

На правах рукописи

Мингалев Олег Викторович

**ОПИСАНИЕ КРУПНОМАСШТАБНЫХ  
ПРОЦЕССОВ В БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ  
КОСМИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЕ И  
ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ТОНКИХ ТОКОВЫХ СЛОЕВ**

Специальность 01.03.03 — Физика Солнца

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
доктора физико–математических наук

Апатиты — 2022

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном научном учреждении Полярном геофизическом институте

**Официальные оппоненты:**

Защита диссертации состоится " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 2022 года в 11 часов на заседании диссертационного совета Д 002.113.03 при Институте космических исследований РАН по адресу: 117997, Москва, ул. Профсоюзная, д. 84/32.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института космических исследований РАН и на сайте <http://www.iki.rssi.ru/diss/index.htm>

Автореферат разослан " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 2022 г.

Ученый секретарь диссертационного совета  
кандидат физико-математических наук



О. Ю. Цупко

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Диссертация посвящена изучению тонких токовых слоев в магнитосфере Земли и в солнечном ветре, а также выводу систем уравнений, которые позволяют разрабатывать экономичные численные модели крупномасштабных медленно изменяющихся структур в околоземной космической плазме ионосферы, магнитосферы и солнечного ветра.

### **Актуальность проблемы и характер результатов**

Важными задачами физики магнитосферы Земли и солнечного ветра является изучение крупномасштабных медленно изменяющихся магнитоплазменных структур в магнитосфере и в ближней гелиосфере. В этих структурах, как правило, имеются токовые системы и тонкие токовые слои (далее ТТС), чьи толщины сравнимы с характерными тепловыми гирорадиусами протонов на границах слоя.

Тонкие токовые слои часто возникают в солнечном ветре на границе неоднородных структур, которые образуются в результате корональных выбросов массы или потоков из корональных дыр. Примерами ТТС являются гелиосферный токовый слой (ГТС), головная ударная волна, магнитопауза, токовый слой хвоста магнитосферы Земли. Также ТТС обнаружены в магнитосферах других планет солнечной системы: Юпитера, Меркурия и в малых магнитосферах Марса и Венеры.

Важными и до конца не решенными вопросами физики магнитосферы Земли является формирование тонкого токового слоя в ближнем хвосте во время фазы накопления суббури и его последующий взрывной распад. Устойчивость и сценарий распада ТТС во многом зависит от его конфигурации перед распадом. Экспериментальные данные и результаты моделирования показывают, что возможны различные квазистационарные конфигурации данного ТТС.

Также в последние годы в хвосте магнитосферы Земли и в хвосте магнитосферы Марса были обнаружены сверхтонкие токовые слои (СТТС), вложенные в более толстые ионные ТТС. Толщина этих СТТС сравнима с тепловыми гирорадиусами электронов на границах слоя, которые на порядок меньше, чем характерные тепловые гирорадиусы протонов на границах слоя. Такие СТТС образуются встречными пото-

ками электронов. В ТТС ближнего хвоста магнитосферы Земли было установлено наличие популяции более горячих "пролетных" электронов дополнительно к их основной фоновой популяции. Относительная доля пролетной популяции составляла порядка 20–30% на краях слоя.

Кроме того, важную роль в физике магнитосферы играет магнитопауза, которая разделяет более плотную и холодную плазму переходного слоя от более разреженной и горячей плазмы магнитосферы. При переходе через этот ТТС происходит резкое изменение как магнитного поля, так и параметров плазмы, а также потенциала электрического поля. Внутри магнитопаузы присутствуют сильные электростатические эффекты, которые создают значительное электрическое поле.

В силу изложенных обстоятельств изучение ТТС и их численное моделирование сохраняет актуальность в последние десятилетия.

Имеющиеся экспериментальные данные для гелиосферы и магнитосферы недостаточно полны для того, чтобы по ним можно было восстановить общую картину существующих в этих областях крупномасштабных магнитоплазменных структур. Поэтому численное моделирование является незаменимым инструментом для изучения указанных структур, и создание экономичных численных моделей, позволяющих физически корректно моделировать крупномасштабные медленные процессы в околоземной космической плазме с учетом ионных кинетических эффектов, является актуальной задачей.

Полное описание процессов в бесстолкновительной космической плазме дает система уравнений Власова–Максвелла. Корректное описание достаточно медленных процессов дает ее безызлучательной (магнитоиндукционный) предел — система уравнений Власова–Дарвина, которая получается в результате отбрасывания соленоидальной части тока смещения, что соответствует переходу к мгновенному дальнему действию. Система уравнений для полей в системе Власова–Дарвина может быть преобразована к системе уравнений эллиптического типа, в которых исключены частные производные по времени.

Однако с помощью систем Власова–Максвелла и Власова–Дарвина невозможно построить физически корректные и достаточно экономич-

ные численные модели крупномасштабных медленных процессов в околоземной космической плазме. Доступные вычислительные ресурсы позволяют строить корректные модели указанных процессов в случае, когда размерность этих моделей по пространству 2 или 3, только с относительно небольшим размером области моделирования. Это обусловлено следующими причинами.

В актуальных задачах отношение размера области моделирования  $L_{mod}$  к характерной величине дебаевского расстояния электронов  $\lambda_{De}$  имеет порядок  $10^8 - 10^9$  и выше. Характерный пространственный масштаб изменения крупномасштабных полей  $L_f$  либо сравним, либо на порядок больше максимального кинетического пространственного масштаба, равного характерному тепловому гирорадиусу протонов  $R_{cp}$ , который в околоземной космической плазме солнечного ветра, магнитосферы и F-слоя ионосферы на три и более порядков превосходит минимальный кинетический пространственный масштаб — дебаевское расстояние электронов  $\lambda_{De}$ .

Время  $\Theta_{mod}$ , на которое нужно рассчитывать эволюцию модельной системы, обычно составляет по порядку не менее  $10^4$  характерных гиропериодов протонов  $\theta_{cp}$ , который, в свою очередь, на три и более порядков превосходит характерный период плазменных колебаний электронов  $\theta_{pe}$ . Также характерное время изменения крупномасштабных полей  $\Theta_f$  обычно либо на порядок больше, либо одного порядка по сравнению с характерным гиропериодом протонов  $\theta_{cp}$ .

Таким образом, для рассматриваемых задач верны оценки

$$L_{mod} \gtrsim 10^8 \lambda_{De}, \quad L_f \gtrsim R_{cp} \gtrsim 10^3 \lambda_{De}, \quad \Theta_{mod} \gtrsim 10^8 \theta_{pe}, \quad \Theta_f \gtrsim 10^4 \theta_{pe}. \quad (1)$$

При создании моделей рассматриваемых крупномасштабных процессов оптимальным является такой шаг пространственной сетки  $\Delta x$ , который позволяет с нужной точностью отслеживать изменение полей, но при этом является максимально большим, чтобы область моделирования имела как можно больший размер при ограниченных вычислительных ресурсах. То есть желательно выполнение условия

$$\Delta x \sim 0.1 L_f \gtrsim 100 \lambda_{De}, \quad (2)$$

которое позволяют считать плазму квазинейтральной. При этом необходимо правильно рассчитывать осредненное по плазменным колебаниям крупномасштабное электрическое поле, возникающее за счет относительно малого разделения заряда на масштабах, много меньших чем шаг пространственной сетки.

Имеется две группы методов численного решения систем уравнений Власова–Максвелла и Власова–Дарвина: сеточные методы и варианты метода крупных частиц.

Сеточные методы по сравнению с методом крупных частиц позволяют получить лучшую точность, но требуют на порядки большего расхода вычислительных ресурсов на одну ячейку пространственной сетки, а также намного менее адаптивны. Поэтому для моделирования крупномасштабных задач в космической плазме применяются модели на основе метода крупных частиц.

Для физически корректного численного моделирования в рамках системы уравнений Власова–Максвелла нужно выполнить четыре следующих условия:

- 1) условие Куранта  $V_h = (\Delta x / \Delta t) > c$ , где  $c$  — скорость света в вакууме, которое требует очень мелкого шага по времени,
- а также три условия аппроксимации дебаевской экранировки, то есть
- 2) иметь в модели реальный размер ячейки Дебая  $\lambda_{De}^{mod} = \lambda_{De}$ ;
- 3) иметь сравнимый с  $\lambda_{De}^{mod}$  шаг пространственной сетки  $\Delta x \sim \lambda_{De}^{mod}$ ;
- 4) в случае использования метода частиц нужно иметь достаточно большое число модельных частиц в дебаевской ячейке  $N_D^{mod} \gtrsim 1000$ .

В околоземной космической плазме число частиц в дебаевской ячейке на много порядков больше:  $N_D \gtrsim 10^{10} - 10^{12}$ , а относительное отклонение от электронейтральности имеет порядок  $|n_e - n_i| / n_i \lesssim 10^{-6}$  (где  $n_e$  и  $n_i$  — концентрации электронов и ионов).

Отметим, что из условий 2) и 3) вытекает, что для корректности модели шаг пространственной сетки должен удовлетворять оценке

$$\Delta x \sim \lambda_{De}. \quad (3)$$

Также из условий 2), 3) и 4) следует, что для корректной модели крупномасштабной пространственно 3-мерной задачи с размером области мо-

делирования  $L_{mod} \gtrsim 10^8 \lambda_{De}$  потребуется очень большое число модельных частиц порядка

$$N_p^{mod} \sim \lambda_{De}^{mod} \left( \frac{L_{mod}}{\lambda_{De}} \right)^3 \gtrsim 10^{24}.$$

В настоящее время и в обозримой перспективе вычислительные ресурсы небольшого числа самых мощных современных суперкомпьютеров позволяют использовать пространственно 3-мерные (3D) кинетические модели с числом модельных частиц  $N_p^{mod} \sim 10^{12}$ , то есть число модельных дебаевских ячеек, которые можно аппроксимировать, определяется оценкой

$$N_{Dcell}^{mod} = \frac{N_p^{mod}}{N_D^{mod}} \sim \frac{10^{12}}{1000} = 10^9.$$

Тогда в пространственно 3-мерном (3D) случае для размера области моделирования получается оценка

$$L_{mod} \sim \lambda_{De} \left( N_{Dcell}^{mod} \right)^{1/3} \sim 10^3 \lambda_{De}.$$

Из этой оценки вытекает, что в настоящее время для моделей на основе метода частиц для системы Власова–Максвелла корректное численное моделирование плазмы с приемлемым воспроизведением отклонения от электронейтральности возможно только в относительно небольшой области пространства с размером порядка  $L_{mod} \sim 10^3 \lambda_{De}$ , что на 5–6 порядков меньше необходимого размера  $L_{mod} \sim (10^8 - 10^9) \lambda_{De}$ .

Существующие глобальные численные модели магнитосферы, в которых методом крупных численно частиц решается система уравнений Власова–Максвелла, не являются полностью корректными из-за использования следующих модельных упрощений.

В этих моделях применяется уменьшенное на порядок или более отношение заряда к массе для модельных электронов (тяжелые модельные электроны), а также с очень малое число модельных частиц каждого сорта в модельной дебаевской ячейке  $N_D^{mod} \sim 25 - 50$ . В результате для модельной плазмы дебаевское расстояние  $\lambda_{De}^{mod}$  получается на много порядков больше реального:  $\lambda_{De}^{mod} \gg \lambda_{De}$ . Также используется как минимум на порядок уменьшенная скорость света:  $c^{mod} \lesssim 0.1c$ , что

вносит сильное искажение в связь между полями в уравнениях Максвелла.

В рассматриваемых моделях очень хорошим уровнем относительного отклонения от электронейтральности считается

$$\frac{1}{n_i^{mod}} |n_e^{mod} - n_i^{mod}| \leq 0.1,$$

то есть в таких моделях плотность заряда завышена на несколько порядков. В результате в численной модели потенциальное электрическое поле, а значит и скорость электрического дрейфа  $\mathbf{v}_E = [\mathbf{E} \times \mathbf{B}] / B^2$ , завышены на не меньшее число порядков. Это приводит к неправильной динамике плазмы и делает численную модель нереалистичной.

Для моделей на основе системы уравнений Власова–Дарвина условие Куранта  $V_h = (\Delta x / \Delta t) > c$  снимается, что позволяет на несколько порядков увеличить шаг по времени в соответствии с оценкой  $V_h = (\Delta x / \Delta t) > V_{Te}$ , где  $V_{Te}$  — характерная тепловая скорость электронов. Однако условия аппроксимации дебаевской экранировки для этих моделей остаются в силе.

Таким образом, актуальной является задача получения системы уравнений для полей, которая должна решить следующие проблемы. Во-первых, необходимо на относительно грубой сетке с шагом, большим дебаевского расстояния электронов на два и более порядков, правильно рассчитывать крупномасштабное осредненное по плазменным колебаниям электрическое поле за счет относительно малого разделения заряда. То есть нужно освободиться от условия аппроксимации дебаевской экранировки. Во-вторых, нужно правильно рассчитывать соленоидальную часть электрического поля, возникающую за счет магнитоиндукционных эффектов, с помощью уравнений эллиптического типа без частных производных по времени аналогично тому, как это делается в моделях на основе системы Власова–Дарвина.

В первой части диссертации получена система уравнений, которая решает эту проблему для задач, в которых любая силовая линия магнитного поля в области моделирования пересекает границу этой области в двух точках, а параметры плазмы и поля неоднородны вдоль силовых

линий магнитного поля. Полученная система может быть использована для моделирования безызлучательной эволюции токового слоя с нормальной компонентой магнитного поля.

Вторая часть результатов диссертации посвящена применению полученной системы уравнений для моделирования стационарных тонких токовых слоев с нормальной компонентой магнитного поля и замагниченными электронами. Именно к такому типу относятся многие из наблюдаемых в космической плазме ТТС: ТС ближнего хвоста и ТС на флангах магнитопаузы магнитосферы Земли, ТТС в хвосте магнитосферы Юпитера, гелиосферный токовый слой.

Токовые слои с нормальной компонентой магнитного поля по своим свойствам принципиально отличаются от токовых слоев без нормальной компоненты магнитного поля, наиболее известным примером которых является решение Харриса. Следует отметить, что наиболее общее семейство стационарных точных решений системы уравнений Власова в форме пространственно одномерных токовых слоев без нормальной компоненты магнитного поля было получено в работах научной группы под руководством В. В. Кочаровского.

Развитие аналитических и численных моделей ТТС с нормальной компонентой магнитного поля, образованного встречными потоками горячих незамагниченных ионов, имеет длительную историю, в которую основной вклад внесли научные группы с участием И. И. Алексеева, А. П. Кропоткина, В. И. Домрина, Х. В. Маловой, М. И. Ситнова, Л. М. Зеленого, А. А. Петруковича, В. Ю. Попова, Е. Е. Григоренко, А. В. Артемьева, А. А. Быкова.

Наиболее совершенная аналитическая модель использует для описания ионов асимптотическое квазиадиабатическое приближение, условием применимости которого к данному сорту ионов является малость их параметра адиабатичности в центре ТС. С помощью этой модели хорошо исследованы в основном симметричные конфигурации ТС. Для симметричных конфигураций ТТС ближнего хвоста параметр адиабатичности протонов имеет типичные значения  $\kappa \approx 0.1 - 0.2$ , что находится вблизи границы применимости модели. Кроме того, аналитическая мо-

дель имеет ряд входных параметров, значения которых известны только в ряде простых случаев, например, в симметричных. Кроме того, нет строгих оценок точности асимптотических моделей.

Фактически аналитические и численные модели ТТС тесно связаны между собой и взаимно дополняют друг друга. Удобно отладить и проверить численную модель на симметричных решениях, которые также с хорошей точностью дает аналитическая модель. После этого можно использовать численную модель в задачах, которые лежат вне области применимости аналитической модели.

В последней версии численной модели ТТС, созданной группой А. А. Быкова, протоны описываются уравнением Власова, которое решается численно методом частиц, а вклад замагниченных электронов аналогично указанной выше аналитической модели описывается аналитически с помощью полужидкостного приближения. С помощью этой модели рассматривались также в основном симметричные конфигурации ТС. Эта модель имеет более широкую область применимости, но используемый в ней метод частиц не позволяет достаточно точно рассчитывать функцию распределения ионов.

Существующие модели ТТС с нормальной компонентой магнитного поля оставляют открытыми ряд важных вопросов, в частности, не позволяют интерпретировать часто наблюдаемые существенно несимметричные конфигурации ТТС, а также конфигурации с колоколообразным профилем сдвиговой компоненты магнитного поля, для которых параметр адиабатичности протонов лежит в пределах  $\kappa \approx 1 - 10$ , то есть вне области применимости приближенной аналитической модели. Кроме того, имеющиеся модели не позволяют с контролируемой точностью рассчитывать функцию распределения ионов и силовой баланс.

В диссертации описывается новая численная модель стационарного пространственно одномерного токового слоя с постоянной нормальной компонентой магнитного поля, которая, по сравнению с ранее созданными численными и аналитическими моделями ТТС, более точно описывает замагниченные электроны, имеет более широкую область применимости, а также имеет лучшие точность, быстродействие и адаптивность.

С помощью новой модели получен ряд важных результатов.

### **Цели и задачи данной работы**

Общей научной проблемой, на частичное решение которой направлена представленная работа, является создание численной самосогласованной модели ТТС, которая позволит выполнить моделирование ТТС ближнего и среднего хвоста магнитосферы Земли, причем как стационарных конфигураций, так медленной безызлучательной эволюции ТТС с достижением качественного и количественного соответствия данным измерений на спутниках. Эта проблема естественным образом разделяется на пять следующих отдельных задач, которые необходимо решать последовательно.

Первая задача заключается в выводе системы уравнений, которая бы позволила с наименьшим расходом вычислительных ресурсов физически корректно рассчитывать магнитное и электрическое поле и функции распределения каждой популяции частиц в области моделирования.

