



Дерендяев Дмитрий Николаевич

Исследование влияния анизотропии закреплений оси роторной системы с жидкостью на устойчивость стационарного вращения

01.02.06 – Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры

Автореферат диссертации

на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского».

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор **Баландин Дмитрий Владимирович**

Официальные оппоненты:

Доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедрой «Аэро-гидродинамика, прочность машин и сопротивление материалов» Нижегородского государственного технического университета им. Р. Е. Алексеева **Герасимов Сергей Иванович**

Кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории навигации и управления НИИ механики Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова **Дасаев Марат Закирджанович**

Ведущая организация: Институт проблем машиностроения РАН – филиал Федерального государственного бюджетного научного учреждения «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук», г. Нижний Новгород

Защита состоится «30» июня 2022 года в 15:00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.166.09 при Национальном исследовательском Нижегородском государственном университете им. Н. И. Лобачевского по адресу: 603022, Н. Новгород, пр. Гагарина, 23, корпус 6, ауд. 119.

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского и на сайте <https://diss.unn.ru/1242>

Автореферат разослан «12» мая 2022 г.

Ученый секретарь
диссертационного
совета

Горохов Василий Андреевич

Общая характеристика работы

Актуальность работы. Диссертационная работа посвящена исследованию устойчивости режимов стационарного вращения роторной системы с частичным заполнением вязкой несжимаемой жидкостью. Ось вращения реальной роторной системы имеет вязкоупругие закрепления, в роли которых могут выступать подшипники. В связи с этим, остается актуальным вопрос об устойчивости вращения ротора, расположенного в анизотропных закреплениях его оси, поскольку никакая технология не позволяет сделать их абсолютно изотропными с точки зрения значений коэффициентов жесткости и демпфирования.

Вместе с тем, исследование устойчивости вращения ротора с жидкостью классическими методами сопряжено с большими и зачастую непреодолимыми трудностями. Предложенный ранее Н. В. Дерендяевым оригинальный метод исследования позволяет эффективно находить области устойчивости режимов стационарного вращения ротора с жидкостью в пространстве параметров закрепления его оси. Развитие и применение этого метода в случае анизотропных закреплений оси ротора представляет значительный теоретический и практический интерес.

Степень разработанности темы.

Математические модели роторных систем, содержащих жидкость, достаточно сложны для анализа устойчивости. В работах Н. В. Дерендяева и его учеников был предложен и разработан эффективный метод исследования устойчивости стационарного вращения ротора, частично заполненного вязкой несжимаемой жидкостью. В основе метода лежат две теоремы. Одна из них связывает изменение степени неустойчивости с осуществимостью возмущенного движения типа круговой прецессии. Другая утверждает, что движение жидкости в случае круговой прецессии не зависит от времени в специально выбранной неинерциальной системе отсчета. С использованием метода были построены границы областей устойчивости вращения ротора в плоскости параметров закреплений его оси. Предполагалось, что закрепления оси ротора изотропны.

В дальнейшем, метод удалось распространить на случай анизотропных закреплений оси ротора. Были установлены еще две теоремы, согласно которым изменение степени неустойчивости связано с осуществимостью возмущенного движения типа эллиптической прецессии. При этом возмущенное движение жидкости в специально выбранной неинерциальной

системе отсчета представляет суперпозицию движений, отвечающих двум круговым прецессиям.

Цель работы состоит в развитии и применении метода исследования устойчивости стационарного вращения роторной системы, содержащей вязкую несжимаемую жидкость, в случае анизотропных закреплений оси ротора. Для достижения цели были поставлены следующие **основные задачи**:

1. Обобщение известного метода исследования устойчивости режима стационарного вращения роторной системы с жидкостью на случай анизотропных закреплений оси ротора
2. Построение границ областей устойчивости в пространстве параметров закрепления оси роторной системы с жидкостью для случая анизотропной жесткости закреплений, а также для случая анизотропного демпфирования в закреплениях

Научная новизна работы состоит в развитии оригинального метода исследования устойчивости стационарного вращения роторных систем, содержащих жидкость, для случая анизотропных закреплений оси роторной системы, в анализе особенностей в поведении бифуркационной кривой в пространстве параметров закрепления, вызванных его анизотропией.

Теоретическая значимость состоит в обобщении предложенного ранее оригинального метода исследования устойчивости стационарного вращения роторных систем с жидкостью на случай анизотропных закреплений оси ротора.

Практическая значимость состоит в нахождении условий устойчивости и построении областей устойчивости в плоскости параметров анизотропных закреплений оси вращающегося ротора, частично заполненного вязкой несжимаемой жидкостью.

