_j — момент окончания обслуживания требования с номером $n_j(d)$ потока Π_j и $t^* = \max(t_1, t_2)$. Будем считать, что t^* определяет момент окончания переходного процесса в системе для данной реализации входных потоков. Оценку $\overline{\gamma}^*$ среднего времени пребывания произвольного требования будем вычислять по формуле среднего взвешенного $\overline{\gamma}^* = \frac{\lambda_1 M_1\overline{\gamma}_1^* + \lambda_2 M_2\overline{\gamma}_2^*}{\lambda_1 M_1 + \lambda_2 M_2}$.

Определим выборочную среднюю длину очереди для потока Π_j следующим образом. Пусть имитация работы системы длилась в течение времени t. При этом по потоку Π_j очередь длины $k = 0, 1, \ldots$ наблюдалась $t_j^{(k)}$ единиц времени. Тогда выборочную среднюю длину очереди $\overline{\kappa}_j^*$ по потоку Π_j будем вычислять по следующей формуле $\overline{\kappa}_j^* = \frac{1}{t}\sum_{k=0}^{\infty} k t_j^{(k)}$. Выбороч-

ную среднюю длину очереди $\overline{\kappa}^*$ для всей системы определим как среднее арифметическое выборочных длин всех очередей $\overline{\kappa}^* = \frac{1}{2}(\overline{\kappa}_1^* + \overline{\kappa}_2^*)$. Выборочные средние времена пребывания и выборочные средние длины очереди могут служить оценками для соответствующих характеристик.

Приведем пример результатов имитационного моделирования при следующем наборе параметров: 1) параметры входных потоков $\alpha_1 = 0{,}8$, $\beta_1 = 0{,}7$, $\gamma_1 = 0{,}5$, $\lambda_1 = 0{,}6$, $\alpha_2 = 0{,}6$, $\beta_2 = 0{,}5$, $\gamma_2 = 0{,}2$, $\lambda_2 = 0{,}3$; 2) параметры системы $T_1 = 1$, $T_2 = 2$, $T_3 = 1$, $T_4 = 1$, $T_5 = 3$, $T_6 = 1$, $\mu_{1,1} = 0{,}5$, $\mu_{2,1} = 1$, $\mu_{1,2} = 0{,}3$, $\mu_{2,2} = 0{,}6$, $\theta_1 = 1$, $\theta_2 = 0{,}5$, $K_1 = 10$, $K_2 = 10$, $n_1 = 10$, $n_2 = 10$ системы; 3) начальные значения $\Gamma^{(r)} = \Gamma^{(1)}$, $x_1 = 0$, $x_2 = 0$ случайных элементов Γ_0, $\kappa_{1,0}$, $\kappa_{2,0}$.

На рис. 3 приведена динамика длины очереди по потоку Π_1 при условии, что стационарный режим существует. По оси абсцисс отложен номер шага алгоритма, а по оси ординат — отслеживаемая характеристика. При этом очереди имеют установившиеся колебания, не зависящие от начальных условий.

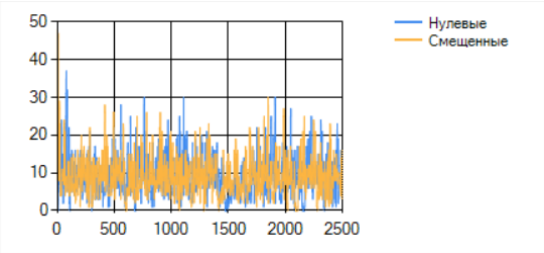

Рис. 3 — Динамика длины очереди по потоку Π_1 при условии существования стационарного режима

Рассмотрим высокую интенсивность входных потоков $\lambda_1 = 0{,}8$ и $\lambda_2 = 0{,}7$. В данном случае стационарного режима в системе не существует. При отсутствии стационарного режима очереди имеют тенденцию неограниченного роста при увеличении длительности моделирования.