Вторая задача состоит в создании численной модели стационарного ТТС ближнего и среднего хвоста магнитосферы Земли на основе полученной системы уравнений и граничных условий.

Третьей задачей является получение с помощью этой модели достаточно большого набора стационарных конфигураций ТТС и их сравнение с данными измерений на спутниках. Эти конфигурации нужны в качестве начальных условий для моделирования возможного распада ТТС в процессе эволюции, а также для анализа их устойчивости.

Четвертая задача состоит в создании численной модели нестационарного ТТС ближнего и среднего хвоста магнитосферы Земли с помощью полученной при решении первой задачи системы уравнений и граничных условий.

Пятой задачей является моделирование различных сценариев эволюции ТТС с целью выяснить возможные механизмы его формирования и распада.

Диссертация посвящена решению первых трех из перечисленных задач. При этом в третьей задаче выделяются следующие три отдельных цели.

Во-первых, требуется исследовать зависимости стационарных конфигураций ТТС от параметров образующих его встречных потоков ионов и оценить область значений этих параметров, при которых образуется ТТС с профилями, качественно и количественно соответствующими профилям ТТС ближнего хвоста, полученным по данным измерений на космических аппаратах.

Во-вторых, необходимо изучить возможность образования ТТС ближнего хвоста магнитосферы Земли потоками ионов кислорода ионосферного происхождения.

В-третьих, нужно исследовать конфигурации ТТС при наличии сдвиговой (шировой) самосогласованной компоненты магнитного поля и их зависимость от наличия и величины внешней постоянной сдвиговой (шировой) компоненты магнитного поля. При этом желательно получить конфигураций ТТС с "колоколообразной" сдвиговой (шировой) компонентой магнитного поля, в которых величина магнитного поля и концентрация в ТТС примерно постоянны.

### **Методы исследования**

Используются несколько методов исследования: теоретические анализ с помощью математических выкладок и рассуждений, а также метод математического моделирования, который включает в себя следующие этапы: анализ численных методов, разработку алгоритмов и комплексов программ, численное моделирование тонких токовых слоев, а также анализ результатов численного моделирования и их сравнение с данными измерений. Используемая в диссертации численная модель реализована в виде комплексов программ на языке Fortran.

### **Научная новизна и практическая ценность**

**Первым результатом** является получение квазинейтрального предела системы уравнений Власова–Дарвина для задач, в которых, во-первых, в каждой точке области моделирования магнитное поле ненулевое, во-вторых, проходящая через точку силовая линия магнитного поля пересекает границу области моделирования в двух точках, и, в третьих, поля и параметры плазмы неоднородны вдоль линий магнитного поля.

Полученная система уравнений учитывает магнитоиндукционные эффекты, ионные кинетические эффекты, а также осредненные крупномасштабные электростатические эффекты, и формально использует условие квазинейтральности. В полученной системе поля определяются из системы уравнений эллиптического типа без частных производных по времени, что соответствует мгновенному дальнему действию, причем магнитное поле описывается уравнением Гаусса и уравнением Ампера.

**Новизна первого результата** состоит в том, что изменены уравнения для расчета крупномасштабного электрического поля. Новые уравнения позволяют найти электрическое поле в области моделирования при заданных пространственных распределениях параметров плазмы и магнитного поля, а также при заданных граничных условиях.

Вместо уравнения Пуассона

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \rho / \varepsilon_0$$

(где  $\rho$  — плотность заряда), которое определяет потенциальную часть электрического поля  $\mathbf{E}$ , возникающую за счет разделения зарядов, в новой системе используется условие силового равновесия электронов вдоль линий магнитного поля  $\mathbf{B}$ :

$$(\mathbf{B} \cdot \mathbf{E}) = -\frac{1}{en_e} (\mathbf{B} \cdot \operatorname{div} \hat{\mathbf{P}}_e). \quad (4)$$

Здесь  $e$  — заряд протона,  $n_e(\mathbf{x}, t)$  и  $\hat{\mathbf{P}}_e(\mathbf{x}, t)$  — соответственно концентрация и тензор давления электронов, а через  $(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$  и  $[\mathbf{a} \times \mathbf{b}]$  обозначены скалярное и векторное произведения векторов  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  в пространстве  $\mathbb{R}^3$ . В первой части диссертации получена система уравнений, которая решает эту проблему для задач, в которых любая силовая линия магнитного поля в области моделирования пересекает границу этой области в двух точках, а параметры плазмы и поля неоднородны вдоль линий магнитного поля.

Следует отметить, что уравнение продольного силового равновесия электронов (4) с изотропным тензором давления электронов успешно использовалось во многих численных моделях ионосферы, а также успешно использовалось в моделях тонких токовых слоев с гиротропным тензором давления электронов.

Второе уравнение определяет соленоидальную часть электрического поля и имеет вид

$$-\text{rot rot } \mathbf{E} = \mu_0 \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t}, \quad (5)$$

где  $\mathbf{j}$  — плотность полного тока. Это уравнение вытекает из уравнения Фарадея и используется только в нестационарном случае. При этом производная  $\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t}$  выражается с помощью обобщенного закона Ома. В результате получается уравнение, которое используется при моделировании:

$$\frac{1}{\mu_0} \text{rot rot } \mathbf{E} = -\mathbf{E} \sum_{\alpha=1}^{K,e} \frac{q_\alpha^2 n_\alpha}{m_\alpha} + \left[ \mathbf{B} \times \sum_{\alpha=1}^{K,e} \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \mathbf{j}_\alpha \right] + \text{div} \left( \sum_{\alpha=1}^{K,e} \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \widehat{\Pi}_\alpha \right). \quad (6)$$

Уравнение (6) записано для случая, когда рассматривается плазма из электронов и  $K$  сортов ионов. Нижний индекс  $\alpha$  указывает сорт частиц. Электроны обозначает  $\alpha = e$ , а ионы обозначает  $\alpha = 1, \dots, K$ . Через  $q_\alpha$  обозначен заряд частицы (для электронов  $q_e = -e$ ), через  $m_\alpha$  — масса частицы. Через  $n_\alpha(\mathbf{x}, t)$ ,  $\mathbf{u}_\alpha(\mathbf{x}, t)$  и  $\mathbf{j}_\alpha(\mathbf{x}, t)$  обозначены концентрация, гидродинамическая скорость и через плотность тока частиц, а через  $\widehat{\Pi}_\alpha(\mathbf{x}, t)$  и  $\widehat{\mathbf{P}}_\alpha(\mathbf{x}, t)$  обозначены тензор напряжений и тензор давления частиц сорта  $\alpha$ , которые определяются через функцию распределения  $f_\alpha(t, \mathbf{x}, \mathbf{v})$  следующими формулами:

$$n_\alpha(\mathbf{x}, t) = \int_{\mathbb{R}^3} f_\alpha(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}) d^3 \mathbf{v}, \quad \mathbf{j}_\alpha(\mathbf{x}, t) = q_\alpha \int_{\mathbb{R}^3} \mathbf{v} f_\alpha(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}) d^3 \mathbf{v}, \quad \mathbf{u}_\alpha = \frac{\mathbf{j}_\alpha}{q_\alpha n_\alpha}, \quad (7)$$

$$\widehat{\Pi}_\alpha = m_\alpha \int_{\mathbb{R}^3} (\mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) f_\alpha d^3 \mathbf{v}, \quad \widehat{\mathbf{P}}_\alpha = m_\alpha \int_{\mathbb{R}^3} (\mathbf{v} - \mathbf{u}_\alpha) \otimes (\mathbf{v} - \mathbf{u}_\alpha) f_\alpha d^3 \mathbf{v}, \quad (8)$$

где через  $\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}$  обозначен образованный векторами  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  диадный тензор с декартовыми компонентами  $(\mathbf{a} \otimes \mathbf{b})_{kl} = a_k b_l$ .

Для численного решения системы уравнений (4), (6) разработан итерационный процесс, который подтвердил свою точность в тестовых расчетах. В этом процессе, как и в приближении Дарвина, используется разложение электрического поля на потенциальную и соленоидальную части:

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{E}_p(\mathbf{x}, t) + \mathbf{E}_v(\mathbf{x}, t), \quad \mathbf{E}_p = -\nabla \varphi, \quad \text{div } \mathbf{E}_v = 0, \quad (7)$$

где  $\varphi(\mathbf{x}, t)$  — скалярный потенциал. Это разложение определено с точностью до градиента гармонической функции, и для его единственности необходимо использовать какое-либо граничное условие. Подстановка этого разложения в уравнения (4) и (6) дает соответственно уравнения

$$(\mathbf{B} \cdot \nabla \varphi) = (\mathbf{B} \cdot \mathbf{E}_v) + \frac{1}{en_e} (\mathbf{B} \cdot \operatorname{div} \widehat{\mathbf{P}}_e), \quad (9)$$

$$\frac{1}{\mu_0} \Delta \mathbf{E}_v = (\mathbf{E}_v - \nabla \varphi) \sum_{\alpha=1}^{K,e} \frac{q_\alpha^2 n_\alpha}{m_\alpha} - \left[ \mathbf{B} \times \sum_{\alpha=1}^{K,e} \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \mathbf{j}_\alpha \right] - \operatorname{div} \left( \sum_{\alpha=1}^{K,e} \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \widehat{\mathbf{\Pi}}_\alpha \right), \quad (10)$$

где  $\Delta = \operatorname{div} \nabla$  — оператор Лапласа. В ходе итерационного процесса на каждой итерации потенциал  $\varphi$  в области моделирования рассчитывается с помощью численного интегрирования уравнения (9) вдоль силовых линий магнитного поля, которое должно быть отлично от нуля. Уравнение (10) на каждой итерации относительно соленоидальной (вихревой) части электрического поля  $\mathbf{E}_v(\mathbf{x}, t)$  является векторным уравнением Пуассона, которое имеет эллиптический тип. Для численного решения краевых задач для этого уравнения известен набор численных методов.

Следует отметить, что уравнение (5) является дальнейшим упрощением подсистемы уравнений для соленоидальной части электрического поля в системе уравнений Дарвина. Эту подсистему можно представить в виде

$$-\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{E} = \mu_0 \left( \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} + \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}_p}{\partial t^2} \right), \quad \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}_p}{\partial t^2} = -\nabla \psi, \quad \Delta \psi = \operatorname{div} \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t}.$$

Модель Дарвина успешно применялась для численного моделирования широкого круга безызлучательных (магнитоиндукционных) плазменных задач.

Отметим эффект от использования системы уравнений Власова–Дарвина в квазинейтральном пределе, в которой крупномасштабное электрическое поле рассчитывается в результате решения краевой задачи для уравнений (9), (10) для создания самосогласованных численных моделей крупномасштабных плазменных процессов в магнитосфере и в солнечном ветре. Для численного решения новой системы уравнений необходим шаг пространственной сетки, соответствующий про-

странственному масштабу изменения  $L_f$  магнитного поля и гидродинамических переменных, то есть достаточно выполнения условия (2), которое по сравнению с условием (3) дает выигрыш в размере области моделирования не менее двух порядков.

Еще больший выигрыш получается для шага по времени. Ограничением на шаг по времени для квазинейтрального предела системы Власова–Максвелла является условие  $\Delta t_1 \lesssim \Delta x_1 / V_{Te}$ , где  $V_{Te}$  — тепловая скорость электронов, для которой в околоземной космической плазме верна оценка  $V_{Te} \lesssim 0.01c$ . Сравнение с условием Куранта (Куранта–Фридрихса–Леви)  $\Delta t_0 \lesssim \Delta x_0 / c$ , где  $\Delta x_0 \sim \lambda_{De}$  дает оценку:

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_0} \sim \frac{\Delta x_1}{\Delta x_0} \frac{c}{V_{Te}} \gtrsim 100 \frac{c}{V_{Te}} \gtrsim 10^4. \quad (11)$$

**Практическая ценность первого результата** состоит в том, что по сравнению с корректной численной моделью для системы Власова–Максвелла на основе метода частиц численная модель на основе квазинейтрального предела системы Власова–Дарвина при одинаковом числе узлов пространственной сетки и одинаковом числе шагов по времени согласно оценкам (2) и (11) позволяет иметь на 2–3 порядка больший размер области расчетов, а также получить на 4–5 порядков большее время, на которое рассчитывается поведение системы.

Кроме того, система уравнений (4), (6) для расчета крупномасштабного электрического поля может быть использована при создании эмпирических и частично самосогласованных моделей распределения плазмы и полей в ионосфере и ближней магнитосфере.

**Вторым результатом** является получение дивергентной формы векторного уравнения силового баланса в электронейтральной плазме. В этом уравнении исключены электрическое поле и плотности тока компонент плазмы, точное измерение которых на космических аппаратах является очень сложной задачей. В правой части этого уравнения под знаком дивергенции фигурирует магнитное поле и сумма тензоров напряжений всех компонент плазмы, которые лучше поддаются измерению и теоретическим оценкам. Для стационарного пространственно одномерного токового слоя из этого уравнения получено векторное усло-

вие силового баланса в форме закона сохранения, из которого вытекают условия силового баланса по осям системы координат.

**Практическая ценность второго результата** состоит в следующем. Полученная дивергентная формы уравнения силового баланса необходима для постановки граничных условий в численных моделях, а также полезна для интерпретации данных измерений на космических аппаратах. Вытекающее из этого уравнения в пространственно одномерном случае условие силового баланса в форме закона сохранения необходимо для создания численных моделей ТТС и особенно важную роль играет в несимметричных случаях. Это условие применяется для постановки граничных условий и в ходе численного решения уравнений модели обеспечивает сходимость итерационного процесса к стационарному решению. Также погрешность выполнения этого условия показывает точность численного решения.

**Третьим результатом** работы является разработанная автором кинетическая численная модель пространственно одномерного тонкого токового слоя с заданной постоянной нормальной компонентой магнитного поля в бесстолкновительной плазме с замагниченными электронами и продольными потоками незамагниченных ионов.

**Новизна и практическая ценность третьего результата** состоят в следующем. Созданная модель по сравнению с другими моделями ТТС имеет лучшие точность, быстродействие и адаптивность, а также более широкую область применимости. Модель позволяет исследовать симметричные и несимметричные конфигурации ТТС без сдвиговой компоненты магнитного поля с учетом анизотропии давления электронов, а также несимметричные конфигурации со сдвиговой компонентой магнитного поля в случае изотропного давления электронов. Это позволило выполнить моделирование ряда задач, недоступных другим моделям.

В модели улучшено аналитическое описание вклада замагниченных электронов за счет использования распределения Максвелла–Больцмана с постоянной продольной температурой, которое является решением уравнения Власова в дрейфовом приближении. Доказано, что в случае изотропного давления замагниченных электронов их плотность то-

ка равна нулю. Также показано, что в случае анизотропного давления электронов их поперечная температура в слое будет изменяться вместе с изменениями величины магнитного поля. В предшествующих моделях для описания электронов использовалось распределение Максвелла–Больцмана, в котором обе температуры были постоянными.

В модели возможен учет нескольких сортов ионов, и их функции распределения рассчитываются на регулярной пространственной сетке и на ориентированной по местному магнитному полю сетке в пространстве скоростей в результате численного решения уравнения Власова методом характеристик. Этот метод, в отличие от метода частиц, удобен для выполнения основного объема вычислений в параллельном режиме на графических процессорах. При этом точность расчетов регулируется величиной шага сетки  $\Delta v_\alpha$  в пространстве скоростей. Использование модели показало, что хорошая точность достигается при  $\Delta v_\alpha / V_{T\alpha} \leq 1/16$ , где  $V_{T\alpha}$  — характерная тепловая скорость ионов сорта  $\alpha$ .

Следует отметить, что в предшествующих численных моделях на основе метода частиц функции распределения ионов непосредственно не рассчитываются. Их расчет даже в ограниченном числе узлов пространственной сетки требует значительных затрат труда и вычислительных ресурсов. Для такого расчета нужно составлять и отлаживать специальную программу. При этом точность, как правило, получается относительно невысокой. В аналитических моделях функции распределения ионов рассчитываются, но эти модели являются приближенными асимптотическими, и для их точности нет априорных оценок.

Для экономичного и точного расчета характеристик — фазовых траекторий ионов, применяется разработанный автором новый метод, основанный на использовании точного решения задачи Коши в постоянных магнитном и электрическом поле и отслеживании изменения полей вдоль траектории. Новый метод по сравнению с традиционными конечно-разностными методами в плавно изменяющихся полях при лучшей точности дает экономию в количестве шагов по времени на несколько порядков.

Использование этих приемов на порядки увеличивает быстродействие модели и позволяет на мощном персональном компьютере с двумя современными графическими процессорами решать задачи, для которых в случае использования метода частиц потребовались бы многодневные расчеты на мощном кластерном суперкомпьютере.

Многолетнее использование модели показало, что она является важным и незаменимым инструментом исследования токовых слоев. Модель имеет блоковую структуру, удобную для ее последовательной модификации с целью решения ряда актуальных более сложных задач. Примером такой задачи является моделирование фланговых участков магнитопаузы магнитосферы Земли. Другим примером является моделирование сверхтонких токовых слоев электронного масштаба (далее СТТС), которые создаются продольными потоками электронов. Так называют узкий пик в центре ТС плотности электронного тока с шириной сравнимой с характерным тепловым гирорадиусом электронов на краю ТС. Такие СТТС вложены в более широкие ионные токовые слои, и максимальные значения величины электронного тока в области пика в разы больше плотности тока ионов.

Указанные СТТС были обнаружены в последние годы в данных спутников миссии MMS вместе со встречными продольными потоками "пролетных" электронов, которые горячее фоновых и на краях слоя дают относительный вклад в концентрацию электронов примерно 20–30%. Эти потоки пролетных электронов образуют в центре ТТС узкий пик плотности электронного тока с шириной сравнимой с характерным тепловым гирорадиусом электронов, величина которого в разы больше плотности тока ионов. Этот пик электронного тока называют сверхтонким токовым слоем (далее СТТС) электронного масштаба.