Методология и методы диссертационного исследования основаны на аналитических и численно–аналитических методах исследования математических моделей роторных систем, содержащих жидкость, на применении представлений и подходов аналитической механики, теории устойчивости, гидродинамики, на применении оригинального метода исследования устойчивости вращения ротора, содержащего жидкость.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Развитие и реализация численно–аналитического метода определения условий устойчивости стационарного вращения роторной системы с жидкостью для случая, когда закрепления ее оси анизотропны
2. Нахождение значений параметров закреплений оси, при которых происходит потеря устойчивости вращения (бифуркационных значений) и исследование поведения бифуркационной кривой при значениях параметров, близких к бифуркационным
3. Построение границ областей устойчивости стационарного вращения роторной системы с жидкостью в случае анизотропных закреплений оси ротора

Достоверность результатов диссертационной работы основана на использовании основополагающих теоретических результатов при построении математических моделей роторных систем, на корректно построенных численно–аналитических алгоритмах решения, на сопоставлении полученных результатов с уже известными для предельного случая изотропных закреплений.

Апробация работы

Результаты диссертационной работы докладывались на X Всероссийской научной конференции «Нелинейные колебания механических систем» (Нижний Новгород, 2016), на Международной научной конференции «Фундаментальные и прикладные задачи механики» (Москва, 2017), на Всероссийской конференции молодых ученых – механиков (Сочи, 2018), на VII Международном научном семинаре «Динамическое деформирование и контактное взаимодействие тонкостенных конструкций при воздействии полей различной физической природы» (Москва, 2018), на XII Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Уфа, 2019) и на Международной научной конференции «Проблемы прочности, динамики и ресурса» (Нижний Новгород, 2019).

Публикации.

Результаты диссертации опубликованы в 8 работах [1-8]. В рецензируемых научных изданиях, включенных в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, опубликованы 3 работы [1-3].

Личный вклад автора:

Диссертантом проведено:

- 1) Исследование устойчивости стационарного вращения ротора, частично заполненного вязкой несжимаемой жидкостью, для случая, когда закрепления оси ротора имеют анизотропную жесткость [2,3].
- 2) Принимая жесткости закреплений изотропными, проведено исследование устойчивости для системы с анизотропным демпфированием оси вращения [4,5].

В совместных работах соавтору Дерендяеву Н. В. принадлежат участие в постановке задач, общее руководство исследованиями и участие в обсуждении, редактировании и оформлении результатов. Также в этих работах соавторами выполнено сопоставление полученных для анизотропного случая результатов с уже известными для изотропного.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы из 88 наименований. Общий объем диссертации составляет 72 страницы машинописного текста, включая 14 рисунков. Список литературы занимает 12 страниц.

Содержание работы

Во введении обоснована актуальность темы диссертационной работы, указаны основные направления намеченных исследований, кратко очерчена область возможного применения.

В первой главе дан исторический обзор и место проблемы в динамике тел с полостями, содержащими жидкость.

Задача о движении тела с полостью, целиком заполненной жидкостью, относится к классическим задачам механики. Изучение динамики твердых тел с полостями, содержащими жидкость, естественным образом приводит к задаче об устойчивости движения таких тел.

В работах Н. В. Дерендяева был предложен метод исследования устойчивости режима стационарного вращения в неконсервативных задачах динамики роторных систем, содержащих вязкую жидкость. В этом методе изменение степени неустойчивости вращения связано с возможностью осуществления возмущенного движения типа круговой прецессии. Утверждается, что движение жидкости в случае круговой прецессии не зависит от времени в специально выбранной неинерциальной системе отсчета.

В рамках плоской модели вращающегося ротора, частично заполненного вязкой несжимаемой жидкостью, удается показать, что на границе области устойчивости режима стационарного вращения возникает возмущенное движение в виде круговой прецессии. При этом частота прецессии близка к частоте вращения ротора, если внешнее демпфирование достаточно мало. Предложенный метод исследования устойчивости был успешно применен при решении ряда задач об устойчивости роторных систем, содержащих жидкость.

Во второй главе излагается оригинальный метод исследования устойчивости стационарного вращения ротора, частично заполненного вязкой несжимаемой жидкостью, ось вращения которого расположена в осесимметричных вязкоупругих закреплениях.

В первом параграфе сформулирована постановка задачи об устойчивости стационарного вращения роторной системы с жидкостью.

Пусть цилиндрический ротор радиуса a совершает стационарное вращение вокруг своей оси (совпадающей с осью Oz неподвижной прямоугольной системы координат $Oxyz$), которая находится в вязкоупругом осесимметричном закреплении. Вязкая несжимаемая жидкость, частично заполняющая цилиндр, при стационарном вращении расположена в слое постоянной толщины h на боковой поверхности цилиндра и вращается вместе с ним как твердое тело. Ограничимся рассмотрением задачи об устойчивости в линейном приближении и в рамках плоской модели, т.е. в предположении, что точки цилиндра могут перемещаться лишь параллельно плоскости Oxy , а поле скоростей жидкости имеет лишь x, y - компоненты, которые так же, как и давление жидкости, не зависят от z . Система линеаризованных уравнений плоской модели и граничных условий к ним, используемая в данной работе, содержит:

1) уравнения поступательного движения ротора параллельно плоскости Oxy , линеаризованные вблизи его состояния при стационарном вращении:

$$\begin{cases} M\ddot{x}_0 + H\dot{x}_0 + Kx_0 = F_x \\ M\ddot{y}_0 + H\dot{y}_0 + Ky_0 = F_y, \end{cases} \quad (1)$$

где x_0, y_0 — координаты точки пересечения оси цилиндра с плоскостью Oxy ; F_x, F_y — компоненты силы, с которой жидкость действует на единицу длины цилиндра; M — масса единицы длины цилиндра; H, K — коэффициенты демпфирования и жесткости закрепления оси цилиндра, деленные на его длину.

