

На правах рукописи



ЛЮБЧИНОВ ЕВГЕНИЙ ВЛАДИМИРОВИЧ

**ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛИНИЙ И ПОВЕРХНОСТЕЙ
ТЕОРЕТИКО-ПРИКЛАДНОГО НАЗНАЧЕНИЯ
НА ОСНОВЕ ЦИКЛОГРАФИЧЕСКОГО ОТОБРАЖЕНИЯ**

05.01.01 – Инженерная геометрия и компьютерная графика

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Омск-2021

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Омский государственный технический университет» (ОмГТУ).

Научный руководитель:

Панчук Константин Леонидович

доктор технических наук, доцент, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Омский государственный технический университет», профессор кафедры «Инженерная геометрия и САПР».

Официальные оппоненты:

Волошинов Денис Вячеславович

доктор технических наук, доцент, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича», заведующий кафедрой «Информатика и компьютерный дизайн».

Сальков Николай Андреевич

кандидат технических наук, доцент, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный академический художественный институт имени В. И. Сурикова», профессор кафедры «Архитектура».

Ведущая организация

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет», г. Нижний Новгород.

Защита состоится "07" декабря 2021 г. в 14 часов на заседании диссертационного совета Д 212.178.15, созданного на базе Омского государственного технического университета по адресу: 644050, г. Омск, пр. Мира, д. 11, Главный корпус, ауд. П-202.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Омского государственного технического университета и на официальном сайте <http://www.omgtu.ru>

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенные гербовой печатью учреждения, просим направлять по адресу 644050, г. Омск, пр. Мира 11, ОмГТУ, ученому секретарю диссертационного совета Д 212.178.15. Тел: (3812) 65-24-79. E-mail: dissov_omgtu@omgtu.ru.

Автореферат разослан " ____ " _____ 2021 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 212.178.15,
доктор технических наук, доцент



Варепо Л. Г.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Геометрическое моделирование, будучи современным универсальным инструментом решения множества разноплановых задач науки, техники и технологий, получило становление и развитие благодаря в первую очередь начертательной геометрии. Ее теория и методы заложили первоначальный базис геометрического моделирования, который с течением времени наполнялся и совершенствовался благодаря другим геометриям: аналитической, проективной, аффинной, дифференциальной, вычислительной, исчислительной, алгебраической, неевклидовым. Несмотря на обилие методов перечисленных геометрий в базисе современного геометрического моделирования, классические методы начертательной геометрии (методы двух изображений и двух следов, циклография Фидлера, метод Майора, гиперэпюр Наумович, чертеж Радищева и др.) не потеряли своей актуальности. В настоящее время высокий уровень полезности и востребованности классических методов начертательной геометрии может быть достигнут при выполнении следующего условия: методы, будучи по своей проекционной природе конструктивными, должны обеспечивать гомеоморфные и диффеоморфные отображения в проекционных решениях современных задач теории и производства. Выполнение этого условия возможно при соответствующей математической поддержке аппарата отображения и отображаемых объектов и на сегодняшний день имеются лишь отдельные шаги в этом направлении (А.В. Бубенников, М.Я. Громов, Г.С. Иванов, С.И. Ротков, К.Л. Панчук и др.). Математическая и компьютерная поддержка классических методов начертательной геометрии расширяет их потенциальные возможности и позволяет активно использовать в решении актуальных задач науки и производства.

Существует ряд прикладных задач, которые могут быть решены с помощью одного из классических методов отображения, а именно, метода циклографии Фидлера. Так в области геометрической оптики на плоскости существует задача поиска неизвестного элемента оптической триады «источник-отражатель-приемник» по двум заданным. Учитывая, что циклографическая модель кривой линии обладает оптическим свойством, и ранее была использована для решения некоторых простейших задач в этой области, актуальным является получение общего решения указанной задачи. Линейчатые поверхности, образующиеся при построении циклографической проекции пространственной кривой, могут быть использованы для получения поверхностных форм в альтернативных математических моделях дорог, отличающихся от доминирующей триангуляционной модели аналитичностью решения задачи формообразования. А идея решения известной задачи Ферма о касательных сферах на основе циклографической интерпретации, предложенная Н. Stachel, может быть положена в основу преобразования математической модели для получения аналитического решения задачи определения псевдодальностных расстояний в системах спутниковой локации.

Степень разработанности темы исследования. Циклографическое отображение линейных α -объектов (полуугол α при вершине проецирующего конуса равен 45°) пространства E_3 было выполнено в работах немецких ученых W. Fiedler (1882), L. Eckhart (1926), E. Müller и J. Krames (1929), а также в работах российского ученого Е.С. Федорова (1907) еще в конце XIX – начале XX вв. В этих работах также были заложены основы построений циклографического отображения кривых линий пространства E_3 , и продемонстрированы возможности этого отображения при решении некоторых простейших задач геометрической оптики на плоскости.

Впоследствии с развитием современного инструментария компьютерного моделирования и систем компьютерной алгебры были получены параметрические уравнения циклографической α -проекции пространственной кривой (Н.И. Choi (1997)) и вектор исследований сместился в сторону изучения линий и поверхностей, моделируемых

циклографическим отображением (Н. Stachel (1999), Н. Pottmann и J. Wallner (2001), М. Peternell (2010)).

В ходе современных исследований аппарата циклографического отображения пространственной кривой были выдвинуты и реализованы идеи применения циклографического метода в различных задачах теории и практики, например, в получении медиальных осей, используемых в компьютерной графике (Н.И. Choi (1997), Н. Pottmann (2001)), в задачах прототипирования и проектирования в случае многослойной 3D-печати (Н. Pottmann (1998)), а также в задачах проектирования траектории движения режущего инструмента при обработке карманных поверхностей в изделиях машиностроения (К.Л. Панчук, Т.М. Мясоедова (2020)).

Для существующего уровня развития теории циклографического метода и его практических применений можно указать следующие основные нерешенные вопросы: отсутствует обобщение модели циклографического отображения с введением изменяющегося полуугла в конусах отображения, а также ограниченность сферы практических приложений существующей модели циклографического отображения.

Объект исследования. Геометрическое моделирование линий и поверхностей в решении теоретических и прикладных задач.

Предмет исследования. Метод циклографического отображения в решениях задач геометрической оптики, задач проектирования поверхностных форм автомобильных дорог и задач определения псевдодальностей в спутниковых системах локации.

Цель и задачи исследования. Целью диссертационного исследования является развитие метода циклографического отображения для получения аналитических решений задач теоретико-прикладного назначения: геометрической оптики на плоскости, проектирования поверхностных форм автомобильных дорог и определения псевдодальностей в спутниковых системах локации.

Для достижения поставленной цели в работе требуется решить следующие задачи:

1. Выполнить обобщение циклографической модели отображения пространства R^3 на плоскость применительно к решению поставленных теоретико-прикладных задач.

2. Выполнить систематизацию задач геометрической оптики на плоскости по определению неизвестного элемента триады «источник-отражатель-приемник» по двум заданным и разработать соответствующие алгоритмы их аналитических решений на основе циклографической проекции пространственной кривой.

3. Разработать целостную геометрическую модель получения поверхностных форм автомобильных дорог на основе циклографического отображения пространственной кривой, в том числе, с учетом типовых проектных решений в области проектирования автомобильных дорог.

4. Выполнить преобразование существующей математической модели определения псевдодальностных расстояний в системах спутниковой локации для получения аналитического решения на основе циклографической интерпретации этой модели.

Научная новизна работы заключается в следующем:

1. Выполнено обобщение метода циклографического отображения на основе введения β - и $\beta(t)$ -проекции, в которых полуугол β при вершинах проецирующих конусов отличается от классического угла α , равного 45° . Обобщение позволило достичь аналитических решений актуальных прикладных задач геометрической оптики и формообразования поверхностных форм автомобильной дороги.