Изложенная в работе модель ТТС может быть усовершенствована для исследования сверхтонких токовых слоев электронного масштаба с помощью учета в модели дополнительно к фоновым замагниченным электронам встречных потоков более горячих электронов.

**Четвертый результат** работы состоит в получении с помощью модели большого числа стационарных конфигураций ТТС в ближнем хвосте

магнитосферы Земли и исследовании зависимости этих конфигураций от параметров образующих ТТС встречных продольных потоков ионов.

**Новизна и практическая ценность четвертого результата** состоит в следующем. Получилось оценить область значений параметров встречных продольных потоков ионов, при которых образуются конфигурации ТТС, согласующиеся с наблюдаемыми по спутниковым измерениям профилями ТТС ближнего хвоста. При этом была изучена структура функций распределения различных популяций ионов в разных частях ТТС. Это улучшило интерпретацию данных измерений на космических аппаратах. Кроме того, в работе исследовано влияние анизотропии давления замагниченных электронов на стационарную конфигурацию симметричного ТТС. Были подтверждены и уточнены результаты аналитической модели ТТС.

Следует отметить, что во всех полученных конфигурациях ТТС с высокой точностью выполняются условия силового баланса, что демонстрирует высокое качество численной модели.

**Пятый результат** работы заключается в том, что моделирование показало возможность образования ТТС в ближнем хвосте магнитосферы Земли потоками ионов кислорода ионосферного происхождения в случаях, когда либо потоками протонов можно пренебречь, либо эти потоки относительно слабые и дают меньший вклад в полный ток. Такие условия реализуются в ионосфере и магнитосфере Земли в периоды повышенной геомагнитной активности.

**Новизна пятого результата** заключается в следующем. Показано, что на предварительной фазе суббури в геомагнитно активных условиях наблюдаемые в последних данных спутниковых измерений параметры продольных потоков ионов кислорода в плазменном слое ближней магнитосферы вполне достаточны для образования ТТС в ближнем хвосте только за счет этих потоков. В более раннем моделировании с помощью аналитической модели такая область значений входных параметров не исследовалась.

**Практическая ценность пятого результата** состоит в том, что получены важные особенности профилей ТТС, образованных потоками

ионов кислорода, которые дают соображения для целенаправленного системного анализа данных спутниковых измерений.

**Шестой результат и его новизна** состоят в том, что впервые с помощью численного моделирования были получены два типа конфигураций ТТС с самосогласованной сдвиговой (шировой) компонентой магнитного поля и исследована их зависимость от наличия и величины внешней постоянной сдвиговой (шировой) компоненты магнитного поля. Конфигурации первого типа по форме профилей близки к симметричным, в них ТС относительно узкий, а сдвиговая компонента магнитного поля проходит через нуль вблизи центра ТС.

В конфигурациях второго типа ТС примерно в два раза шире, сдвиговая компонента магнитного поля имеет колоколообразный профиль, а величина магнитного поля и концентрация в ТС примерно постоянны, то есть магнитное поле в ТС поворачивается с сохранением своей величины, что соответствует вращательному разрыву.

**Практическая ценность шестого результата** заключается в том, что выявлено влияние сдвиговой компоненты магнитного поля на профили ТТС и функцию распределения ионов в разных участках слоя. Это позволяет лучше интерпретировать данные спутниковых измерений.

### **Достоверность результатов**

Достоверность результатов определяется строгостью и обоснованностью проведения теоретических выкладок, а также хорошим соответствием между данными измерений на космических аппаратах и результатами численного моделирования.

### **Личный вклад автора**

Все выносимые на защиту результаты были получены или автором лично, или при его непосредственном и руководящем участии. Вклад автора в эти результаты является основным. Содержание диссертации отражено в 24 научных статьях в рецензируемых журналах из перечня ВАК, которые в большей части написаны в соавторстве с сотрудниками Полярного геофизического института, Института космических исследований РАН, Научно-исследовательского института ядерной физики им.

Д.В. Скобельцына МГУ и Института земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова РАН. При подготовке этих публикаций автор участвовал в определении цели работ и в постановках задач, проводил аналитические выкладки и получал теоретические результаты, разрабатывал численные методы и реализующие их алгоритмы, планировал, руководил и участвовал в написании и отладке программ, проведении расчетов, визуализации и анализе результатов моделирования и их сравнении с данными измерений, формулировке выводов. При этом в работах [Sasunov *et al.*, 2015, 2016] по стационарным токовым слоям автор выполнял численное моделирование.

### **Апробация работы**

Представленные в работе результаты докладывались на международных конференциях COSPAR 2010, 2016, EGU 2020, на всех ежегодных международных конференциях "Физика плазмы в солнечной системе" (2006–2022 гг., Москва, ИКИ РАН), отечественных конференциях "Problems of Geocosmos" а также на всех конференциях Всероссийский ежегодный Апатитский семинар "Физика авроральных явлений" (2006–2022 гг., Апатиты, ПГИ).

### **Публикации**

Основные результаты по теме диссертации опубликованы более чем в 60 публикациях, в том числе в 24-х статьях в рецензируемых российских и зарубежных научных журналах из перечня ВАК, а также более чем в 10 статьях в других научных изданиях. Всего у автора диссертации опубликовано 59 статей в рецензируемых российских и зарубежных научных журналах.

### **Структура и объем работы.**

Диссертация состоит из введения, пяти глав, приложения, заключения, списка литературы из 210 наименований. Она содержит 165 страниц машинописного текста, включая 24 рисунка.

## **СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ**

Во *введении* обоснована актуальность темы исследования, сформулированы цели работы, отмечена научная новизна и практическая

ценность полученных результатов, кратко изложено содержание работы.

**Глава I** посвящена выводу квазинейтрального предела системы уравнений Максвелла для плазмы, а также замыканию этой системы уравнений системой уравнений Власова.

В *разделе I.1* изложено введение этой главы. В *разделе I.2* анализируются условия, необходимые для правильного воспроизведения электростатических эффектов в численной модели на основе системы уравнений Власова–Максвелла. Также в этом разделе рассматриваются различные формы уравнения потока импульса и выводится обобщенный закон Ома.

В *разделе I.3* рассмотрены система уравнений Власова–Дарвина и один из вариантов преобразования в ней уравнений для полей к эллиптической форме за счет выражения частных производных по времени через пространственные производные с использованием обобщенного закона Ома.

В *разделе I.4* изложен вывод квазинейтрального предела системы уравнений Дарвина для плазмы в магнитном поле.

В *разделе I.5* рассматривается формальная запись системы уравнений Власова–Дарвина в приближении квазинейтральности.

В *разделе I.6* приведены выводы главы I.

**Глава II** посвящена системе уравнений Власова–Дарвина в случае наличия замагниченных компонент плазмы. В *разделе II.1* изложено введение этой главы.

В *разделе II.2* рассматриваются условия замагниченности и их следствия. Показано, что из замагниченности любой ионной компоненты околоземной плазмы вытекает замагниченность электронов, из которой, в свою очередь, следует безызлучательность полей и выполнение условий квазинейтральности и силового равновесия электронов вдоль магнитного поля. Получены выражения для ортогональной магнитному полю части плотности тока замагниченной компоненты, а также уравнение потока импульса для замагниченной ионной компоненты и для замагниченных электронов.

В *разделе II.3* для замагниченной компоненты плазмы рассматривается уравнение Власова в дрейфовом приближении, а также определения гидродинамических переменных и вклад компоненты в плотность тока и обобщенный закон Ома.

В *разделе II.4* рассматривается система уравнений Власова–Дарвина в случае плазмы из незамагниченных ионов и замагниченных электронов.

В *разделе II.5* рассматривается система уравнений Власова–Дарвина в случае полностью замагниченной плазмы.

В *разделе II.6* рассматривается система уравнений Власова–Дарвина в случае замагниченных электронов и частично замагниченных ионов.

В *разделе II.7* рассматривается вывод уравнения силового баланса в квазинейтральной бесстолкновительной плазме, которое можно представить в виде

$$-\frac{m_e}{e} \frac{\partial \mathbf{j}_e}{\partial t} + \sum_{\alpha=1}^K \frac{m_\alpha}{q_\alpha} \frac{\partial \mathbf{j}_\alpha}{\partial t} = \operatorname{div} \left( \frac{\mathbf{B} \otimes \mathbf{B}}{\mu_0} - \frac{1}{2\mu_0} \mathbf{B}^2 \hat{\mathbf{I}} - \sum_{\alpha=1}^K \widehat{\mathbf{\Pi}}_\alpha - \widehat{\mathbf{\Pi}}_e \right), \quad (12)$$

где  $\hat{\mathbf{I}}$  — единичный тензор, и используются обозначения (7), (8). В правой части этого уравнения исключены электрическое поле и плотности тока компонент плазмы, что важно для постановки граничных условий. Также в правой части уравнения (12) находится разность между объемной плотностью "силы натяжения силовых линий магнитного поля"  $\frac{1}{\mu_0} (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B} = \frac{1}{\mu_0} \operatorname{div}(\mathbf{B} \otimes \mathbf{B})$  и дивергенцией от суммы тензора магнитного давления  $\mathbf{B}^2 \hat{\mathbf{I}} / (2\mu_0)$  с суммарным тензором напряжений ионов

$$\widehat{\mathbf{\Pi}}_i = \sum_{\alpha=1}^K \widehat{\mathbf{\Pi}}_\alpha \quad \text{и с тензором напряжения электронов } \widehat{\mathbf{\Pi}}_e.$$

В *разделе II.8* приведено заключение ко второй главе.

**Глава III** посвящена численной модели стационарного пространственно одномерного тонкого токового слоя в бесстолкновительной плазме с заданной нормальной компонентой магнитного поля и замагниченными электронами, имеющими распределение Максвелла–Больцмана, который образован падающими вдоль силовых линий магнитного поля встречными потоками незамагниченных ионов.

В *разделе III.1* изложено введение этой главы.

В *разделе III.2* изложена постановка задачи и получены выражения для плотности тока замагниченных электронов через их концентрацию, давления и магнитное поле, а также формула для относительного вклада электронов в полный ток. Доказывается равенство нулю электронного тока в случае изотропного давления электронов Из уравнения силового баланса выводятся условия силового баланса в пространственно одномерном ТС.

Для краткого представления характера результатов численного моделирования изложим основные детали и нововведения численной модели. Обозначим через  $\mathbf{e}_x$ ,  $\mathbf{e}_y$ ,  $\mathbf{e}_z$  векторы декартова базиса системы координат. В модели ось  $Z$  направлена поперек токового слоя (далее ТС), все функции зависят только от координаты  $z$ , магнитное поле имеет заданную постоянную нормальную компоненту  $B_z = B_n$  и самосогласованные компоненты  $B_x(z)$  и  $B_y(z)$ , а электрическое поле имеет одну самосогласованную компоненту  $E_z(z)$  :

$$\mathbf{B}(z) = B_x(z) \mathbf{e}_x + B_y(z) \mathbf{e}_y + B_z \mathbf{e}_z, \quad \mathbf{E}(z) = E_z(z) \mathbf{e}_z = -\frac{d\varphi(z)}{dz} \mathbf{e}_z. \quad (13)$$

где  $\varphi(z)$  — скалярный потенциал. За пределами области моделирования  $\{|z| < L_z\}$  магнитное поле считается постоянным, а электрическое нулевым:

$$\mathbf{E}(z) \Big|_{|z| \geq L_z} \equiv 0, \quad \mathbf{B}(z) \Big|_{z \geq L_z} = \mathbf{B}^{(+)}, \quad \mathbf{B}(z) \Big|_{z \leq -L_z} = \mathbf{B}^{(-)}. \quad (14)$$

Индексы (+) и (-) обозначают значения функции на верхней и нижней границах ТС соответственно. Если выбрать ось  $X$  вдоль вектора изменения магнитного поля при переходе через слой:

$$\mathbf{e}_x = \Delta \mathbf{B} / \Delta B, \quad \Delta \mathbf{B} = \mathbf{B}^{(+)} - \mathbf{B}^{(-)}, \quad \Delta B = |\Delta \mathbf{B}|.$$

то компонента  $B_y(z)$ , будет сдвиговой (или шировой), то есть она может изменяться внутри слоя, но не изменяется при переходе через слой, а компонента  $B_x(z)$  будет тангенциальной (то есть  $B_x = B_\tau$ ):

$$B_y(-L) = B_y(L), \quad \Delta B = B_x(L) - B_x(-L).$$

Из уравнения Ампера и вида магнитного поля (13) вытекают урав-

нения для его самосогласованных компонент:

$$\frac{dB_x(z)}{dz} = \mu_0 j_y(z), \quad \frac{dB_y(z)}{dz} = -\mu_0 j_x(z). \quad (15)$$

Слой создается встречными потоками ионов вдоль силовых линий магнитного поля. Функции распределения  $f_\alpha^{(\pm)}(\mathbf{v})$  каждого сорта ионов в падающих потоках плазмы на границе области расчетов является распределением Максвелла с гидродинамической скоростью  $\mp V_{D\alpha}^{(\pm)} \mathbf{b}^{(\pm)}$ , которая направлена вдоль силовых линий магнитного поля в сторону слоя:

$$f_\alpha^{(\pm)}(\mathbf{v}) = \frac{n_\alpha^{(\pm)}}{\left(V_{T\alpha}^{(\pm)} \sqrt{2\pi}\right)^3} \exp\left(-\frac{|\mathbf{v} \pm V_{D\alpha}^{(\pm)} \mathbf{b}^{(\pm)}|^2}{2|V_{T\alpha}^{(\pm)}|^2}\right), \quad (16)$$

где  $n_\alpha^{(\pm)}$  — концентрация,  $V_{T\alpha}^{(\pm)} = \sqrt{e T_\alpha^{(\pm)} / m_\alpha}$  — тепловая скорость, а  $T_\alpha^{(\pm)}$  — температура (в эВ) в этих потоках,  $\mathbf{b}^{(\pm)} = \mathbf{B}^{(\pm)} / |\mathbf{B}^{(\pm)}|$  — единичные векторы вдоль магнитного поля выше и ниже токового слоя.

Замагниченные электроны описываются стационарным уравнением Власова в дрейфовом приближении, а ортогональная часть их плотности тока дается формулой

$$\mathbf{j}_{e\perp} = -en_e \mathbf{v}_E + (p_{e\parallel} - p_{e\perp}) \frac{[\mathbf{b} \times (\mathbf{b} \cdot \nabla) \mathbf{b}]}{B} + \frac{[\mathbf{b} \times \nabla p_{e\perp}]}{B}, \quad (17)$$

где  $p_{e\parallel}$  и  $p_{e\perp}$  — продольное и ортогональное давление электронов, и используются стандартные обозначения дрейфовой теории

$$B = |\mathbf{B}|, \quad \mathbf{b} = \mathbf{B}/B, \quad \mathbf{v}_E = [\mathbf{E} \times \mathbf{b}]/B. \quad (18)$$

Условие продольного силового равновесия электронов (4) в рассматриваемом случае принимает вид

$$E_z = \frac{1}{en_e} \left( -\frac{dp_{e\parallel}}{dz} + (p_{e\parallel} - p_{e\perp}) \frac{1}{B} \frac{dB}{dz} \right). \quad (19)$$

Его подстановка в формулу (17) дает следующую формулу:

$$\mathbf{j}_{e\perp} = \frac{[\mathbf{e}_z \times \mathbf{B}]}{B} \frac{d}{dz} \left( \frac{p_{e\parallel} - p_{e\perp}}{B} \right) + (p_{e\parallel} - p_{e\perp}) \frac{B_z}{B^4} \left[ \mathbf{B} \times \frac{d\mathbf{B}}{dz} \right], \quad (20)$$

из которой следует важный вывод о том, что в случае изотропного давления электронов ортогональная часть их плотности тока равна нулю:

$$\text{если } p_{e\parallel} = p_{e\perp} = p_e \quad \text{то} \quad \mathbf{j}_{e\perp} \equiv 0. \quad (21)$$

В случае отсутствия сдвиговой компоненты магнитного поля  $B_y \equiv 0$  (плоский ТС) плотность тока электронов имеет только одну компоненту  $j_{ey}(z)$  и формула (20) принимает удобный вид

$$\mathbf{j}_{e\perp}(z) = j_{ey}(z) \mathbf{e}_y, \quad j_{ey}(z) = \frac{d}{dz} \left( \frac{(p_{e\parallel}(z) - p_{e\perp}(z)) B_x(z)}{|B_x(z)|^2 + B_z^2} \right), \quad (22)$$

который позволяет выразить относительный вклад электронов в полный ток через их давления и магнитное поле на краях ТС.

Следует отметить, что формула (20) и вытекающая из нее формула (22) впервые были получены автором и являются наиболее удобными выражениями для плотности тока замагниченных электронов.

В рассматриваемом стационарном пространственно одномерном случае из уравнения силового баланса (12) вытекает следующее векторное соотношение в форме закона сохранения

$$\begin{aligned} \Pi_{i,x,z} \mathbf{e}_x + \Pi_{i,y,z} \mathbf{e}_y + \left( \Pi_{i,z,z} + \frac{B^2}{2\mu_0} + p_{e\perp} \right) \mathbf{e}_z + \\ + \frac{B_z \mathbf{B}}{\mu_0} \left( \frac{\mu_0 (p_{e\parallel} - p_{e\perp})}{B^2} - 1 \right) \equiv Const, \end{aligned} \quad (23)$$

из которого вытекают следующие условия силового баланса по координатным осям:

1) по оси  $X$  :

$$\Pi_{i,x,z}(z) - \frac{B_z B_x(z)}{\mu_0} + \frac{B_z B_x(z)}{B^2(z)} (p_{e\parallel}(z) - p_{e\perp}(z)) \equiv Const, \quad (24)$$

2) по оси  $Y$  :

$$\Pi_{i,y,z}(z) - \frac{B_z B_y(z)}{\mu_0} + \frac{B_z B_y(z)}{B^2(z)} (p_{e\parallel}(z) - p_{e\perp}(z)) \equiv Const, \quad (25)$$

3) по оси  $Z$  :

$$\Pi_{i,z,z}(z) + \frac{1}{2\mu_0} (B(z))^2 + \frac{B_z^2}{B^2(z)} (p_{e\parallel}(z) - p_{e\perp}(z)) + p_{e\perp}(z) \equiv Const. \quad (26)$$

Отметим, что формулы (23)–(26) впервые были получены автором. Важная роль этих формул описана выше в разделе **Научная новизна и практическая ценность**. Эти формулы содержат продольное и поперечное давление электронов, причем в случае изотропности давления электронов оно вносит вклад только в условие баланса по оси  $Z$ .