2) условие постоянства угловой скорости вращения цилиндра вокруг оси Oz :
 $\Omega = \text{const}$.

3) уравнения движения вязкой несжимаемой жидкости в плоскости Oxy ; линеаризованные вблизи стационарного квазитвердого вращения жидкости вокруг оси Oz :

$$\frac{\partial v_j}{\partial t} + v_k^0 \frac{\partial}{\partial x_k} v_j + v_\gamma \frac{\partial}{\partial x_\gamma} v_j^0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x_j} + \nu \Delta v_j, j, k = \overline{1, 3} \quad (2)$$

$$\frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0; v_1^0 = -\Omega x_2; v_2^0 = \Omega x_1; \quad (3)$$

Здесь v_j, p' – компоненты поля скоростей и давление жидкости соответственно; ρ – плотность; ν – кинематическая вязкость жидкости.

4) условие прилипания жидкости к поверхности цилиндра, условие непрерывности напряжений и кинематическое условие на свободной поверхности жидкости, перенесенные в линейном приближении по отклонениям от состояния стационарного вращения на поверхности $x^2 + y^2 = a^2$ и $x^2 + y^2 = (a - h)^2$ соответственно:

$$v_1 = x_1^0 + \Omega x_2; v_2 = x_2^0 + \Omega x_1,$$

$$x_1^2 + x_2^2 = a^2; \sigma'_{ik} = -p' \delta_{ik} + \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \right),$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \Omega \left(-x_2 \frac{\partial}{\partial x_1} + x_1 \frac{\partial}{\partial x_2} \right) s = v_j n_j^0; x_1^2 + x_2^2 = b^2; \quad (4)$$

5) формулы, определяющие F_x, F_y через отклонения давления и компонент поля скоростей жидкости от соответствующих величин при стационарном квазитвердом вращении:

$$F_j = - \int \sigma'_{ik} n_k dl + \rho \frac{\Omega^2 a^2}{2} x_j^0; x_1^2 + x_2^2 = a^2. \quad (5)$$

Задача об устойчивости стационарного вращения осесимметричного ротора с цилиндрической полостью, частично заполненной вязкой несжимаемой жидкостью, в линейном приближении по отклонениям от невозмущенного движения сводится к системе уравнений, которая допускает частные решения, пропорциональные $e^{\lambda t}$, где λ – характеристическое число. В данной работе режим стационарного вращения будем считать устойчивым,

если $Re\lambda < 0$ для всех λ . Если хотя бы один характеристический корень имеет положительную действительную часть, то будем считать движение неустойчивым. Учитывая то, что характеристические числа непрерывно зависят от параметров задачи, изменения степени неустойчивости должно происходить в момент, когда $Re\lambda = 0$, то есть когда существуют чисто мнимые $\lambda = \pm i\omega$.

Во втором параграфе приведены две теоремы, полученные Н. В. Дерендяевым совместно с учениками, на которые опирается оригинальный метод исследования устойчивости роторных систем с жидкостью.

Теорема 1: Мнимые значения λ существуют тогда и только тогда, когда система уравнений, описывающая движение роторной системы с жидкостью, допускает частное решение, описывающее круговую прецессию.

Опираясь на эту теорему, можно сделать вывод о том, что значения параметров задачи, при которых происходит изменение степени неустойчивости системы, могут быть найдены из условий осуществимости круговой прецессии ротора с жидкостью.

Вторая теорема в рамках данного метода позволяет выбрать специальную систему отсчета, в которой движение жидкости не зависит от времени в случае круговой прецессии ротора.

Теорема 2: В случае круговой прецессии ротора движение жидкости в специально выбранной системе отсчета $O\xi\eta$, жестко связанной с линией центров OO_1 , не зависит от времени (см. рис. 1). Здесь O_1 - центр прецессии, а O - центр сечения цилиндра, ε - радиус прецессии.

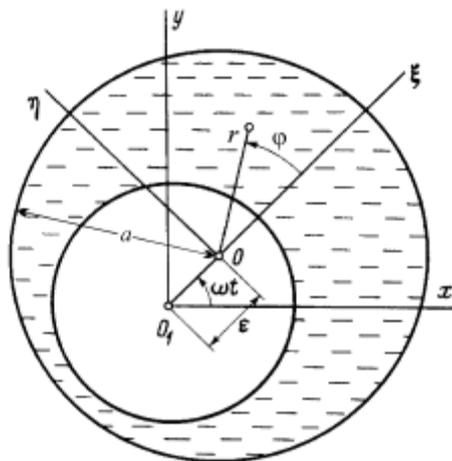


Рис. 1

Следуя теоремам 1 и 2, вначале будет решена гидродинамическая задача о стационарном движении жидкости в специальной прецессирующей системе отсчета. Решив эту задачу, удастся найти силы, с которыми жидкость действует на ротор, который совершает круговую прецессию. После этого, подставив выражения для гидродинамических сил в правую часть уравнения движения ротора, удастся найти значения параметров закрепления оси цилиндра, при которых возможна круговая прецессия. В силу теоремы 1, эти значения являются бифуркационными – они отвечают изменению степени неустойчивости системы, то есть принадлежат границе областей с разной степенью неустойчивости в плоскости параметров задачи. Таким образом, в плоскости параметров можно построить бифуркационную кривую.