2. Выполнена систематизация задач геометрической оптики на плоскости по определению неизвестного элемента триады «источник-отражатель-приемник» и разработаны алгоритмы их аналитических решений на основе циклографической проекции пространственной кривой. Аналитичность решений является отличительным признаком предложенных алгоритмов.

3. Разработана геометрическая модель получения поверхностных форм автомобильных дорог на основе циклографических β - и $\beta(t)$ -проекций. Получена измененная циклографическая проекция пространственной кривой, удовлетворяющая типовым проектным решениям при проектировании автомобильных дорог. Предложенная модель в сравнении с существующими обладает целостностью, общностью и позволяет получать в качестве поверхностных форм развертывающиеся и неразвертывающиеся линейчатые поверхности.

4. Выполнено преобразование существующей математической модели определения псевдодальностных расстояний в системах спутниковой локации на основе циклографической интерпретации элементов математической модели. Циклографическая интерпретация позволила получить аналитическое решение системы квадратичных уравнений, составляющих математическую модель.

Теоретическая и практическая значимость работы.

Результаты выполненных исследований в области циклографического отображения вносят вклад в развитие теоретической базы конструктивных методов отображения, используемых в современном геометрическом моделировании.

Практическая значимость полученных результатов исследований заключается в следующем:

1. Полученные аналитические решения «триадных» задач в области геометрической оптики могут быть использованы при проектировании отражательных элементов, работающих в оптическом и СВЧ диапазоне длин волн. На основании этих решений разработана и зарегистрирована программа для ЭВМ, позволяющая получать необходимые криволинейные отражательные элементы оптической триады [19].

2. Предложенная геометрическая модель формообразования поверхностей автомобильных дорог обладает аналитическим решением в конструировании поверхностей и может быть положена в основу разработки САПР проектирования дорог специального назначения. Геометрическая модель послужила основой для разработки программы для ЭВМ и компьютерной модели формообразования поверхностных форм автомобильных дорог [20].

3. Преобразование математической модели измерения псевдодальностных расстояний в спутниковых системах определения локации приводит к аналитическому решению задачи, которое позволяет с учетом сопутствующих погрешностей измерений более точно определять местоположение объекта на поверхности Земли. Полученный алгоритм решения системы уравнений рассматриваемой математической модели был положен в основу разработки программы для ЭВМ [21].

Разработанные в рамках диссертационного исследования программные средства были внедрены в практическую деятельность отдела «Специальное конструкторское бюро» на научно-производственном предприятии АО «Эталон» (г. Омск) для выполнения разработок в области оптического контроля геометрической формы изделий машиностроения и проектирования криволинейных профилей отражающих поверхностей. Предложенная модель и вычислительные алгоритмы получения поверхностных форм автомобильных дорог были приняты к внедрению на проектно-изыскательном предприятии ООО «Автодорпроект» (г. Омск).

Материалы диссертационного исследования в виде вычислительных примеров были использованы при подготовке учебного пособия: «Математические основы геометрического моделирования кривых линий» (авторы: К.Л. Панчук, В.Ю. Юрков, Н.В. Кайгородцева) для аспирантов, обучающихся по специальности 05.01.01 «Инженерная геометрия и компьютерная графика».

Исследования по теме диссертации выполнялись в рамках реализации внутренней инициативной НИР «Геометрическое моделирование линий, поверхностей и их множеств

в задачах формообразования технических изделий» в ОмГТУ (тема №17183В, номер государственной регистрации АААА-А18-118011820057-4)

Методология и методы исследования. При выполнении диссертационной работы использовались методы геометрического и компьютерного моделирования линий и поверхностей. Методология исследования основывалась на принципах и подходах конструктивного и аналитического методов геометрического моделирования, при этом использовались методы начертательной, аналитической, вычислительной, дифференциальной и многомерной геометрий.

Положения, выносимые на защиту:

1. Образование циклографических β - и $\beta(t)$ -проекций пространственной кривой линии, обобщающих известную циклографическую α -проекцию кривой. Модель измененной циклографической проекции. Геометрические модели новых проекций расширяют возможности практического применения метода циклографического отображения.

2. Оптическое свойство триады линий циклографических β - и $\beta(t)$ -проекций пространственной кривой и триады линейчатых развертывающихся поверхностей на основе циклографической α - и β -проекции кривой. Систематизация задач геометрической оптики на плоскости по определению неизвестного элемента оптической триады «источник-отражатель-приемник» и соответствующие этим задачам вычислительные алгоритмы с аналитическими решениями.

3. Зависимость между гладкостью C^k стыковки сегментов пространственной полиномиальной сплайн-кривой и гладкостью C_{α}^{k-1} или C_{α}^k стыковки сегментов циклографической проекции этой кривой исходя из граничных условий, назначаемых при образовании полиномиальной сплайн-кривой. Зависимость гладкости стыковки по общей образующей линейчатых отсеков, направляющими которых служат кривые – исходная полиномиальная сплайн-кривая и ее циклографическая проекция, от гладкости стыковки сегментов этих кривых. Связь гладкости стыковки линейчатых отсеков и гладкости стыковки сегментов их направляющих линий положена в основу построения целостной модели образования поверхностных форм автомобильных дорог.

4. Циклографическая интерпретация квадратичных уравнений системы, положенной в основу существующей математической модели определения псевдодальностей в системах спутниковой локации. Геометрический подход на основе циклографической интерпретации преобразует существующую математическую модель с целью получения аналитического решения задачи определения псевдодальностей в системах спутниковой локации.

Степень достоверности и апробация результатов. Достоверность результатов обеспечивается корректностью математических выкладок и согласованностью полученных математических результатов с другими известными результатами.

Основные результаты диссертационного исследования представлены публикациями в рецензируемых журналах и обсуждались на научно-технических конференциях разного уровня: VII всероссийская научно-техническая конференция «Россия молодая: передовые технологии – в промышленность» (г. Омск, 2017), Международная научно-техническая конференция «Строительство, архитектура и техносферная безопасность» (г. Челябинск, 2017), XI Международная научно-техническая конференция «Динамика систем, механизмов и машин» (г. Омск, 2017), Международная научно-техническая конференция «Метрология, стандартизация, качество: теория и практика» (г. Омск, 2017), 28-я Международная конференция по компьютерной графике и машинному зрению ГрафиКон (г. Томск, 2018), XII Международная научно-техническая конференция «Динамика систем, механизмов и машин» (г. Омск, 2018), III Международная научно-техническая конференция «Проблемы машиноведения» (г. Омск, 2019), 29-я Международная конференция по компьютерной графике и машинному зрению ГрафиКон (г. Брянск, 2019), XIII Международная научно-техническая конференция «Динамика систем, механизмов и

машин» (г. Омск, 2019), IV Международная научно-техническая конференция «Проблемы машиноведения» (г. Омск, 2020), XIV Международная научно-техническая конференция «Динамика систем, механизмов и машин» (г. Омск, 2020), 19-th International Conference on Geometry and Graphics «ICGG 2020» (São Paulo, Brazil, 2020).

Соответствие паспорту специальности. Диссертационная работа по своим целям, задачам, содержанию, методам исследования и научной новизне соответствует научной специальности 05.01.01 по: п.1 – Теория изображений и практические методы ее реализации при построении геометрических моделей; п.2 – Теория и практика непрерывного и дискретного геометрического моделирования. Конструирование кривых линий, поверхностей и тел по наперед заданным требованиям; п.6 – Геометрические основы компьютерного исследования процессов: проектирования, конструирования и технологии производства.

Публикации. Основные результаты исследований опубликованы в 21 научных работах, 5 из которых опубликованы в изданиях, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ, 8 – в изданиях, входящих в международную реферативную базу данных и систем цитирования Scopus. Получены 3 свидетельства о регистрации электронных ресурсов.