В *разделе III.3* рассматривается общий вид функции распределения замагниченных электронов в стационарном пространственно одномерном ТС как приближенного решения уравнения Власова в дрейфовом приближении в форме функции двух приближенных интегралов движения — магнитного момента и гамильтониана. Показано, что если в центре слоя величина магнитного поля меньше, чем на его границах, то обязательно присутствует популяция захваченных электронов, которая обеспечивает электронейтральность и является входным параметром модели. Также рассматривается частный случай решения в виде распределения Максвелла–Больцмана, которое удобно представить в виде

$$F_e(z, v_\perp, v_\parallel) = \frac{(1 + \gamma_0) n_0}{(V_{Te\parallel} \sqrt{2\pi})^3} \exp\left(\frac{\varphi(z)}{T_{e\parallel}}\right) \exp\left(-\frac{v_\parallel^2 + v_\perp^2 \left(1 + \frac{\gamma_0 B_0}{B(z)}\right)}{2V_{Te\parallel}^2}\right) \quad (27)$$

где постоянные  $B_0 = B(z_0)$ ,  $n_0 = n_i(z_0)$ ,  $\gamma_0 = p_{e\parallel}(z_0)/p_{e\perp}(z_0) - 1$  являются значениями соответствующих функций в некоторой точке слоя  $z_0$ ,  $T_{e\parallel} = Const$  и  $V_{Te\parallel} = \sqrt{e T_{e\parallel} / m_e}$  — соответственно продольная электронная температура в электронвольтах (эВ) и продольная тепловая скорость электронов. То есть  $\gamma_0$  — безразмерный параметр анизотропии ( $\gamma_0 = 0$  в изотропном случае).

Функция распределения (27) даёт следующие формулы, которые связывают концентрацию электронов  $n_e(z) = n_i(z) = n(z)$ , со скалярным потенциалом и магнитным полем:

$$n(z) = \frac{(1 + \gamma_0) n_0 B(z)}{(B(z) + \gamma_0 B_0)} \exp\left(\frac{\varphi(z)}{T_{e\parallel}}\right), \quad (28)$$

$$\varphi(z) = T_{e\parallel} \ln\left(\frac{(B(z) + \gamma_0 B_0) n(z)}{(1 + \gamma_0) B(z) n_0}\right), \quad (29)$$

а также дает формулы для продольного и поперечного давления

$$p_{e\parallel}(z) = en(z) T_{e\parallel}, \quad p_{e\perp}(z) = \frac{p_{e\parallel}(z) B(z)}{(B(z) + \gamma_0 B_0)}. \quad (30)$$

Из первой формулы следует постоянство продольной электронной температуры в слое, что и обосновывает ее обозначение. Из второй формулы вытекает, что поперечная электронная температура в слое изменяется вместе с модулем магнитного поля и определяется выражением:

$$T_{e\perp}(z) = \frac{T_{e\parallel} B(z)}{(B(z) + \gamma_0 B_0)}. \quad (31)$$

Подстановка формул для давлений (30) в выражение (22) для  $y$ -компоненты плотности тока электронов дает ее выражение через распределения в ТС концентрации ионов  $n(z)$  и самосогласованной компоненты магнитного поля  $B_x(z)$ :

$$j_{ey}(z) = \frac{d}{dz} \left( \frac{\gamma_0 e T_{e\parallel} B_0 n(z) B_x(z)}{(B(z) + \gamma_0 B_0) B^2(z)} \right), \quad B(z) = \sqrt{|B_x(z)|^2 + B_z^2}. \quad (32)$$

Отметим, что в последних аналитических и численных моделях для аналитического описания замагниченных электронов использовалась похожая на (27) функция распределения с постоянными продольной и поперечной температурами, которую можно представить в виде:

$$F_e(z, v_{\perp}, v_{\parallel}) = \frac{n_0}{V_{Te\parallel} V_{Te\perp}^2 (\sqrt{2\pi})^3} \exp\left(\frac{\varphi(z)}{T_{e\parallel}}\right) \exp\left(-\frac{v_{\parallel}^2}{2V_{Te\parallel}^2} - \frac{v_{\perp}^2}{2V_{Te\perp}^2}\right).$$

Эта функция дает формулы для концентрации, потенциала и плотности тока, которые немного отличаются от формул (28), (29) и (32).

Но в наиболее простом случае изотропного давления электронов ( $\gamma_0 = 0$ ) обе функции распределения принимают одинаковый вид распределения Максвелла–Больцмана с постоянной температурой, а плотность ортогонального тока электронов тока будет равна нулю в соответствии с формулами (20) и (21). При этом формулы (27)–(30) примут следующий вид:

$$F_e(z, v_{\perp}, v_{\parallel}) = \frac{n_0}{(V_{Te} \sqrt{2\pi})^3} \exp\left(\frac{\varphi(z)}{T_e}\right) \exp\left(-\frac{v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2}{2V_{Te}^2}\right), \quad (33)$$

$$n(z) = n_0 \exp\left(\frac{\varphi(z)}{T_e}\right), \quad \varphi(z) = T_e \ln\left(\frac{n(z)}{n_0}\right). \quad (34)$$

В представленных ниже результатах моделирования скорости и температуры встречных продольных потоков ионов сверху и снизу в формуле (16) были одинаковыми:  $V_{D\alpha}^{(\pm)} = V_{D\alpha}$ ,  $T_{\alpha}^{(\pm)} = T_{\alpha}$ , и для представления результатов моделирования удобно использовать безразмерный параметр

$$\delta_{\alpha} = V_{D\alpha} / V_{T\alpha}. \quad (35)$$

В *разделе III.4* изложены основные детали численной модели.

В *разделе III.5* приведено заключение к третьей главе.

В *главе IV* рассматривается моделирование плоского симметричного ТТС без сдвиговой компоненты магнитного поля.

В *разделе IV.1* изложено введение этой главы.

В *разделе IV.2* изложены особенности постановки задачи. Целью моделирования являлось оценка диапазона значений параметров встречных продольных потоков ионов, при которых может образоваться ТТС в ближнем хвосте магнитосферы Земли на предварительной фазе суббури, а также исследование зависимости стационарной конфигурации указанного ТТС от параметров этих потоков.

Согласно современным представлениям, в качестве основного варианта образования этого ТТС рассматриваются встречные потоки горячих магнитосферных протонов с температурой  $T_p \approx 4 - 10$  кэВ. В качестве дополнительного возможного варианта рассматриваются потоки холодных ионов кислорода ионосферного происхождения с температурой  $T_O \approx 0.2 - 0.9$  кэВ, которые могут вносить заметный вклад в полный ток через слой. Механизмы образования этих двух типов потоков различны, и открытым является важный вопрос о том, возможен ли ТС на одних ионах кислорода.

Во всех представленных ниже расчетах использовались следующие значения входных параметров: нормальная компонента магнитного поля  $B_z = 2$  нТл и его тангенциальная компонента вне слоя  $B_{x0} = 20$  нТл, температура электронов  $T_e = 0.5$  кэВ, полуширина области моделирования  $L = R_E = 6400$  км, шаг сетки по пространству  $\Delta z = 10$  км, шаг сетки в пространстве скоростей для каждого сорта ионов  $(\Delta v)_{\alpha}$  составлял  $1/16$  от их тепловой скорости в падающих потоках:  $(\Delta v)_{\alpha} = V_{T\alpha}/16$ .

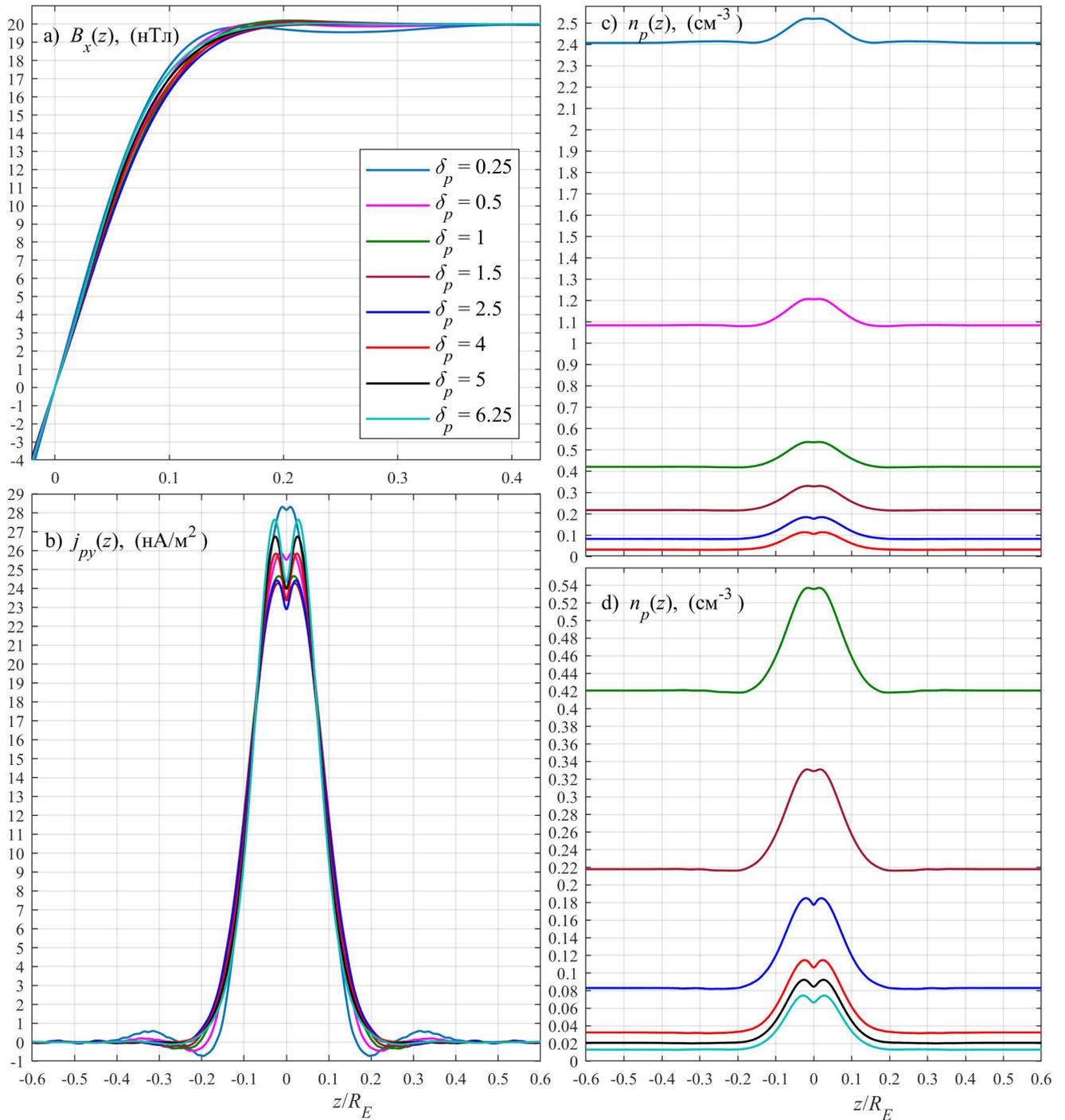
В *разделе IV.3* изложены результаты моделирования ТТС с изотропным давлением электронов, которые образованы встречными потоками протонов. На **рис. 1** показаны конфигурации ТТС, образованные потоками только одних протонов при температуре потока  $T_p = 4$  кэВ для 8 значений параметра потока  $\delta_p = 0.25, 0.5, 1, 1.5, 2.5, 4, 5, 6.25$ .

Графики для  $\delta_p = 0.25$  показаны темно-голубыми линиями, для  $\delta_p = 0.5$  — фиолетовыми линиями, для  $\delta_p = 1$  — зелеными линиями, для  $\delta_p = 1.5$  — коричневыми линиями, для  $\delta_p = 2.5$  — синими линиями, для  $\delta_p = 4$  — красными линиями, для  $\delta_p = 5$  — черными линиями, для  $\delta_p = 6.25$  — светло-голубыми линиями.

Из **рис. 1** видно, что профили тангенциальной компоненты магнитного поля  $B_x(z)$  и компоненты плотности тока протонов  $j_{py}(z)$  относительно слабо зависят от параметра  $\delta_p$ . Для фиксированного изменения тангенциальной компоненты магнитного поля при переходе через ТС  $\Delta B_x = B_x(L) - B_x(-L) = 2B_{x0}$  с ростом  $\delta_p$  профили концентрации уменьшаются в разы чуть медленнее чем  $1/\delta_p^2$ . То есть встречные потоки с большой продольной скоростью и малой концентрацией могут образовать ТТС.

В спутниковых измерениях ТТС ближнего хвоста наблюдаются значения концентрации обычно не превышающие  $1 \text{ см}^{-3}$ . Следовательно варианты с малыми значениями параметра  $\delta_p = 0.25, 0.5$  — темно-голубая и фиолетовая линии на **рис. 1с**), для которых это значение превышено, не реализуются на практике, а варианты с  $\delta_p \geq 1$  представляются вполне возможными.

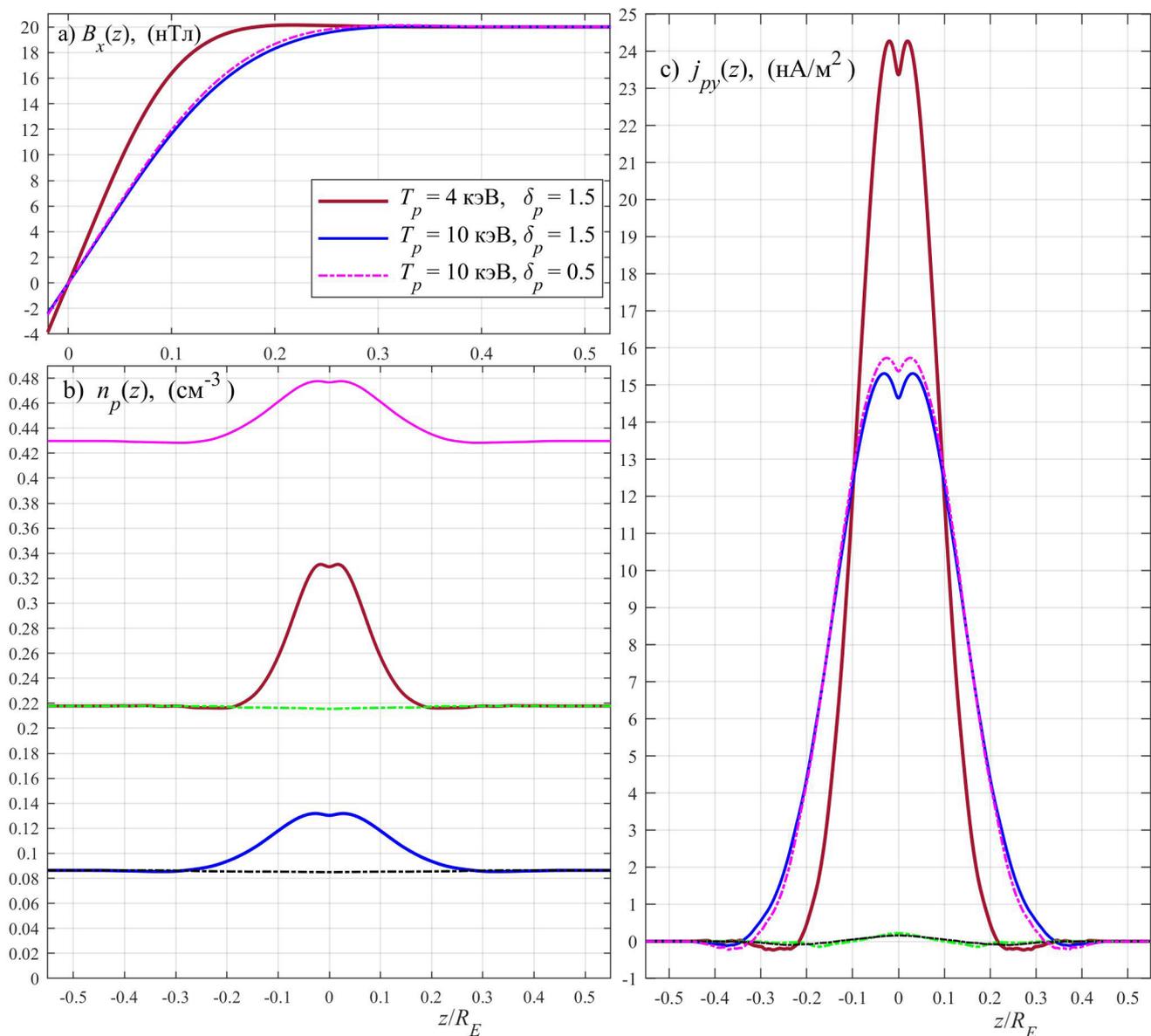
Для демонстрации роли температуры падающих потоков  $T_p$  на **рис. 2** показаны профили ТТС для двух ее значений  $T_p = 4$  кэВ (коричневые линии; на **рис. 1** эта конфигурация показана таким же цветом) и  $T_p = 10$  кэВ (синие линии) при одинаковом значении параметра потока  $\delta_p = 1.5$ . Из **рисунка 2** видно, что ТС с ростом  $T_p$  становится толще, а максимальное значение плотности тока в центре слоя и значения концентрации уменьшаются.