В третьем параграфе вычисляется гидродинамическая сила, действующая на вращающийся ротор.

Введем неинерциальную систему отсчета $O\xi\eta$. Эта система поступательно движется по окружности радиуса ε со скоростью $\omega\varepsilon$ и вращается вокруг оси цилиндра с угловой скоростью ω . В новом пространстве отсчета введем полярную систему координат r, φ с центром в точке O . Запишем компоненты поля сил инерции в новой системе координат (сила на частицу единичной массы):

$$\begin{aligned} f_r &= \omega^2 r + 2\omega v + \omega^2 \varepsilon \cos\varphi, \\ f_\varphi &= -2\omega u - \omega^2 \varepsilon \sin\varphi, \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь u, v – радиальная и азимутальная компоненты скорости частицы в системе отсчета $O\xi\eta$.

Согласно теореме 2, в случае круговой прецессии с малым радиусом движение жидкости относительно системы отсчета $O\xi\eta$ не зависит от времени. Далее, в данной системе отсчета записываются уравнения установившегося движения жидкости, а также граничные условия, линеаризованные вблизи стационарного квазитвердого вращения жидкости вокруг оси цилиндра, ($u = 0, v = \omega_0 r$).

Уравнения движения жидкости и граничные условия содержат лишь следующие размерные параметры: $\omega_0, \Omega, v, a, a - h, \varepsilon$, причем эти пять параметров образуют лишь три независимые безразмерные комбинации: $\frac{\omega}{\Omega}, \frac{a-h}{a}, \frac{v}{\Omega a^2}$, которые являются критериями подобия в рассматриваемой задаче.

Интегрируя напряжения, приложенные к внутренней поверхности цилиндра, получим выражения для компонент гидродинамической силы, действующей на цилиндр, которые в приближении $\omega \rightarrow \Omega$ имеют следующий вид:

$$F_{\xi} = \pi\rho\Omega^2 a^2 \varepsilon,$$

$$F_{\eta} = \frac{8\pi\mu\eta\omega_0(\delta^4 + 1)}{\delta^4 - 1 - 2(\delta^4 + 1)\ln\delta}, \delta = \frac{b}{a}. \quad (7)$$

Зависимость силы от отношения частот $\frac{\omega}{\Omega}$ имеет ярко выраженный резонансный характер, что вызвано резонансным возбуждением волн, распространяющихся по свободной поверхности вращающейся жидкости.

В четвертом параграфе выполнено построение области устойчивости режима стационарного вращения ротора в плоскости параметров осесимметричных закреплений оси цилиндра.

Подставив полученные выражения для гидродинамических сил в уравнения движения цилиндра, получим конечные соотношения, связывающие $\tau = \frac{\omega}{\Omega}$ и параметры задачи в случае круговой прецессии:

$$K^* - \frac{M}{m}\tau^2 = F_{\xi}^*\tau^2, H^*\tau = F_{\eta}^*\tau^2, K^* = \frac{K}{m\Omega^2}, H^* = \frac{H}{m\Omega}, \quad (8)$$

$$F_{\xi}^* = \frac{F_{\xi}}{F_0}, F_{\eta}^* = \frac{F_{\eta}}{F_0}, F_0 = m\omega^2 \varepsilon,$$

где K^*, H^* - безразмерные коэффициенты жесткости и демпфирования закреплений оси цилиндра.

Приведенные соотношения (8) параметрически задают кривую в плоскости K^*, H^* (с параметром τ вдоль кривой) при фиксированных значениях прочих параметров системы. Эта кривая, в соответствии со сказанным выше, разбивает плоскость параметров закреплений оси цилиндра на области с различной степенью неустойчивости. Следуя Ю. И. Неймарку, назовем ее D – кривой.

На рис. 2 приведено разбиение плоскости K^*, H^* , осуществляемое D – кривой, в случае $\delta = 0.9, \frac{\nu}{\Omega a^2} = 10^{-6}, \frac{M}{m} = 1.68$. Стрелкой вдоль кривой указано направление возрастания параметра τ , который изменяется в пределах $(-\infty, +\infty)$. На регулярной ветви D – кривой каждому значению τ соответствует одна

точка кривой. На D – кривую нанесена штриховка в соответствии с введенными правилами.

Область устойчивости всегда должна содержать точку, соответствующую достаточно большим положительным значениям коэффициента демпфирования. Исходя из этого, на рис. 2 указана область с нулевой степенью неустойчивости $D_1(0)$. Указаны также области $D(n)$ со степенью неустойчивости n .