Личное участие автора.

Постановка задач исследования и формулирование основных теоретических положений выполнены совместно с научным руководителем [5,6,9,14,16]. Автором лично получены следующие основные научные результаты: выполнена систематизация триадных задач геометрической оптики [1,8], а также разработка и программная реализация алгоритмов их решения [4,7,11,12,15]; разработана геометрическая модель формообразования поверхностных форм автомобильных дорог [2,13,17,18]; выполнена циклографическая интерпретация системы квадратичных уравнений, положенных в основу математической модели определения псевдодальностных расстояний в задачах спутниковой локации и навигации, позволяющая получать аналитическое решение [3,10]. Конфликт интересов со всеми соавторами научных работ отсутствует.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы и приложений. Объем диссертационной работы составляет 169 страницы, содержащих 62 рисунка, 3 таблицы и 7 приложений.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении к диссертационной работе обоснована актуальность темы исследования, на основе анализа литературных источников оценена степень разработанности темы, определены и сформулированы цель и задачи исследования. Представлены научная новизна, теоретическая и практическая значимость результатов исследования, перечислены применяемые методы, сформулированы основные положения, выносимые на защиту.

В первой главе на основании анализа существующих научных и прикладных отечественных и зарубежных публикаций выявлены теоретико-прикладные задачи, решения которых актуальны как для практики, так и для инженерной геометрии в части развития и наполнения ее теоретического базиса и в части расширения области ее практических применений.

В геометрической оптике известна задача по нахождению одного из элементов триады «источник-отражатель-приемник» при задании двух других, не имеющая полного решения. Анализ циклографического метода отображения показывает, что элементы, составляющие циклографическую проекцию пространственной кривой, обладают оптическими свойствами триады «источник-отражатель-приемник». Поэтому исследование и решение указанной задачи геометрической оптики на основе циклографического отображения актуально.

В современных подходах к проектированию автомобильных дорог различного назначения существуют задачи проектирования, где от модели требуется целостность и выполнение определенных математических условий, например, высокий порядок гладкости стыковки элементов модели, что не всегда возможно в случае используемой в большинстве САПР-АД триангуляционной модели. Если обратиться к циклографической модели пространственной кривой, то можно заметить, что пространственная кривая, ее циклографическая проекция и поверхностные формы циклографической модели соответствуют оси дороги, ее проекции в плане и поверхностным формам проезжей части автомобильной дороги. Учитывая, что в циклографической модели пространственной кривой отсутствует необходимость в приближенных вычислениях, а все элементы модели взаимосвязаны и тем самым определяют целостность модели, становится очевидной актуальность исследований построения поверхностных форм автомобильной дороги на основе циклографической модели пространственной кривой линии.

В теории измерения псевдодальностей в спутниковых системах локации известна математическая модель определения координат приемника на поверхности Земли. Модель представляет собой систему из четырех квадратичных уравнений, решение которой выполняется приближенно. Достижение максимальной точности решения системы актуально, поскольку погрешности вычислений в совокупности с погрешностями измерений приводят к существенным ошибкам локации. Поскольку каждому уравнению системы может быть дана циклографическая интерпретация в пространстве R^4 , то совместное рассмотрение четырех циклографических интерпретаций поможет преобразовать систему уравнений до получения аналитического решения. В этой связи задача исследования существующей математической модели и ее преобразование до получения аналитического решения является также актуальной.

Установлено, что для решения вышеприведенных задач с помощью метода циклографического отображения необходимо проведение теоретических исследований, ориентированных на специализацию и расширение возможностей метода циклографического отображения для решения каждой из рассмотренных задач.

Во второй главе рассматриваются вопросы теоретического развития метода циклографического отображения. На основании аналитического алгоритма образования циклографической α -проекции (полуугол α при вершине проецирующего конуса равен 45°) получены параметрические уравнения β - и $\beta(t)$ -проекций пространственной кривой линии $\bar{P}(t) = (x(t), y(t), z(t))$; $t \in R: T_0 \leq t \leq T$ гладкости C^k , $k = 1, 2, \dots$. В случае β -проекции полуугол β при вершине проецирующего конуса принадлежит интервалу $0^\circ < \beta < 90^\circ$. В случае $\beta(t)$ -проекции полуугол β определяется монотонной, непрерывной и дифференцируемой функцией $\beta = f(t), t \in R: T_0 \leq t \leq T$, где $B_0 \leq \beta(t) \leq B$, $B > B_0$, $B_0 > 0^\circ$, $B < 90^\circ$. Уравнения $\beta(t)$ -проекции можно считать обобщенными уравнения циклографической проекции. Эти уравнения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} x_{\beta(t)(1,2)}(t) &= x(t) + z(t) \cdot e(t) \frac{-x(t)' \cdot (z(t)' \cdot e(t) + e(t)' \cdot z(t)) \mp y(t)' \sqrt{N}}{(x(t)')^2 + (y(t)')^2}, \\ y_{\beta(t)(1,2)}(t) &= y(t) + z(t) \cdot e(t) \frac{-y(t)' \cdot (z(t)' \cdot e(t) + e(t)' \cdot z(t)) \pm x(t)' \sqrt{N}}{(x(t)')^2 + (y(t)')^2}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $N = (x(t)')^2 + (y(t)')^2 - (z(t)' \cdot e(t) + e(t)' \cdot z(t))^2$, $e(t) = \operatorname{tg} \beta(t)$.

Для $\beta(t)$ -проекции на основании равенства углов между нормальными, проведенными к ветвям циклографической проекции $\bar{P}_{\beta(1)(t)}(t)$ и $\bar{P}_{\beta(2)(t)}(t)$, пересекающимися в их общей точке на ортогональной проекции $\bar{P}_1(t)$ исходной пространственной кривой $\bar{P}(t)$ (рисунок 1), и касательной, проведенной к линии $\bar{P}_1(t)$, было доказано наличие оптического

свойства. Это свойство циклографической проекции заключается в следующем: направленный по нормали от источника световой луч, в данном случае от линии $\bar{P}_{\beta(1)(t)}(t)$, отражаясь от линии-отражателя $\bar{P}_1(t)$, также по нормали попадает на приемник $\bar{P}_{\beta(2)(t)}(t)$.

При совместном рассмотрении исходной кривой $\bar{P}(t)$ и циклографической проекции $\bar{P}_{\beta(t)(1,2)}(t)$, можно получить линейчатую поверхность $\Phi_{\beta(t)}$, уравнения которой могут быть записаны следующим образом:

$$\begin{aligned} X_{\Phi, \beta(t)}(t, l) &= x(t) + l \cdot [x_{\beta(t)(1,2)}(t) - x(t)], \\ Y_{\Phi, \beta(t)}(t, l) &= y(t) + l \cdot [y_{\beta(t)(1,2)}(t) - y(t)], \\ Z_{\Phi, \beta(t)}(t, l) &= z(t) \cdot (1 - l), T_0 \leq t \leq T, L_0 \leq l \leq L. \end{aligned} \quad (2)$$