При параметрах 1), 2) и 3) управляющей системы получаем следующие оценки средней длительности ожидания обслуживания

$$\overline{\gamma}_1^* = 7{,}1684, \quad \overline{\gamma}_2^* = 12{,}8481, \quad \overline{\gamma}^* = 8{,}6625,$$

и оценки для средних длин очередей

$$\overline{\kappa}_1^* = 10{,}4691, \quad \overline{\kappa}_2^* = 6{,}7333, \quad \overline{\kappa}^* = 8{,}6012.$$

Далее приведем пример поиска квазиоптимальных значений параметров. В силу физических ограничений зафиксируем значения $T_1 = 1$, $T_3 = 1$,

$T_4 = 1$ и $T_6 = 1$. Для оптимизации доступны следующие параметры T_2, T_5, n_1, n_2, K_1, K_2. Оптимизация производится поэтапно по парам параметров (T_2, T_5), (n_1, n_2) и (K_1, K_2) путем сокращенного перебора. Используя алгоритм сокращенного перебора были получены следующие квазиоптимальные параметры

$$T_2^* = 5, T_5^* = 1, n_1^* = 3, n_2^* = 10, K_1^* = 1, K_2^* = 4.$$

Этим квазиоптимальным параметрам соответствуют следующие оценки:

$$\overline{\gamma}_1^* = 2.47241, \quad \overline{\gamma}_2^* = 5.13818, \quad \overline{\gamma}^* = 3.17367$$

среднего времени ожидания обслуживания по потокам Π_1, Π_2 и, соответственно, оценка среднего времени ожидания обслуживания произвольного требования.

В **заключении** приведены основные результаты работы.

1) Поток неоднородных требований представлен в виде кибернетической системы. Показана возможность описания такого рода потоков (потоков Кокса-Льюиса) в виде неординарных пуассоновских. Проведено аналитическое исследование таких потоков.

2) Проведено численное исследование реальных потоков разной физической природы. Исследование с помощью статистических критериев показало хорошую согласованность нелокального описания реальных потоков и построенной модели.

3) Построена математическая модель адаптивного нециклического алгоритма управления и обслуживания требований потоков Кокса-Льюиса. Моделью системы является многомерная цепь Маркова.

4) Получены рекуррентные соотношения для одномерных распределений марковской цепи и для производящих функций одномерных распределений. С помощью итеративно-мажорантного метода получены условия существования стационарного режима в системе.

5) Описанная система также исследована с помощью имитационного моделирования. Приведен способ определения момента окончания переходного процесса в системе. Проведена численная оптимизация по критерию минимума среднего времени ожидания обслуживания.

Список публикаций по теме диссертации

Публикации в изданиях, рекомендованных ВАК Российской Федерации и включенных в перечень международных баз цитирования (Web of Science, Scopus):

1. Fedotkin M.A., Fedotkin A.M., Kudryavtsev E.V. Construction and analysis of a mathematical model of spatial and temporal characteristics of traffic flows // Automatic Control and Computer Sciences. — Vol. 48, No 6. — 2014. — Pp. 358–367.

2. Fedotkin M.A., Fedotkin A.M., Kudryavtsev E.V. Nonlocal description of the time characteristic for input flows by means of observations // Automatic Control and Computer Sciences. — Vol. 49, No 1. — 2015. — Pp. 29–36.
3. Fedotkin M., Kudryavtsev E. Necessary Conditions for the Existence of Stationary Distribution in the Adaptive Control System of Conflict Flows // Analytical and Computational Methods in Probability Theory. ACMPT 2017. Lecture Notes in Computer Science. — Vol. 10684. — 2015. — Pp. 83–96.
4. Kudryavtsev E.V., Fedotkin M.A. Analysis of a Discrete Model of an Adaptive Control System for Conflicting Nonhomogeneous Flows // Moscow University Computational Mathematics and Cybernetics. — Vol. 43. — 2019. — Pp. 17–24.
5. Fedotkin A., Kudryavtsev E. Numerical investigation and optimization of output processes in cyclic control of conflicting flows // Mathematical Modeling and Supercomputer Technologies. MMST 2020. Communications in Computer and Information Science. — Vol. 1413. — 2020. — Pp. 220–231.
6. Fedotkin M., Fedotkin A., Kudryavtsev E. Dynamic models of heterogeneous traffic flow on highways // Autom. Remote Control. — Vol. 81:8. — 2020. — Pp. 1486–1498.