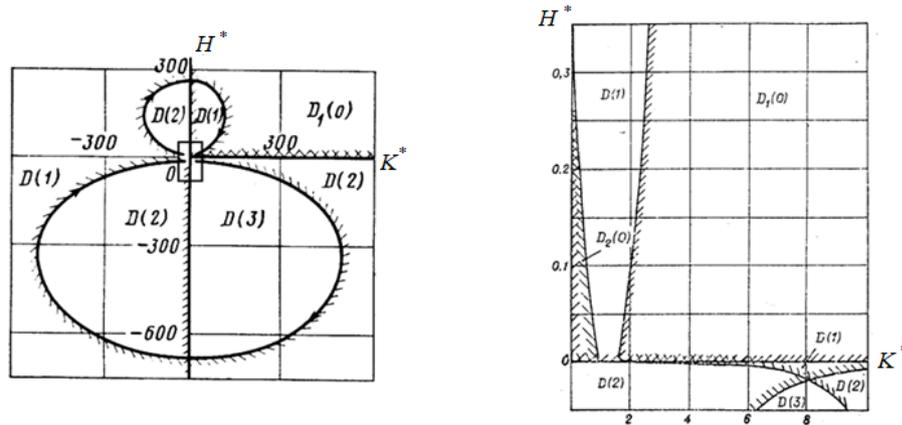


Рис. 2

При сопоставлении бифуркационных кривых, полученных для случая анизотропных закреплений (см. главу 4), с результатами для изотропного случая удобно воспользоваться прорисовкой бифуркационной кривой, изображенной на рис. 2. Эта прорисовка показана на рис. 3.

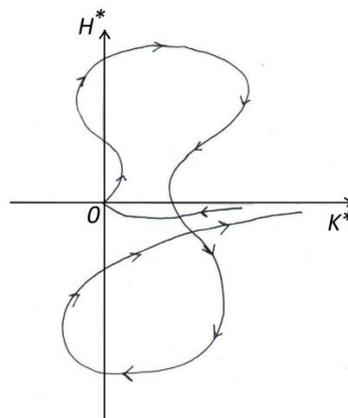


Рис. 3

В третьей главе выполнено обобщение оригинального метода, изложенного во второй главе, на случай анизотропных закреплений оси

ротора, получены аналитические выражения для бифуркационных значений параметров анизотропных закреплений.

В первом параграфе сформулирована теорема (опубликована в ДАН в 2018 г.), пользуясь которой, удастся связать устойчивость вращения роторной системы в случае анизотропных закреплений оси и возможность осуществимости движения типа эллиптической прецессии.

Теорема 3: Мнимые значения $\lambda = \pm i\omega$ существуют тогда и только тогда, когда возможно возмущенное движение типа эллиптической прецессии, в котором точка O (центр сечения цилиндра) описывает эллипс на частоте ω (или $-\omega$), а гидродинамические элементы периодически изменяются во времени в системе $O_1x_1x_2$.

Во втором параграфе приводится еще одна теорема (опубликована в ДАН в 2018 г.), которая позволяет представить решение для случая эллиптической прецессии в виде суперпозиции двух решений для круговой прецессии в специально выбранной системе отсчета.

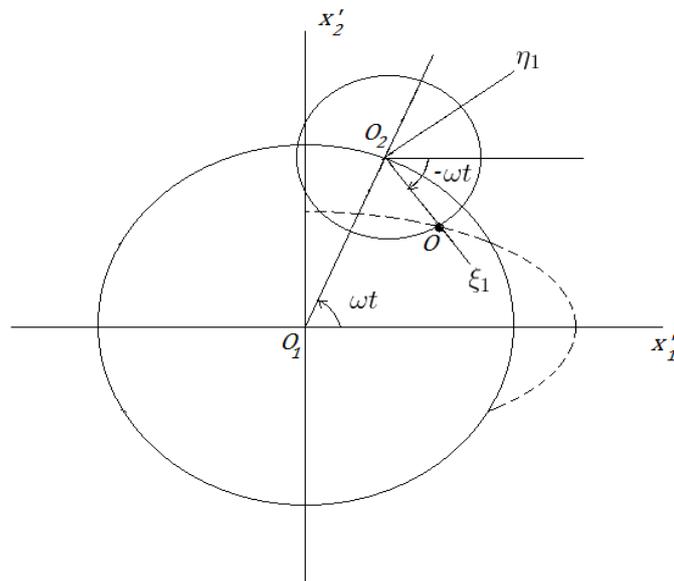


Рис. 4

Введем неинерциальную систему отсчета $O_2\xi_1\eta_1$, а в ней полярные координаты r, φ с полюсом O_2 и отсчетом угла φ от оси $O_2\xi_1$. Данная система показана на рис. 4.

Точка O - центр поперечного сечения цилиндрической полости ротора, описывает эллипс в системе $O_1x_1x_2$ на частоте ω . Оси системы $O_1x'_1x'_2$ направлены по главным осям эллипса и, вообще говоря, повернуты

относительно осей системы $O_1x_1x_2$ на некоторый угол α . Движение точки O по эллипсу в системе $O_1x'_1x'_2$ можно представить как движение точки O с частотой $-\omega$ по эпициклу радиусу $\varepsilon_1 = |OO_2|$, где O_2 – центр эпицикла, который описывает на частоте ω цикл радиуса $\varepsilon_2 = |O_1O_2|$ вокруг точки O_1 . Ось $O_2\xi_1$ проходит через точку O , а ось $O_2\eta_1$ перпендикулярна ей.

