



ЖЕСТКОВ МАКСИМ НИКОЛАЕВИЧ

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ
ПОРИСТЫХ ТЕЛ И УСТОЙЧИВОСТИ ГУСТО
ПЕРФОРИРОВАННЫХ ПЛАСТИН И ОБОЛОЧЕК**

01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Нижний Новгород – 2021

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского» (НИИМ Нижегородского университета).

Научный руководитель:

Баженов Валентин Георгиевич,
Заслуженный деятель науки РФ, доктор
физико-математических наук,
профессор

Официальные оппоненты:

Паймушин Виталий Николаевич,
Заслуженный деятель науки РФ, доктор
физико-математических наук,
профессор, Казанский национальный
исследовательский технический
университет им. А.Н. Туполева - КАИ,
профессор кафедры сопротивления
материалов

Султанов Ленар Усманович,
доктор физико-математических наук,
доцент, Казанский (Приволжский)
федеральный университет, заведующий
кафедрой теоретической механики

Институт проблем машиностроения РАН - филиал Федерального государственного бюджетного научного учреждения «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук», г. Нижний Новгород

Защита состоится 23 декабря в 13.00 на заседании диссертационного совета Д 212.166.09 при Национальном исследовательском Нижегородском государственном университете им. Н.И. Лобачевского по адресу: 603950, Н.Новгород, пр. Гагарина, 23, корпус 2.

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского и на сайте: <https://diss.unn.ru/1171>

Автореферат разослан «18» ноября 2021 года

Ученый секретарь
диссертационного совета



Горохов Василий Андреевич

Актуальность темы

Конструирование различных гидро- и газораспределительных конструкций и устройств шумоподавления основано на использовании густо перфорированных пластин и оболочек, которые подвергаются различным видам механического воздействия. В последние годы появляется повышенный интерес к пористым металлам, которые, сохраняя достоинства материала основы, обладают малым весом, низкой тепло- и электропроводностью и имеют отличные демпфирующие свойства. В связи с этим актуальной задачей при проектировании устройств с использованием густо перфорированных пластин или оболочек и конструкций из пористых металлов является расчет напряженно-деформированного состояния при различных видах нагружения. Прямое моделирование процессов деформирования густо перфорированных пластин, оболочек и пористых тел возможно выполнить методом конечных элементов, который позволяет учесть все геометрические неоднородности конструкции, но для этого требуется огромное количество вычислительных и временных ресурсов. Существующие упрощенные методы расчёта в большинстве своём основаны на принципе осреднения, который позволяет перейти от перфорированной или пористой конструкции к сплошному материалу с эффективными механическими характеристиками. Использование такого подхода ограничено рассмотрением задач в упругой постановке. При упругопластическом деформировании уже на ранних этапах нагружения вблизи отверстий или пор величина напряжения значительно превышает предел текучести. В этом случае при построении математической модели необходимо учитывать возникновение локальных пластических деформаций. В связи с этим необходима разработка другого подхода, который учитывал бы неоднородность поля напряжений и деформаций и позволял производить расчеты с применением меньшего объема вычислительных ресурсов.

При численном моделировании деформирования пористых материалов с учетом геометрических неоднородностей актуальной является задача определения истинных диаграмм деформирования упругопластической основы. Определение механических характеристик материала основы из экспериментальных исследований на растяжение и ударное нагружение сопряжено с проблемами, вызванными в основном существенной неоднородностью и неоднородностью напряженно-деформированного состояния в образцах. Поэтому для идентификации диаграмм деформирования упругопластических материалов основы важно развивать экспериментально-расчетные методы, позволяющие учесть неоднородность и неоднородность напряженно-деформированного состояния без введения упрощающих гипотез, которые используются в экспериментально-аналитических подходах. Используемый в работе метод основывается на итерационном уточнении истинной диаграммы деформирования материала основы, исходя из сравнения данных эксперимента и результатов численного моделирования процессов деформирования испытываемых образцов.

Степень разработанности темы

Исследования деформирования густо перфорированных пластин и оболочек описаны в ряде работ. Аналитическими методами произведены оценки напряженно-деформированного состояния пластин и оболочек, ослабленных одним или небольшим количеством вырезов или отверстий. Большинство авторов сводят исследования к двум основным задачам: определение эффективных упругих параметров сплошной пластины и оценка коэффициента интенсивности напряжений в перемычках между вырезами. Аналитические методы исследования позволяют неплохо оценить величину упругой деформации и соответствующего им напряжения. В случае упругопластического деформирования применение аналитических оценок затруднено, т.к. уже на ранних

стадиях деформирования около отверстий формируются области пластических деформаций.

На данный момент для исследования устойчивости перфорированных тонкостенных конструкций наиболее полно разработана теория тонких упругих пластин и оболочек с небольшим количеством малых вырезов. Расчет локальной потери устойчивости в перегородках, которая имеет место при рассмотрении густо перфорированных пластин или оболочек, требует построение математической модели, учитывающей неоднородность напряженно-деформированного состояния в структурном элементе. В литературе проблема устойчивости густо перфорированных тонкостенных конструкции освещена мало, а в имеющихся исследованиях авторы ограничиваются лишь двумя близлежащими вырезами.

Большинство исследований деформирования пористых сред сводятся к эмпирическому определению эквивалентных эффективных механических характеристик сплошного материала, которым заменяют исходную пористую структуру. В этом случае учитывается лишь коэффициент пористости, и расчеты осуществляются без учета неоднородностей напряженно-деформированного состояния около полостей. Рядом исследователей отмечается зависимость механических свойств от формы и расположения пор относительно направления нагружения. Таким образом, при расчетах деформирования пористого материала желательно учитывать геометрические особенности материала и возникающую вследствие этого неоднородность напряженно-деформированного состояния. Этот вопрос в литературе мало изучен и требует более детального исследования.

Моделирование деформирования пористых сред с учетом геометрической неоднородности требует знания истинных диаграмм деформирования материала основы. В расчетах используют механические свойства, полученные при испытании материала до формирования пористой структуры. В процессе формирования пористой среды материал основы подвергается различным химическим и тепловым воздействиям (отжиг, спекание), что может привести к изменению его истинной диаграммы деформирования. Получение механических свойств материалы основы из экспериментальных исследований на растяжение и ударное нагружение сопряжено с проблемами, вызванными в основном существенной неоднородностью и неоднородностью напряженно-деформированного состояния, вызванных наличием большого количества полостей и пор. В связи с этим целесообразно развивать экспериментально-расчетный подход, который позволяет в полной мере учитывать указанные факторы.

Цели и задачи диссертационной работы

Задачами диссертационной работы являются исследования упругопластических густо перфорированных пластин, оболочек и пористых металлов под действием различных видов нагружения.

Для достижения поставленных целей были решены следующие основные задачи:

1. Определение упругих свойств ортотропии и коэффициентов концентрации напряжений для густо перфорированных пластин и оболочек.
2. Верификация параметров ортотропии на примере численного исследования изгиба цилиндрической полосы и пластины, перфорированных одним рядом отверстий.
3. Исследование при помощи теории оболочек типа Тимошенко в совокупности с ортотропной моделью материала устойчивости упругих цилиндрических густо перфорированных оболочек различной пористости и длины под действием внешнего давления.

4. Исследование области применимости теории пластин и оболочек, основанной на соотношениях Тимошенко, для расчета изгиба упругопластических перфорированных тонкостенных конструкций.
5. Исследование применимости принципа двумерного подобия напряженно-деформированного состояния в структурном элементе при изгибе и устойчивости упругопластических густо перфорированных пластин и оболочек.
6. Построение при помощи экспериментально-расчетного метода истинных диаграмм деформирования материала основы в экспериментах на статическое сжатие пористых образцов в жесткой обойме.
7. Построение математической модели пористого материала на основе принципа трехмерного подобия напряженно-деформированного состояния в структурном элементе для расчета статического сжатия образца со свободными боковыми поверхностями.