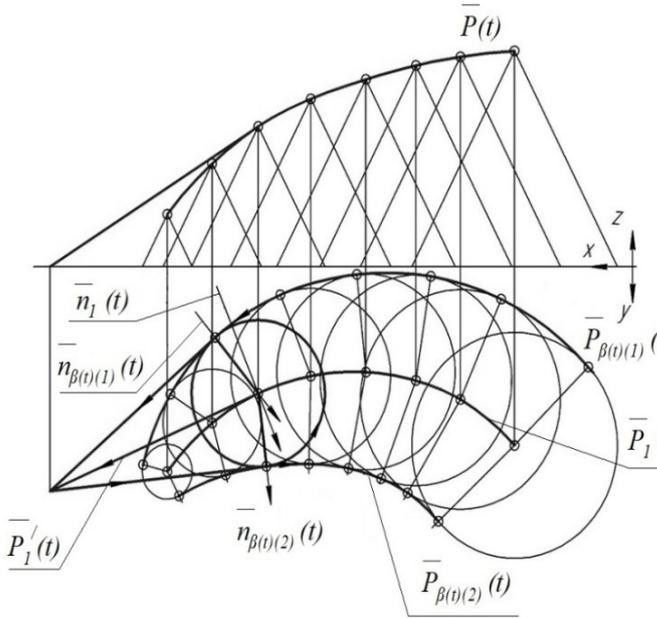


Рисунок 1 – Циклографическая $\beta(t)$ -проекция пространственной кривой

Полученные уравнения измененной циклографической проекции имеют вид:

$$\begin{aligned} x_{\Psi, \beta(t)(1,2)}(t) &= x(t) \mp \frac{y(t)' \cdot (z(t) \cdot e(t))}{\sqrt{(x(t)')^2 + (y(t)')^2}}, \\ y_{\Psi, \beta(t)(1,2)}(t) &= y(t) \pm \frac{x(t)' \cdot (z(t) \cdot e(t))}{\sqrt{(x(t)')^2 + (y(t)')^2}}. \end{aligned} \quad (3)$$

Уравнения (3) определяют кривую, которая может быть названа квазиэквидистантой по отношению к ортогональной проекции $\bar{P}_1(t)$ исходной кривой $\bar{P}(t)$, где роль переменного параметра, определяющего расстояния удаления точки квазиэквидистанты от точки кривой $\bar{P}_1(t)$ выполняет параметр $\lambda(t) = z(t) \cdot e(t)$.

Очевидно, что уравнения (2) также применимы для получения линейчатых

Для решения определенного круга задач, в которых требуется, чтобы прямолинейные образующие поверхности (2) находились в плоскостях, перпендикулярных ортогональной проекции исходной кривой, была показана возможность перехода от циклографической проекции (1) к новой проекции – измененной циклографической проекции. Переход основан на «дворачивании» образующих прямых проецирующих β -конусов в нормальную по отношению к линии $\bar{P}_1(t)$ плоскость. На плоскости $z = 0$ преобразование происходит путем перехода проекций образующих: $A_1B_1 \rightarrow A_1B_{11}$ и $A_1C_1 \rightarrow A_1C_{11}$ (рисунок 2).

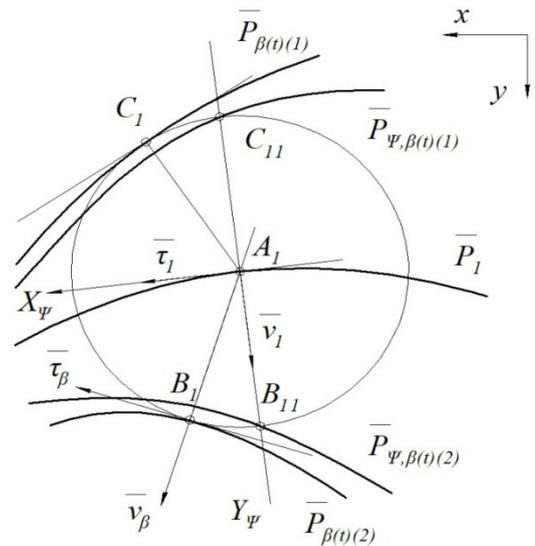


Рисунок 2 – Схема образования измененной циклографической проекции

поверхностей, направляющими линиями которых являются кривая $\bar{P}(t)$ и найденная от нее измененная циклографическая проекция. Из исследования полученных поверхностей по условию развертываемости установлено, что линейчатые поверхности, образованные в случае циклографических α - и β -проекций, являются развертывающимися, а поверхности, образованные в случае циклографической $\beta(t)$ -проекции и изменой циклографической проекции – неразвертывающимися.

Если в качестве исходной пространственной кривой выступает сплайн a (рисунок 3), состоящий из сегментов (полиномиального, Безье, В-сплайна и др.), состыкованных по гладкости C^k , $k \in N$, возникает вопрос о гладкости на сегментах циклографической проекции этого сплайна. Стыковка по гладкости C^k , $k \in N$, что означает, что в каждой точке P_n стыковки пары сегментов a_n и a_{n+1} выполняются условия равенства непрерывных производных до порядка k включительно векторных функций $\bar{P}_n(t)$ и $\bar{P}_{n+1}(t)$, $t \in [0, 1]$, описывающих эти сегменты.

Если обозначить векторные функции $\bar{P}_n(t) = \{x_n(t), y_n(t), z_n(t)\}$ и $\bar{P}_{n+1}(t) = \{x_{n+1}(t), y_{n+1}(t), z_{n+1}(t)\}$ двух сегментов a_n и a_{n+1} исходного сплайна, а по уравнению (1) выразить уравнения циклографических проекций $a_{\alpha(n)}$ и $a_{\alpha(n+1)}$, то получаем:

$$\bar{P}_{\alpha(n)}(t) = \{x_{\alpha(n)}(t), y_{\alpha(n)}(t)\}; \quad \bar{P}_{\alpha(n+1)}(t) = \{x_{\alpha(n+1)}(t), y_{\alpha(n+1)}(t)\},$$

$$\text{где } x_{\alpha(n)}(t) = F_{\alpha x(n)}(x_n(t), x'_n(t); y'_n(t); z_n(t), z'_n(t)), \quad (4)$$

$$y_{\alpha(n)}(t) = F_{\alpha y(n)}(x'_n(t); y_n(t), y'_n(t); z_n(t), z'_n(t)),$$

$$x_{\alpha(n+1)}(t) = F_{\alpha x(n+1)}(x_{n+1}(t), x'_{n+1}(t); y'_{n+1}(t); z_{n+1}(t), z'_{n+1}(t)), \quad (5)$$

$$y_{\alpha(n+1)}(t) = F_{\alpha y(n+1)}(x'_{n+1}(t); y_{n+1}(t), y'_{n+1}(t); z_{n+1}(t), z'_{n+1}(t)),$$

при этом штрихами обозначены соответствующие производные по параметру t исходной кривой a . Функции $F_{\alpha x(n)}$, $F_{\alpha y(n)}$, $F_{\alpha x(n+1)}$, $F_{\alpha y(n+1)}$ представляют собой каждая комбинации арифметических операций с координатными функциями от параметра t , указанными в скобках.

Если в точке стыка исходных сегментов a_n и a_{n+1} выполняются гладкости C^0 и C^1 , то в соответствующей точке стыковки их циклографических проекций $a_{\alpha(n)}$ и $a_{\alpha(n+1)}$ выполняется гладкость C^0 . Действительно, стыковка по гладкости C^0 и C^1 исходных сегментов обеспечивается условиями:

$$\begin{aligned} x_n(t=1) &= x_{n+1}(t=0); & y_n(t=1) &= y_{n+1}(t=0); & z_n(t=1) &= z_{n+1}(t=0); \\ x'_n(t=1) &= x'_{n+1}(t=0); & y'_n(t=1) &= y'_{n+1}(t=0); & z'_n(t=1) &= z'_{n+1}(t=0). \end{aligned} \quad (6)$$

Эти условия на основании (4) и (5) приводят к получению равенств:

$$x_{\alpha(n)}(t=1) = x_{\alpha(n+1)}(t=0); \quad y_{\alpha(n)}(t=1) = y_{\alpha(n+1)}(t=0), \quad (7)$$

обеспечивающих гладкость C^0 стыковки циклографических сегментов $a_{\alpha(n)}$ и $a_{\alpha(n+1)}$.