Публикации в изданиях, рекомендованных ВАК Российской Федерации:

7. Кудрявцев Е.В., Федоткин М.А. Исследование математической модели адаптивного управления конфликтными потоками неоднородных требований // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. — 2019. — № 1. — С. 23–37.

Публикации в иных научных изданиях:

8. Fedotkin M., Kudryavtsev E., Rachinskaya M. About correctness of probabilistic models of traffic flows dynamics on a motorway // Proceedings of International Workshop «Distributed computer and communication networks» (DCCN-2010). — 2010. — Pp. 86–93.
9. Федоткин М.А., Кудрявцев Е.В. Управляющие системы и механизм образования транспортных пачек на магистралях с интенсивным движением // Материалы XVI Международной конференции «Проблемы теоретической кибернетики». — Н. Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета, 2011. — С. 503–506.
10. Fedotkin M., Kudryavtsev E. Construction and research of a mathematical model of non-homogeneous road traffic // Queues: Flows, Systems, Networks. Proceedings of the International Conference «Modern Probabilistic Methods for Analysis and Optimization of Information and Telecommunication Networks». — Minsk: BSU-RIVH, 2011. — Pp. 76–81.

11. Fedotkin M., Kudryavtsev E., Rachinskaya M. Simulation and research of probabilistic regularities in motion of traffic flows // Proceedings of the International conference «Applied Methods of Statistical Analysis. Simulations and Statistical Inference». — Novosibirsk: Novosibirsk State Technical University, — 2011. — Pp. 117–124.
12. Fedotkin M., Kudryavtsev E. Parameters estimator of the probabilistic model of traffic flow with the intensive movement // Proceedings of International Workshop «Distributed computer and communication networks: Control, Computation, Communications» (DCCN-2013) — JSC «TECHNOSPHERA», — 2013. — Pp. 365–372.
13. Кудрявцев Е.В. Изучение характеристик транспортного потока большой плотности // Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского. — 2014. — Деп. в ВИНИТИ 14.01.2014, № 14.
14. Федоткин М.А., Кудрявцев Е.В. Кибернетический подход к изучению вероятностной модели адаптивного управления конфликтными потоками // Сборник научных статей XVII Международной конференции «Проблемы теоретической кибернетики». — Казань: КФУ, 2014. — С. 158–161.
15. Федоткин М.А., Кудрявцев Е.В. Построение математической модели адаптивного управления неординарными потоками // Теория вероятностей, случайные процессы, математическая статистика и приложения. Материалы Международной научной конференции. — Минск: БГУ-РИВШ, 2015. — С. 106–111.
16. Федоткин М.А., Кудрявцев Е.В. Компьютерная обработка статистических данных потока катастроф на угольных шахтах // Статистика в современном обществе: её роль и значение в вопросах государственного управления и общественного развития: Материалы Межрегиональной научнопрактической конференции. — Н. Новгород: Нижегородстат – Нижегородский госуниверситет, 2015. — С. 451–457.
17. Федоткин М.А., Кудрявцев Е.В. Предельные свойства системы адаптивного управления конфликтными потоками неоднородных требований // Распределенные компьютерные и телекоммуникационные сети: управление, вычисление, связь (DCCN-2015). Материалы Восемнадцатой международной научной конференции. — М.: ИПУ РАН, 2015. — С. 233–240.
18. Федоткин М.А., Кудрявцев Е.В. Анализ кибернетической дискретной системы адаптивного управления потоками требований // IX Международная конференция «Дискретные модели в теории управляющих систем»: Москва и Подмосковье, 20-22 мая 2015 г.: Труды / Отв. ред. В.Б. Алексеев, Д.С. Романов, Б.Р. Данилов. — М.: МАКС Пресс, — 2015. — С. 247–249.