Научная новизна

В зависимости от степени пористости определены параметры ортотропии при деформировании густо перфорированных пластин и оболочек. Рассмотрены пластины и оболочки с коэффициентами пористости в диапазоне от 0 до 0,71. Верификация полученных параметров ортотропии проведена на примере задачи упругого изгиба пластины и цилиндрической оболочки, перфорированных одним рядом отверстий. С использованием ортотропной модели материала и теории оболочек, основанной на соотношениях Тимошенко, проведено исследование устойчивости упругой густо перфорированной цилиндрической оболочки под действием внешнего давления. По результатам моделирования определена зависимость критической нагрузки и формы потери устойчивости от пористости конструкции и длины упругой цилиндрической оболочки, находящейся под действием внешнего давления.

Численно исследована область применимости теории Тимошенко для изгиба густо перфорированных пластин и оболочек отдельно для упругой и упругопластической деформаций.

На основе двумерного принципа подобия напряженно-деформированного состояния в структурном элементе проведены исследования изгиба и устойчивости густо перфорированных упругопластических пластин и цилиндрических оболочек. Оценена эффективность принципа для этого класса задач.

Разработан экспериментально-расчетный метод определения истинной диаграммы деформирования материала основы на базе данных об испытаниях на сжатие пористых образцов в жесткой обойме.

На основе принципа трехмерного подобия напряженно-деформированного состояния в структурном элементе построена математическая модель деформирования пористого материала. Эффективность предложенной модели показана на примере сжатия пористых образцов в жесткой обойме и со свободными боковыми поверхностями.

Теоретическая значимость

Численное моделирование методом конечных элементов позволяет уточнить результаты аналитических оценок эффективных упругих свойств сплошной пластины и определить область применимости теории пластин и оболочек типа Тимошенко в зависимости от толщины и пористости конструкции.

Принцип подобия позволяет осуществить расчет деформирования густо перфорированных пластин, оболочек и пористых тел с учетом неоднородности напряженно-деформированного состояния в структурном элементе.

Развитие экспериментально-расчетного подхода для определения истинной диаграммы деформирования материала основы позволяет существенно расширить возможности экспериментальных методик. Описанный способ позволяет осуществлять идентификацию механических свойств материала основы для пористых образцов первоначально однородной структуры при больших деформациях и неоднородном напряженно-деформированном состоянии различного вида (растяжение, сжатие, сдвиг).

Практическая значимость

Применение численного моделирования и метода идентификации диаграмм деформирования позволяют изучать свойства материалов основы на базе экспериментальных данных, полученных на пористых образцах. Применение принципа подобия позволяет оценить неоднородность напряженно-деформированного состояния в структурных элементах, вызванных наличием вырезов и полостей, и существенно сократить количество требуемых вычислительных ресурсов и позволит осуществлять исследования густо перфорированных пластин, оболочек и пористых тел на персональном компьютере.

Методология и методы диссертационного исследования

Численное моделирование упругопластического деформирования сплошной среды выполнено с применением метода конечных элементов. При проведении исследования густо перфорированных пластин, оболочек и пористых тел применен принцип подобия напряженно-деформированного состояния в структурном элементе. В работе использован экспериментально-расчетный подход идентификации истинной диаграммы деформирования упругопластических материалов, разработанных в НИИМ ННГУ им. Н.И. Лобачевского

Основные положения, выносимые на защиту:

1. результаты исследования параметров ортотропии и коэффициентов концентрации напряжения для упругих густо перфорированных пластин и оболочек с коэффициентом пористости от 0 до 0,71;
2. результаты исследования устойчивости упругих цилиндрических густо перфорированных оболочек под действием внешнего давления в зависимости от длины и пористости;
3. оценка области применимости модели Тимошенко для задач упругого и упругопластического изгиба густо перфорированных пластин и оболочек;
4. исследование эффективности применения принципа двумерного подобия при численном моделировании изгиба и устойчивости упругопластических густо перфорированных пластин и оболочек с учетом неоднородности напряженно-деформированного состояния в структурных элементах;
5. расчетно-экспериментальный метод идентификации механических свойств материала основы на базе экспериментальных данных об испытаниях на сжатие пористых образцов в жесткой обойме;
6. математическая модель деформирования пористых образцов, построенная на основе принципа трехмерного подобия напряженно-деформированного состояния в структурных элементах.

Степень достоверности результатов

Достоверность вынесенных на защиту результатов подтверждается исследованиями сходимости используемых численных методов, сопоставлением результатов расчета с теоретическими и экспериментальными данными.

Апробация результатов

Основные результаты диссертационной работы докладывались на следующих конференциях:

- 5-ая и 8-ая конференция «Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред» (МКМК – 2015, МКМК – 2018) (Москва, 2015, 2018);
- XI, XII международная конференция по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016, NPNJ'2018) (Алушта, 2016, 2018);
- XX, XXIII, XXVII международный симпозиум “Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред” (Москва, 2014, 2017, 2021);
- XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Уфа, 2019);

Публикации

Основные результаты исследований диссертации опубликованы в 14 публикациях [1-14] из них 3 [1, 2, 6] опубликованы в ведущих научных журналах (ВАК) и 4 статьи [1, 3-5] – в журналах, индексируемых в международных базах цитирования Scopus и/или Web of Science.

Личный вклад

- проведение расчетов с помощью вычислительного программного комплекса Abaqus (лицензия № 20000000050225). [1-14];
- анализ результатов моделирования деформирования густо перфорированных пластин или оболочек и пористых материалов [1-14];
- определение и верификация параметров ортотропии густо перфорированных упругих пластин и оболочек [1-3, 7-9];
- исследование при помощи теории оболочек типа Тимошенко в совокупности с ортотропной моделью материала устойчивости цилиндрической густо перфорированной оболочки под действием внешнего давления [1,3,7,8,9];
- оценка области применимости модели Тимошенко для изгиба упругопластических густо перфорированных пластин и оболочек [4,10];
- исследование применимости принципа двумерного подобия напряженно-деформированного состояния в структурном элементе в задачах изгиба и устойчивости упругопластических густо перфорированных пластин и оболочек [4, 7, 11-13];
- разработка и реализация экспериментально-расчетного метода идентификации свойств материала основы пористых образцов [5,6,14];
- построение математической модели пористого материала на основе принципа подобия напряженно-деформированного состояния в структурном элементе [5,6,14].

В работах В.Г. Баженову принадлежит постановка задачи, общее руководство численными исследованиями и анализ результатов; А.И. Кибцу принадлежит анализ результатов; А.А. Артемьевой, М.С. Барановой и Е.В. Нагорных, А.А. Антипову, В.А. Иванову, И.А. Фроловой и Т.В. Кузьмичевой помощь в подготовке экспериментальных данных и итоговых расчетных результатов.

Структура и объем диссертации

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы. Работа содержит 117 листов машинописного текста, 66 рисунков, 184 наименований библиографического списка литературы.

Диссертационная работа выполнена при поддержке

Работа выполнена при поддержке Государственного задания Минобрнауки России (№ 0729 – 2020 – 0054)

Благодарности

Автор выражает благодарность А.А. Артемьевой, М.С. Барановой и сотрудникам НИИМ ННГУ им. Н. И. Лобачевского В.Г. Баженову, А.И. Кибцу, Е.В. Нагорных за консультации при проведении численных расчетов и подготовке экспериментальных данных, Д.А.Казакову за помощь в проведении эксперимента по сжатию образцов из пористого алюминия. Автор выражает благодарность родным и близким за всестороннюю поддержку.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы диссертационной работы, сформулированы цели и задачи работы, отмечена научная новизна.

В первой главе дается обзор методов и результатов экспериментальных и теоретических исследований напряженно-деформированного состояния густо перфорированных пластин, оболочек и пористых материалов.

Исследования напряженно-деформированного состояния в пластинах и оболочках, ослабленных различными вырезами и отверстиями, описаны в работах Тимошенко С.П., Лебедева Н.Н., Савина Г.Н., Афендика Л.Г., Лурье А.И. Определены особенности деформирования пластин и оболочек, ослабленных одним или небольшим количеством вырезов или отверстий. В работе Григолюка Э.И. и Фильштинского Л.А. осуществлено обобщение аналитических исследований. В работе приведены оценки снижения механических свойств и локального распределения напряжений в перемычках. Такой подход позволяет неплохо оценить величину упругой деформации и соответствующего им напряжения. В случае упругопластического деформирования необходимо учитывать пластические деформации, которые возникают около отверстий уже на ранних стадиях нагружения.

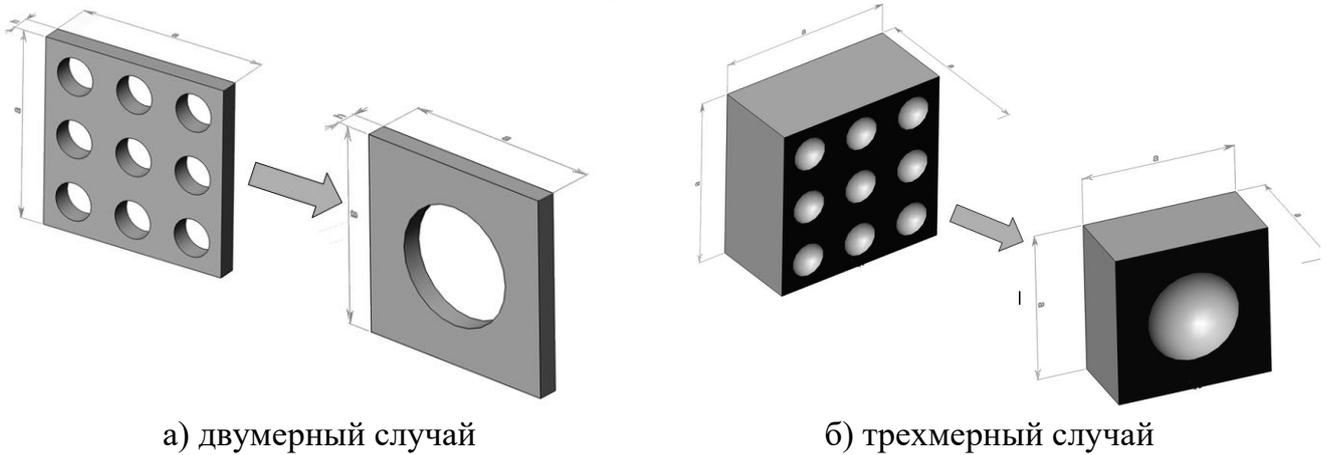
Анализ литературных источников, посвященных исследованиям устойчивости перфорированных тонкостенных конструкций, показал, что наиболее полно разработана теория тонких упругих пластин и оболочек с небольшим количеством малых вырезов. В случае густо перфорированных пластин и оболочек имеет место локальная потеря устойчивости в перегородках, для моделирования которых необходимо учитывать неоднородность напряженно-деформированного состояния, вызванную наличием отверстий. В литературе эта проблема освещена мало и при исследованиях авторы ограничиваются лишь двумя близлежащими отверстиями.

Во многих научных работах авторы определяют механические свойства пористой структуры, рассматривая её, как эквивалентный сплошной материал. Такой подход не учитывает неоднородность напряженно-деформированного состояния в перегородках между полостями. Моделирование процессов деформирования с полным учетом всех геометрических неоднородностей возможно, но требует огромного количества вычислительных и временных ресурсов. В этой связи необходимо рассмотреть другой подход, который учитывал бы неоднородность поля напряжений и деформаций и позволял производить расчеты в условиях ограниченности вычислительных ресурсов.

Во второй главе приводится определяющая система уравнений, используемая при численном моделировании упругопластического деформирования и устойчивости густо перфорированных пластин, оболочек и пористых тел. Представлена конечно-элементная методика её решения. Приведено описание принципа подобия напряженно-деформированного состояния в структурном элементе, который применялся при решении задач деформирования густо перфорированных пластин, оболочек и пористых тел.

В работе густо перфорированные пластины, оболочки и пористые тела представляют собой набор одинаковых структурных элементов. В этом случае оценить неоднородность напряженно-деформированного состояния в упругопластическом материале при наличии

вырезов или полостей можно с использованием принципа подобия, который можно сформулировать следующим образом: при деформировании в подобных условиях нагружения геометрически подобных тел из одинакового материала напряжения и деформации, возникающие в конструкции, идентичны. Этот принцип позволяет заменить набор одинаковых представительных объемов на один геометрически подобный им структурный элемент (см. рисунок 1), в котором при моделировании реализуется среднее по этому набору напряженно-деформированное состояние. Такой подход учитывает неоднородность напряженно-деформированного состояния в структурном элементе при сохранении величины пористости и характерных размеров деформируемого тела. Дополнительно появляется возможность управлять объемом вычислительных ресурсов посредством варьирования количеством структурных элементов.

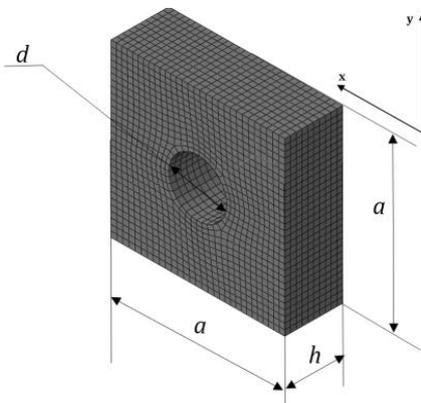


а) двумерный случай

б) трехмерный случай

Рисунок 1 – Принцип трехмерного подобия

В третьей главе приведены исследования различных видов деформирования упругопластических густо перфорированных пластин и оболочек с использованием ортотропной модели материала и принципа двумерного подобия.

Рисунок 2 –
структурный элемент

Моделирование упругого деформирования густо перфорированных пластин и оболочек можно свести к рассмотрению сплошной тонкостенной конструкции с эквивалентными жесткостными характеристиками. Определить снижение жесткости за счет конструктивных особенностей можно на примере одного структурного элемента. Для простоты представления результатов перфорация вдоль осей Ox и Oy предполагалась одинаковой. На рисунке 2 представлен структурный элемент. В ходе исследований снижения жесткостных характеристик отношение толщины структурного

элемента к диаметру отверстия оставалось постоянным и равнялось $h/d = 1$. Обозначим за пористость густо перфорированной пластины или оболочки отношение площади отверстия к общей площади лицевой плоскости структурного элемента.

Наряду со структурными элементами рассматривались сплошные элементы идентичных размеров. Сравнивая результаты численного моделирования статического упругого растяжения и сдвига сплошной конструкции и структурного элемента с отверстием, получили коэффициенты снижения жесткости перфорированной пластины. Все численные расчеты проведены с использованием расчетного комплекса Abaqus (лицензия № 200000000050225). Задачи рассмотрены в постановке сплошной среды и с применением теории пластин и оболочек, основанной на соотношениях типа Тимошенко.