Теорема 4: Решение гидродинамической задачи в системе отсчета $O_2\xi_1\eta_1$ в случае эллиптической прецессии представляет собой суперпозицию решений для двух круговых прецессий.

Решение гидродинамической задачи в системе $O_2\xi_1\eta_1$, опираясь на изложенную выше теорему 4, записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} u(r, \varphi, t) &= U(r, \varphi - 2\omega t, \omega, \varepsilon_2) + U(r, \varphi, -\omega, \varepsilon_1), \\ v(r, \varphi, t) &= V(r, \varphi - 2\omega t, \omega, \varepsilon_2) + V(r, \varphi, -\omega, \varepsilon_1), \\ p'(r, \varphi, t) &= P(r, \varphi - 2\omega t, \omega, \varepsilon_2) + P(r, \varphi, -\omega, \varepsilon_1), \\ s(r, \varphi, t) &= S(\varphi - 2\omega t, \omega, \varepsilon_2) + S(\varphi, -\omega, \varepsilon_1), \end{aligned} \quad (9)$$

где $u = U(r, \varphi, \omega, \varepsilon), v = V(r, \varphi, \omega, \varepsilon), p' = P(r, \varphi, \omega, \varepsilon), s = S(\varphi, \omega, \varepsilon)$ – решение гидродинамической задачи (поля скоростей и давлений, а также форма свободной поверхности жидкости), полученные для случая изотропных закреплений оси ротора в системе отсчета $O\xi\eta$ (записанные в полярных координатах r, φ в системе $O\xi\eta$).

В третьем параграфе вычисляются гидродинамические силы, действующие на цилиндр в случае эллиптической прецессии и приводится система для бифуркационных значений параметров в этом случае.

Подставляя выражения для гидродинамических сил в случае эллиптической прецессии в уравнения движения ротора (в системе $O_1x'_1x'_2$), а также, приняв в них $x'_1O = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\cos\omega t$, $x'_2O = (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\sin\omega t$, получим конечную систему уравнений для бифуркационных значений параметров, то есть для таких значений, которые отвечают изменению степени неустойчивости системы. Было решено рассмотреть далее два наиболее показательных случая: анизотропной является только жесткость закреплений оси ротора, или же, наоборот, анизотропным является только демпфирование закреплений оси.

$$\begin{cases} -M\omega^2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = F_{\xi}(\omega, \varepsilon_2) + F_{\xi}(-\omega, \varepsilon_1) - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)K^{(1)} + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\frac{\omega}{2}\sin 2\alpha(H_1 - H_2), \\ -M\omega^2(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) = F_{\xi}(\omega, \varepsilon_2) - F_{\xi}(-\omega, \varepsilon_1) - (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)K^{(2)} - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\frac{\omega}{2}\sin 2\alpha(H_1 - H_2), \\ F_{\eta}(-\omega, \varepsilon_1) - F_{\eta}(\omega, \varepsilon_2) + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\frac{(K_1 - K_2)}{2}\sin 2\alpha + \omega(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)H^{(1)} = 0, \\ F_{\eta}(\omega, \varepsilon_2) + F_{\eta}(-\omega, \varepsilon_1) + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\frac{(K_1 - K_2)}{2}\sin 2\alpha - \omega(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)H^{(2)} = 0, \end{cases} \quad (10)$$

где $K^{(1)} = K_1 \cos^2 \alpha + K_2 \sin^2 \alpha$; $K^{(2)} = K_1 \sin^2 \alpha + K_2 \cos^2 \alpha$; $H^{(1)} = H_1 \cos^2 \alpha + H_2 \sin^2 \alpha$; $H^{(2)} = H_1 \sin^2 \alpha + H_2 \cos^2 \alpha$.

В четвертой главе произведено построение границ областей устойчивости для случая, когда жесткость закреплений анизотропна, а демпфирование изотропно. Произведено сопоставление полученных результатов с известными результатами для случая изотропных закреплений оси ротора. После этого исследован обратный вариант – анизотропное демпфирование закреплений при изотропной жесткости.

В первом параграфе выполнено преобразование системы для бифуркационных значений параметров для случая анизотропной жесткости.

Положим в системе, полученной в первом параграфе, $H_1 = H_2 = H$. Обезразмерим данную систему, введя новые параметры закреплений $K_1^* = \frac{K_1}{m\Omega^2}$, $K_2^* = \frac{K_2}{m\Omega^2}$. Используя данную систему, легко получить выражения для переменных $K_1^*(\tau)$, $K_2^*(\tau)$:

Эти формулы параметрически определяют D – кривую в плоскости параметров жесткости закреплений при фиксированных значениях прочих параметров системы.

Во втором параграфе произведено построение границ областей устойчивости системы для описанного выше случая. Исследована зависимость разбиения плоскости параметров жесткости от значений прочих параметров системы, выполнено сопоставление полученных результатов с осесимметричным случаем.