**Рис. 1.** Профиль ТТС, образованных потоками протонов с  $T_p = 4$  кэВ для 8-ти значений параметра  $\delta_p = V_{Dp} / V_{Tp}$  : **а)** компонента магнитного поля  $B_x(z)$  в нТл (ввиду симметрии  $B_x(-z) \equiv -B_x(z)$  показана правая часть графика при  $z/R_E \geq 0.02$ ); **б)** компонента плотности тока протонов  $j_{py}(z)$  в нА/м<sup>2</sup>; **с)** и **д)** концентрация  $n_p(z)$  в см<sup>-3</sup>.

Также на **рис. 2** фиолетовыми линиями показана конфигурация ТТС при  $T_p = 10$  кэВ и  $\delta_p = 0.5$ . Конфигурация с таким же значением  $\delta_p$  при температуре потока  $T_p = 4$  кэВ показана на **рис. 2** также фиоле-

ТОВЫМИ ЛИНИЯМИ.



**Рис. 2.** Профили ТТС, образованных потоками протонов при  $\delta_p = 1.5$  для двух значений температуры потоков:  $T_p = 4$  кэВ — коричневые линии и  $T_p = 10$  кэВ — синие линии: **а)** компонента магнитного поля  $B_x(z)$  в нТл; **б)** концентрация  $n_p(z)$  в  $\text{см}^{-3}$ . ; **с)** компонента плотности тока протонов  $j_{py}(z)$  в  $\text{нА}/\text{м}^2$ . Зеленые линии показывает концентрацию и плотность тока фоновых протонов для первой конфигурации, а черные линии — для второй.

Сопоставление соответствующих профилей концентрации показывает, что для профилей с одинаковым значением  $\delta_p$  отношения значений концентрации на краях ТС примерно равно обратному отношению тем-

ператур потоков:

$$T_{p1} n_{p1}(L) \approx T_{p2} n_{p2}(L). \quad (36)$$

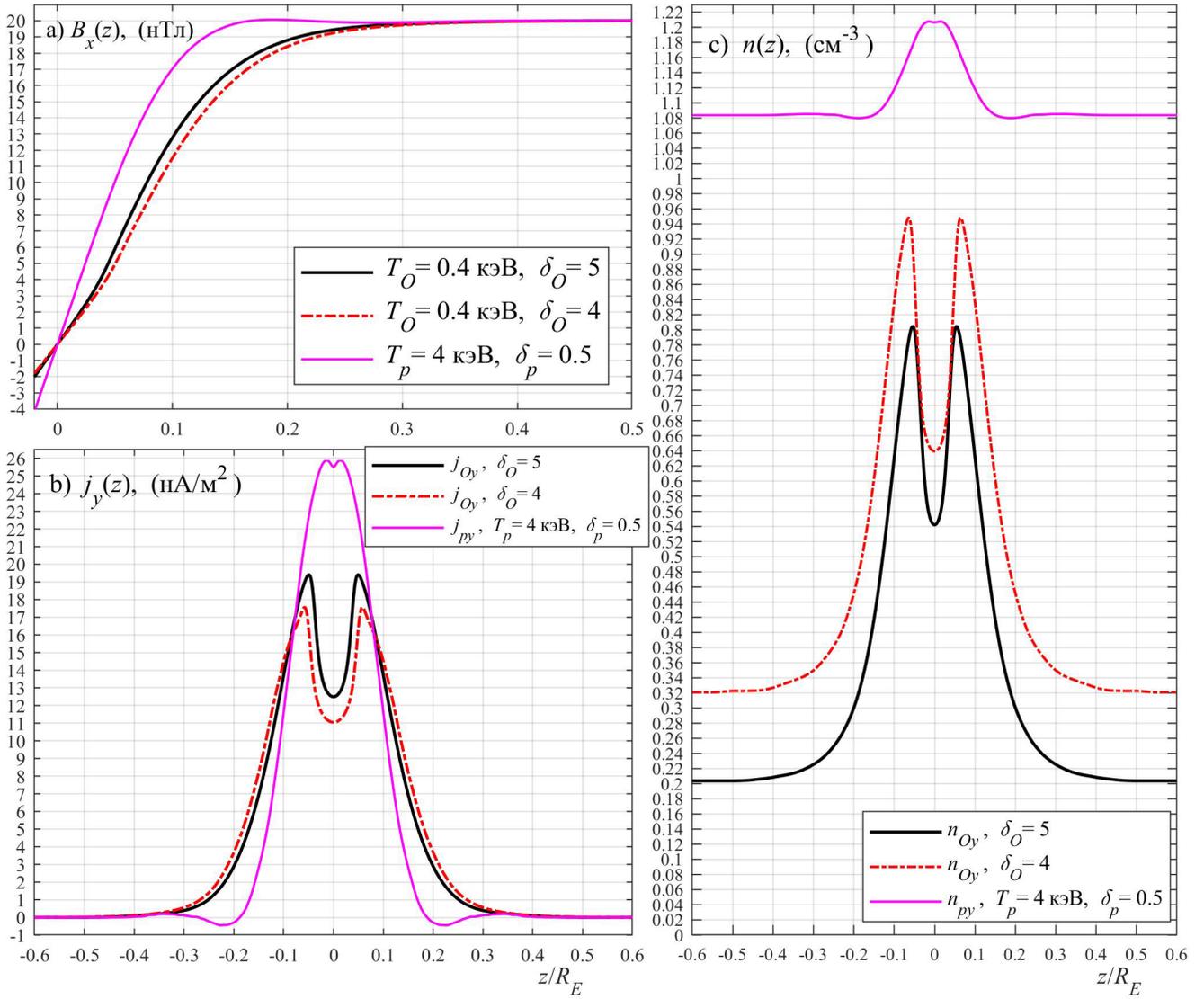
Для выяснения влияния фоновой популяции протонов были проведены следующие расчеты. Для двух вариантов потоков, показанных на **рис. 2**, были получены равновесные конфигурации, в которых, помимо встречных потоков, имеется фоновая популяция протонов с температурой  $T_p = 4$  кэВ, для которой в формуле (53) скорость потока  $V_{Dp} = 0$ , а концентрация на краях ТС совпадает с концентрацией поддерживающей ток популяции частиц.

Вклад фоновой популяции для первого варианта с температурой потоков  $T_p = 4$  кэВ показан зелеными линиями, а для второго варианта с температурой потоков  $T_p = 10$  кэВ — черными линиями. Суммарные значения плотности тока и определяемое им магнитное поле изменились очень мало, поэтому мы их не приводим.

Моделирование показало, что профиль концентрации фоновой популяции близок к постоянному, а влияние фоновой популяции на плотность тока и магнитное поле в ТТС очень мало, и им можно пренебречь.

В *разделе IV.4* изложены результаты моделирования ТТС с изотропным давлением электронов, которые образованы встречными потоками ионов кислорода. Также рассматривается моделирование ТТС с изотропным давлением электронов, в которых присутствуют встречные потоки как ионов кислорода, так и протонов.

На **рис. 3** показаны две конфигурации токового слоя, образованного потоками ионов кислорода с температурой ионов  $T_O = 0.4$  кэВ, когда потоки протонов отсутствуют. Конфигурация с параметром потока  $\delta_O = 4$  показана красными линиями, а конфигурация с  $\delta_O = 5$  показана черными линиями. Этим значениям  $\delta_O$  соответствуют значения продольной скорости  $V_{DO} \approx 200$  км/с и  $V_{DO} \approx 250$  км/с. Все остальные параметры модели те же, что указаны в предыдущем разделе. Для сравнения фиолетовой линией показана конфигурация, образованная потоками протонов с близким значением  $V_{Dp} \approx 310$  км/с, для которой  $T_p = 4$  кэВ и  $\delta_p = 0.5$ . На **рис. 1** она также показана фиолетовой линией.



**Рис. 3.** Профили ТТС, образованных потоками ионов кислорода при  $T_O = 0.4$  кэВ для двух значений  $\delta_O = 4$  — красные линии, и  $\delta_O = 5$  — черные линии: **а)** компонента магнитного поля  $B_x(z)$  в нТл; **б)** компонента плотности тока ионов кислорода  $j_{Oy}(z)$  в нА/м<sup>2</sup>; **с)** концентрация  $n_O(z)$  в см<sup>-3</sup>. Для сравнения фиолетовыми линиями показаны профили протонного ТТС при  $T_p = 4$  кэВ и  $\delta_p = 0.5$ .

Сравнение **рис. 1** и **рис. 3** показывает, что ТТС, образованный потоками ионов кислорода, имеет следующие отличия от ТТС, поддерживаемого потоками протонов: 1) ТТС на ионах кислорода примерно в 1.5 раза шире; 2) провал в центре слоя (расщепление или бифуркация) в профилях плотности тока и концентрации на порядок сильнее. Значения концентраций на краю слоя при одинаковом параметре потока  $\delta_O = \delta_p$  соответствуют оценке (90), то есть  $T_O n_O(L) \approx T_p n_p(L)$ , а ее макси-

мальные значения вблизи центра слоя меньше  $1 \text{ см}^{-3}$ , то есть согласуются с экспериментальными данными.

Следует отметить, что в модели функции распределения ионных компонент рассчитываются с регулируемой достаточно высокой точностью в каждой точке ТС. Это позволило исследовать характер зависимости функций распределения ионов в центре и на краях ТС от параметров падающих потоков.

В модели в пространстве скоростей используется ориентированная по магнитному полю декартова система координат, у которой 3-й базисный вектор направлен вдоль магнитного поля, а 1-й базисный вектор лежит в плоскости  $XZ$ , то есть:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{h}_3(z) = \mathbf{b}(z), \quad \mathbf{h}_1(z) = \frac{B_z \mathbf{e}_x - B_x(z) \mathbf{e}_z}{\sqrt{|B_x(z)|^2 + B_z^2}}, \quad \mathbf{h}_2(z) = [\mathbf{b} \times \mathbf{h}_1] \equiv \mathbf{e}_y, \\ v_k(z) = (\mathbf{v} \cdot \mathbf{h}_k(z)). \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

При этом компонента  $v_3$  является продольной скоростью, а компонента  $v_2$  — скоростью вдоль оси  $Y$ :

$$v_3(z) = (\mathbf{v} \cdot \mathbf{b}(z)) = v_{\parallel}, \quad v_2(z) \equiv v_y.$$

Для наиболее информативного графического отображения функции распределения удобно для заданной точки слоя  $z$  строить графики следующих безразмерных функций, которые получаются в результате интегрирования функции распределения по одной и этих компонент скорости, а также по двум ортогональным магнитному полю ее компонентам:

$$F_{\alpha 1,2} \left( z, \frac{v_1}{V_{T\alpha}}, \frac{v_2}{V_{T\alpha}} \right) = \frac{V_{T\alpha}^2}{\tilde{n}_0} \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\alpha}(z, v_1, v_2, v_3) dv_3, \quad (38)$$

$$F_{\alpha 1,3} \left( z, \frac{v_1}{V_{T\alpha}}, \frac{v_3}{V_{T\alpha}} \right) = \frac{V_{T\alpha}^2}{\tilde{n}_0} \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\alpha}(z, v_1, v_2, v_3) dv_2, \quad (39)$$

$$F_{\alpha 2,3} \left( z, \frac{v_2}{V_{T\alpha}}, \frac{v_3}{V_{T\alpha}} \right) = \frac{V_{T\alpha}^2}{\tilde{n}_0} \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\alpha}(z, v_1, v_2, v_3) dv_1, \quad (40)$$

$$F_{\alpha\parallel}\left(z, \frac{v_{\parallel}}{V_{T\alpha}}\right) = \frac{V_{T\alpha}}{\tilde{n}_0} \int_{\mathbb{R}^2} f_{\alpha}(z, v_1, v_2, v_{\parallel}) dv_1 dv_2, \quad (41)$$

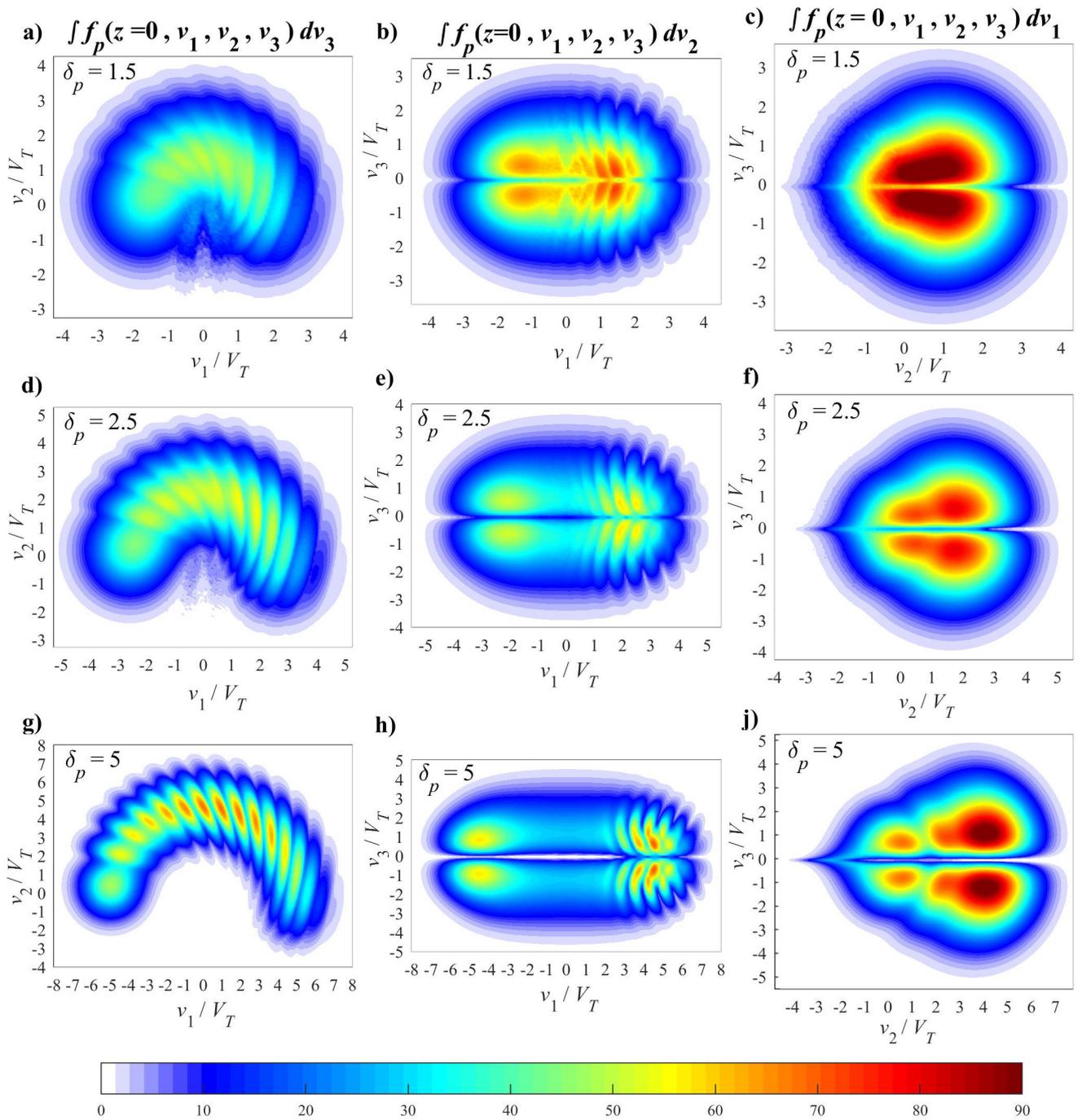
где  $\tilde{n}_0$  — постоянная с размерностью концентрации.

На **рис. 4** изображены графики функций (38)–(40) для протонов в точке  $z = 0$  в центре ТС для трех значений параметра  $\delta_p = 1.5, 2.5, 5$ . Графики функции  $F_{p1,2}\left(0, v_1/V_{Tp}, v_2/V_{Tp}\right)$  показаны в левом столбце: для  $\delta_p = 1.5$  на панели **a**), для  $\delta_p = 2.5$  на панели **d**) и для  $\delta_p = 5$  на панели **g**). Графики функции  $F_{p1,3}\left(0, v_1/V_{Tp}, v_3/V_{Tp}\right)$  показаны в центральном столбце: для  $\delta_p = 1.5$  на панели **b**), для  $\delta_p = 2.5$  на панели **e**) и для  $\delta_p = 5$  на панели **h**). Графики функции  $F_{p2,3}\left(0, v_2/V_{Tp}, v_3/V_{Tp}\right)$  показаны в правом столбце: для  $\delta_p = 1.5$  на панели **c**), для  $\delta_p = 2.5$  на панели **f**) и для  $\delta_p = 5$  на панели **j**).

На **рис. 5**, аналогично **рисунку 4**, изображены графики функций распределения (38)–(40) для ионов кислорода в точке  $z = 0$  в центре ТС для двух значений параметра  $\delta_O = 4, 5$ . Графики функции  $F_{O12}(0, v_1/V_{TO}, v_2/V_{TO})$  для  $\delta_O = 4$  показаны на панели **a**) и для  $\delta_O = 5$  на панели **d**). Графики функции  $F_{O13}(0, v_1/V_{TO}, v_3/V_{TO})$  показаны для  $\delta_O = 4$  на панели **b**) и для  $\delta_O = 5$  на панели **e**). Графики функции  $F_{O23}(0, v_2/V_{TO}, v_3/V_{TO})$  для  $\delta_O = 4$  показаны на панели **c**) и для  $\delta_O = 5$  на панели **f**).