Очевидно, что последовательное добавление к условиям (6) новых условий гладкости приводит последовательно к появлению гладкостей соответственно C^1, C^2, \dots, C^{k-1} в точке стыковки циклографических сегментов $a_{\alpha(n)}$ и $a_{\alpha(n+1)}$. Вышеизложенное позволяет сформулировать следующее утверждение для пространственной полиномиальной сплайн-кривой с закрепленными граничными условиями: *последовательное выполнение в точках*

стыковки сегментов $\bar{P}(t) = \sum_{i=0}^{k+1} \bar{A}_i \cdot t^i$ сплайн-кривой равенств непрерывных производных векторных функций до k -го порядка включительно, описывающих сегменты, достаточно для достижения гладкости C_α^{k-1} в точке стыковки циклографических образов этих сегментов.

В случае пространственной полиномиальной сплайн-кривой со свободными, т.е. без закрепления, граничными условиями получаем, что последовательное выполнение в точках стыковки сегментов $\bar{P}(t) = \sum_{i=0}^{k+1} \bar{A}_i \cdot t^i$ сплайн-кривой равенств непрерывных производных векторных функций до $(k+1)$ -го порядка включительно, описывающих сегменты, достаточно для достижения гладкости C_α^k в точках стыковки циклографических проекций этих сегментов.

Полученные во второй главе теоретические результаты положены в основу решения прикладных задач геометрической оптики и формообразования поверхностных форм автомобильной дороги.

Третья глава посвящена изучению конструктивных задач геометрической оптики. В этих задачах выделяется оптическая триада геометрических объектов, состоящая из источника излучения, отражателя и приемника преобразованных световых лучей. Если рассматривать триаду «источник-отражатель-приемник» как один цельный объект с его взаимозависимыми объектами: источником, отражателем и приемником, то естественной является задача определения одного из этих объектов по двум заданным.

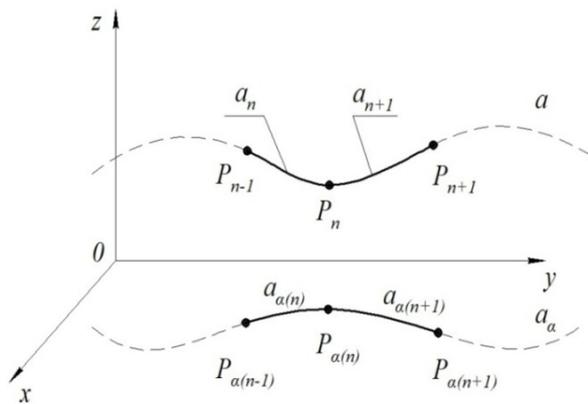


Рисунок 3 – Сплайн a и его циклографический образ a_α

Источники излучения в геометрической оптике на плоскости принято задавать пучками прямых. Точечный источник изображается центральным пучком прямых, а бесконечно удаленный источник, лучи которого параллельны между собой – параллельным пучком прямых. Существует также рассеянный пучок прямых, которому на плоскости ставится в соответствие кривая линия, представляющая собой волновой фронт излучения, лучи которого направлены по нормали в каждой точке этой кривой. Преобразование одного пучка прямых в другой осуществляется с помощью

элемента, называемого отражателем.

В циклографическом моделировании пространственной кривой существует прямая и обратная задачи. Прямая задача заключается в том, что по заданной пространственной кривой $\bar{P}(t)$ требуется найти ее циклографический образ $\bar{P}_{\beta(1,2)}(t)$. Обратная задача заключается в определении прообраза $\bar{P}(t)$ (пространственной кривой) по ее заданному циклографическому образу $\bar{P}_{\beta(1,2)}(t)$. Таким образом, задачу определения неизвестного элемента оптической триады по двум заданным можно решить на основе решения прямой или обратной задачи циклографического моделирования пространственной кривой.

Решение прямой и обратной задач циклографического моделирования применительно к задачам геометрической оптики определяет пространственный циклографический образ каждого из применяемых пучков прямых. Отметим, что для простоты решения здесь и

далее будем использовать циклографическую α -проекцию. Использование β -проекции также возможно, но с соответствующей поправкой на $tg\beta$. Центральному пучку прямых поставим в соответствие прямолинейные образующие α -конуса. На плоскости проекций центральный пучок задается окружностью – основанием α -конуса, а центр пучка есть ортогональная проекция вершины конуса. Пространственный образ параллельного пучка прямых – пучок параллельных α -прямых, наклоненных к плоскости проекций под углом 45° , образующих плоскость. След данной плоскости является носителем параллельного пучка на плоскости проекций. Пространственным образом рассеянного пучка являются образующие торсовой α -поверхности, где направляющими этой поверхности являются исходная кривая линия на плоскости и пространственная кривая, ортогональной проекцией которой является эволюта исходной кривой, а координатой z – радиусы кривизны в каждой точке этой эволюты.

Рассмотрим теперь алгоритм решения прямой задачи в общем виде. Дана одна из ветвей циклографической проекции, например $\bar{P}_{\alpha(1)}(t)$, и ортогональная проекция пространственной кривой $\bar{P}_1(t)$, при этом необходимо определить кривую $\bar{P}_{\alpha(2)}(t)$. Примем кривую $\bar{P}_{\alpha(1)}(t)$ за источник излучения, кривую $\bar{P}_1(t)$ за отражатель.

1. Источнику излучения ставится в соответствие его пространственный циклографический образ – α -поверхность $\Phi_{\alpha(1)}$ и ее уравнение. Отражателю – кривой $\bar{P}_1(t)$, пространственный образ – проектирующая цилиндрическая поверхность Γ и ее уравнение, где кривая $\bar{P}_1(t)$ играет роль направляющей.

2. Определяется пространственная линия $\bar{P}(t)$, как результат совместного решения уравнений поверхностей $\Phi_{\alpha(1)}$ и Γ .

3. По уравнениям (1) определяется циклографическая α -проекция кривой $\bar{P}(t)$, в которой одна из ветвей, в данном случае $\bar{P}_{\alpha(1)}(t)$ совпадет и источником излучения, а другая – $\bar{P}_{\alpha(2)}(t)$ будет искомым приемником излучения. На рисунке 4 показана последовательная визуализация решения прямой задачи в случае заданного центрального источника излучения A_0 и криволинейного отражателя P_1 .

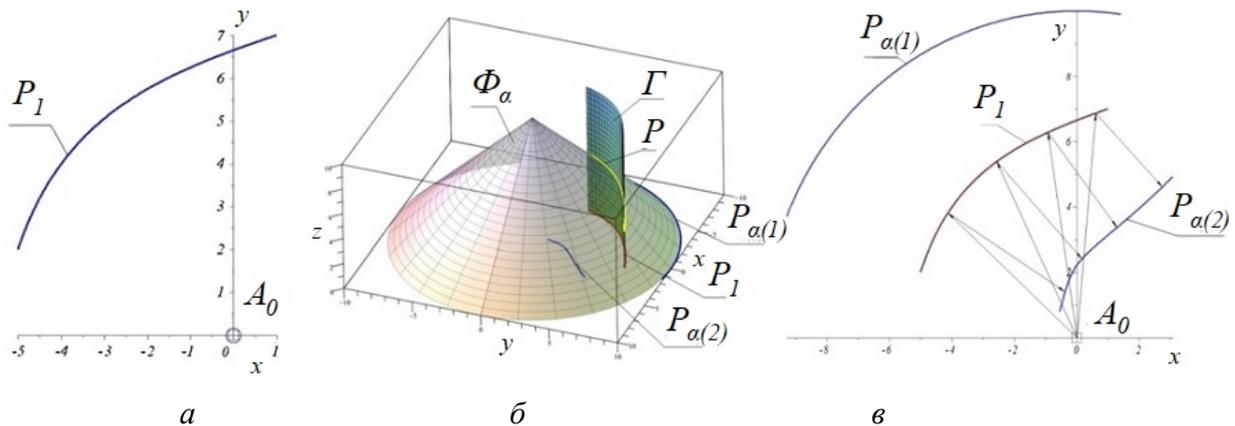


Рисунок 4 – Пример решения прямой задачи: а) исходные данные – центральный источник A_0 и криволинейный отражатель P_1 ; б) пространственная визуализация решения прямой задачи; в) итоговый результат – искомым приемник $P_{\alpha(2)}$

Рассмотрим алгоритм решения обратной задачи, в которой по циклографическому образу $\bar{P}_{\alpha(1,2)}(t)$ требуется восстановить в пространстве кривую $\bar{P}(t)$.