19. Федоткин М.А., Кудрявцев Е.В. Аналитические и численные методы исследования системы адаптивного управления конфликтными потоками // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2017). Материалы XVI Международной конференции имени А.Ф. Терпугова (29 сентября - 3 октября 2017 г.) Т. 1. — Томск: Изд-во НТЛ, 2017. — С. 197–203.
20. Федоткин М.А., Кудрявцев Е.В. Условия существования стационарного распределения в системе нециклического управления потоками неоднородных требований // Распределенные компьютерные и телекоммуникационные сети: управление, вычисление, связь (DCCN-2017). Материалы Двадцатой международной научной конференции, под общ. ред. В.М. Вишневского. — М.: ТЕХНОСФЕРА, 2017. — С. 144–151.
21. Федоткин М.А., Кудрявцев Е.В. Необходимые условия существования стационарного распределения в системе адаптивного управления конфликтными потоками // Материалы Международной научной конференции «Аналитические и вычислительные методы в теории вероятностей и её приложениях (АВМТВ-2017)». — М., 2017. — С. 90–96.
22. Кудрявцев Е.В., Федоткин М.А. Построение, анализ и оптимальный синтез математической модели дискретной управляющей системы адаптивного управления потоками // Дискретные модели в теории управляющих систем: X Международная конференция, Москва и Подмосковье, 23-25 мая 2018 г.: Труды / Отв. ред. В.Б. Алексеев, Д.С. Романов, Б.Р. Данилов. — М.: МАКС Пресс, 2018. — С. 172–175.
23. Кудрявцев Е.В., Федоткин М.А. Исследование переходного процесса адаптивного управления потоками неоднородных требований путем имитационного моделирования // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2019). Материалы XVIII Международной конференции имени А.Ф. Терпугова (26 июня – 30 июня 2019 г.) Ч. 2. — Томск: Изд-во НТЛ, 2019. — С. 207–212.
24. Федоткин М.А., Кудрявцев Е.В. Изучение числовых характеристик имитационной модели адаптивного управления конфликтными потоками неоднородных требований // Материалы XXII Международной научной конференции «Распределенные компьютерные и телекоммуникационные сети: управление, вычисление, связь» (DCCN-19). — М.: РУДН, 2019. — С. 321–328.
25. Fedotkin M., Kudryavtsev E. Simulation of adaptive control system with conflict flows of non-homogeneous requests // Proceedings of the Twelfth International Conference «Computer Data Analysis and

Modeling: Stochastics and Data Science». — Minsk: BSU, 2019. — Pp. 163–166.
26. Федоткин М.А., Кудрявцев Е.В. Синтез и оптимизация управляющей системы обслуживания неоднородных требований // Материалы XIII Международного семинара «Дискретная математика и ее приложения» имени академика О. Б. Лупанова (17–22 июня 2019 г.). — М.: Издательство механико-математического факультета МГУ, 2019. — С. 132–134.
27. Kudryavtsev E. Limit theorems for flow control systems in a class of closedloop algorithms // Theory Probab. Appl., Abstracts of Talks Given at the 4th International Conference on Stochastic Methods (ICSM-4). — 2020. — Pp. 140–140.
28. Кудрявцев Е.В., Федоткин М.А. Исследование операций обслуживания и адаптивного управления конфликтными потоками путем имитационного моделирования // Сборник научных статей XIX Международной конференции «Проблемы теоретической кибернетики». — Казань: КФУ, 2020, — С. 123–126.
29. Кудрявцев Е.В., Федоткин М.А. Оптимизация системы адаптивного управления конфликтными потоками Кокса-Льюиса // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2021). Материалы XX Международной конференции имени А.Ф. Терпугова. — Томск: Изд-во НТЛ, 2021.

Кудрявцев Евгений Владимирович

ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ КИБЕРНЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ НЕЦИКЛИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ПОТОКАМИ НЕОДНОРОДНЫХ ТРЕБОВАНИЙ

Автореф. дис. на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук

Подписано в печать ___.___._____. Заказ № _____
Формат 60×90/16. Усл. печ. л. 1. Тираж 100 экз.
Типография _____