Эти рисунки отображают функцию распределения двух встречных потоков в центре ТС, которые с ростом параметра  $\delta_{\alpha}$  (то есть с ростом продольной гидродинамической скорости потоков) все сильнее разделяются. Панели в левом столбце на **рис. 4** показывают, что график функции распределения  $F_{p1,2}\left(0, v_1/V_{Tp}, v_2/V_{Tp}\right)$  от ортогональных компонент скорости сначала приобретает "грибовидную" форму, а затем переходит в известную форму подковы, при этом радиус "центральной дуги" подковы примерно равен параметру  $\delta_p$ .

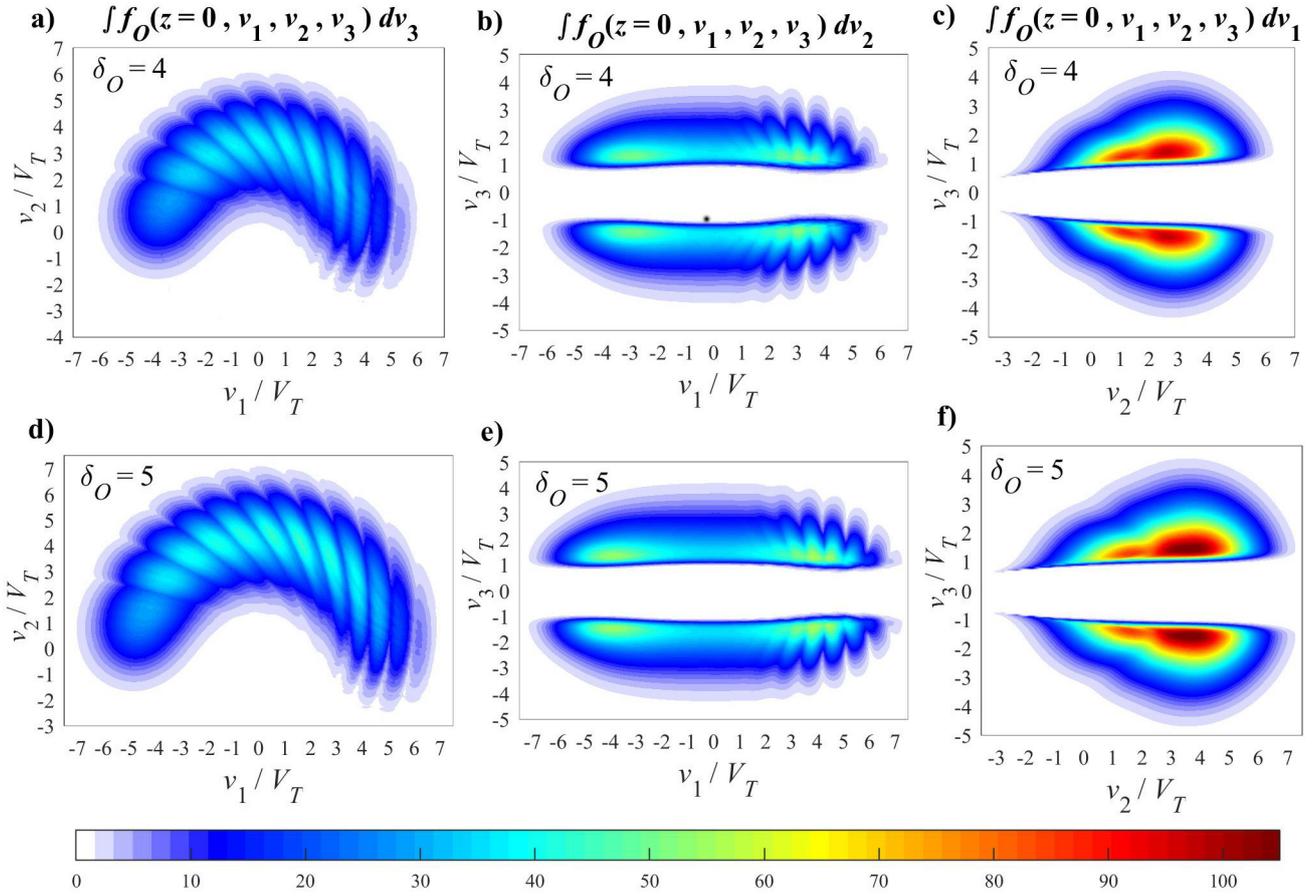
Панели в центральном и в правом столбцах на **рис. 4** и **рис. 5** с графиками функций распределения  $F_{\alpha1,3}$  и  $F_{\alpha2,3}$ , зависящих от продольной скорости  $v_3/V_{T\alpha}$ , демонстрируют уменьшение области перекрытия встречных потоков в пространстве скоростей с ростом параметра  $\delta_{\alpha}$ .



**Рис. 4.** Графики безразмерных функций (38)–(40) для протонов в точке  $z = 0$  в центре ТС для 3-х значений параметра  $\delta_p = 1.5, 2.5, 5$ . Графики  $F_{p1,2}$  показаны на панелях **a)**, **d)** и **g)** соответственно, графики  $F_{p1,3}$  — на панелях **b)**, **e)** и **h)**, графики  $F_{p2,3}$  — на панелях **c)**, **f)** и **j)**.

На **рис. 6** приведены графики определяемой формулой (41) безразмерной продольной функции распределения для протонов  $F_{p\parallel}(z = 0, v_{\parallel}/V_{Tp})$  в точке  $z = 0$  в центре ТС для 8 значений па-

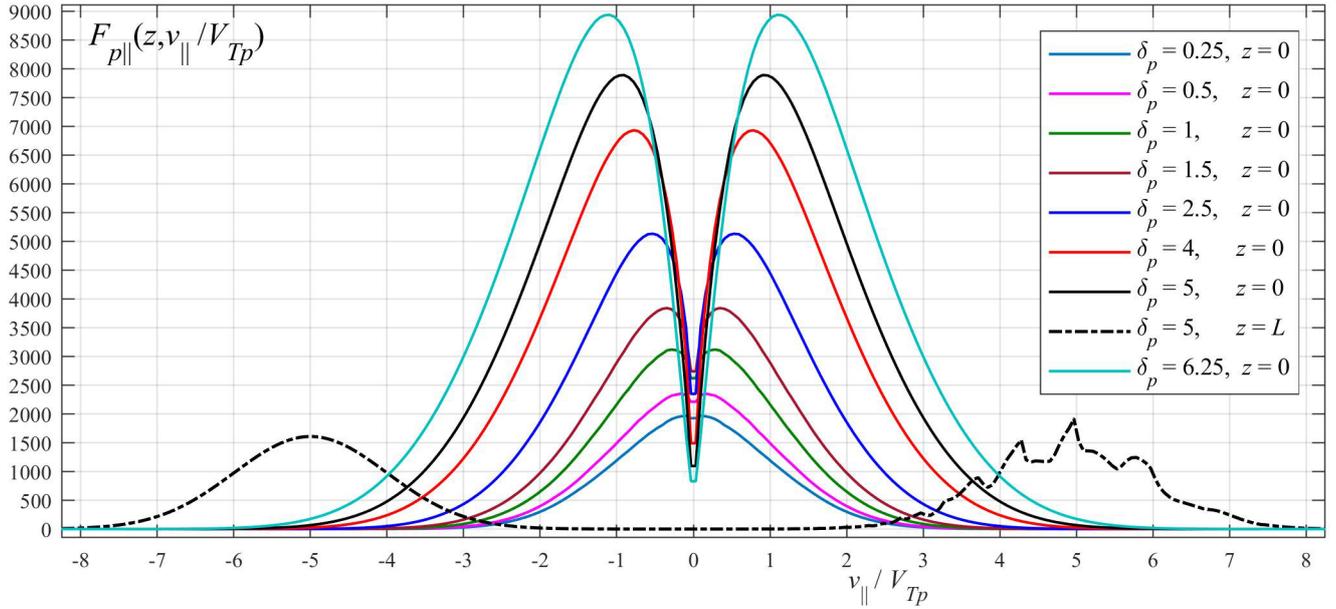
раметра  $\delta_p = 0.25, 0.5, 1, 1.5, 2.5, 4, 5, 6.25$ . Кроме того, черной штрих-пунктирной линией показана эта функция в точке  $z = L = R_E$  на краю области моделирования для значения параметра  $\delta_p = 5$ .



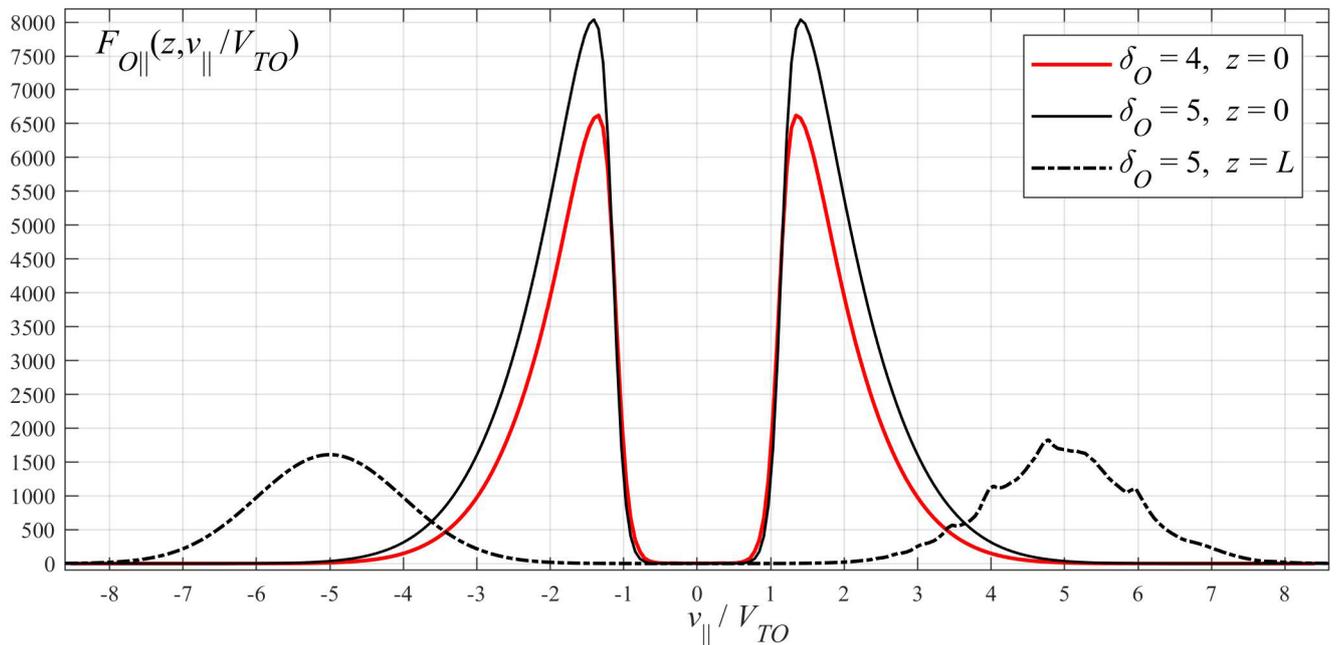
**Рис. 5.** Графики безразмерных функций (38)–(40) для ионов кислорода в точке  $z = 0$  в центре ТС для двух значений параметра  $\delta_O = 4, 5$ . Графики  $F_{O12}$  показаны на панелях а) и д) соответственно, графики  $F_{O13}$  — на панелях б) и е), графики  $F_{O23}$  — на панелях с) и ф).

Из рис. 6 видно, что при малых значениях параметра  $\delta_p$  встречные потоки в центре ТС перекрываются, а с ростом этого параметра все сильнее разделяются. При этом продольные скорости встречных потоков  $U_{p\parallel}$  в центре слоя (примерно равны  $v_{\parallel}$  в точке максимумов на рисунке) по величине в разы меньше их продольной скорости  $V_{Dp}$  на краях слоя.

На рис. 7 приведены графики продольной функции распределения ионов кислорода  $F_{O\parallel}(z = 0, v_{\parallel}/V_{TO})$  в точке  $z = 0$  в центре ТС для двух значений параметра потока  $\delta_O = 4, 5$ .



**Рис. 6.** Продольная функция распределения (41) для протонов в центре ТС в точке  $z = 0$  для 8 значений  $\delta_p = 0.25, 0.5, 1, 1.5, 2.5, 4, 5, 6.25$ , а также на краю области моделирования в точке  $z = L = R_E$  для значения параметра  $\delta_p = 5$  (черная штрих-пунктирная линия).



**Рис. 7.** Продольная функция распределения (41) для ионов кислорода в точке  $z = 0$  в центре ТС для двух значений параметра  $\delta_O = 4, 5$ , (соответственно сплошные красная и черная линии), а также эта функция на краю области моделирования в точке  $z = L = R_E$  для значения параметра  $\delta_O = 5$  (черная штрих-пунктирная линия).

Также на **рис. 7** аналогично **рис. 6** черной штрих-пунктирной линией показана эта функция в точке  $z = L = R_E$  на краю области моделирования для значения параметра  $\delta_O = 5$ .

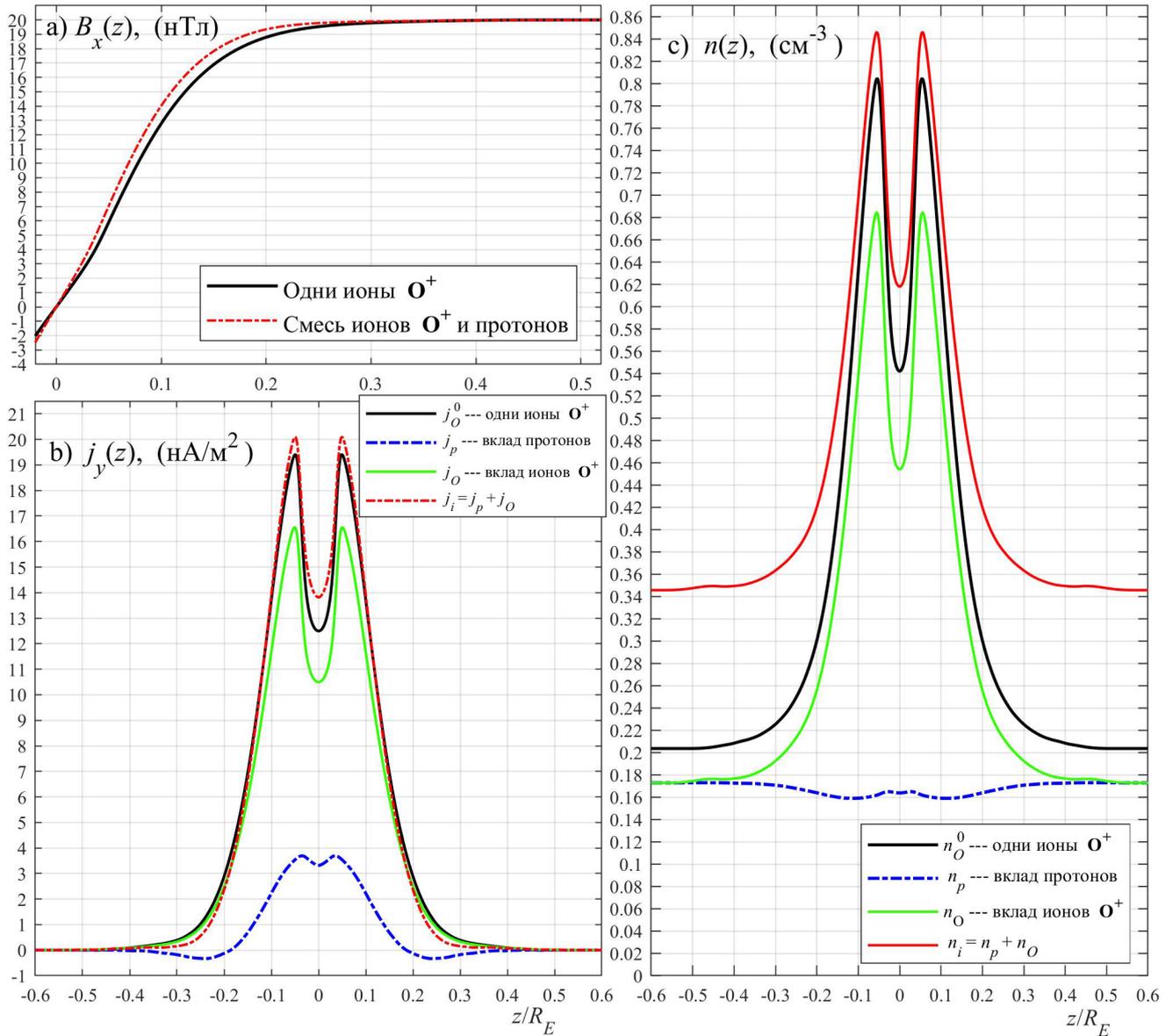
Сравнение графиков на панели **d)** **рис. 5** и на панели **g)** **рис. 4**) показывает, что при одинаковом значении параметра потока  $\delta_p = \delta_O = 5$  формы "подковы" на этих рисунках очень близки. Сравнение графика на панели **рис. 5.e)** с графиком на панели **рис. 4.h)** и сравнение графика на панели **рис. 5.f)** с графиком на панели **рис. 4.j)**, а также сравнение графика на панели **рис. 7** с графиком на панели **рис. 6** показывает, что в центре ТС встречные потоки ионов кислорода имеют большую относительную продольную скорость  $U_{\alpha\parallel}/V_{T\alpha}$  и в пространстве скоростей разделены по продольной скорости (пустая полоса на панелях **рис. 5.e)** и **рис. 5.f)**), а также имеют резкую внутреннюю границу и меньший размер по относительной продольной скорости  $v_{\parallel}/V_{T\alpha}$ , в то время как для более горячих протонов эти потоки в пространстве скоростей разделены не полностью, их внутренняя граница более плавная, а хвост потока длиннее.