1. Заданным на плоскости проекций $z = 0$ кривым $\bar{P}_{\alpha(1)}(t)$ и $\bar{P}_{\alpha(2)}(t)$ ставится в соответствие их пространственные циклографические образы – α -поверхности $\Phi_{\alpha(1)}$ и $\Phi_{\alpha(2)}$ соответственно.

2. Определяется пространственная линия пересечения поверхностей $\bar{P}(t) = \Phi_{\alpha(1)} \cap \Phi_{\alpha(2)}$.

3. Ортогональная проекция $\bar{P}_1(t)$ полученной пространственной кривой $\bar{P}(t)$, исходя из оптического свойства циклографической проекции, будет являться искомым отражателем для пары источник-приемник $\bar{P}_{\alpha(1,2)}(t)$.

На рисунке 5 представлен пример циклографического решения обратной задачи оптического преобразования рассеянного пучка прямых в параллельный.

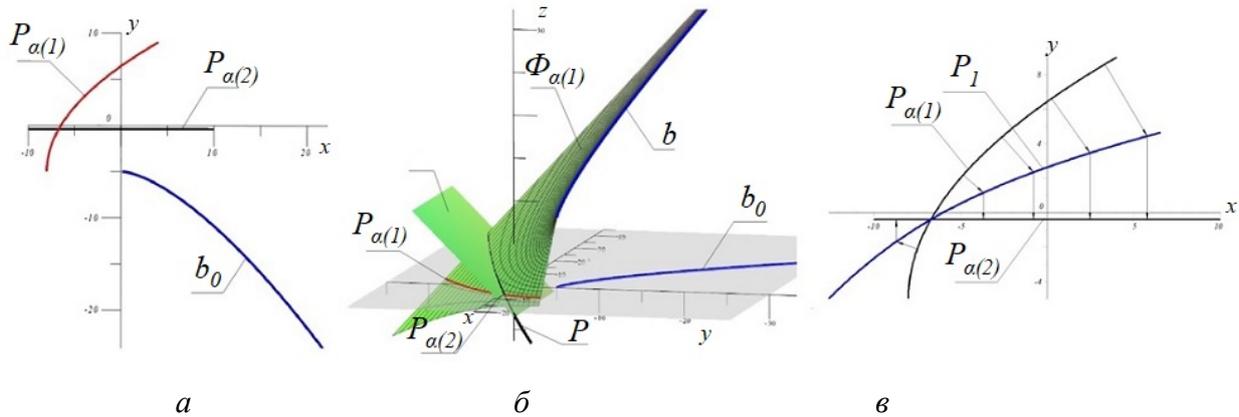


Рисунок 5 – Пример решения обратной задачи: а) исходные данные – рассеянный пучок $P_{\alpha(1)}$ и параллельный пучок $P_{\alpha(2)}$; б) пространственная визуализация решения обратной задачи; в) итоговый результат – искомая отражательная линия P_1

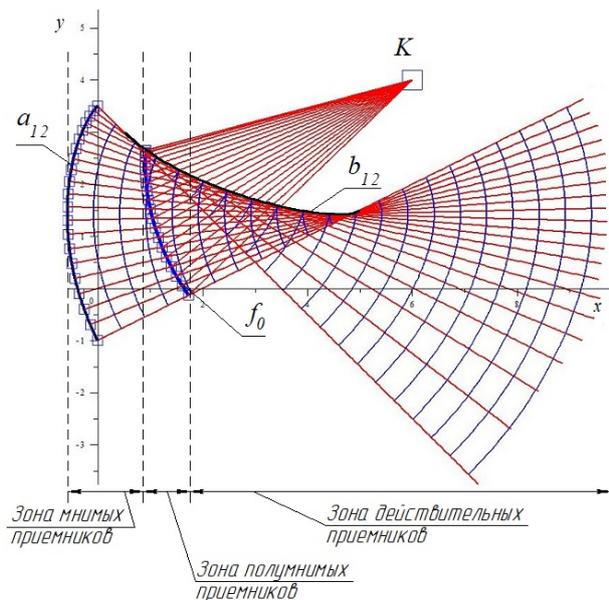


Рисунок 6 – Множество приемников при нахождении катакаустики оптической системы

В случае, когда исходные или найденные приемники при проектировании оптических систем оказываются «мнимыми», т.е. действительные лучи при отражении от отражателя фактически на эти приемники не попадут, необходимо найти катакаустку оптической системы. На рисунке 6 представлен пример решения прямой задачи при заданном точечном источнике $K(x_0, y_0)$ и криволинейном отражателе $f_0(x_f(t), y_f(t))$ в соответствии с вышеописанным алгоритмом. Из рисунка 6 очевидно, что полученный приемник a_{12} является мнимым, т.к. расположен за отражателем. Циклографическим образом приемника, в данном случае линии a_{12} , является α -поверхность. Для ее определения

строится эволюта b_{12} . Очевидно, что по отношению к эволюте b_{12} можно построить однопараметрическое множество эвольвент, одной из которых и является кривая a_{12} . Уравнения эвольвенты известны в дифференциальной геометрии кривых линий.

Таким образом, полученное множество эвольвент представляет собой модель волнового фронта, отраженного от отражателя f_0 , а эволюта b_{12} будет являться катакаустикой данной оптической системы. Очевидно, что отраженные лучи будут всегда направлены по нормали к любому из найденных приемников, т.к. приемники являются эвольвентами одной эволюты, что предоставляет возможность широкого выбора приемников при проектировании оптических систем подобного типа.

В четвертой главе рассматривается формообразование поверхностных форм автомобильных дорог методом циклографического отображения. Для этих целей используется измененная циклографическая проекция, т.к. она наиболее полно удовлетворяет отечественным типовым проектным решениям в области проектирования автомобильных дорог. Однако применение классической циклографической проекции при этом не исключается.

Пусть ось дороги задана пространственной кривой $\bar{P}(t) = (x(t), y(t), z(t))$; $t \in \mathbf{R}: T_0 \leq t \leq T$, гладкости C^k , $k = 1, 2, \dots$. По уравнениям (3) получаем измененную циклографическую проекцию кривой $\bar{P}(t)$, и, соответственно, по уравнениям (2) линейчатую поверхность $\Psi_{\beta(t)}$. Очевидно, что для придания требуемой ширины проезжей части необходимо выполнить обрезку полученной линейчатой поверхности $\Psi_{\beta(t)}$. Обрезка этой поверхности выполняется вертикальной цилиндрической поверхностью, полученной на линиях $\bar{P}_{e(1,2)}(t)$, представляющих собой квазиэквидистанты, найденные по уравнению (3) и построенные от ортогональной проекции $\bar{P}_1(t)$ оси дороги $\bar{P}(t)$. Полуширина проезжей части h , а соответственно и длина образующей линейчатой поверхности проезжей части, постоянны, следовательно, расстояние до кривой $\bar{P}_{e(1,2)}(t)$ от линии $\bar{P}_1(t)$ на плоскости проекций фактически является ортогональной проекцией образующей поверхности проезжей части и определяется коэффициентом $\lambda(t)$ (см. уравнение (3)). Тогда при известных значении полуугла β при вершине проецирующего конуса циклографического отображения и полуширине проезжей части h , коэффициент $\lambda(t)$ можно выразить следующим образом: $\sin \beta(t) \cdot h$.

Таким образом, на линиях $\bar{P}_{e(1,2)}(t)$ строятся проецирующие цилиндрические поверхности, которые в пересечении с поверхностью $\Psi_{\beta(t)}$ образуют искомые пространственные линии – кромки проезжей части (рисунок 7). Полученные уравнения кромки проезжей части имеют вид:

$$\begin{aligned} x_{b(1,2)} &= x(t) \pm \frac{(\sin \beta(t) \cdot h) \cdot y'(t)}{\sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2}}, \\ y_{b(1,2)} &= y(t) \mp \frac{(\sin \beta(t) \cdot h) \cdot x'(t)}{\sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2}}, \\ z_{b(1,2)} &= z(t) - (h / e(t)), \quad T_0 \leq t \leq T. \end{aligned} \quad (8)$$

Ось дороги и полученная кромка (8) являются направляющими для линейчатой поверхности проезжей части. Кромка проезжей части в дальнейшем служит исходной пространственной линией для получения бровки обочины и ее поверхности. В завершении

формообразования поверхностей выполняется проектирование поверхности откосов (насыпей) дороги, при этом в качестве направляющей линии используется граничная бровка обочины.

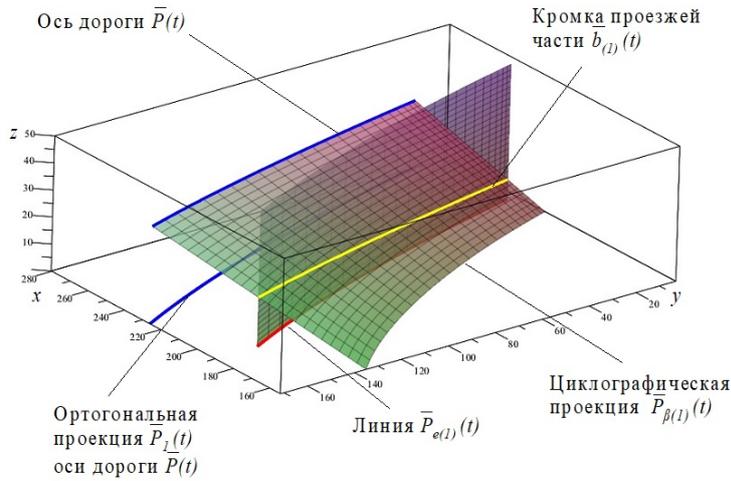


Рисунок 7 – Схема получения кромки проезжей части автомобильной дороги

Определения относительно гладкости стыковки отрезков поверхностей дорожного полотна, полученных методом циклографического отображения, очевидна неоднозначность, т.к. одна из направляющих поверхностей имеют гладкость стыковки сегментов C^k , а другая C^{k-1} . Из анализа уравнений поверхности проезжей части, следует, что частные производные по параметру l , начиная со второй, обращаются в ноль. Значит

определяющими, в этом случае, будут частные производные по параметру t . Очевидно, что на границе отрезков стыкуемых поверхностей, исходя из зависимостей гладкости стыковки сегментов исходного сплайна и его циклографической проекции, гладкость стыковки линий, принадлежащих этим поверхностям, не может быть меньше C^{k-1} . Следовательно, можно сделать вывод: *гладкость стыковки отрезков линейчатых поверхностей, образованных при помощи метода циклографического отображения, по их общей образующей, равна гладкости стыковки сегментов циклографической проекции исходной пространственной кривой.*

Наиболее сложными в получении поверхностных форм автомобильных дорог являются переходные участки, называемые отгонами, где осуществляется переход от двухскатного поперечного профиля дороги на прямолинейном в плане участке к односкатному круговому в плане участку. На этих участках в уравнении (8) значение полуугла β должно быть переменным. Чтобы найти функцию изменения угла наклона прямолинейных образующих поверхности проезжей части $\beta = f(t)$, представляющую собой плавную кривую, можно воспользоваться любым из известных сплайнов. Гладкость

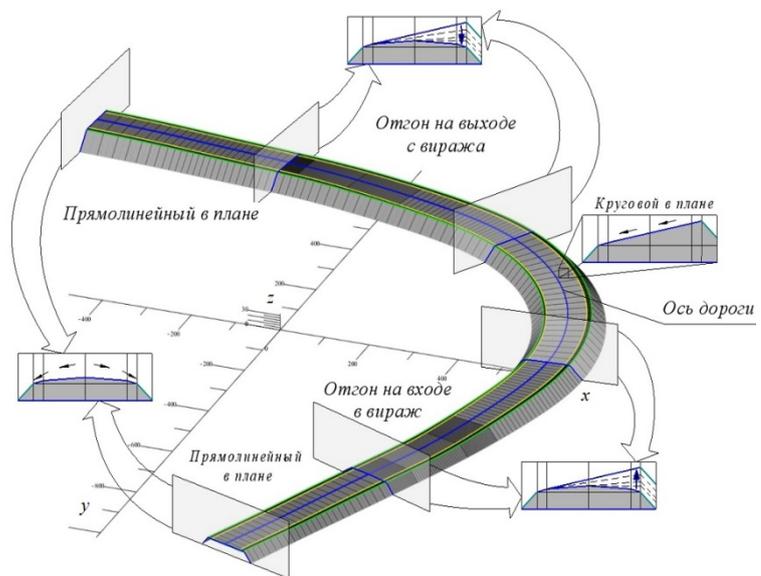


Рисунок 8 – Пример визуализации поверхностей автомобильной дороги, выполненных на основе измененной циклографической проекции

стыковки вводимой функции на ее концах будет определять и гладкость стыковки отсеков линейчатых поверхностей, в которых будет использована данная функция.

Таким образом, параметрические уравнения (8) определяют основные линии (кромку проезжей части, бровку обочины), участвующие в образовании поверхностных форм автомобильной дороги на любом участке автомобильной дороги. Дальнейшее получение поверхности проезжей части по уравнениям (2) позволяет формировать поверхностные формы автомобильной дороги с требуемыми геометрическими параметрами (рисунок 8).

В пятой главе рассматриваются элементы пространственной циклографии и циклографическая интерпретация решений системы n -квадратичных уравнений. На основе этой интерпретации предложено решение задачи определения псевдодальностных расстояний в системах спутниковой локации.

Под псевдодальностью понимается величина расстояния между спутником и приёмником на момент передачи и приёма радиосигналов с применением псевдослучайных кодовых посылок, генерируемых на спутнике и в приёмнике. Первые кодовые посылки формируются на основе показаний спутниковых часов, вторые – на основе показаний часов приёмника. Как известно, на орбите пространство-время имеет меньшее искривление из-за уменьшения гравитационного влияния Земли, из-за чего время там несколько отличается от земного, что вызывает погрешности в величинах измеряемых расстояний.

С учетом этих особенностей в теории измерения псевдодальностей получена и используется система квадратичных уравнений, в которой присутствуют четыре неизвестных: координаты точки стояния приемника (x_1, x_2, x_3) и поправка на уход часов x_4 . Для определения неизвестных необходимо, чтобы искомым объект находился под одновременным наблюдением не менее четырёх спутников, что в свою очередь приводит к системе из четырех квадратичных уравнений, соответствующих расстояниям от приемника до каждого спутника соответственно. Представим эти уравнения в следующем виде:

$$F_i^2(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 - a_{i1})^2 + (x_2 - a_{i2})^2 + (x_3 - a_{i3})^2 - (x_4 - a_{i4})^2 = 0, \quad (9)$$

где $i = 1, 2, 3, 4$. Коэффициенты a_{i1}, a_{i2}, a_{i3} – координаты одного из четырех спутников, a_{i4} – откорректированные значения псевдодальности до соответствующего спутника.

Геометрическая интерпретация системы (9) известна и заключается в построение сферы, касательной к четырем заданным, и относится к задаче Ферма. Для получения аналитического решения этой системы выполним следующие действия. Вычитая последовательно, начиная со второго, каждое уравнение из первого, получим эквивалентную систему уравнений [3]:

$$\begin{aligned} K_1^{2,3} : F_1^2(x_1, x_2, x_3, x_4) &= 0, \\ P_{1,2}^3 : F_1^2 - F_2^2 &= \alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2 + \alpha_{13}x_3 + \alpha_{14}x_4 + \alpha_{15} = 0, \\ P_{1,3}^3 : F_1^2 - F_3^2 &= \alpha_{21}x_1 + \alpha_{22}x_2 + \alpha_{23}x_3 + \alpha_{24}x_4 + \alpha_{25} = 0, \\ P_{1,4}^3 : F_1^2 - F_4^2 &= \alpha_{31}x_1 + \alpha_{32}x_2 + \alpha_{33}x_3 + \alpha_{34}x_4 + \alpha_{35} = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

В циклографической интерпретации в пространстве R^4 систему (10) можно представить следующим образом: первое уравнение системы описывает α -гиперконус $K_1^{2,3}$, остальные три линейных уравнения описывают гиперплоскости $P_{1,2}^3, P_{1,3}^3, P_{1,4}^3$. Три гиперплоскости в пространстве R^4 пересекаются по некоторой прямой линии e . Таким образом, результатом решения системы (10) будут координаты двух точек (x_1, x_2, x_3, x_4) и $(x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*)$, образованных в пересечении прямой e и α -гиперконуса $K_1^{2,3}$. Тогда при фиксированных значениях коэффициентов $a_{ij} : i, j = 1, 2, 3, 4$ в уравнениях (10) получаем в

пространстве R^3 две сферы $S_x^{2,2}(x_1, x_2, x_3, R = |x_4|)$ и $S_{x^*}^{2,2}(x_1^*, x_2^*, x_3^*, R = |x_4^*|)$, касательных к четырем заданным. Наличие двух сфер говорит о двух решениях системы уравнений (9), из которых, исходя из условия задачи измерения псевдодальностей, оставляется одно решение, представляющее собой координаты (x_1, x_2, x_3) приемника и значения поправки x_4 .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Выполнено обобщение метода циклографического отображения на основе введения β - и $\beta(t)$ -проекций. Получены уравнения β - и $\beta(t)$ -проекций пространственной кривой с полууглом β при вершине проецирующего конуса, как принадлежащим интервалу $0^\circ < \beta < 90^\circ$, так и определенного монотонной, непрерывной и дифференцируемой функцией $\beta(t)$. При этом у полученных проекций выявлено оптическое свойство триады элементов, образующих каждую из проекций; сформулировано утверждение, определяющее зависимость значения гладкости стыковки сегментов исходной пространственной кривой, заданной в виде сплайн-кривой, и сегментов ее циклографической проекции; получен класс линейчатых поверхностей, как элементов модели циклографического отображения, и выполнено исследование этих поверхностей на наличие свойства разворачиваемости. Полученные результаты исследований развивают теоретические основы метода циклографического отображения и позволяют решать задачи формообразования линий и поверхностей в области геометрической оптики и получения поверхностных форм автомобильных дорог.

2. Построена геометрическая модель измененной циклографической проекции пространственной кривой. При этом образующие линейчатой поверхности – элемента модели измененной циклографической проекции, находятся в плоскостях, перпендикулярных ортогональной проекции исходной кривой. Это обстоятельство позволяет применять измененную циклографическую проекцию при проектировании автомобильных дорог с выполнением существующих норм и правил дорожного строительства. Измененная циклографическая проекция может быть использована при проектировании поверхностных форм автомобильных дорог, как общего, так и специального назначения, при проектировании кровель заданий, сооружений и других объектов строительства.

3. Выполнена систематизация задач геометрической оптики на плоскости по определению неизвестного элемента триады «источник-отражатель-приемник» по двум заданным на основе прямой и обратной задач циклографического моделирования пространственной кривой и разработаны соответствующие алгоритмы решения этих задач. Полученные алгоритмы позволяют получать аналитические решения во всех "триадных" задачах предложенной систематизации, при этом в качестве геометрической модели отражателя, источника или приемника может быть любая гладкая кривая. Эти алгоритмы могут быть использованы в тех областях науки и техники, где допустимы решения на основе законов геометрической оптики, например, таких как проектирование осветительных приборов и телескопов, проектирование рефлекторов, работающих в СВЧ-диапазоне.

4. Разработана геометрическая модель формообразования поверхностных форм автомобильных дорог на основе циклографической и измененной циклографической проекции. Модель является целостной и обобщенной, что проявляется в возможности получения двух видов линейчатых поверхностей автомобильной дороги: разворачивающихся и неразворачивающихся. Она позволяет стыковать отсеки получаемых поверхностей по требуемому порядку гладкости. Предложенная геометрическая модель формообразования поверхностных форм автомобильных дорог может быть положена в

основу разработки геометрического ядра специализированных САПР для проектирования автомобильных дорог общего и специального назначения.

5. Выполнено преобразование математической модели определения псевдодальностей в системах спутниковой локации на основе циклографической интерпретации системы уравнений, составляющих эту модель. В отличие от существующего приближенного решения системы уравнений, предложенное решение является аналитическим и способствует более точному определению координат местоположения искомого объекта на поверхности Земли.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

а) Научные публикации в изданиях из перечня, рекомендованного ВАК:

1. Панчук, К.Л. Циклографическое моделирование решений задач геометрической оптики на плоскости / К. Л. Панчук, **Е. В. Любчинов** // Программные системы и вычислительные методы. – 2018. – № 4. – С.134–143.
2. **Любчинов, Е. В.** Геометрическое моделирование поверхностных форм отгона выража автомобильной дороги на основе циклографического отображения / Е. В. Любчинов, К.Л. Панчук. – DOI: 10.14529/build190109 // Вестник Южно-уральского государственного университета. Сер. «Строительство и архитектура». – 2019. – Т. 19, № 1. – С. 68–77.
3. Панчук, К. Л. Циклографическая интерпретация и компьютерное решение одной системы алгебраических уравнений / К. Л. Панчук, **Е. В. Любчинов**. – DOI: 10.12737/article_5dce5e528e4301.77886978 // Геометрия и графика. – 2019. – Т.7, №3. – С. 3–14.
4. **Любчинов, Е. В.** Обобщенный алгоритм нахождения катакаустики оптической системы / Е. В. Любчинов // Программные системы и вычислительные методы. – 2020. – № 1. – С. 40–48.
5. **Любчинов, Е. В.** О гладкости стыковки линий и поверхностей при циклографическом моделировании поверхностных форм автомобильных дорог / Е. В. Любчинов, К. Л. Панчук. – DOI: 10.14529/build200106 // Вестник Южно-уральского государственного университета. Сер. «Строительство и архитектура». – 2020. – Т. 20, № 1. – С. 52–62.

б) Научные публикации, включенные в международные системы цитирования *Scopus*:

6. Panchuk, K. L. Cyclographic Modeling of Surface Forms of Highways / K. L. Panchuk, A. S. Niteyskiy, **E. V. Lyubchinov**. – DOI:10.1088/1757-899X/262/1/012108 // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering, 2017. – Vol. 262. – P.012108.
7. Panchuk, K. L. Surface triads with optical properties / K. L. Panchuk, **E. V. Lyubchinov**, I. V. Krysova. – DOI :10.1088/1742-6596/944/1/012086 // Journal of Physics: Conference Series. – 2018. – