

ДЕМИДОВ ВАДИМ ВИКТОРОВИЧ

**РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ
КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ КОМПОНЕНТЫ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ**

08.00.13 – Математические и инструментальные методы экономики

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата экономических наук

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева».

Научный руководитель: *Семенычев Валерий Константинович*
доктор технических наук, доктор экономических наук,
профессор

Официальные оппоненты: *Арженовский Сергей Валентинович,*
доктор экономических наук, профессор, профессор кафедры
статистики, эконометрики и оценки рисков
федерального государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего образования «Ростовский
государственный экономический университет (РИНХ)»;

Летчиков Андрей Владимирович,
доктор физико-математических наук, профессор, профессор
кафедры управления социально-экономическими системами
федерального государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего образования «Удмуртский
государственный университет».

Ведущая организация: федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования «*Крымский федеральный
университет имени В.И. Вернадского*», г. Симферополь

Защита состоится 19 января 2022 г. в 13:30 на заседании диссертационного совета Д 212.215.11, созданного на базе федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева», по адресу: 443086, г. Самара, Московское шоссе, д. 34.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» и на сайте: https://ssau.ru/files/resources/dis_protection/Demidov_V_V_Razrabotka_metodov_parametricheskogo.pdf.

Автореферат разослан «__» _____ 2021 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 212.215.11,
кандидат экономических наук

В. Ю. Анисимова

I. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертационного исследования.

Периодическое изменение (сезонные и циклические колебания) экономических показателей является неотъемлемой частью большинства процессов и явлений в любой сфере современной экономики.

В качестве основных экзогенных причин, порождающих периодические колебания в экономике и оказывающих на них влияние, называют:

1) финансовые – периодичность уплаты налогов и выплаты заработной платы, превышение ожидаемых доходов над реальными, излишние (или недостаточные) сбережения, приводящие к недостатку (или переизбытку) инвестиций (М. Фридман) и снижению производства, перераспределение капитала вследствие кредитно-денежной политики государства, колебания нормы прибыли (К. Маркс), инфляционное уменьшение реальной стоимости капитала, периодические изменения условий и уровня процентных ставок по кредитам;

2) рыночные – флуктуации спроса и предложения (Дж. М. Кейнс), несоответствие текущих потребностей реальному материальному производству, перепроизводство товаров вследствие действия механизма рыночной конкуренции;

3) иные разнообразные (называемые «оригинальными») причины – сезонные изменения климата, циклы солнечной активности, периодичность смены руководства стран (электоральная цикличность), периодичность обновления основных фондов, периодичность возникновения войн, смена технологий (Й. Шумпетер) вследствие окончания жизненных циклов одних и начала других, психологические причины в поведении экономических агентов – физических лиц, периодичность в создании материальных запасов, периодичность отчётности и др.

Следствием периодических колебаний факторов внешней среды являются колебания на микроуровне экономики: создание излишних запасов или дефицита материалов в производственной цепи, колебания производственной мощности предприятия, колебания спроса на ресурсы производства, колебания цен в сфере потребления и т.п. Таким образом, как для сферы производства, так и для сферы потребления характерны периодические колебания экономических показателей.

Наличие аналитической модели колебательной компоненты позволяет количественно оценить моделируемые показатели динамики развития экономического процесса (объекта) и должно обеспечить: возможность их прогнозирования, получения лучших результатов деятельности, уменьшения экономических рисков при принятии своевременных и правильных маркетинговых и управленческих решений.

Диссертация посвящена разработке инструментария моделирования экономических явлений и процессов, под которым понимается совокупность эконометрических параметрических (аналитических) моделей, позволяющих описать многие практически важные виды периодической динамики.

Современный менеджмент в условиях цифровизации экономики должен использовать математические модели и методы как естественный и необходимый элемент эффективного управления экономическими системами, это определяет актуальность настоящего исследования.

Степень научной разработанности проблемы.

Существенные теоретические и практические результаты в области моделирования и прогнозирования периодической динамики получены отечественными учеными: С. А. Айвазяном, В. Н. Афанасьевым, В. А. Бессоновым, С. Ю. Глазьевым, В. М. Дуплякиным, Н.Д. Кондратьевым, Ю.П. Лукашиным,

В. С. Мхитаряном, В. К. Семенычевым, Е. В. Семенычевым, Е.Е. Слуцким, Ю.М. Плотинским, В.Л. Поздеевым, Е.М. Четыркиным, М.М. Юзбашевым, В.С. Яковенко, Ю.В. Яковцом и др.

Зарубежные ученые I. Adizes, J. Forrester, S. Kuznets, W. Mitchell, J. Schumpeter и др. сделали весомый вклад в постановку и решение задачи моделирования циклической динамики, а George E. P. Box, Gwilym M. Jenkins, Christopher Dougherty, R. L. Kashyap, A. R. Rao и др. внесли свою лепту в развитие методов и приемов моделирования временных рядов.

Известные попытки исследователей в области моделирования тренд-периодической (тренд-сезонной, тренд-циклической) динамики сводились к следующему:

1. Определение аналитической модели основной тенденции тренд-периодической динамики, затем элиминирование значений тренда из исходного временного ряда, и в конечном итоге - получение временного ряда остатков для моделирования колебательной компоненты. Необходимо было, во-первых, знать или предполагать длительность периода колебаний, во-вторых, иметь наблюдения за несколько (минимум 3-5) периодов для получения усреднённых периодических отклонений в соответствующие временные моменты периода. В итоге для прогнозирования исследователь мог иметь только аналитическую модель тренда и дополнительную таблицу сезонных отклонений. Отметим, что сама процедура усреднения периодических отклонений за несколько периодов исключала возможность учёта эволюции самой периодической компоненты.
2. Получение аналитического выражения тренд-периодической динамики с трендом, выражаемым ограниченным набором функций, наиболее часто встречающихся в экономической практике, и весьма простым аналитическим выражением колебательной компоненты в виде одной или максимум двух гармонических функций. Такое упрощённое представление колебательной компоненты было вызвано вычислительной сложностью определения параметров полигармонических моделей известными методами.

Довольно долго практика не ставила задачу моделирования чисто колебательной компоненты динамики, а занималась моделированием тренд-сезонных процессов, причем основное внимание отводилось моделированию именно основной тенденции для долгосрочного прогнозирования, а моделирование периодических колебаний рассматривалось как второстепенная задача для уточнения тренд-сезонной модели и краткосрочных прогнозов.

Однако, предполагается, что моделирование тренда и моделирование колебательной (сезонной) компоненты могут быть двумя разными задачами по причине разной природы экономических факторов, влияющих на их динамику – во втором случае возникающих периодически и более предсказуемых. Представляется логичным, что получение модели колебательной компоненты разнообразных форм в аналитическом виде является отдельной и практически важной задачей, решению которой посвящена настоящая диссертация.

Специфичным для колебательной компоненты, в сравнении с трендом, является принципиальная нелинейность всех известных и предлагаемых ее моделей, большая динамика изменения ее уровней и, особенно, существенно большая эволюция ее уровней во времени. Все эти особенности следует учесть для достижения требуемой в приложениях точности моделирования и прогнозирования.

Можно констатировать, что до настоящего времени в известной научной литературе практически отсутствует инструментарий, позволяющий осуществлять моделирование колебательной компоненты динамики, причем как стационарной, так и эволюционирующей во времени, в виде аналитических моделей, что обусловлено следующими причинами:

1. традиционный подход к моделированию одновременно и тренда, и колебательной компоненты приводит к получению сложных нелинейных моделей, трудность определения параметров которых служит причиной упрощённого представления именно колебательных компонент моделей, не позволяя в параметрическом виде описать сложные виды и эволюцию периодических колебаний;
2. нелинейность аналитических функций, которые необходимо использовать для моделирования колебательных компонент динамики, и невозможность применения классических приемов сведения таких функций к линейным регрессиям для последующего применения классического метода наименьших квадратов (МНК);
3. для моделирования колебательных компонент динамики сложной формы требуются аналитические модели, представляющие собой комбинации нескольких нелинейных периодических функций, причем характер взаимодействия этих функций (аддитивный, мультипликативный или аддитивно-мультипликативный) не известен;
4. чем сложнее форма колебательной компоненты динамики, тем большее число периодических нелинейных функций требуется для её модельного описания, и, соответственно, большее число параметров необходимо определить, что при попытке их одномоментного определения приводит к существенным вычислительным сложностям;
5. традиционная для практики дискретность наблюдений (сложившаяся или установленная периодичность получения статистической информации) иногда не даёт необходимую информационную базу для моделирования периодической динамики из-за недостаточного количества имеющихся наблюдений в предполагаемом периоде колебательной компоненты;
6. в реальной экономической практике для моделирования колебательной компоненты динамики исследователь обычно имеет относительно малое число наблюдений (иногда даже менее предполагаемого периода колебаний);
7. возможная изменчивость факторов внешней среды, действующих на экономические системы, приводит к изменению параметров модели (в частности, эволюции закона изменения амплитуды) периодической динамики.