Результаты исследования приведены на рисунке 3 в виде зависимостей коэффициентов снижения жесткости от пористости структурного элемента. Результаты численного исследования для двух постановок приведены в сравнении с аналитическими оценками, полученными Э.И. Григолюком и Л.А. Фильштинским. Коэффициенты снижения жесткости определялись по формулам:

$$r_E = \frac{E_1}{E} = \frac{E_2}{E}, r_\nu = \frac{\nu_{12}}{\nu}, r_G = \frac{G_{12}}{G}, r_C = \frac{C^*}{C},$$

где E – модуль Юнга материала основы;

E_1 – усредненный модуль Юнга для структурного элемента с отверстием;

ν – коэффициент Пуассона материала основы;

ν_{12} – усредненный коэффициент Пуассона для структурного элемента с отверстием;

G – модуль сдвига материала основы;

G_{12} – усредненный модуль сдвига для структурного элемента с отверстием;

C – жесткость при изгибе для материала основы;

C^* – усредненная жесткость при изгибе структурного элемента с отверстием

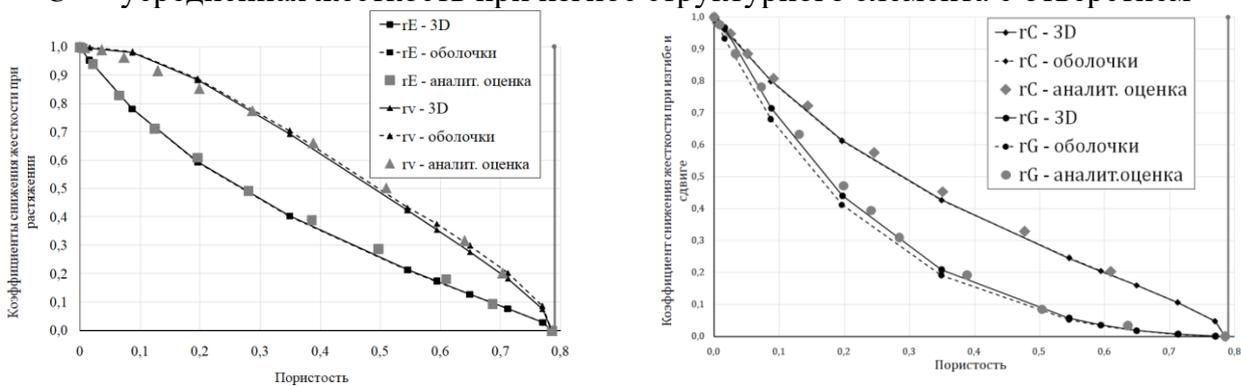


Рисунок 3- Коэффициенты снижения жесткости

Для оценки неоднородности напряженно-деформированного состояния густо перфорированной пластины получены зависимости коэффициента концентрации напряжения в зоне отверстия при изгибе и растяжении (рисунок 4).

Верификация полученных параметров ортотропии была осуществлена на примере двух задач: моделирование изгиба пластины длины L , перфорированной одним рядом отверстий и расчет изгиба $1/4$ части цилиндрической полосы, также перфорированной одним рядом отверстий. Задачи решены в трехмерной постановке сплошной среды и с использованием теории пластин и оболочек, основанной на соотношениях Тимошенко.

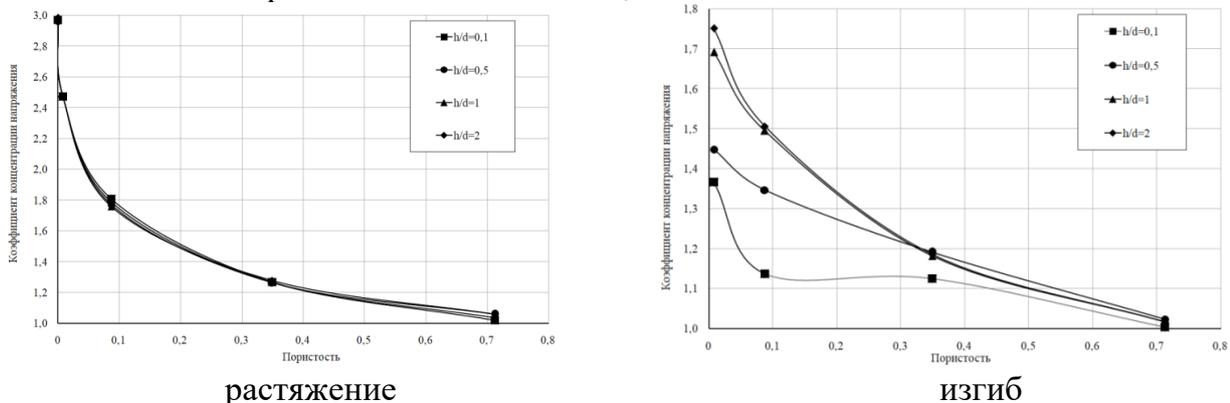
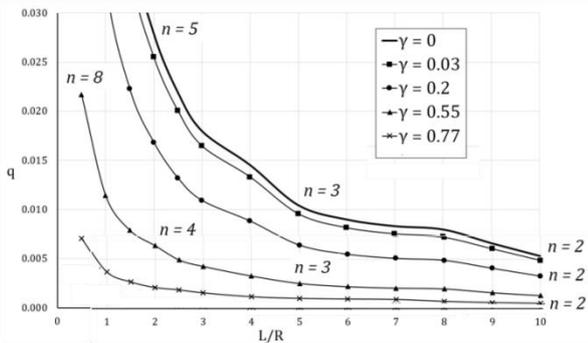


Рисунок 4 – Коэффициенты концентрации напряжений

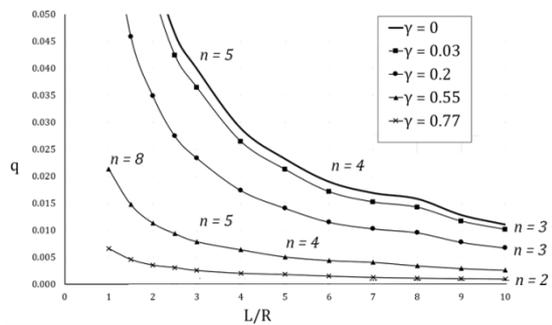
В задачи упругого изгиба пластины, перфорированной одним рядом отверстий, для всех рассмотренных значений пористости разница между двумя подходами к решению задачи не превышала 3%. В случае изгиба упругой цилиндрической оболочки с одним рядом отверстий погрешность вычислений не превышала 5 % для значения пористости

0,77. Для обеих задач стоит отметить, что размерность сетки при использовании соотношений Тимошенко по сравнению с трехмерной постановкой уменьшается до 15 раз. Таким образом, использование конечных элементов конструктивно ортотропной оболочки с параметрами, определенными из решения трехмерной задачи растяжения и сдвига структурного элемента, правомерно в задачах изгиба пластины и цилиндрической оболочки, в которых длина волны прогиба значительно превышает размер структурного элемента.

Исследована устойчивость густо перфорированной упругой цилиндрической оболочки под действием внешнего давления. Задача решена в постановке теории оболочек типа Тимошенко в совокупности с ортотропной моделью материала, параметры которой определены по результатам исследования на растяжение и сдвиг структурного элемента в трехмерной постановке. Устойчивость цилиндрической оболочки исследована для двух граничных условий. В первом варианте один из торцов оболочки был жестко заделан, а другой – свободен. Во втором варианте один из торцов оболочки был также жестко заделан, а на другом задавались нулевые значения радиального перемещения, угла поворота и осевой силы.



жесткая заделка



жесткая заделка с опорным кольцом

Рисунок 5 – Графики изменения критического давления

По результатам исследования получены зависимости безразмерного критического давления $q = \frac{P_{кр}}{E} \left(\frac{R}{h}\right)^2$ от безразмерной длины цилиндрической оболочки L/R при значениях пористости $\gamma = 0 \div 0,77$ (рисунок 5). На графике дополнительно цифрами $n = 2 \div 8$ отображены номера форм потери устойчивости в окружном направлении при различных значениях длины и пористости оболочки.

Определены пределы применимости теории пластин типа Тимошенко для густо перфорированных конструкций на примере циклически повторяющегося структурного элемента под действием изгибающего момента. Для простоты представления результатов шаг перфорации в обоих направлениях пластины предполагался одинаковым. В этом случае структурный элемент представляет собой квадратную призму толщиной h с длиной стороны равной a и круглым отверстием диаметром d_0 (рисунок 2). При моделировании использовался материал АМГ6 с модулем Юнга $E = 70 \text{ ГПа}$, коэффициентом Пуассона $\nu = 0,3$ и пределом текучести $\sigma_T = 170 \text{ МПа}$. При расчете в упругопластической постановке использовалась истинная диаграмма деформирования. В качестве результата исследования рассматривалось значение угла поворота грани, на которой задано значение изгибающего момента. Исследованы две постановки задачи. В первом случае при моделировании использовались соотношения теории пластин и оболочек типа Тимошенко. Во втором варианте задача решена методами сплошной среды. Рассмотрены структурные элементы с различным значением пористости и толщины. В итоге получены зависимости угла поворота от пористости и толщины пластины в упругой и упругопластической постановках. Результаты, полученные при полном трехмерном моделировании,

использовались в качестве эталонного решения. Отличием результатов, полученных по теории пластин и оболочек типа Тимошенко, более чем на 5 % от эталонного решения определялись пределы применимости.

На рисунке 6 представлены итоговые кривые, описывающие границы применимости теории пластин и оболочек типа Тимошенко в задачах упругопластического изгиба структурного элемента густо перфорированных пластин.

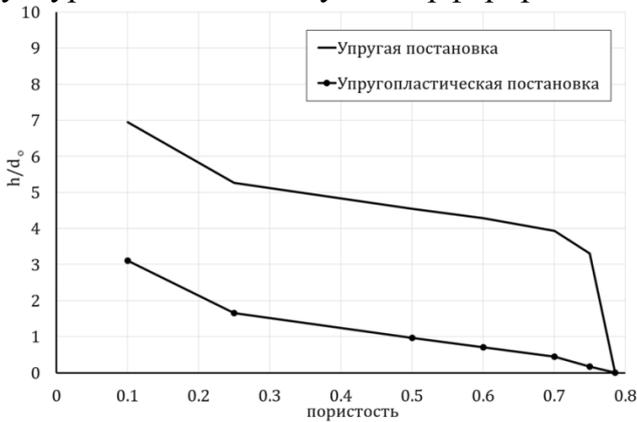


Рисунок 6 – Границы применимости теории пластин и оболочек типа Тимошенко

упругопластического изгиба густо перфорированной пластины. Для этого была рассмотрена пластина длиной $L = 1$ м и толщиной $h = 10$ мм, перфорированная одним рядом отверстий. Пластина представлена, как ряд структурных элементов в виде параллелепипедов с квадратным основанием и круглым отверстием в центре. Диаметр отверстия и величина площади основания структурного элемента определяли пористость конструкции. Для исследования пределов применимости принципа двумерного подобия были рассмотрены пластины неизменной пористости, но с различным количеством структурных элементов. Исследованы пластины с пористостью 0,1 и 0,65.

Отдельно друг от друга рассмотрены задачи упругопластического изгиба густо перфорированной жестко заземленной пластины под действием момента, силы и распределённой по поверхности пластины нагрузке. Величины внешних нагрузок подобраны таким образом, чтобы момент в заделке был одинаков для всех видов нагружения. Максимальные пластические деформации, возникающие в конструкции, составляли 0,024, что соответствовало максимальным напряжениям 1,6 σ . Основываясь на принципе подобия напряженно-деформированного состояния в структурном элементе, были рассмотрены пластины с 5, 10, 20 и 50 отверстиями. При варьировании количеством отверстий изменялась ширина пластины, но оставалась постоянной пористость, длина и толщина. В качестве результатов моделирования принимались прогиб и угол поворота свободного от закрепления конца пластины и максимальное напряжение, возникающее в конструкции. Решение, полученное для пластины, перфорированной 50 отверстиями, было принято, как эталонное. В результате получено изменение погрешности вычислений в зависимости от количества используемых структурных элементов.

Результаты исследования показывают, что при нагружении густо перфорированной пластины изгибающим моментом, результат не зависит от количества структурных элементов и погрешности вычислений составляют менее 3%. Для варианта с изгибающей силой погрешности чуть выше, но не превышают 5%. В случае пластины с распределенной нагрузкой наблюдаются погрешности более 5% при уменьшении количества структурных элементов в 10 раз. Рост погрешности в зависимости от типа нагружения связан с тем, что

Параметры, расположенные ниже каждого из графиков, относятся к области применимости теории пластин типа Тимошенко в задачах изгиба густо перфорированных пластин. Очевидно, что область применимости для упругой постановки значительно шире, чем для упругопластической. Результаты исследований показали, что при уменьшении пористости область применимости теории пластин и оболочек типа Тимошенко расширяется.

Проведены исследования применимости принципа двумерного подобия для задачи

внутренний изгибающий момент имеет переменное значение вдоль пластины. При действии распределенной нагрузки зависимость квадратичная, при действии силы – линейная, а при нагружении моментом – константная. Таким образом, принцип двумерного подобия позволяет сократить количество структурных элементов в густо перфорированной пластине при моделировании изгиба от 5 до 10 раз в зависимости от типа нагружения.

Проведены исследования устойчивости упругопластической цилиндрической густо перфорированной оболочки при осевом сжатии. Моделирование выполнено в нестационарной упругопластической постановке теории сплошной среды. Рассмотрена густо перфорированная цилиндрическая оболочка, один торец которой неподвижен, а на другом задавались осевая скорость перемещений и нулевые значения радиального и окружного перемещений. Для исследования статической устойчивости густо перфорированной цилиндрической оболочки величина скорости равнялась 1 мм/с, что позволило пренебречь силами инерции. Из всей цилиндрической оболочки был выделен сектор, содержащий один ряд структурных элементов. Такая постановка при малых размерах отверстий позволила получать формы потери устойчивости близкие к осесимметричным. Количество структурных элементов вдоль оси варьировалось. При этом значение пористости, толщина и длина оболочки оставались неизменными. Угол сектора изменялся пропорционально увеличению размеров структурного элемента. Рассмотрены геометрические модели с 2, 10, 25 и 50 отверстиями вдоль оси цилиндрической оболочки. Были исследованы оболочки с коэффициентом пористости 0,1; 0,4 и 0,65 и отношениями R/h 636,5; 127,3 и 63,65.

В итоге были получены изменения сжимающей силы от относительного перемещения свободного торца оболочки в зависимости от толщины и коэффициента пористости оболочки. Исследования показали, что результаты для моделей с 25 и 50 отверстиями близки друг к другу для всех рассмотренных значений коэффициента пористости и соотношении R/h менее 127,3. Для тонких оболочек с отношением $R/h = 636,5$ и пористости более 0,4 наблюдается сильная зависимость от количества структурных элементов вдоль длины.

На рисунке 7 для каждой пористости представлены графики зависимости погрешности вычислений критической нагрузки в зависимости от количества структурных элементов вдоль длины густо перфорированной оболочки. В качестве критической нагрузки принималась максимальное значение сжимающей силы.

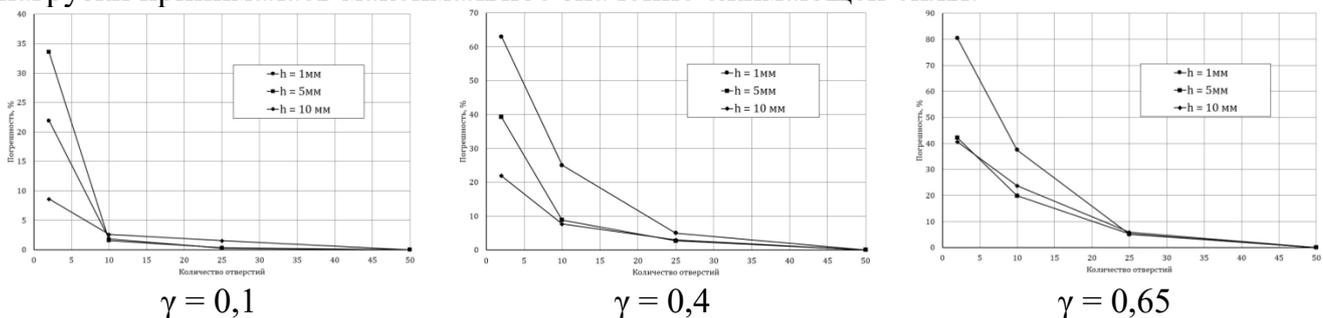


Рисунок 7 – Изменение критической нагрузки

При пористости менее 0,1 принцип двумерного подобия позволяет уменьшить количество структурных элементов до 5 раз. При этом различия между результатами расчетов не будут превышать 5%. Для коэффициентов пористости более 0,4 принцип подобия позволяет вдвое сократить количество структурных элементов в густо перфорированной оболочке. Представленные графики показывают, что по мере увеличения толщины оболочки погрешности вычислений снижаются. Связано это с тем, что в зависимости от толщины оболочки меняется форма потери устойчивости. Для тонких

оболочек с малым количеством отверстий характерна локальная потеря устойчивости, которая реализуется в окружных перегородках между отверстиями. По мере увеличения количества отверстий и толщины оболочки форма потери устойчивости представляет собой полуволну, которая реализуется на нескольких структурных элементах. Анализ форм потери устойчивости показал, что сократить количество структурных элементов без потери точности (менее 5%) вычислений возможно в том случае, если полуволна изгиба реализуется на протяжении нескольких структурных элементах. При потере устойчивости в пределах одного структурного элемента принцип двумерного подобия приводит к существенным ошибкам.

В четвертой главе приведено описание математической модели деформирования пористого материала на базе принципа трехмерного подобия напряженно-деформированного состояния в структурном элементе.

Для осуществления численного моделирования нелинейного поведения пористой структуры требуется знание истинной диаграммы деформирования упругопластического материала основы. В ходе формирования пористой структуры материал основы подвергается различным тепловым и химическим воздействиям (отжиг, спекание), которые могут повлиять на механические свойства. Определение прочностных характеристик материала основы из экспериментальных исследований на сжатие пористых образцов сопряжено с проблемами, вызванными в основном существенной неоднородностью и неоднородностью напряженно-деформированного состояния. Построение истинной диаграммы деформирования материала основы на базе результатов эксперимента на растяжение или сжатие пористого образца можно осуществить при помощи расчетно-экспериментального метода, используя метод конечного элемента.

Идентификация диаграммы деформирования материала основы осуществлена на базе экспериментальных данных о статическом сжатии пористого образца в жесткой обойме. Максимальные значения условной деформаций образца при сжатии достигали 45%. При этом контактного взаимодействия берегов пор не наблюдалось. Построение истинной диаграммы деформирования материала основы производилось итерационным путем. В каждой итерации осуществлялась коррекция зависимости интенсивности истинных напряжений σ_i от интенсивности логарифмических деформаций ε_i таким образом, чтобы удовлетворить с заданной точностью экспериментальной зависимости сжимающей силы от перемещения захватного приспособления испытательной машины. С этой целью строится корректировочная функция $\alpha(e) = \frac{F_3(e)}{F_{чм}(e)}$, где $F_3(e)$ – экспериментальная зависимость сжимающей силы от относительного изменения длины образца; $F_{чм}(e)$ – полученная при численном моделировании зависимость сжимающей силы от относительного изменения длины образца; $e = \frac{u}{L}$ – относительное изменение длины образца; u – перемещение верхнего торца образца; L – начальная длина образца. В результате численного моделирования определяется зависимость максимального значения интенсивности деформаций $\varepsilon_i^{max}(e)$ от относительного изменения длины образца. Корректировка истинной диаграммы деформирования осуществляется по формуле: $\bar{\sigma}_i(\varepsilon_i^{max}) = \alpha \sigma_i(\varepsilon_i^{max})$.

Итерационный процесс корректировки продолжается до тех пор, пока зависимости $F_3(e)$ и $F_{чм}(e)$ не совпадут с точностью 5%. В данном исследовании в качестве начальной была принята диаграмма деформирования для пористого образца, полученная из экспериментальных данных в предположении, что образец состоит из сплошного материала.

В расчетах пористый материал представлялся, как набор структурированных элементов, в качестве которого выбран куб с шаровидной порой внутри. На рисунке 8 представлена геометрическая модель структурного элемента. Такая форма структурного элемента позволяет учесть локальную потерю устойчивости в перегородках.

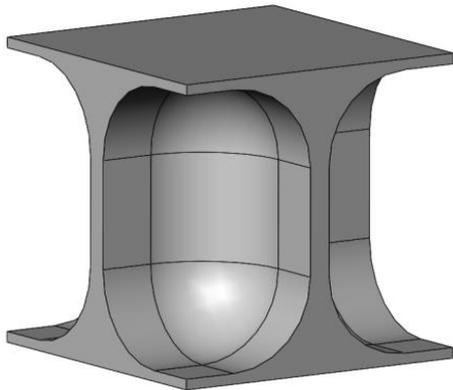


Рисунок 8 –
структурный элемент

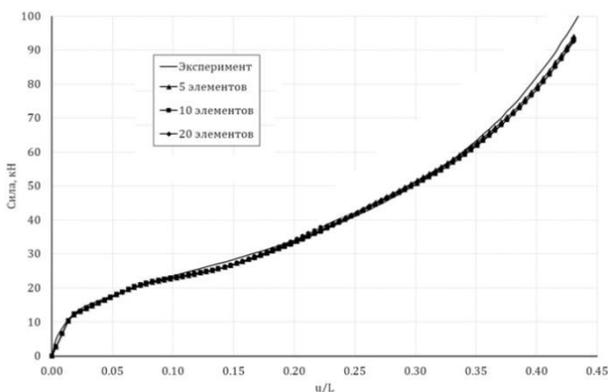


Рисунок 9 – Изменение сжимающей
силы
от относительного перемещения

При моделировании статического сжатия пористого образца в жесткой обойме предполагалось, что все структурные элементы деформируются одинаково. Поэтому для проведения вычислений использовался только один столбец из пяти представительных объемов. Количество структурных элементов в столбце выбрано таким образом, чтобы исключить влияние константных граничных условий на жесткость конструкции.

Моделирование сжатия пористой структуры осуществлено методом конечных элементов с использованием программного комплекса Abaqus (лицензия № 20000000050225). На нижнем торце рассмотренного столбца из структурных элементов задавалось нулевое значение вертикальных перемещений, на верхнем торце – постоянная скорость вертикальных перемещений. Величина скорости сжатия равнялась 1 мм/с, что позволяло пренебречь нестационарными эффектами. В расчёте на боковых поверхностях задавались нулевые значения нормальных перемещений и касательных напряжений.

Для сходимости процесса построения истинной диаграммы деформирования материала основы хватило 4 итерации. Для проверки достаточной точности построенной диаграммы деформирования с использованием 5 структурных элементов было проведено численное моделирование сжатия столбцов из 10 и 20 представительных объемов. Размеры структурных элементов выбирались таким образом, чтобы высота столбца оставалась неизменной независимо от количества структурных элементов. Связь между истинными напряжениями и деформациями в материале основы описывалась восстановленной истинной диаграммой деформирования. На рисунке 9 представлен график изменения сжимающей силы, приведенной к площади поперечного сечения экспериментального образца, от относительного перемещения верхнего торца и количества структурных элементов вдоль оси сжатия.

Результаты расчетов с 5, 10 и 20 структурными элементами различаются менее чем на 1%, при этом отличие усилий не превышает 5% от экспериментальных данных. Таким образом, для восстановления диаграммы деформирования материала основы достаточно столбца из 5 структурных элементов. Численное моделирование показало, что для геометрических моделей с количеством представительных объемов более 5 получаемое напряженно-деформированное состояние во всех структурных элементах одинаково кроме

граничных, в которых нарушается принцип трехмерного подобия из-за задания на их торцах постоянных скоростей перемещения.

Средний размер структурного элемента в испытуемом образце составлял приблизительно 0,3 мм. Применение принципа трехмерного подобия для пористого материала позволило осуществить процедуру идентификации диаграммы деформирования материала основы с использованием столбца из 5 структурных элементов. Без использования принципа подобия для пористого образца высотой 20 мм потребовалось бы рассмотреть столбец из 67 структурных элементов размером 0,3 мм каждый.

Математическая модель пористого металла основана на применении принципа трехмерного подобия, позволяющий заменить набор одинаковых представительных объемов на один подобный структурный элемент, в котором реализуется среднее по набору напряженно-деформированное состояние. Эффективность и адекватность построенной математической модели продемонстрирована на примере сжатия пористых образцов со свободными боковыми поверхностями.

Геометрические модели для расчетов построены исходя из формы структурного элемента и геометрических характеристик экспериментального образца. Форма структурного элемента позволяет построить расчетную область в виде параллелепипеда. Поэтому геометрические модели были построены таким образом, чтобы высота точно соответствовала экспериментальному образцу, а площади поперечных сечений построенной расчетной области и экспериментального образца максимально соответствовали друг другу. Удалось построить геометрическую модель, площадь поперечного сечения которой отличалась от экспериментального образца на 6%. Рассмотрены геометрические модели с 9, 72 и 243 структурными элементами. Для снижения вычислительных затрат учтена геометрическая симметрия сжимаемой структуры и рассмотрена $\frac{1}{4}$ часть конструкции. Расположение структурных элементов выбрано таким образом, чтобы вырезающие $\frac{1}{4}$ часть образца поверхности проходили через

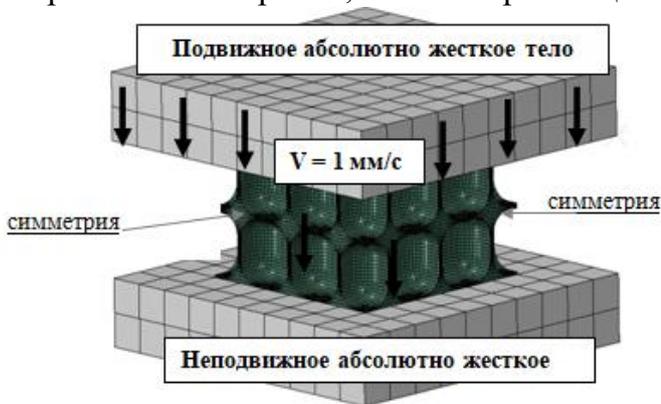


Рисунок 10 – Схема нагружения

центры полостей. В этом случае геометрическая модель пористой структуры позволяет учитывать локальную потерю устойчивости при сжатии в перегородках между рассеченными порами.

Моделирование сжатия пористых образцов выполнено с использованием двух абсолютно твердых тел, расположенных на торцах образца. Одно из абсолютно твердых тел двигалось со скоростью 1 мм/с, а второе было неподвижно. На поверхностях тел и расчетной области, соприкасающихся друг с другом,

определено условие одностороннего контактного взаимодействия с учетом сухого трения по закону Кулона с постоянным значением коэффициента трения 0,1. На поверхностях, вырезающих $\frac{1}{4}$ часть расчетной области, задавалось равенство нулю нормальных перемещений и касательных напряжений. На рисунке 10 представлена схема нагружения. Поведение упругопластического материала основы описывалось истинной диаграммой деформирования, идентификация которой осуществлена на базе экспериментальных данных о сжатии пористого образца в жесткой обойме.

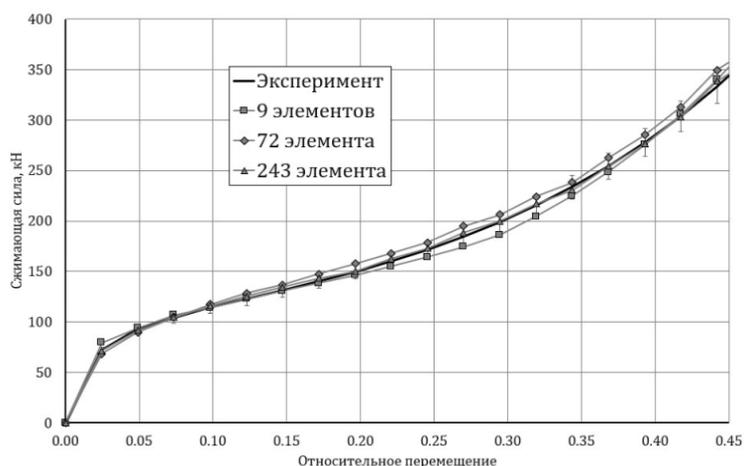


Рисунок 11 – Изменение сжимающей силы от относительного перемещения верхнего торца образца

учетом реального размера представительного объема, равного 0,3 мм, потребовалось бы порядка 187 тыс. структурных элементов. Принцип трехмерного подобия позволил произвести расчет сжатия пористого образца с использованием 9 структурных элементов.

В заключении приведены основные выводы диссертационной работы.

В постановке механики сплошных сред и теории оболочек, основанной на соотношениях Тимошенко, методом конечных элементов исследовано снижение жёсткости густо перфорированных оболочек при растяжении, сдвиге и изгибе. Установлено, что отличия между трёхмерной и оболочечной моделью не превышают 5% при значениях пористости менее 0,5. Получена зависимость параметров ортотропии упругих густо перфорированных пластин и оболочек от степени перфорации (пористости). Осуществлена верификация ортотропной модели на примере решения задач упругого изгиба пластины и цилиндрической оболочки, перфорированных одним рядом отверстий. Показано, что использование конструктивно-ортотропной модели с параметрами, определёнными из решения трёхмерной задачи растяжения и сдвига структурного элемента, правомерно в задачах упругого изгиба пластины и цилиндрических оболочек для волн, длины которых превышают характерный размер структурного элемента.

Выполнено исследование напряжённо-деформированного состояния в структурном элементе с отверстием в упругой постановке. Получены зависимости коэффициентов концентрации напряжения от степени перфорации при изгибе и растяжении.

На основе теории Тимошенко в совокупности с конструктивно-ортотропной моделью проведено исследование устойчивости упругих перфорированных цилиндрических оболочек под действием внешнего давления с различной степенью перфорации. Получены критические значения давления и формы потери устойчивости в зависимости от пористости и длины цилиндрической оболочки.

С использованием конечно-элементного анализа определена область применимости теории Тимошенко для задач упругого и упругопластического изгиба густо перфорированных пластин и оболочек в зависимости от толщины и коэффициента пористости.

Проведено исследование применимости принципа двумерного подобия для задач изгиба и устойчивости густо перфорированных упругопластических пластин и цилиндрических оболочек. Установлено, что принцип двумерного подобия позволяет

На рисунке 11 представлена зависимость сжимающей силы, приведенной к площади поперечного сечения экспериментального образца, от относительного перемещения верхнего торца и количества структурных элементов.

Результаты расчетов с 9, 72 и 243 структурными элементами различаются между собой не более чем на 9%, при этом отличие усилий от экспериментальных данных не превышает 6%.

Для проведения численного расчета сжатия пористого образца со свободными боковыми поверхностями с

сократить количество вычислительных ресурсов от 2 до 10 раз в зависимости от коэффициента пористости и вида нагружения.

Предложен метод определения истинных диаграмм деформирования материала основы на базе экспериментальных данных об испытаниях на сжатие пористых образцов в жесткой обойме. Метод основывается на трехмерном принципе подобия напряженно-деформированного состояния в структурном элементе. Итерационным путем осуществлялась коррекция зависимости интенсивности истинных напряжений σ_i от интенсивности логарифмических деформаций ε_i таким образом, чтобы удовлетворить с заданной точностью экспериментальной зависимости сжимающей силы от относительного изменения длины образца. Определено достаточное количество структурных элементов для идентификации механических свойств материала основы.

На основе принципа трехмерного подобия построена математическая модель пористого материала, которая позволяет учесть неоднородность напряженно-деформированного состояния в структурном элементе. Исследована эффективность применения принципа при численном моделировании сжатия образцов из пористого алюминия. Предложенная математическая модель позволяет сократить объем вычислительных ресурсов путем варьирования количеством структурных элементов, сохраняя коэффициент пористости и характерные размеры конструкции. Показано, что при численном моделировании сжатия цилиндрического образца из пористого алюминия в жесткой обойме с использованием явной схемы интегрирования по времени применение принципа трехмерного подобия позволило сократить на два порядка объем вычислительных ресурсов, а при моделировании сжатия образца со свободными боковыми поверхностями – на 5 порядков.

Методика расчета, основанная на принципе подобия напряженно-деформированного состояния в структурном элементе конструкции, в дальнейшем будет использована при исследовании деформирования густо перфорированных пластин, оболочек и пористых тел при динамических нагрузках. Принцип трехмерного подобия в совокупности с учетом контактного взаимодействия берегов пор позволит исследовать процесс деформирования пористых материалов до момента схлопывания пор и далее с учётом трения контактирующих поверхностей.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи в изданиях, входящих в Перечень ВАК Минобрнауки России:

1. Антипов А. А., Артемьева А. А., Баженов В. Г., **Жестков М. Н.**, Кибец А. И. Численное моделирование задачи устойчивости перфорированных оболочек. Вестник пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика, 2015, №1 – С. 21 – 30 (**Scopus**).
2. Антипов А. А., **Жестков М.Н.**, Иванов В.А., Фролова И.А. Численное моделирование изгиба густо перфорированных пластин. Проблемы прочности и пластичности, 2015, Вып. 77 (4), С.360— 366.
3. Bazhenov V. G., **Zhestkov M. N.** Applicability of a structurally orthotropic model in problems on tension, bending, and stability of densely perforated plates and shells, Mechanics of composite materials, 2017, Т.53, №2, P. 159 – 164. (**Web of Science, Scopus**)
4. Bazhenov V. G., **Zhestkov M. N.** About the applicability limits of the Timoshenko model and the principle of two-dimensional similarities in problems of elastic plastic bending and stability of densely perforated plates and shells. Institute of Physics Publishing Journal of physics: conference series, 2019, P. 022022. (**Scopus**)

5. Bazhenov V. G., **Zhestkov M. N.** Numerical modeling of large deformations for porous metals and identification of carcass deformation diagrams. Mechanics of composite materials, 2020, Vol. 56, No. 6., P. 747-754. (**Web of Science, Scopus**)
6. Баженов В. Г., **Жестков М. Н.** Трехмерное моделирование больших деформаций пористых металлов и построение их диаграмм деформирования. Вестник ЧГПУ им. И.Я.Яковлева, Серия: Механика предельного состояния, 2020, №3(45). С. 56-63.

Материалы докладов на научных конференциях:

7. Баженов В.Г., **Жестков М. Н.** Численное моделирование НДС и устойчивости густо перфорированных пластин и оболочек при растяжении и изгибе. Сборник материалов Всероссийской научной конференции с международным участием «Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред». 2015г, С. 47-48
8. Баженов В. Г., Баранова М. С., **Жестков М. Н.**, Кузьмичева Т. В. Математическая модель и численное решение задачи устойчивости густо перфорированной цилиндрической оболочки под действием внешнего давления. Материалы XX международного симпозиума "динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред" имени А.Г. Горшкова, 2014, С. 12 - 13
9. Баженов В. Г., **Жестков М. Н.** Исследование применимости конструктивно-ортотропной модели в задачах растяжения и изгиба густо перфорированных пластин и оболочек. Материалы XI международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016), 2016, С. 485 – 487.
10. Баженов В. Г., **Жестков М. Н.** О пределах применимости теории пластин и оболочек при решении задач изгиба густо перфорированных элементов конструкции. Сборник трудов конференции «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред. Материалы XXIII международного симпозиума им. А.Г. Горшкова», 2017, С. 28 – 29
11. Баженов В. Г., **Жестков М. Н.** Исследование применимости принципа подобия в задачах упругопластического изгиба и устойчивости при осевом сжатии густо перфорированных пластин и оболочек. Материалы XII международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (NPNJ'2018), 2018, С. 326 – 328.
12. Баженов В. Г., **Жестков М. Н.** Исследование применимости принципа двумерного подобия в задачах упругопластического изгиба и устойчивости при осевом сжатии густо перфорированных пластин и оболочек. Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред. Тезисы докладов 8-й Всероссийской научной Конференции с международным участием им. И.Ф. Образцова и Ю.Г. Яновского, 2018, С. 14
13. Баженов В. Г., **Жестков М. Н.** Численное моделирование задач растяжения, изгиба и устойчивости густо перфорированных пластин, оболочек и пористых тел. XII всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Сборник трудов, 2019, С. 1072 – 1074.
14. **Жестков М.Н.** Численное моделирование упругопластического деформирования густо перфорированных пластин, оболочек и пористых материалов. Сборник трудов конференции «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред Материалы XXVII Международного симпозиума им. А.Г. Горшкова», Москва, 2021, С 44-45.

Подписано в печать 21.10.2021

Формат 60x84 1/16 Бумага офсетная. Печать цифровая.

Усл. печ. л. 1. Тираж 100 экз. Заказ № 363.

Отпечатано в типографии Нижегородского госуниверситета

им. Н.И. Лобачевского.

603000, Н. Новгород, ул. Б. Покровская, 37.