С точки зрения сценария формирования ТТС ближнего хвоста магнитосферы в возмущенных условиях, вполне возможной представляется ситуация, когда имеются как потоки ионов кислорода, так и потоки протонов с сопоставимыми продольными гидродинамическими скоростями  $V_{DO} \sim V_{Dp}$  и концентрациями на краях слоя  $n_O(L) \sim n_p(L)$ .

Для моделирования этой ситуации была получена стационарная конфигурация ТТС с параметрами потоков ионов кислорода и протонов, для которых конфигурации ТТС были рассчитаны по отдельности (они показаны на **рис. 1** и **рис. 3**).

Параметры потока ионов кислорода были  $T_O = 0.4$  кэВ и  $\delta_O = 5$ , то есть  $V_{Dp} \approx 250$  км/с. Параметры потока протонов были  $T_p = 4$  кэВ и  $\delta_p = 0.5$ , то есть  $V_{Dp} \approx 310$  км/с. Концентрации на краях слоя считались равными:  $n_O(L) = n_p(L)$ .

Результаты расчетов представлены на **рис. 8**. Для сравнения черными линиями показаны профили для ТТС на одних ионах кислорода, которые показаны на **рис. 3** также черными линиями.



**Рис. 8.** Красные линии показывают профили ТТС, образованного потоками ионов кислорода с параметрами  $T_O = 0.4$  кэВ,  $\delta_O = 5$  и потоками протонов с параметрами  $T_p = 4$  кэВ,  $\delta_p = 0.5$  и равными на краях концентрациями: **а)** компонента магнитного поля  $B_x(z)$  в нТл; **б)** компонента плотности тока  $j_y(z) = j_{Oy}(z) + j_{py}(z)$  в нА/м<sup>2</sup>; **с)** концентрация ионов  $n_i(z) = n_O(z) + n_p(z)$  в см<sup>-3</sup>. На панелях **б)** и **с)** зелеными линиями показан вклад ионов кислорода, а синими линиями — вклад протонов. Для сравнения черными линиями показаны профили ТТС, образованного одними потоками ионов кислорода.

Из **рис. 8** видно, что основной вклад в полный ток через ТС дают ионы кислорода. Их вклад показан зелеными линиями, а вклад протонов показан синими линиями.

Появление популяции "токонесущих" протонов делает ТС более тонким, но профили магнитного поля и полного тока ионов (показанные красными линиями) относительно мало отличаются от соответствующих профилей ТТС на одних ионах кислорода (показаны черными линиями). При этом на краях слоя ток протонов отрицателен и компенсирует положительный ток ионов кислорода, что приводит к небольшому сужению ТС. Также появление популяции "токонесущих" протонов уменьшает скалярный потенциал и электрическое поле, поскольку фигурирующее в формуле (34) для потенциала отношение  $n(z)/n(L)$  в центре слоя уменьшается. Но это изменение мало влияет на движение ионов кислорода и протонов.

Отметим, что профиль концентрации протонов по форме существенно отличается от профиля для ТТС на одних протонах с теми же параметрами потока, который показан фиолетовой линией на **рис. 1** и **рис. 2**. В центральной области ТТС, где присутствует положительный ток ионов кислорода, профиль концентрации протонов имеет широкое понижение, в центре которого находится небольшое повышение с еще меньшим понижением в центре. При этом полная концентрация ионов (красная линия на панели **с**) на **рис. 8**) лежит в пределах, которые наблюдаются в экспериментальных данных.

Эти изменения показывают, что в магнитном поле более широкого ТТС, которое в основном создано током ионов кислорода, движение протонов изменяется по сравнению с их движением в более узком ТТС, образованном только их потоками.

Кроме того, были получены аналогичные конфигурации ТТС с большей продольной скоростью встречных потоков протонов  $V_{Dp}$ , в которых параметр потока протонов имел значения  $\delta_p = 1$  и  $\delta_p = 1.5$ . В этих конфигурациях понижения концентрации протонов в центре слоя уже нет, а относительный вклад протонов в полный ток увеличивается.

В *разделе IV.5* изложены результаты моделирования ТТС с анизотропным давлением электронов, которые образованы либо встречными потоками протонов, либо встречными потоками ионов кислорода. На **рис. 9** приведены профили плотностей тока соответствующих конфи-

гураций ТТС, которые были получены для значения параметра анизотропии давления электронов вне слоя равного 5%:

$$\gamma_0 = p_{e\parallel}(L) / p_{e\perp}(L) - 1 = 0.05.$$

На панели **а)** показана конфигурация, образованная потоками протонов с параметрами  $T_p = 4$  кэВ и  $\delta_p = 1.5$ . Ток протонов  $j_{py}(z)$  показан коричневой линией, ток электронов  $j_{ery}(z)$ , который определяется из уравнения (22), показан фиолетовой линией, а полный ток  $j_y(z) = j_{py}(z) + j_{ery}(z)$  показан голубой линией. Отметим, что конфигурация с такими же параметрами потоков протонов, но с изотропными электронами показана на **рис. 1** и **2** коричневыми линиями.

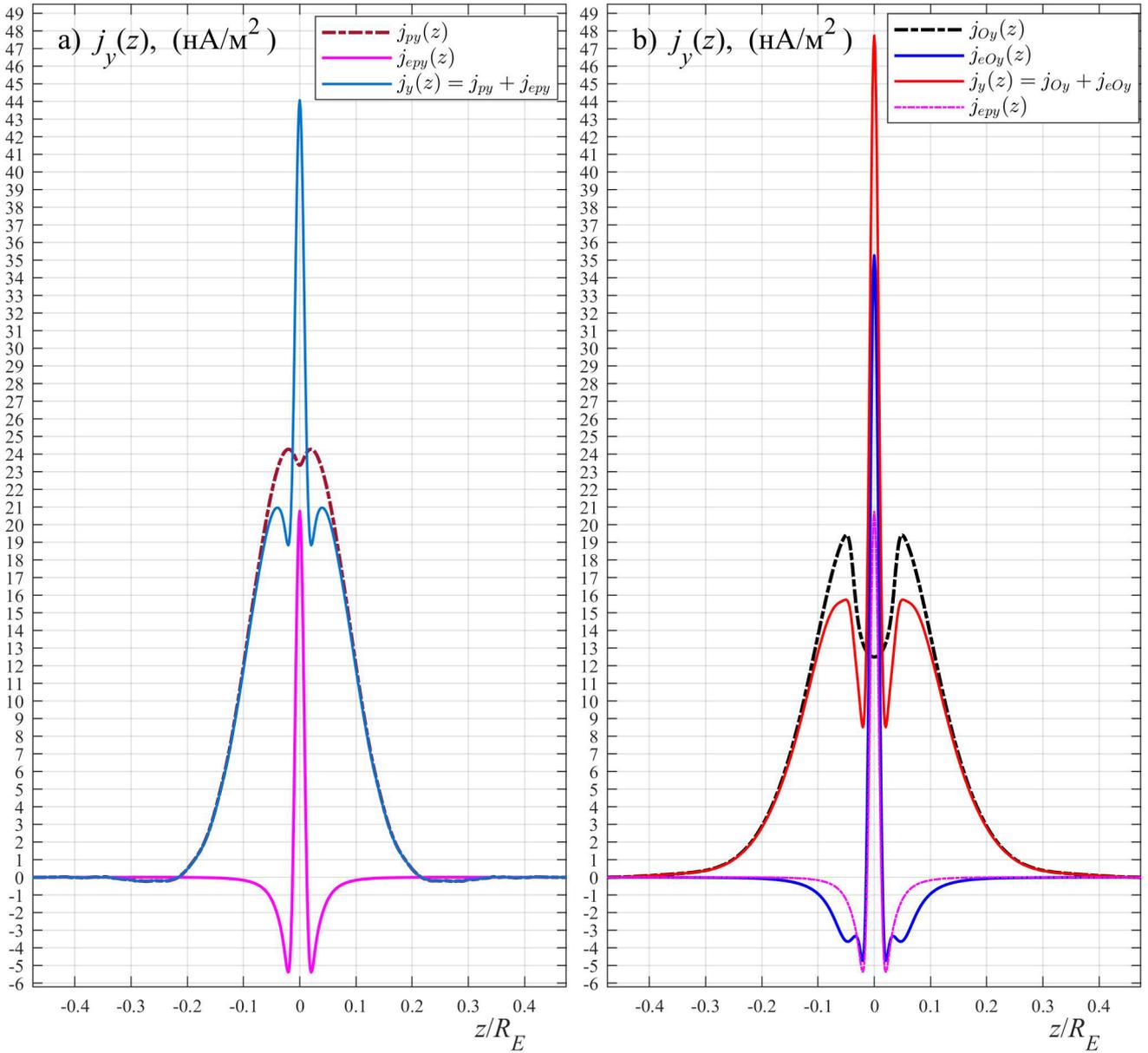
На панели **б)** показана конфигурация, образованная потоками ионов кислорода с параметрами  $T_O = 0.4$  кэВ и  $\delta_O = 5$ . Ток ионов кислорода  $j_{Oy}(z)$  показан черной линией, ток электронов  $j_{eOy}(z)$  — синей линией, а полный ток  $j_y(z) = j_{py}(z) + j_{eOy}(z)$  — красной линией. Для сравнения, фиолетовой линией показан ток электронов  $j_{ery}(z)$  с панели **а)**.

Отметим, что конфигурация с такими же параметрами потоков ионов кислорода, но с изотропными электронами показана на **рис. 3** черными линиями. В обоих случаях электроны переносят только очень малую часть полного тока через слой, которая определяется формулой (22). Вклад электронов в перепад магнитного поля через слой для ТТС на протонах составлял  $\Delta B_e / \Delta B = 0.0026 = 0.26\%$ , а для ТТС на ионах кислорода составлял  $\Delta B_e / \Delta B = 0.0024 = 0.24\%$ .

В обеих конфигурациях в центре ТТС имеется узкий положительный пик тока электронов, а к нему с обеих сторон примыкают более широкие зоны с отрицательным током электронов.

При этом в случае ТТС на ионах кислорода эти зоны с отрицательным током электронов шире, а максимум в центре ТТС примерно в 1.7 раза больше. Это различие в соответствии с уравнением (22) обусловлено отличием профилей концентрации ионов и магнитного поля.

Таким образом, в рамках созданной модели ТТС электроны с анизотропным давлением существенно перераспределяют профиль полного тока, но дают очень малый вклад в полный ток через ТТС.



**Рис. 9.** Профили плотности тока в случае анизотропии давления электронов на краях слоя  $\gamma_0 = p_{e\parallel}(L)/p_{e\perp}(L) - 1 = 0.05$ . **а)** ТС, образованный потоками протонов с параметрами  $T_p = 4$  кэВ,  $\delta_p = 1.5$ . Ток протонов  $j_{py}(z)$  — коричневая линия, ток электронов  $j_{ery}(z)$  — фиолетовая линия, полный ток  $j_y(z) = j_{py}(z) + j_{ery}(z)$  — голубая линия; **б)** ТС, образованный потоками ионов кислорода с параметрами  $T_O = 0.4$  кэВ,  $\delta_O = 5$ . Ток ионов кислорода  $j_{Oy}(z)$  — черная линия, ток электронов  $j_{eOy}(z)$  — синяя линия, полный ток  $j_y(z) = j_{Oy}(z) + j_{eOy}(z)$  — красная линия, ток электронов  $j_{ery}(z)$  с панели **а)** — фиолетовая линия.

Отметим, что вопрос о построении по данным измерений профиля плотности тока замагниченных электронов с анизотропным давлением в

ТТС пока остается открытым. Необходимый набор инструментов, который теоретически позволяет это сделать, имеется только на аппаратах миссии MMS. Однако на них датчик электронов не учитывает частицы с энергией меньше 200 эВ, которые по оценкам известных данных вносят заметный вклад в функцию распределения замагниченных электронов в ТТС ближнего и среднего хвоста магнитосферы Земли.

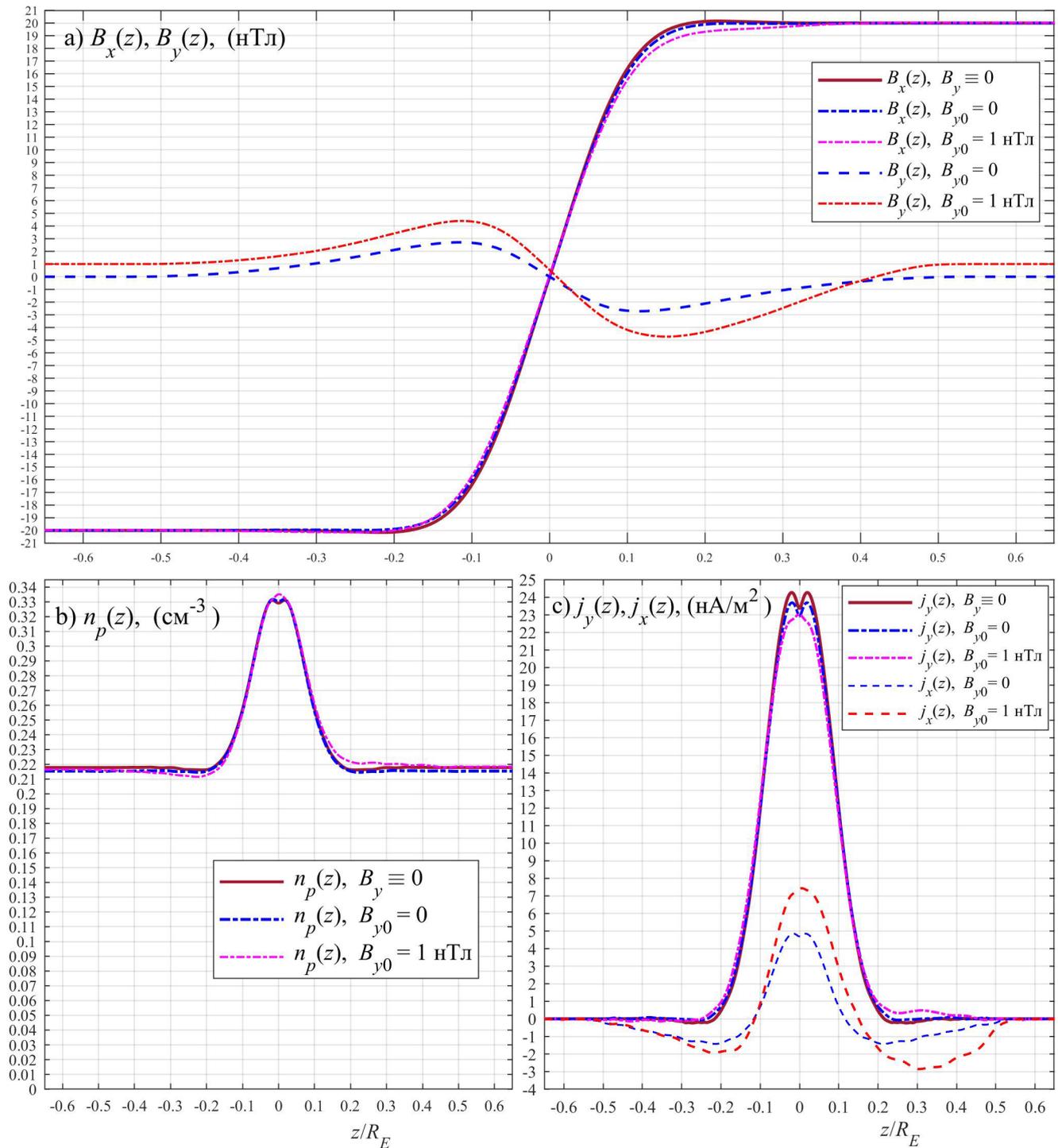
В *разделе IV.6* приведено заключение к четвертой главе.

В *главе V* рассматривается моделирование ТТС с изотропным давлением электронов при наличии сдвиговой компоненты магнитного поля. В *разделе V.1* изложено введение этой главы. В *разделе V.2* рассматривается моделирование ТТС, близких по ряду своих свойств к симметричным ТТС, рассмотренным в *главе IV*. Были получены симметричные конфигурации ТТС, образованные потоками протонов, в которых внешняя сдвиговая компонента магнитного поля отсутствует:  $B_{y0} = B_y(\pm L) = 0$ .

На **рис. 10** синими линиями показан пример такой конфигурации для входных параметров модели  $\delta_p = 1.5$ ,  $T_p = 4$  кэВ. Для сравнения коричневыми линиями показана конфигурация при тех же параметрах без сдвиговой компоненты ( $B_y(z) \equiv 0$ ,  $j_x(z) \equiv 0$ ), которая также коричневыми линиями показана на **рис. 1** и **рис. 2**.

Видно, что профили концентрации  $n_p(z)$  и компоненты плотности тока  $j_y(z)$  вместе с тангенциальной компонентой  $B_x(z)$  почти не изменились, но появилась компонента плотности тока  $j_x(z)$  вместе со сдвиговой компонентой  $B_y(z)$  с относительно небольшими максимальными значениями  $j_x(z=0) \approx 5$  нА/м<sup>2</sup> и  $\max|B_x(z)| \approx 3$  нТл.

Это означает, что появление такой сдвиговой компоненты  $B_y(z)$  относительно слабо влияет на движение протонов в ТТС. Также на **рис. 10** показана конфигурация ТТС при наличии внешней сдвиговой компоненты магнитного поля  $B_{y0} = 1$  нТл. Фиолетовыми линиями показана тангенциальная компонента  $B_x(z)$  на панели **а)** и соответствующая ей компонента тока  $j_y(z)$  на панели **с)**, а также концентрация на панели **б)**. Красными линиями показана сдвиговая компонента  $B_y(z)$  на панели **а)** и соответствующая ей компонента тока  $j_x(z)$  на панели **с)**.