Важнейшим достоинством принятого в диссертации параметрического подхода является возможность получения модели колебательной компоненты в виде аналитического выражения, что существенно удобнее для основной практической цели получения модели – мониторинга, прогнозирования, управления и анализа экономических процессов и систем.

Цель и задачи диссертационного исследования. Целью исследования является разработка и развитие экономико-математического аппарата (совокупности моделей, методов и приёмов идентификации их параметров) моделирования стационарной и эволюционирующей колебательной компоненты экономической динамики для его использования в системах поддержки принятия решений.

Для реализации поставленной цели необходимо решение следующих **основных задач**, последовательность которых отражает основные этапы диссертационного исследования:

- изучить теоретические исследования, известные подходы и практические проблемы математического моделирования циклической и сезонной экономической динамики;
- выполнить анализ возможных математических функций для использования их в качестве аналитических моделей колебательной компоненты и разработать методику определения их параметров;
- провести анализ оптимально необходимого количества гармонических компонент аналитической модели для адекватного моделирования различных видов и форм периодической динамики экономических систем;
- предложить новые аналитические модели стационарных и эволюционирующих колебательных компонент периодической динамики, а также разработать методы идентификации параметров таких моделей;
- провести апробацию разрабатываемого экономико-математического аппарата для моделирования колебательных компонент индикаторов состояния реальных экономических систем различного уровня.

Объектом исследования являются экономические системы различных уровней, в развитии которых под действием факторов внешней и внутренней среды происходят периодические колебания показателей их состояния.

Предметом исследования являются периодические изменения социально-экономических показателей процессов и явлений, протекающих в экономических системах.

Область проведенных исследований соответствует п.1.2 «Теория и методология экономико-математического моделирования, исследование его возможностей и диапазонов применения: теоретические и методологические вопросы отображения социально-экономических процессов и систем в виде математических, информационных и компьютерных моделей», п.1.8 «Математическое моделирование экономической конъюнктуры, деловой активности, определение трендов, циклов и тенденций развития» Паспорта специальности 08.00.13 – Математические и инструментальные методы экономики (экономические науки).

Теоретико-методологической основой исследования послужили фундаментальные труды российских и зарубежных ученых в области теории экономических циклов, эконометрики, статистики и методов технического анализа сложных систем.

В качестве **базового инструментально-методического аппарата** для аналитического моделирования колебательной компоненты экономической динамики использованы: представление её в виде разложения в ряд Фурье, метод декомпозиции, метод определения параметров периодической функции с использованием Z-преобразования¹ и построения авторегрессии-скользящего среднего (ARMA-моделирование).

Инструментальная база состоит из ряда стандартных и авторских прикладных программ, в т.ч. табличного редактора Microsoft Office Excel, использованного для обработки и подготовки статистической информации, пакет программ компьютерной алгебры MAPLE для конструирования авторегрессий, решения систем линейных и

¹ Дёч Густав. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и Z-преобразования – М. : Наука, 1971. – 288 с.

нелинейных уравнений и авторский программный продукт моделирования полигармонической периодической динамики.

Информационную базу исследования составили официальные данные Росстата РФ, Министерства экономического развития РФ, Министерства курортов и туризма Республики Крым, данные электронного Портала правовой статистики Генеральной прокуратуры РФ, размещённые в свободном доступе в сети Интернет, а также авторские эмпирические исследования периодической динамики показателей деятельности предприятий и показателей состояния развития рынков.

Рабочей гипотезой диссертационного исследования является предположение, что колебательную компоненту динамики показателя состояния экономической системы или экономического процесса, какой бы сложной с точки зрения описания её аналитическими моделями она не была, можно в параметрическом виде представить совокупностью простейших гармонических функций, параметры каждой из которых можно определить последовательно, применяя метод декомпозиции.

Научная новизна результатов диссертационного исследования заключается в развитии существующих и создании новых математических методов, моделей, методик и инструментальных средств моделирования периодической (стационарной и эволюционирующей) экономической динамики.

Наиболее существенные результаты исследования, содержащие научную новизну и полученные лично соискателем, заключаются в следующем:

1. Усовершенствована и дополнена методика определения параметров простейшей гармонической функции на базе метода авторегрессии-скользящего среднего (ARMA-моделирования), позволяющая стать основой комплекса приемов и методов, используемая в программных средствах моделирования сложной колебательной динамики.

2. Обоснована достаточность использования для описания различных форм колебательной компоненты с удовлетворительной для экономических приложений точностью относительно несложной параметрической модели с минимальным числом определяемых параметров, состоящей из аддитивной комбинации 3-х простейших гармонических функций.

3. Для получения модели колебательной компоненты периодической динамики с возможностью интерпретации её экономического смысла предложено основной циклической частоте полигармонической функции после получения первичных её оценок принудительно присваивать значения, отражающие естественный, задаваемый внешней средой (природный, календарный, электоральный и др.) или признанный экономистами (циклы Китчина, Жюгляра, Кузнеца, Кондратьева и др.) период колебаний экономических показателей, а на вспомогательные циклические частоты ввести условие их кратности основной. Это позволит, в отличие от известного представления колебаний гармоническими функциями с классическими математическими соотношениями амплитуд и частот гармоник ряда Фурье, дать модели экономический смысл, позволяющий использовать её для анализа, мониторинга и управления экономическими системами и процессами.

4. Предложен метод последовательного определения параметров полигармонической модели колебательной компоненты (или «поэтапной частотной декомпозиции»), который, в отличие от известного метода структурной тренд-сезонной декомпозиции, рассматривает в качестве простых составляющих сложной периодической динамики отдельные гармоники, последовательно определяя параметры аналитической модели каждой из них.

5. Для моделирования колебательной компоненты с эволюционирующей (изменяемой во времени) амплитудой предложен ряд аналитических моделей, в которых параметр амплитуды представлен в виде функций (линейной, экспоненциальной, аддитивной комбинации двух экспонент, обобщённой экспоненциальной, логистических функций, алгебраических полиномов, гиперболических полиномов, дробно-рациональных и показательной функций), а также впервые предложены методы идентификации их параметров.

Теоретическая значимость результатов исследования состоит в развитии теории и методологии моделирования колебательной компоненты периодической динамики, характерной для различных экономических объектов и систем. Предложенная в работе методология моделирования периодической динамики и созданный инструментарий позволяет осуществлять мониторинг изменения (эволюции) параметров моделей. Исследование развивает относительно новое направление науки – эволюционной экономики, где предметом исследований является измерение реакции экономических объектов на внешние или внутренние воздействия путем анализа изменения параметров аналитических моделей, в частности, в этой работе, периодической динамики.

Практическая значимость проведенного исследования заключается в создании апробированных алгоритмов моделирования сезонной и циклической динамики. Полученные результаты будут способствовать расширению области применения экономико-математических методов в различных сферах управления экономическими системами и объектами; повышению качества моделирования, планирования и прогнозирования; росту эффективности принимаемых управленческих, производственных, финансовых, маркетинговых и логистических решений.

Апробация результатов исследования проведена на шести научно-практических конференциях. Отдельные результаты, полученные в ходе написания диссертации, используются в планировании деятельности ГУ МВД России по г. Москве.

Публикации. По теме диссертационного исследования опубликовано 16 научных работ объемом 12,32 п.л. (личный вклад автора 7,43 п.л.), в том числе 7 работ в рецензируемых научных журналах, рекомендованных высшей аттестационной комиссией РФ для публикации результатов диссертаций, и одной монографии по теме исследования.

Структура и объем диссертационной работы. Диссертация состоит из введения, где обоснована актуальность темы исследования, описана предметная область исследования и определены проблемы в ней, сформулирована цель диссертационной работы и задачи, требующие решения для её достижения, сформулированы признаки научной новизны диссертационной работы, определен научно-методический аппарат и описана информационная база исследования, предложены направления практического использования результатов и представлены сведения об апробации работы; четырех глав, в которые входят 17 параграфов; заключения; списка литературы, включающего 102 наименования; трех приложений. Работа изложена на 132 страницах основного текста, содержит 11 таблиц и 39 рисунков.

II. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

1. Усовершенствована и дополнена методика определения параметров простейшей гармонической функции как основы моделирования сложной колебательной динамики.

Периодическую колебательную компоненту можно в простейшем случае представить с помощью гармонической функции синуса или косинуса от независимой переменной времени:

$$S(t) = A \sin(\omega t + \psi) = A_1 \sin \omega t + A_2 \cos \omega t, \quad (1)$$

где $A_1 = A \cos \psi$, $A_2 = A \sin \psi$ – соотношения, позволяющие определить амплитуду

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \text{ и фазу } \psi = \arctg \frac{A_2}{A_1}.$$

Метод определения параметров гармонической функции, линейной по параметру A , но нелинейной по параметрам фазы и циклической частоты, должен без упрощений и преобразований исходных данных получать оценки параметров модели. В дискретных наблюдениях требуется нахождение оценок A_1, A_2, ω детерминированной компоненты модели (1)

$$D_k = A \sin(\omega k \Delta + \psi) = A_1 \sin \omega k \Delta + A_2 \cos \omega k \Delta. \quad (2)$$

Идентификацию параметров модели (2) предлагается провести методом, с использованием ARMA-моделей и двухэтапной процедуры параметризации.

На первом этапе, применяя преобразование Лорана (Z-преобразование), получим Z-отображение модели (2):

$$Z[D_k] = \frac{A_1 \lambda_0 z^{-1}}{1 - \lambda_1 z^{-1} + z^{-2}} + \frac{A_2 (1 - \lambda_0 z^{-1})}{1 - \lambda_1 z^{-1} + z^{-2}},$$

где $\lambda_0 = \cos \omega \Delta$, $\lambda_1 = 2 \cos \omega \Delta$.

Преобразуем последнее выражение к виду:

$$Z[D_k] (1 - \lambda_1 z^{-1} + z^{-2}) = A_1 \lambda_0 z^{-1} + A_2 (1 - \lambda_0 z^{-1}). \quad (3)$$

Возвращаясь в пространство оригиналов, воспользуемся свойством смещения Z-преобразования ($z^{-n} D(z) \rightarrow D_{k-n}$) и, учитывая, что правая часть выражения (3) равна нулю для $k > 2$, получим, что $D_k - \lambda_1 D_{k-1} + D_{k-2} = 0$.

Можно записать последнее выражение в виде разностного уравнения для уровней детерминированной компоненты модели вида (2)

$$D_k = \lambda_1 D_{k-1} + D_{k-2}. \quad (4)$$

Для того, чтобы получить возможность идентификации параметров модели через наблюдаемые уровни S_k (напомним, что D_k и ξ_k являются не наблюдаемыми, а предполагаемыми уровнями декомпозиции ряда) с предположением аддитивного взаимодействия детерминированной и стохастической компонент $S_k = D_k + \xi_k$, будем иметь $D_k = S_k - \xi_k$, $D_{k-1} = S_{k-1} - \xi_{k-1}$, $D_{k-2} = S_{k-2} - \xi_{k-2}$, подставляя которые в (4), получим уравнение обобщённой параметрической модели авторегрессии-скользящего среднего для уровней ряда динамики:

$$S_k = \lambda_1 S_{k-1} - S_{k-2} + \mu_k, \quad (5)$$

где $\mu_k = \xi_k - \lambda_1 \xi_{k-1} + \xi_{k-2}$ – значения «новой» стохастической компоненты полученной модели авторегрессии-скользящего среднего.

На первом этапе идентификации из выражения (5) найдём оценки параметра λ_1^0 с помощью МНК. Уравнение МНК первого этапа идентификации относительно параметра λ_1 имеет для нахождения оценки λ_1^0 параметра λ_1 вид:

$$\lambda_1^0 = \arg \min_{\lambda_1} \sum_{k=3}^N \{S_k - \lambda_1 S_{k-1} + S_{k-2}\}^2 \quad (6)$$

Таким образом, нахождение МНК-оценки λ_1^0 реализуется посредством реализации необходимого условия минимума – взятием частной производной от усреднённой квадратичной невязки $\sum_{k=3}^N \{S_k - \lambda_1 S_{k-1} + S_{k-2}\}^2$ в (6) и приравниванием полученного выражения нулю:

$$\frac{\partial \left[\sum_{k=3}^N \{S_k - \lambda_1 S_{k-1} + S_{k-2}\}^2 \right]}{\partial \lambda_1} = 0.$$

Получим:

$$\sum_{k=3}^N \{2(S_k - \lambda_1 S_{k-1} + S_{k-2})(-S_{k-1})\} = 0; \quad \sum_{k=3}^N \{\lambda_1 S_{k-1}^2 - S_{k-1} S_{k-2} - S_{k-1} S_k\} = 0.$$

Помехозащищённая оценка λ_1^0 находится по совокупности имеющихся наблюдений по следующей формуле:

$$\lambda_1^0 = \frac{M\{S_{k-1} S_{k-2} + S_{k-1} S_k\}}{M\{S_{k-1}^2\}}.$$

Из введённого обозначения $\lambda_1 = 2 \cos \omega \Delta$ очевидно определение оценки $\omega^0 = \frac{1}{\Delta} \arccos \frac{\lambda_1^0}{2}$.

На втором этапе идентификации для оставшихся параметров A_1, A_2 сформируем «нормальную» систему алгебраических линейных уравнений (СЛАУ) относительно МНК-оценок параметров A_i для $i = 1, 2$, используя необходимые условия минимума квадратичной невязки:

$$A_i^0 = \arg \min_{A_i} \sum_{k=3}^N (S_k - (A_1 \sin \omega_0 k \Delta + A_2 \cos \omega_0 k \Delta))^2 \quad (7)$$

Из полученной СЛАУ несложно получить оценки A_1^0 и A_2^0 , что в свою очередь даёт возможность полностью определить параметры (1)

$$A^0 = \sqrt{A_1^{0^2} + A_2^{0^2}}, \quad \psi^0 = \pm \arctg \frac{A_2^0}{A_1^0}. \quad (8)$$

Отметим, что описанный способ позволяет в аналитическом виде получить параметры модели периодической динамики с фазой ψ .

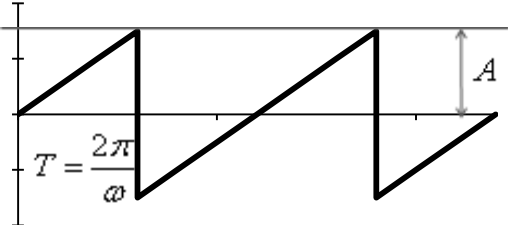
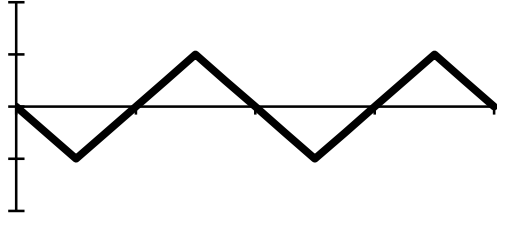
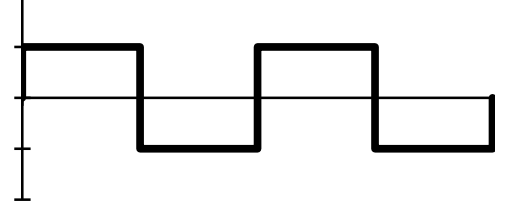
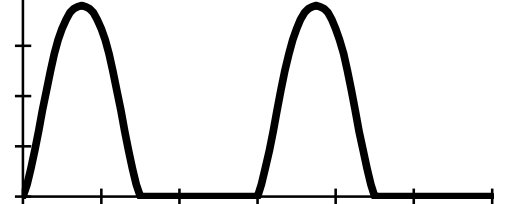
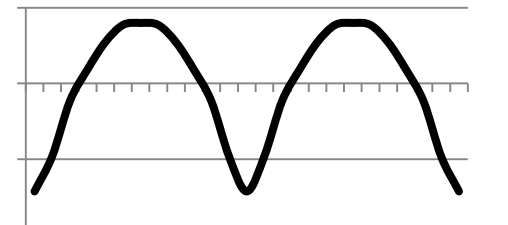
Описанная методика определения параметров простейшей гармонической функции синуса является основой комплекса приемов и методов для моделирования сложной колебательной динамики.

2. Обоснована достаточность использования для описания различных форм колебательной компоненты с удовлетворительной для экономических приложений точностью относительно несложной параметрической модели с

минимальным числом определяемых параметров, состоящей из аддитивной комбинации 3-х простейших гармонических функций.

Реальная сезонная или циклическая динамика зачастую имеет более сложную форму, чем синусоида, представленная моделью (1), и может быть описана аддитивной комбинацией нескольких гармонических функций. Известен ряд типичных видов стационарной периодической динамики (таблица 1), аналитические модели которых могут быть представлены разложением в ряд Фурье с определённым соотношением частот и амплитуд.