Опираясь на выражения для коэффициентов жесткости, полученных в предыдущем параграфе, на плоскости параметров K_1^*, K_2^* можно построить бифуркационную кривую, заданную параметрически (параметр τ), фиксируя при этом значения H^* и прочие параметры системы.

Обратимся к бифуркационной кривой, полученной для случая изотропных закреплений оси ротора. При различных значениях H^* мы

получаем соответствующее значение (или значения) K^* . Этим значениям отвечает точка на биссектрисе координатного угла на плоскости K_1^*, K_2^* . ($K_1^* = K_2^*$ в изотропном случае). Таким образом, в изотропном случае мы имеем разбиение биссектрисы координатного угла на части, отвечающие различным степеням неустойчивости. При введении в систему анизотропии жесткости происходит «расползание» области устойчивости с биссектрисы координатного угла. Поведение бифуркационной кривой в окрестностях точек ветвления на биссектрисе координатного угла представляет собой отдельный вопрос, который был рассмотрен в работе [6].

На рис. 5 показано разбиение плоскости параметров жесткости для различных значений H^* : $H^* = \frac{H}{m\Omega} = 0.17$ и $H^* = \frac{H}{m\Omega} = 1.6$ соответственно. Прочие параметры системы зафиксированы: $E = \frac{\nu}{\Omega a^2} = 10^{-5}$; $\frac{b}{a} = 0.5$; $\frac{M}{m} = 1.68$.

Красным цветом отмечена та часть биссектрисы координатного угла, которая отвечает области устойчивости. В случае введения анизотропии эта часть биссектрисы «расползается», что отмечено на части рисунка, отвечающей разбиению плоскости K_1^*, K_2^* . Из этих рисунков видно, что наличие анизотропной жесткости в системе не приводит к негативным эффектам. Напротив, учитывая то, что никакая реальная конструкция закреплений не дает абсолютно изотропной жесткости, можно получить допустимые значения отклонений жесткости по осям, которые не приводят к потере устойчивости вращения.

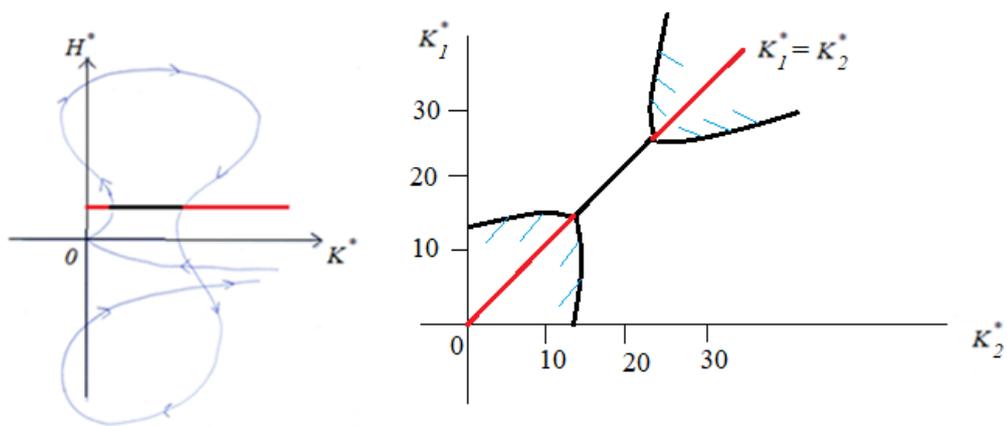


Рис. 5

В третьем параграфе выполнено преобразование системы для бифуркационных значений параметров для случая анизотропного демпфирования.

Положим в системе, полученной в первом параграфе, $K_1 = K_2 = K$. Аналогично предыдущему, в этом случае можно получить систему для выражений для $H_1^* = \frac{H_1}{m\Omega}$ и $H_2^* = \frac{H_2}{m\Omega}$ как функций безразмерной частоты прецессии ротора:

Во четвертом параграфе выполнено построение границ областей устойчивости для случая, когда закрепления имеют анизотропную жесткость. Исследуется соответствие данного результата с D – кривой, полученной в случае изотропных закреплений.

Аналогично предыдущей главе, в изотропном случае мы имеем разбиение части биссектрисы координатного угла на части, отвечающие различным степеням неустойчивости. В случае введения в систему анизотропного демпфирования происходит «расползание» области устойчивости с биссектрисы координатного угла аналогично тому, что было в предыдущем случае анизотропной жесткости закреплений оси ротора.

На рис. 6 показано разбиение плоскости параметров демпфирования закреплений для различных значений K^* : $K^* = \frac{K}{m\Omega^2} = 0.3$ и $K^* = \frac{K}{m\Omega^2} = 0.005$ соответственно. Прочие параметры системы не менялись (см. первый параграф данной главы).

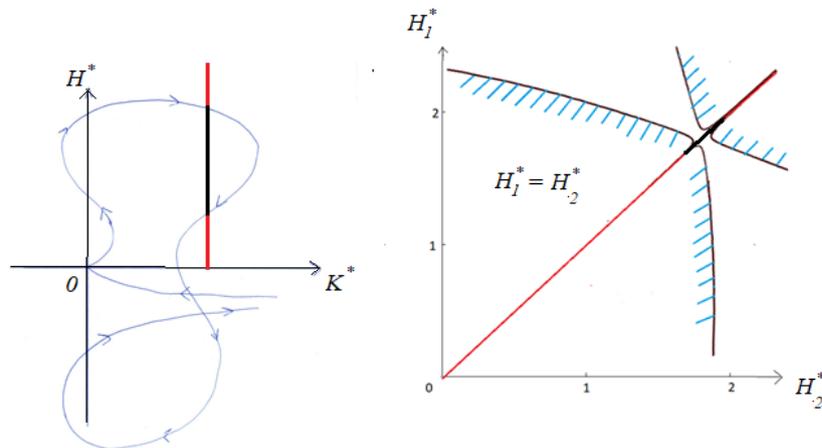


Рис. 6

В заключении сформулированы основные результаты, полученные в диссертации.

В работе представлены:

- 1) Метод исследования устойчивости стационарного вращения роторных систем, содержащих вязкую несжимаемую жидкость, для случая изотропных

закреплений оси ротора и в предположении постоянства абсолютной угловой скорости вращения ротора;

2) Обобщение оригинального метода из 1) на случай анизотропных закреплений оси ротора, численно-аналитический подход к построению границ областей устойчивости роторной системы для этого случая;

3) Результаты построения границ областей устойчивости стационарного вращения роторной системы, содержащей вязкую несжимаемую жидкость, в случае анизотропной жесткости закреплений оси ротора;

4) Результаты построения границ областей устойчивости стационарного вращения роторной системы, содержащей вязкую несжимаемую жидкость, в случае анизотропного демпфирования в закреплениях оси ротора;

Полученные в диссертации результаты позволяют дать рекомендации по выбору конструктивных параметров и режимов эксплуатации роторных систем с жидкостью, обеспечивающих нормальную работу таких систем. Используемая в диссертации методика может быть применена при разработке роторных систем с анизотропией закреплений оси вращения.

Основные результаты и защищаемые положения диссертации опубликованы в следующих работах:

Публикации в изданиях из Перечня рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук

1. Дерендяев Н.В., Дерендяев Д.Н. Устойчивость стационарного вращения роторных систем с жидкостью в случае анизотропных закреплений оси ротора // Доклады РАН. – 2018, т. 480, № 1 (Derendyaev N. V., Derendyaev D. N. Stability of steady rotation of rotor systems with fluid in the case of anisotropic fastening of the rotor axis// Doklady Physics. – 2018, vol. 63, № 7)
2. Дерендяев Д.Н., Дерендяев Н.В. Исследование устойчивости стационарного вращения роторной системы с жидкостью, ось которой расположена в анизотропных закреплениях// Проблемы прочности и пластичности. 2021. Т. 83. №3. С. 324-334.
3. Дерендяев Д.Н., Дерендяев Н.В. Построение границ областей устойчивости режима стационарного вращения роторной системы с жидкостью, ось которой расположена в анизотропных закреплениях// Проблемы прочности и пластичности. 2021. Т. 83. №3. С. 335- 343.

Другие публикации

4. Дерендяев Н. В., Дерендяев Д. Н. Роторные системы с полостями, содержащими жидкость; изучение устойчивости вращения // Труды X Всероссийской научной конференции им. Ю. И. Неймарка «Нелинейные колебания механических систем». – Под редакцией Д.В. Баландина, В.И. Ерофеева, И. С. Павлова. Нижний Новгород: Издательский дом «Наш дом», 2016. – 867 с.
5. Дерендяев Н.В., Дерендяев Д.Н. Исследование устойчивости стационарного вращения роторных систем с жидкостью// Труды Международной научной конференции «Фундаментальные и прикладные задачи механики». – Москва: изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2017. – 222 с.
6. Дерендяев Д.Н., Дерендяев Н.В. О влиянии анизотропии демпфирования в закреплениях оси на устойчивость режима стационарного вращения ротора с жидкостью// Труды Всероссийской конференции молодых ученых – механиков. – Москва: изд-во Московского университета, 2018 – 172 с.
7. Дерендяев Д. Н. Способ построения границ областей устойчивости режима стационарного вращения ротора, содержащего жидкость// Тезисы докладов VII международного научного семинара «Динамическое деформирование и контактное взаимодействие тонкостенных конструкций при воздействии полей различной физической природы». – Москва: ТРП, 2018. – 148 с.
8. Дерендяев Н. В., Дерендяев Д. Н. Разветвление границ областей устойчивости режима стационарного вращения ротора с жидкостью, вызванное анизотропией закрепления его оси.// XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Аннотации докладов – Уфа, РИЦ БашГУ, 2019. – 356 с.

Подписано в печать 28.04.2022 г. Формат 60×84 1/16.

Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 1. Заказ № . Тираж 100 экз.

Отпечатано с готового оригинал-макета в отделе дизайна и цифровой печати

РИУ ННГУ им. Н.И.Лобачевского

603000, г. Нижний Новгород, ул. Б. Покровская, 37