**Рис. 10.** Профили ТТС, образованных потоками протонов. Симметричный случай без сдвиговой компоненты — коричневые линии, симметричный случай со сдвиговой компонентой без внешнего сдвигового поля — синие линии, случай с внешней сдвиговой компонентой  $B_{y0} = 1$  нТл — фиолетовая и красная линии. Панель **а)** — компоненты магнитного поля  $B_x(z)$  и  $B_y(z)$  в нТл. Панель **б)** — концентрация  $n_p(z)$  в  $\text{см}^{-3}$ . Панель **с)** — компоненты плотности тока  $j_y(z)$  и  $j_x(z)$  в  $\text{нА}/\text{м}^2$ .

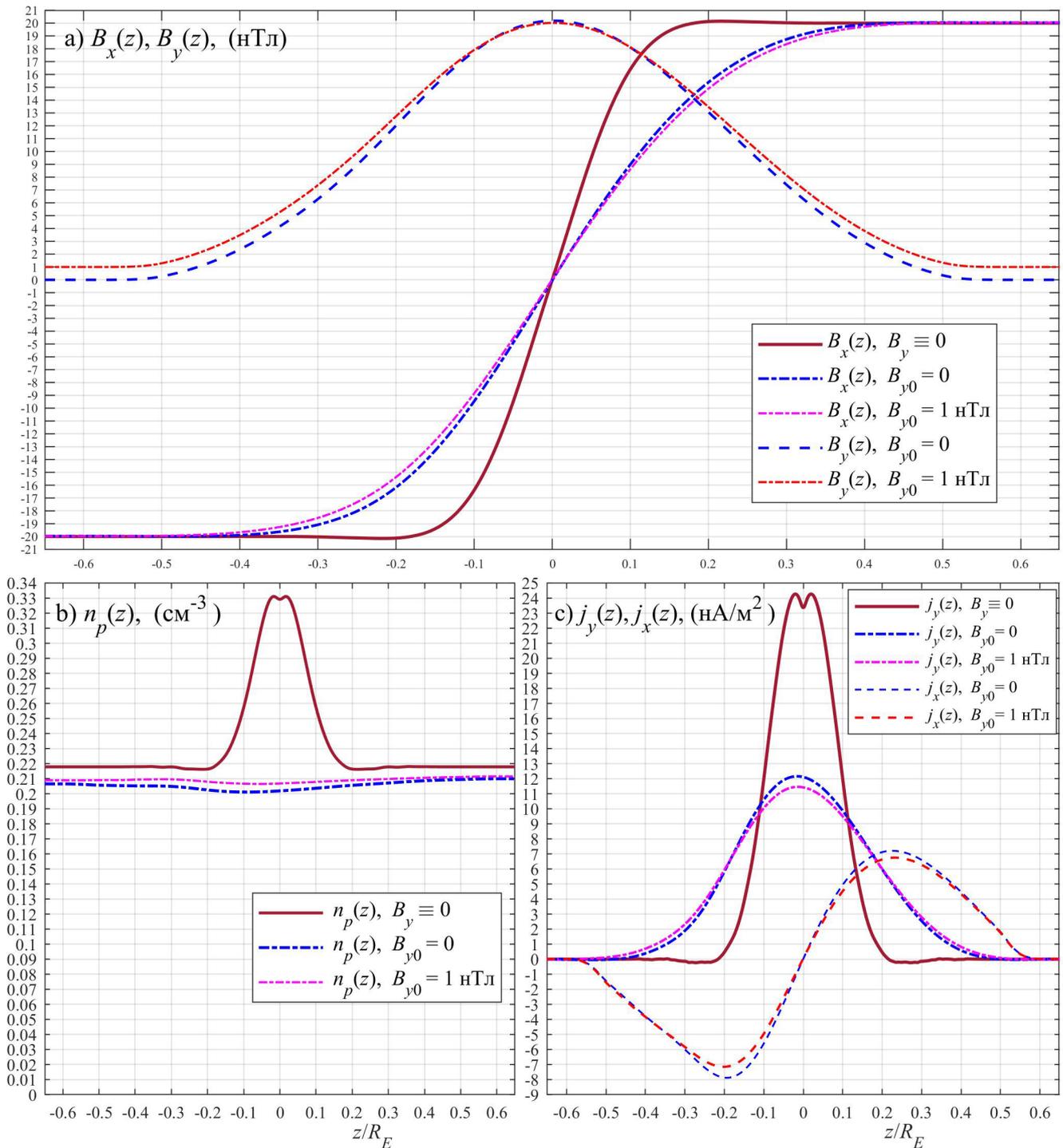
Видно, что появление внешней сдвиговой компоненты магнитного поля нарушает симметрию слоя, немного расширяет ТС и убирает провал в центре ТС в профиле концентрации и компоненты плотности тока  $j_y(z)$ . Отметим, что аналогичные профили ТТС получаются и при других значениях внешнего сдвигового поля  $B_{y0} = 0.5, 2, 3, 4$  нТл, для которых выполнены оценки  $B_{y0} \sim B_z$ ,  $B_{y0} \ll |B_x(\pm L)|$ .

В *разделе V.3* рассматриваются результаты моделирования ТТС с колоколообразным профилем сдвиговой компоненты магнитного поля, в которых примерно постоянны величина магнитного поля и концентрация. Конфигурации такого типа наблюдаются в эксперименте и были получены при помощи аналитической модели ТТС, а с помощью численного моделирования впервые были получены автором.

В этих конфигурациях концентрация протонов  $n_p(z)$  и величина магнитного поля  $B(z) = \sqrt{B_x^2(z) + B_y^2(z) + B_z^2}$  примерно постоянны, и сдвиговая компонента  $B_y(z)$  с колоколообразным профилем компенсирует изменение в ТС тангенциальной компоненты  $B_x(z)$ . При этом потенциал электрического поля  $\varphi(z)$  также примерно постоянен, то есть электрическое поле очень мало и практически не влияет на конфигурацию ТТС.

На **рис. 11** представлены стационарные конфигурации для двух значений внешней сдвиговой компоненты  $B_{y0} = 0, 1$  нТл, образованные потоками протонов с параметрами  $T_p = 4$  кэВ,  $\delta_p = 1.5$  при изотропном давлении электронов и  $B_z = 2$  нТл, то есть с теми же значениями входных параметров, как и для конфигураций ТТС, показанных на **рис. 1** и **рис. 10**.

Сравнение **рис. 10** с **рис. 11** показывает, что в полученной конфигурации при одинаковом полном токе через ТС, то есть при одинаковом  $\Delta V$  — изменении при переходе через ТС тангенциальной компоненты магнитного поля  $B_x(z)$  токовый слой стал примерно в 2 раза шире, а максимальное значение компоненты плотности тока  $j_y(z)$  уменьшилось примерно в 1.6 раза. При этом ширина зоны ненулевой сдвиговой компоненты тока  $j_x(z)$  не изменилась, но изменился вид ее профиля.



**Рис. 11.** Профили ТТС с колоколообразным  $B_y(z)$ . Случай без сдвиговой компоненты — коричневые линии, случай со сдвиговой компонентой без внешнего сдвигового поля — синие линии, случай с внешней сдвиговой компонентой  $B_{y0} = 1 \text{ нТл}$  — фиолетовая и красная линии.

- а)** компоненты магнитного поля  $B_x(z)$  и  $B_y(z)$  в нТл;  
**б)** концентрация  $n_p(z)$  в  $\text{см}^{-3}$ ;  
**с)** компоненты плотности тока  $j_y(z)$  и  $j_x(z)$  в  $\text{нА/м}^2$ .

На **рис. 10** видны 3 зоны: центральная, где  $j_x(z) \geq 0$ , а также примыкающие к ней сверху и снизу зоны с отрицательными значениями  $j_x(z)$ , которые вместе дают нулевой полный ток. На **рис. 11** имеются две примерно симметричные зоны:  $j_x(z) \geq 0$  при  $z > 0$  и  $j_x(z) \leq 0$  при  $z < 0$ . Аналогичные профили ТТС с "колоколообразной" сдвиговой компонентой  $B_y(z)$  получаются и при других значениях внешнего сдвигового поля  $B_{y0} = 0.5, 2, 3, 4$  нТл.

Отметим, что во всех полученных стационарных конфигурациях с высокой точностью были выполнены условия силового баланса (24)–(26).

В **разделе V.4** приведено заключение к пятой главе.

В **приложении** изложены два новых метода численного решения стационарного уравнения Власова.

В **заключении** сформулированы результаты диссертационной работы, которые выносятся на защиту.

## Результаты, выносимые на защиту

1. Получен квазинейтральный предел системы уравнений Власова–Дарвина, который позволяет моделировать относительно медленную безызлучательную эволюцию тонкого токового слоя в бесстолкновительной космической плазме с наименьшим расходом вычислительных ресурсов.
2. Создана новая численная модель стационарного пространственно одномерного тонкого токового слоя с нормальной компонентой магнитного поля и замагниченными электронами, который образуют встречные потоки незамагниченных ионов. Эта модель по сравнению с другими моделями ТТС имеет лучшие точность, быстродействие и адаптивность, а также более широкую область применимости.
3. С помощью новой модели получены симметричные конфигурации тонкого токового слоя ближнего хвоста магнитосферы Земли для широкого набора параметров образующих токовый слой встречных потоков ионов и исследована зависимость конфигурации токового

слоя от этих параметров. Получено влияние анизотропии давления электронов на профиль плотности тока.

4. Показано, что токовый слой ближнего хвоста магнитосферы Земли может быть образован встречными потоками либо горячих магнитосферных протонов, либо более холодных ионов кислорода ионосферного происхождения, которые имеют достаточно большую продольную скорость от 200–250 км/с и выше. При этом токовый слой, в котором основную часть полного тока через слой дают потоки ионов кислорода, примерно в 1.5–2 раза шире слоя, образованного потоками протонов.
5. Получены конфигурации тонкого токового слоя ближнего хвоста магнитосферы с колоколообразным профилем сдвиговой компоненты магнитного поля и примерно постоянными величиной магнитного поля и концентрацией ионов. Конфигурации такого типа часто встречаются в данных измерений на космических аппаратах в хвосте магнитосферы Земли и на разных участках ее магнитопаузы, а также в солнечном ветре и в хвосте магнитосферы Юпитера.

## ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. *Бородачев Л. В., Мингалёв И. В., Мингалёв О. В.* Дрейфовый алгоритм расчёта движения заряда в дарвиновской модели плазмы. // Журнал вычислительной математики и математической физики (ЖВМ и МФ). 2003, Том 43, № 3, С. 467–480.
2. *Mingalev O. V., Golovchanskaya I. V., Maltsev Y. P.* Simulation of the interchange instability in a magnetospheric substorm site. // *Annales Geophysicae*. 2006. V. 24. № 6. P. 1685–1693.
3. *Мингалев О. В., Мингалев И. В., Мингалев В. С.* Двумерное численное моделирование динамики мелкомасштабной неоднородности в околоземной плазме. // *Космические исследования*. 2006. Т. 44. № 5. С. 416–427.
4. *Бородачев Л. В., Мингалев И. В., Мингалев О. В.* Численное решение дискретной модели Власова–Дарвина на основе оптимальной переформулировки полевых уравнений. // *Математическое моделирование*. 2006. Т. 18. № 11. С. 117–125.
5. *Мингалев О. В., Мингалев И. В., Малова Х. В., Зелёный Л. М.* Численное моделирование плазменного равновесия в одномерном токовом слое с ненулевой нормальной компонентой магнитного поля. // *Физика плазмы*. 2007. Т. 33, № 11, С. 1028–1041.
6. *Мингалев О. В., Мингалев И. В., Малова Х. В., Зелёный Л. М., Артемьев А. В.* Несимметричные конфигурации тонкого токового слоя с постоянной нормальной компонентой магнитного поля // *Физика плазмы*. 2009. Т. 35, № 1, С. 85–96.
7. *Малова Х. В., Зелёный Л. М., Мингалев О. В., Мингалев И. В., Попов В. Ю., Артемьев А. В., Петрукович А. А.* Токовый слой в бесстолкновительной немаксвелловской плазме: самосогласованная теория, моделирование и сравнение со спутниковыми экспериментами. // *Физика плазмы*. 2010. Т. 36, № 10, С. 897–915.
8. *Мингалев О. В., Мингалева Г. И., Мельник М. Н., Мингалев В. С.* Численное моделирование поведения сверхмелкомасштабных неод-

нородностей в слое F ионосферы // Геомагнетизм и аэрономия, 2010, Т. 50, № 5, С. 671–682.

9. *Mingalev O. V., Mingaleva G. I., Melnik M. N., Mingalev V. S.* Numerical simulation of the time evolution of small-scale irregularities in the F-layer ionospheric plasma // *International Journal of Geophysics*. 2011. Volume 2011, Article ID 353640, doi:10.1155/2011/353640.
10. *Мингалев О. В., Мингалев И. В., Мельник М. Н., Артемьев А. В., Малова Х. В., Попов В. Ю., Шен Чао, Зелёный Л. М.* Кинетические модели токовых слоев с широм магнитного поля. // *Физика плазмы*. 2012. Т. 38, № 4, С. 329–344.
11. *Malova H. V., Popov V. Yu., Mingalev O. V., Mingalev I. V., Mel'nik M. N., Artemyev A. V., Petrukovich A. A., Delcourt D. C., Shen C., Zelenyi L. M.* Thin current sheets in the presence of a guiding magnetic field in the Earth's magnetosphere // *J. Geophys. Res.* 2012. VOL. 117, A04212, doi:10.1029/2011JA017359
12. *Grigorenko E. E., Malova H. V., Artemyev A. V., Mingalev O. V., Kronberg E. A., Koleva R., Daly P. W., Cao J. B., Sauvaud J.-A., Owen C. J., Zelenyi L. M.* Current sheet structure and kinetic properties of plasma flows during a near-Earth magnetic reconnection under the presence of a guide field // *J. Geophys. Res. Space Physics*. 2013. VOL. 118, P. 3265–3287, doi: 10.1002/jgra.50310
13. *Sasunov Y., Khodachenko M., Alexeev I., Belenkaya E., Semenov V., Kubyshkin I., Mingalev O.* Investigation of scaling properties of a thin current sheet by means of particle trajectories study // *Journal of Geophysical Research: Space Physics*. 02/2015. 120(3). doi:10.1002/2014JA020486
14. *Malova H. V., Mingalev O. V., Grigorenko E. E., Mingalev I. V., Melnik M. N., Popov V. M. Yu., Delcourt D. M. C., Petrukovich A. A., Shen C., Rong D., Zelenyi L. M.* Formation of self-organized shear structures in thin current sheets // *Journal of Geophysical Research: Space Physics*. 05/2015. VOL. 120, DOI: 10.1002/2014JA020974

15. *Sasunov Y. L., Khodachenko M. L., Alexeev I. I., Belenkaya E. S., Mingalev O. V., Melnik M. N.* The influence of kinetic effect on the MHD scalings of a thin current sheet // *Journal of Geophysical Research. Space Physics.* 12/2016. VOL. 121, DOI: 10.1002/2016JA023162
16. *Мингалев О. В., Мингалев И. В., Малова Х. В., Мельник М. Н., Зелёный Л. М.* Система кинетических уравнений для описания крупномасштабных процессов в бесстолкновительной космической плазме. // *Физика плазмы.* 2017. Т. 43, № 10, С. 837–849.
17. *Мингалев О. В., Мингалев И. В., Мельник М. Н., Ахметов О. И., Суворова З. В.* Новый метод численного интегрирования системы Власова–Максвелла. // *Математическое моделирование.* 2018, Т. 30, № 10, С. 21–43.
18. *Мингалев О. В., Мингалев И. В., Малова Х. В., Мерзлый А. М., Зелёный Л. М.* Система кинетических уравнений для бесстолкновительной космической плазмы в приближении силового равновесия электронов вдоль магнитного поля. // *Физика плазмы.* 2018. Т. 44, № 11, С. 889–904.
19. *Мингалев О. В., Малова Х. В., Мингалев И. В., Мельник М. Н., Сецко П. В., Зелёный Л. М.* Модель тонкого токового слоя в хвосте магнитосферы Земли с кинетическим описанием замагниченных электронов. // *Физика плазмы.* 2018. Т. 44, № 10, С. 769–790.
20. *Мингалев О. В., Хабарова О. В., Малова Х. В., Мингалев И. В., Кислов Р. А., Мельник М. Н., Сецко П. В., Зелёный Л. М., Zank G. P.* Моделирование ускорения протонов в магнитном острове в складке гелиосферного токового слоя // *Астрономический вестник.* 2019. Т. 53, № 1, С. 34–60.
21. *Мингалев О. В., Мингалев И. В., Малова Х. В., Мерзлый А. М., Мингалев В. С., Хабарова О. В.,* Описание крупномасштабных процессов в околоземной космической плазме. // *Физика плазмы.* 2020. Т. 46, № 4, С. 329–350.

22. Мингалев О. В., Сецко П. В., Мельник М. Н., Мингалев И. В., Малова Х. В., Мерзлый А. М. Силовой баланс в токовых слоях в бесстолкновительной плазме // Солнечно-земная физика. 2021. Т. 7, № 2. С. 3-12. DOI: 10.12737/szf-71202101.
23. Мингалев О. В., Сецко П. В., Мельник М. Н., Мингалев И. В., Малова Х. В., Артемьев А. В., Мерзлый А. М., Зеленый Л. М. Роль ионов кислорода в структуре токового слоя ближнего хвоста магнитосферы Земли // Физика плазмы. 2022. Т. 48, № 3. С. 237–258.
24. Мингалев О. В., Сецко П. В., Мельник М. Н., Мингалев И. В., Малова Х. В., Артемьев А. В., Зеленый Л. М. Возможность образования токового слоя в ближнем хвосте магнитосферы потоками ионов кислорода // Известия РАН. Серия физическая. 2022, Том 86, № 3. С. 316–321.