Таблица 1 – Классические виды периодической динамики²

«Пилообразная» $S(t) = A\sin(\omega t + \varphi) - \frac{A}{2}\sin(2\omega t + \varphi) + \frac{A}{3}\sin(3\omega t + \varphi) - \dots$	
«Треугольная» $S(t) = A\sin(\omega t + \varphi) - \frac{A}{3^2}\sin(3\omega t + \varphi) + \frac{A}{5^2}\sin(5\omega t + \varphi) - \dots$	
«Прямоугольная» $S(t) = A\sin(\omega t + \varphi) + \frac{A}{3}\sin(3\omega t + \varphi) + \frac{A}{5}\sin(5\omega t + \varphi) + \dots$	
«Куполообразная» (1 тип) $S(t) = A\sin(\omega t + \varphi) - \frac{A_2}{1 \cdot 3}\cos(2\omega t + \varphi) - \frac{A_2}{3 \cdot 5}\cos(4\omega t + \varphi) - \frac{A_2}{5 \cdot 7}\cos(6\omega t + \varphi) - \dots$	
«Куполообразная» (2 и 3 тип) $S(t) = -\frac{\cos 2\omega t}{1^2} - \frac{\cos 4\omega t}{2^2} - \frac{\cos 6\omega t}{3^2} - \dots$ $S(t) = \cos \omega t - \frac{\cos 2\omega t}{2^2} + \frac{\cos 3\omega t}{3^2} - \dots$	

Добавление в модель колебательной компоненты каждого нового члена ряда Фурье, с одной стороны, улучшает её качество (повышает точность сглаживания исходного временного ряда), а с другой, при параметрическом моделировании, приводит к более сложным математическим вычислениям, требует решения систем

² На изображениях по оси ординат – моделируемый показатель, по оси абсцисс - время

линейных и нелинейных уравнений высоких порядков, что снижает устойчивость получаемых оценок параметров моделей.

В ходе ряда проведённых компьютерных экспериментов с основными типами периодической динамики («треугольной», «прямоугольной» и «куполообразной» любого типа) установлено, что каждый новый член ряда Фурье даёт всё меньший прирост точности аппроксимации (таблица 2), не имеющий принципиального значения для многих экономических задач. Прогнозы в экономике с точностью выше 90% считаются высокоточными, а из таблицы 2 очевидно, что уже при трёх членах разложения в ряд Фурье этот показатель может быть достигнут.

Таблица 2 – Значения коэффициента детерминации R^2 при вариации числа членов ряда Фурье для разных типов периодической динамики

Название	Аналитическое выражение	R^2 при числе членов разложения			
		1	2	3	4
Треугольная	$S(t) = \sin \omega t - \frac{1}{3^2} \sin 3\omega t + \frac{1}{5^2} \sin 5\omega t - \frac{1}{7^2} \sin 7\omega t + \dots$	0,984	0,997	0,999	0,999
Прямоугольная	$S(t) = \sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \frac{1}{7} \sin 7\omega t + \dots$	0,829	0,917	0,947	0,964
Куполообразная 1 тип	$S(t) = \frac{1}{2} \sin \omega t - \frac{2}{\pi} \left(\frac{\cos 2\omega t}{1 \cdot 3} + \frac{\cos 4\omega t}{3 \cdot 5} + \frac{\cos 6\omega t}{5 \cdot 6} + \dots \right)$	0,838	0,991	0,997	0,999
Куполообразная 2 тип	$S(t) = -\frac{\cos 2\omega t}{1^2} - \frac{\cos 4\omega t}{2^2} - \frac{\cos 6\omega t}{3^2} - \dots$	0,917	0,979	0,992	0,996
Куполообразная 3 тип	$S(t) = \cos \omega t - \frac{\cos 2\omega t}{2^2} + \frac{\cos 3\omega t}{3^2} - \frac{\cos 4\omega t}{4^2} + \dots$	0,921	0,980	0,992	0,996

Таким образом, можно утверждать, что для достижения достаточной точности моделирования периодической экономической динамики параметрическими моделями, состоящими из аддитивной комбинации нескольких гармоник ряда Фурье, вполне достаточно всего лишь трёх членов разложения

$$S(t) = A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2) + A_3 \sin(\omega_3 t + \varphi_3). \quad (9)$$

3. Для получения модели колебательной компоненты периодической динамики с возможностью интерпретации её экономического смысла предложено основной циклической частоте полигармонической функции после получения первичных её оценок принудительно присваивать значения, отражающие естественный, задаваемый внешней средой (природный, календарный, электоральный и др.) или признанный экономистами (циклы Китчина, Жюгляра, Кузнеца, Кондратьева и др.) период колебаний экономических показателей, а на вспомогательные циклические частоты ввести условие их кратности основной.

При реализации алгоритма определения параметров при описании колебательной компоненты полигармонической моделью вида (9) не решена одна существенная проблема.

Для стационарной колебательной динамики должны быть справедливы для любого момента времени t следующие условия:

1) суммарное изменение моделируемого показателя за период должно быть равно нулю, т.е. $\int_t^{t+T} S(t)dt = 0$; (10)

2) изменение моделируемого показателя на интервале наблюдения должно быть периодическим, т.е. $S(t) = S(t + T)$. (11)

Для соблюдения условий (10) и (11) необходимо, чтобы при полигармоническом представлении стационарной колебательной динамики вида (9) соблюдалось условие кратности частот разных гармоник, т.е.

$$\omega_1, \omega_2 = r_2 \omega_1, \omega_3 = r_3 \omega_1, \dots, \omega_n = r_n \omega_1, \text{ при } \omega_1 < r \omega_i, \quad (12)$$

где $r = 1, 2, \dots, n$ - целые числа, а $i = 2, 3$.

Гармонику с наименьшей частотой $\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$ (т.е. гармонику с наибольшим периодом) в (9) будем называть «основной», как определяющую в целом период колебаний моделируемого экономического показателя, а остальные – «вспомогательными» ($\omega_1 < \omega_2 = \frac{2\pi}{T_2} < \omega_3 = \frac{2\pi}{T_3}$, что означает, что $T_1 > T_2 > T_3$), т.к. именно значения их параметров (частоты, амплитуды и фазы) формируют форму стационарной колебательной компоненты (таблица 1).

Действительно, при некрatных частотах в одном периоде основной гармоники T_1 может содержаться неполное число периодов вспомогательных гармоник T_i , что приведёт к нарушению условий (10) и (11).

Определение оценки основной циклической частоты ω_1^0 колебательной компоненты по алгоритму, описанному в п.1 «Основных положений и результатов исследования, выносимые на защиту» настоящего автореферата, позволяет получить предварительную информацию о периоде основных колебаний.

Для большинства экономических процессов период «основной» гармоники априори известен или может предполагаться исследователем: продолжительности циклов Китчина (2-4 года), Жюгляра (7-11 лет), Кузнеца (15-20 лет), Кондратьева (45-60 лет), известна продолжительность периода между выборами (электоральные циклы от 4 до 7 лет в зависимости от страны), для сезонных (длящихся менее года) - традиционны периоды длительностью год, квартал, месяц, неделя или день.

Для исключения получения абсурдных с точки зрения экономики аналитических моделей колебательной компоненты, которые могут получиться при техническом подходе к моделированию, при применении алгоритма получения оценки основной циклической частоты ω_1^0 , требуется сравнить полученную оценку с предполагаемым или известным периодом колебаний (таблица 3) $T^0 = \frac{2\pi}{\omega_1^0}$.

В случае их несовпадения (особенно это актуально для сезонных колебаний) предлагается скорректировать значение основной циклической частоты ω_1^0 путём введения её значения из близких к стандартным табличным значений в модель

принудительно («вручную»), и повторно провести (используя выражения (7) и (8)) идентификацию параметров гармоник (1) и уточнить оценки параметров A_1^0 и A_2^0 .

Таблица 3 – Стандартные значения оценок основной частоты гармонической функции для распространенных периодов сезонности и цикличности

Дискретность имеющихся наблюдений	Предполагаемый период колебательной компоненты	Число наблюдений за период основной гармоник N	Значение основной частоты $\omega_1 = 2\pi/N$
Ежегодные	Цикл Кондратьева от 45 до 60 лет	от 45 до 60	от 0,1396 до 0,1047
	Цикл Кузнеца от 15 до 20 лет	от 15 до 20	от 0,4189 до 0,3146
	Цикл Жюгляра от 7 до 11 лет	от 7 до 11	от 0,8976 до 0,5712
Помесячные	Цикл Кондратьева от 45 до 60 лет	от 540 до 720	от 0,0116 до 0,0087
	Цикл Кузнеца от 15 до 20 лет	от 180 до 240	от 0,0349 до 0,0262
	Цикл Жюгляра от 7 до 11 лет	от 84 до 132	от 0,0748 до 0,0476
	Цикл Китчина от 2 до 4 лет	от 24 до 48	от 0,2618 до 0,1309
	Электоральный президентский цикл в РФ (6 лет)	72	$\approx 0,0873...$
	Год	12	$\approx 0,5238...$
Еженедельные	Год	54	$\approx 0,1164...$
	Квартал	13	$\approx 0,4835...$
Ежедневные	Год	≈ 365	$\approx 0,0172...$
	Квартал	≈ 90	$\approx 0,0698...$
	Месяц	≈ 30	$\approx 0,2095...$
	Неделя	7	$\approx 0,8979...$
Ежечасные	День	24	$\approx 0,2619...$
Ежеминутные	День	1440	$\approx 0,0043...$
	Час	60	$\approx 0,1047...$

Этот приём позволит придать получаемой параметрической модели экономический смысл, позволяющий использовать её для анализа, мониторинга и управления экономическими системами и процессами.

4. Метод последовательного определения параметров полигармонической модели колебательной компоненты (метод «поэтапной частотной декомпозиции»).

В общем виде любую стационарную (т.е. параметры которой неизменны во времени) колебательную компоненту можно представить в виде разложения в ряд Фурье, причем, как доказано в п.2 «Основных положений и результатов исследования, выносимые на защиту» настоящего автореферата, для моделирования периодической экономической динамики разнообразных форм параметрическими моделями, вполне достаточно аддитивной комбинации всего лишь 3-х гармоник.

При предположении независимости значений случайной компоненты $\mu(t)$ от уровня наблюдений колебательная компонента может быть в общем виде

представлена моделью из трёх гармоник с аддитивным взаимодействием со стохастической (случайной) компонентой:

$$\begin{aligned} S(t) &= F(\omega_1, \varphi_1, \omega_2, \varphi_2, \omega_3, \varphi_3, t) + \mu(t) = \\ &= f_1(\omega_1, \varphi_1, t) + f_2(\omega_2, \varphi_2, t) + f_3(\omega_3, \varphi_3, t) + \mu(t) = \\ &= A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2) + A_3 \sin(\omega_3 t + \varphi_3) + \mu(t). \end{aligned} \quad (13)$$

Выражение (13) наглядно представляет сложную периодическую динамику в виде более простых составляющих, что подталкивает к реализации идеи проведения её декомпозиции: представить колебательную компоненту в виде отдельных гармоник разной частоты и отдельно определить параметры каждой из них.

Процедура включает в себя реализацию следующих этапов (в обозначениях для дискретных наблюдений).

Первый этап. Предполагая, что имеющаяся периодическая динамика может быть описана простейшей гармонической функцией вида $S_k = A_1 \sin(\omega_1 k \Delta + \varphi_1)$ с помощью метода, описанного в п.1 «Основных положений и результатов исследования, выносимых на защиту» настоящего автореферата, получим оценки основной циклической частоты ω_1^0 , оценки фазы φ_1^0 и амплитуды A_1^0 .

Второй этап. Предполагая, что периодическая динамика может быть описана гармонической функцией из двух гармоник вида $S(t) = A_1^0 \sin(\omega_1^0 t + \varphi_1^0) + A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2)$, параметры первой из которых определены на предыдущем этапе, определяются оценки второй циклической частоты ω_2^0 , оценки фазы φ_2^0 и амплитуды A_2^0 .

Для этого из значений исходного временного ряда S_k вычитаются модельные значения первой гармоники $S_k^* = S_k - A_1^0 \sin(\omega_1^0 k \Delta + \varphi_1^0) = A_2 \sin(\omega_2 k \Delta + \varphi_2)$ для получения временного ряда остатков. Дальнейшая процедура определения параметров второй гармоники ω_2^0 , φ_2^0 и A_2^0 идентична первому этапу. Единственной особенностью является уже отмеченная ранее необходимость соблюсти кратность частот ω_1^0 и ω_2^0 из-за требования соответствия оценки вспомогательной частоты основному периоду колебательной компоненты.

Третий этап. Предполагая, что периодическая динамика может быть описана гармонической функцией из трех гармоник вида $S(t) = A_1^0 \sin(\omega_1^0 t + \varphi_1^0) + A_2^0 \sin(\omega_2^0 t + \varphi_2^0) + A_3 \sin(\omega_3 t + \varphi_3)$, параметры первых двух гармоник уже определены на предыдущих двух этапах. Необходимо определить оценки только третьей гармоники: циклической частоты ω_3^0 , фазы φ_3^0 и амплитуды A_3^0 .

Для этого из значений исходного временного ряда S_k вычитаются модельные значения первой и второй гармоник $S_k^{**} = S_k - A_1^0 \sin(\omega_1^0 k \Delta + \varphi_1^0) - A_2^0 \sin(\omega_2^0 k \Delta + \varphi_2^0) = A_3 \sin(\omega_3 k \Delta + \varphi_3)$, получая новый временной ряд остатков. Дальнейшая процедура определения параметров третьей гармоники ω_3^0 , φ_3^0 и амплитуды A_3^0 идентична первому этапу. Как и ранее, требуется

соблюсти кратность частоты ω_1^0 и ω_3^0 для соответствия оценки вспомогательной частоты основному периоду колебательной компоненты.

Несомненно, на финальном этапе необходима сборка полученных аналитических моделей для отдельных частей модели периодической динамики в общую модель для оценки ее адекватности исходному временному ряду наблюдений моделируемого экономического показателя. В процессе сборки потребность в новых корректировках не возникает, т.к. критерий минимума случайных отклонений является единственным объективным критерием для имеющейся единственной гармонической функции, в то время как для известной тренд-сезонной декомпозиции обычно применяют метод итераций – последовательного приближения, при котором возможна замена вида предполагаемых моделей тренда или сезонности, и процедура повторяется до достижения требуемых параметров качества моделирования.

В случае возможной зависимости значений случайной компоненты $\xi(t)$ от уровня наблюдений, что может быть на практике характерно для колебаний большой амплитуды, модель периодической динамики может быть представлена колебательной компонентой с тремя гармониками с мультипликативным взаимодействием со стохастической (случайной) компонентой вида

$$\begin{aligned} S(t) &= F(\omega_1, \varphi_1, \omega_2, \varphi_2, \omega_3, \varphi_3, t)(1 + \xi(t)) = \\ &= f_1(\omega_1, \varphi_1, t)(1 + \xi(t)) + f_2(\omega_2, \varphi_2, t)(1 + \xi(t)) + f_3(\omega_3, \varphi_3, t)(1 + \xi(t)) = \\ &= A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1)(1 + \xi(t)) + A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2)(1 + \xi(t)) + \\ &+ A_3 \sin(\omega_3 t + \varphi_3)(1 + \xi(t)). \end{aligned} \quad (14)$$

Вид разностного уравнения, получаемого с использованием Z-преобразования для детерминированной части $S_k = D_k(1 + \xi_k) = A_1 \sin(\omega_1 k \Delta + \varphi_1)(1 + \xi_k)$, не изменится

$$D_k = \lambda_1 D_{k-1} - D_{k-2}, \quad (15)$$

где $\lambda_1 = 2 \cos \omega_1 \Delta$.

Однако, выражая из $S_k = D_k(1 + \xi_k)$, получим $D_k = \frac{S_k}{1 + \xi_k}$, $D_{k-1} = \frac{S_{k-1}}{1 + \xi_{k-1}}$,

$D_{k-1} = \frac{S_{k-1}}{1 + \xi_{k-1}}$ и, подставляя в (15), получим уравнение обобщенной параметрической

модели авторегрессии-скользящего среднего для уровней ряда динамики:

$$\frac{S_k}{1 + \xi_k} = \lambda_1 \frac{S_{k-1}}{1 + \xi_{k-1}} - \frac{S_{k-2}}{1 + \xi_{k-2}}. \quad (16)$$

Преобразуя (16), получим

$$\begin{aligned} S_k \frac{(1 + \xi_{k-1})(1 + \xi_{k-2})}{1 + \xi_k} &= \lambda_1 S_{k-1} \frac{(1 + \xi_k)(1 + \xi_{k-2})}{1 + \xi_{k-1}} - S_{k-2} \frac{(1 + \xi_k)(1 + \xi_{k-1})}{1 + \xi_{k-2}}, \quad (17) \\ S_k &= \lambda_1 S_{k-1} \frac{(1 + \xi_k)^2}{(1 + \xi_{k-1})^2} - S_{k-2} \frac{(1 + \xi_k)^2}{(1 + \xi_{k-2})^2}. \end{aligned}$$

С учетом того, что случайная компонента $\xi(t)$ в записи (14) представляет собой динамический ряд существенно малых по сравнению с модельными

отклонениями (т.е. $\xi_i \cong 0$), математическое ожидание значений ряда которых равно

$M\{\xi_i\} = 0$, можно считать $\frac{(1+\xi_k)^2}{(1+\xi_{k-1})^2}$ и $\frac{(1+\xi_k)^2}{(1+\xi_{k-2})^2}$ в выражении (17) равными 1, т.е.

вид разностного уравнения и сама процедура частотной декомпозиции (с первого по третий этап), применяемого в предположении аддитивности стохастической компоненты, идентична и для мультипликативной.

Следует отметить, что при необходимости (из-за ограничений, связанных с дискретностью имеющихся наблюдений или при необходимости более точной аппроксимации моделью исходных наблюдаемых значений), описанный метод можно использовать как с меньшим, так и большим числом гармоник, чем это предложено в (13).

Этот метод, по аналогии с известными методами декомпозиции, предполагающих решение сложной задачи решением серии более простых, и применения процедуры последовательного определения параметров гармоник можно назвать методом «поэтапной частотной декомпозиции».

5. Для моделирования колебательной компоненты с эволюционирующей (изменяемой во времени) амплитудой предложен ряд аналитических моделей, в которых параметр амплитуды представлен в виде функций (линейной, экспоненциальной, аддитивной комбинации двух экспонент, обобщённой экспоненциальной, логистических функций, алгебраических полиномов, гиперболических полиномов, дробно-рациональных и показательной функций), а также предложены методы идентификации их параметров.

Априорное предположение о стационарности колебательной компоненты экономической динамики может не соответствовать реальности. Достаточно часто в экономической практике встречаются циклические и сезонные процессы с изменяемой (эволюционирующей) во времени формой волны, но при этом период изменения экономического показателя остаётся постоянным.

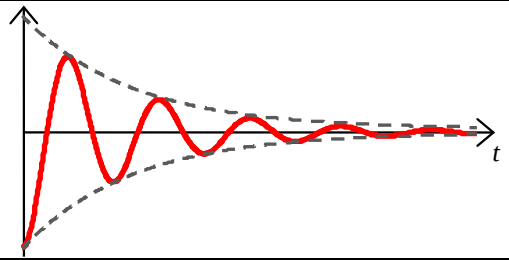
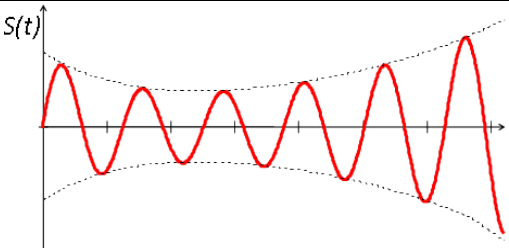
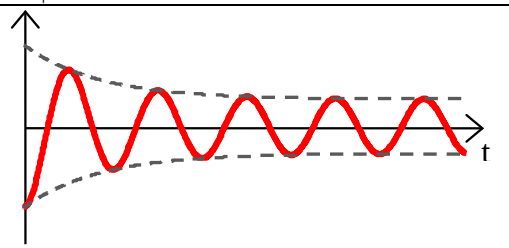
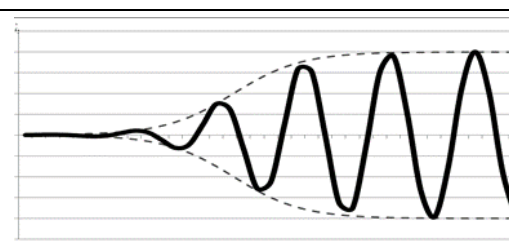
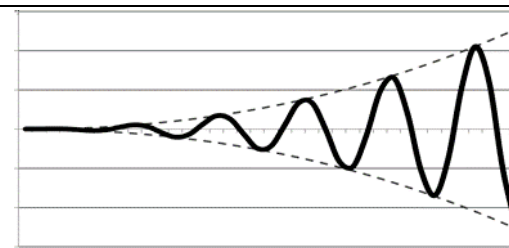
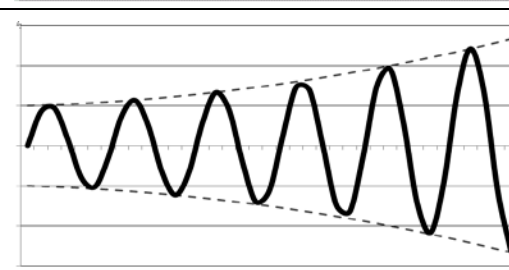
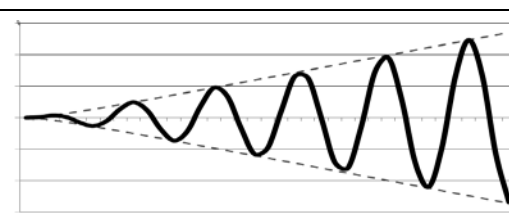
Рассмотрим практически важные и допускающие относительно простую идентификацию на коротких выборках модели периодической динамики с эволюцией амплитуд (таблица 4).

Таблица 4 – Возможные модели эволюции амплитуд³

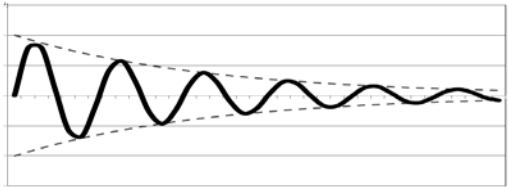
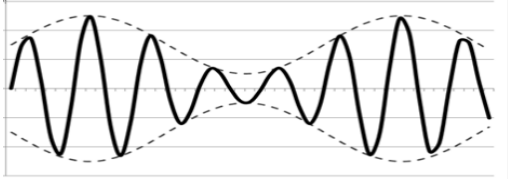
№ п/п	Общее название тенденции	Аналитическая модель периодической динамики с эволюцией амплитуды	Графическое изображение эволюционирующей периодической динамики
1	Линейная	$S(t) = (A_0 + A_1 t) \sin(\omega t + \psi)$	

³ На изображениях в таблице по оси ординат – моделируемый показатель, по оси абсцисс - время

Продолжение – Таблица 4 – Возможные модели эволюции амплитуд

№ п/п	Общее название тенденции	Аналитическая модель периодической динамики с эволюцией амплитуды	Графическое изображение эволюционирующей периодической динамики
2	Экспоненциальная	$S(t) = Ae^{-\alpha t} [A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + \dots]$	
3	Экспоненциальная аддитивная	$S(t) = (A_1 e^{-\alpha_1 t} + A_2 e^{\alpha_2 t}) \sin(\omega t + \varphi)$	
4	Обобщённая экспоненциальная	$S(t) = (A_0 + A_1 e^{-\alpha t}) \sin(\omega t + \varphi)$	
5	Логистическая	Логиста Верхульста $S(t) = \frac{1}{A_0 + A_1 e^{-\alpha t}} \sin(\omega t + \psi)$ Логиста Рамсея $S(t) = C(1 - (1 + \alpha t)e^{-\alpha t}) \sin(\omega t + \psi)$	
6	Алгебраически полиномиальная	Квадратичная парабола $S(t) = (A_0 + A_1 t + A_2 t^2) \sin(\omega t + \psi)$ Кубическая парабола $S(t) = (A_0 + A_1 t + A_2 t^2 + A_3 t^3) \sin(\omega t + \psi)$	
7	Гиперболически полиномиальная	Равносторонняя $S(t) = \left(\frac{1}{A_0} + \frac{1}{A_1 t} \right) \sin(\omega t + \psi)$ Квадратичная $S(t) = \left(\frac{1}{A_0} + \frac{1}{A_1 t} + \frac{1}{A_2 t^2} \right) \sin(\omega t + \psi)$	
8	Дробно-рациональная	$S(t) = \frac{P_0 + P_1 t + \dots + P_m t^m}{1 + Q_1 t + \dots + Q_n t^n} \sin(\omega t + \psi)$	

Продолжение – Таблица 4 – Возможные модели эволюции амплитуд

№ п/п	Общее название тенденции	Аналитическая модель периодической динамики с эволюцией амплитуды	Графическое изображение эволюционирующей периодической динамики
9	Показательная	$S(t) = A^{-\alpha t} \sin(\omega t + \psi)$	
10	Периодическая	$S(t) = [A_0 + A_1 \sin(\omega_1 t + \psi_1)] \sin(\omega_2 t + \varphi_2)$	

Каждая из предложенных в таблице 4 моделей отражает специфическую динамику изменения амплитуды гармоник, которая может соответствовать отдельным задачам экономической практики. В диссертационной работе приведены решения задачи параметризации для четырёх из указанных в таблице 4 моделей в сочетании с одной гармоникой.

Для периодической динамики более сложной формы, описываемой аддитивной комбинацией нескольких гармоник, с эволюцией амплитуды по достаточно разнообразным законам её изменения, для классических или приближенных к ним видов колебаний (таблица 1), следует применять предложенный метод «поэтапной частотной декомпозиции» без необходимости усложнения приведенных в работе моделей авторегрессий и без решения систем нелинейных алгебраических уравнений высоких порядков.

Отметим, что впервые предложен метод, позволяющий проводить параметризацию моделей колебательных компонент в виде трёх (а при необходимости, и более) гармоник с фазами, с эволюцией амплитуды по актуальным для экономической практики законам.

III. ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Представленная работа содержит новую постановку задачи моделирования тренд-сезонных и тренд-циклических динамических рядов экономических показателей: проводить моделирование периодической динамики в параметрическом виде после элиминации тренда любым доступным методом.

Это позволяет за счет исключения основной тенденции получить более адекватные параметрические модели колебательной компоненты периодической (сезонной и циклической) динамики самых разнообразных форм, развить методы и приёмы её эконометрического моделирования, расширить семейство возможных моделей на ряд моделей, до настоящего времени не поддававшийся параметрическому моделированию из-за их сложности или невозможности их параметризации.

В ходе исполнения цели диссертационного исследования и решения поставленных задач получены следующие основные результаты.

1. Проведен анализ причин периодических колебаний, рассмотрено многообразие их форм и предложен атлас аналитических моделей для описания периодической динамики разнообразных видов, в том числе с эволюцией амплитуды.

2. На основании проведенных численных экспериментов и графических иллюстраций обоснована достаточность трёх членов разложения в ряд Фурье для моделирования периодической компоненты в экономических задачах.

3. Определены ограничения на возможность моделирования периодической динамики и количество используемых гармоник в колебательной компоненте модели исходя из фактически сложившейся дискретности имеющихся наблюдений экономических показателей.

4. В диссертации получил развитие метод определения параметров нелинейных простейшей гармонической и сложных полигармонических функций на основе общего подхода с использованием параметрических моделей авторегрессии-скользящего среднего, применительно к решаемой задаче моделирования периодической динамики.

5. Предложен новый вариант приёма декомпозиции – метод последовательного определения параметров полигармонической модели периодической динамики (названный «поэтапной частотной декомпозицией»), используемый для определения параметров колебательных компонент сложных форм, описываемых несколькими гармоническими функциями, без ограничения на количество используемых гармоник. Этот метод является принципиально новым, позволяет избежать решения сложных систем нелинейных уравнений при получении оценок параметров полигармонических моделей.

6. В качестве приёма, обеспечивающего экономический смысл получаемой модели, в методе последовательного определения параметров полигармонической модели стационарной периодической динамики предложено после получения оценки циклической частоты ω_1^0 принудительно скорректировать значение основной циклической частоты, используя близкие к оценке табличные значения для известной и/или предполагаемой длительности сезонной волны или длительности известных циклов.

7. В качестве приёма, обеспечивающего стационарность периодической компоненты, в методе последовательного определения параметров полигармонической модели стационарной периодической динамики предложено после получения оценки циклической частоты ω_1^0 корректировать значения вспомогательных частот из условия их кратности основной, т.е. $\omega_2 = r_2 \omega_1^0$, $\omega_3 = r_3 \omega_1^0$ и т.д.

8. Для моделирования периодической экономической динамики с эволюционирующей (изменяемой во времени) амплитудой предложен комплекс из десяти аналитических моделей, в которых параметр амплитуды представлен в виде функций от независимой переменной времени, а также детально описан общий подход к идентификации их параметров.

Для некоторых из предложенных моделей (с эволюцией амплитуды периодической динамики по линейному, экспоненциальному, обобщенному экспоненциальному и периодическому законам) приведено детальное решение в виде описания подробных процедур определения параметров с использованием ARMA-моделирования (получения авторегрессий-скользящего среднего, получением СЛАУ и т.д.) и поэтапного применения метода последовательного определения параметров полигармонической модели колебательной компоненты, описываемой аддитивной комбинацией трёх (а при необходимости, и более) гармоник с фазами.

В качестве иллюстрации работоспособности предложенных в работе методов и приёмов проведена их апробация как на тестовых, так и на реальных статистических выборках:

- 1) проведено моделирование К-циклов экономической конъюнктуры Н.Д. Кондратьева, полученные аналитические модели подтвердили периоды К-циклов и гипотезу о наличии тенденции к снижению их длительности;
- 2) на данных криминогенной статистики РФ получены параметрические модели сезонности 11 типов различных преступлений, в т.ч. экономических (рисунок 1), формирующихся под действием социально-экономических факторов;

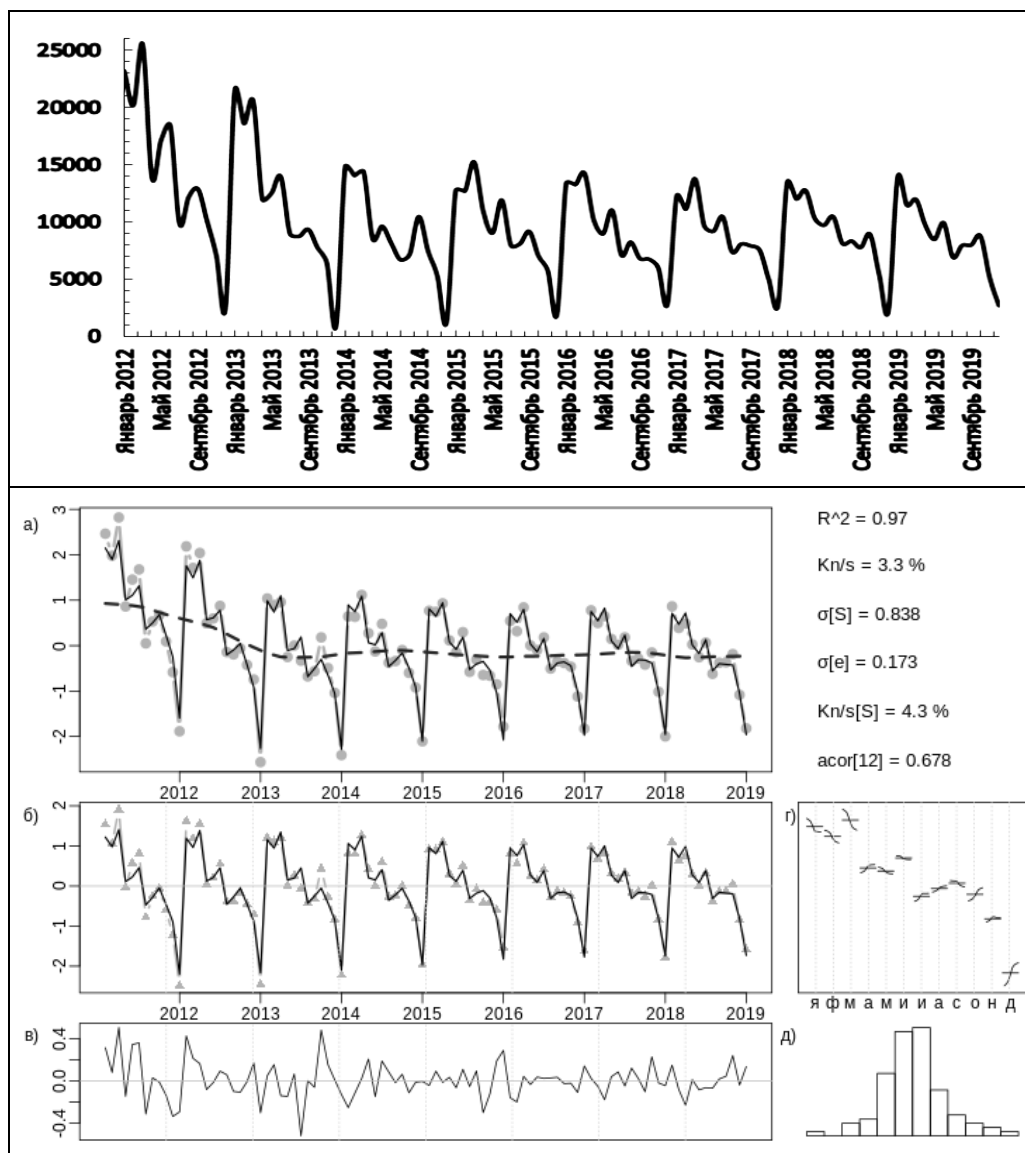


Рисунок 1 – Результаты моделирования сезонности зарегистрированных преступлений экономической направленности, шт.

- 3) на данных официальной статистики Министерства курортов и туризма Республики Крым получена параметрическая полигармоническая модель

$$y = 548 \sin(0,5238t - 2,27) + 256 \sin(1,0476t + 0,44) + 143 \sin(1,5714x + 2,14).$$
 туристического потока в 2015-2019 гг. с ярко выраженной сезонностью (где t - месяц, начиная с января 2015 г.) (рисунок 2) и коэффициентом детерминации $R^2 = 0,911$.

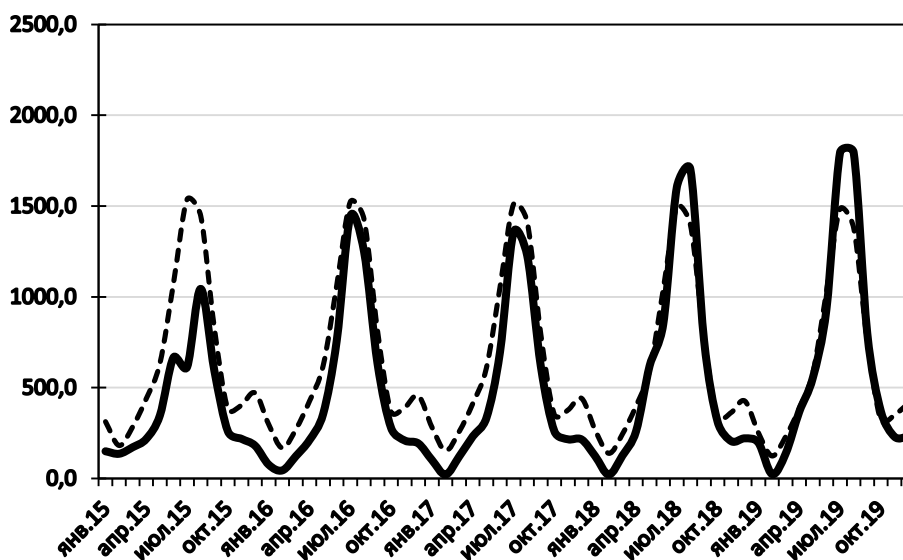


Рисунок 2 – Результаты моделирования сезонности турпотока в Республику Крым, тыс. чел.

Предложенный в работе инструментарий в виде совокупности моделей, методов и приёмов идентификации их параметров обладает свойством универсальности и может применяться к экономическим системам макро-, мезо- и микроуровня, в развитии которых под действием факторов внешней среды происходят периодические колебания (сезонные или циклические) показателей их состояния, причём достаточно разнообразного вида.

Таким образом, можно констатировать, что решена актуальная научная задача в области методов и инструментов параметрического моделирования периодической динамики экономических систем, а именно развит инструментарий (предложен комплекс моделей, методы и приёмы определения их параметров), расширяющий границы области применения экономико-математических методов для обоснованного принятия управленческих решений.

IV. НАУЧНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ *Монография*

1. Демидов, В.В. Моделирование сезонных колебаний в экономике [Текст] / В.В. Демидов, Е.В. Семенычев. - Самара: САГМУ, 2012. - 82 с. (5,12/2,56 печ. л.)

Статьи в изданиях, рекомендованных ВАК Минобрнауки России

2. Демидов, В.В. Выявление сезонных колебаний в нелинейной динамике числа зарегистрированных преступлений [Текст] / Е.В. Семенычев, А.А. Коробецкая, В.В. Демидов // Экономический анализ: теория и практика. – 2021. – Т. 20, № 3. – С. 554 – 576. (0,9/0,3 печ. л.)
3. Демидов, В.В. Динамика изменения структуры банковского рынка как индикатор эффективности регуляторного управления [Текст] / В.В. Демидов, Е.В. Семенычев // Финансы и кредит. – 2020. - Т. 26, вып. 4. - С. 744-756. (0,8/0,4 печ. л.)
4. Демидов, В.В. Моделирование периодической динамики с эволюцией амплитуды [Текст] / В.В. Демидов, Е.В. Семенычев // Ученые записки Крымского федерального университета имени В. И. Вернадского. Экономика и управление. - 2017. - Т. 3 (69). № 4. - С. 63–76. (0,8/0,4 печ. л.)

5. Демидов, В.В. Параметрическое моделирование циклов экономической конъюнктуры [Текст] / В.В. Демидов // Вестник Самарского муниципального института управления: теоретический и научно-методический журнал. - 2015. - №2(33). - С.13-20. (0,5 печ. л.)

6. Демидов, В.В. Метод частотной декомпозиции при моделировании сезонной экономической динамики [Текст] / В.В. Демидов, Е.В. Семенычев // Вестник Самарского муниципального института управления: теоретический и научно-методический журнал. - 2014. - №1(28). - С.79-83. (0,3/0,15 печ. л.)

7. Демидов, В.В. Метод последовательного определения параметров модели стационарной полигармонической сезонной компоненты [Текст] / В.В. Демидов // Вестник Самарского муниципального института управления: теоретический и научно-методический журнал. - 2013. - №1(24). - С.121-130. (0,6 печ. л.)

8. Демидов, В.В. Экономико-математические модели полигармонической сезонной компоненты с эволюцией амплитуды [Текст] / В.В. Демидов // Вестник Поволжского государственного университета сервиса. Серия ЭКОНОМИКА. - 2012. - №6(26). - С.192-195. (0,35 печ. л.)

Статьи в научных (научно-практических) журналах, сборниках, материалах конференций и другие публикации

9. Демидов, В.В. Моделирование и анализ тренд-сезонной динамики экономических преступлений [Текст] / В.В. Демидов // Безопасность: Информация, Техника, Управление: сборник избранных статей по материалам Международной научной конференции (Санкт-Петербург, Декабрь 2020). - СПб.: ГНИИ «Нацразвитие», 2020. - с.10-12. (0,25 печ. л.)

10. Демидов, В.В. Актуальные угрозы финансовой безопасности России: динамика роста концентрации активов на банковском рынке и неоптимальность его структуры [Текст] / В.В. Демидов, Е.В. Семенычев // Проблемы информационной безопасности: труды VI Всероссийской с международным участием научно-практической конференции (Симферополь-Гурзуф, 13-15 февраля 2020 г.)/под редакцией профессора Бойченко О.В. - Симферополь: ИП Зуева Т.В., 2020. - С. 38-39. (0,2/0,1 печ. л.)

11. Демидов, В.В. Проверка гипотезы Кондратьева о длительности циклов экономической конъюнктуры с использованием параметрических моделей [Текст] / В.В. Демидов // Актуальные тренды регионального и местного развития: сб. статей по материалам II (X) Международной научно-практической конференции (Самара, 14-15 мая 2015 г.) /под ред. д.т.н., д.э.н., проф. В.К. Семенычева. - Самара: САГМУ, 2015. - С. 109-111. (0,2 печ. л.)

12. Демидов, В.В. Частотная декомпозиция как метод анализа сезонной экономической динамики [Текст] / В.В. Демидов // Труды X международной конференции «Применение многомерного статистического анализа в экономике и оценке качества» (Москва, 26-28 августа 2014 г.) - М.: НИУ ВШЭ, ЦЭМИ РАН, 2014. - С.71-72. (0,13 печ. л.)

13. Демидов, В.В. Модели и методы параметризации сезонных колебаний с амплитудной модуляцией по периодическому закону [Текст] / В.В. Демидов, Е.И. Куркин // Известия Академии управления: теория, стратегии, инновации: теоретический и научно-методический журнал. - 2012. - №4 (11). - С.55-65. (1,2/0,6 печ. л.)

14. Демидов, В.В. Об оптимальном числе членов разложения в ряд Фурье при параметрическом моделировании сезонности [Текст] / В.В. Демидов // Современный

российский менеджмент: состояние, проблемы, развитие: сборник статей XVII Международной научно-методической конференции. - Пенза: Приволжский Дом знаний, 2012. – С. 141-144. (0,2 печ. л.)

15. Демидов, В.В. Модель сезонности цены плодоовощной продукции и её использование в планировании деятельности отраслевых предприятий [Текст] / В.В. Демидов // Инновационные процессы в экономике и обществе: сборник научных трудов/под науч. ред. д-ра. экон. наук, проф. И.П. Павлова. – Чебоксары: ЧИЭМ СПбГУ, 2012. – С.38-41. (0,25 печ. л.)

16. Демидов, В.В. Экспертная поддержка выбора параметров аналитических моделей экономической динамики с полигармонической сезонной компонентой [Текст] / В.В. Демидов // Известия Академии управления: теория, стратегии, инновации: теоретический и научно-методический журнал. - 2011. - №5 (6). – С.33-39. (0,4 печ. л.)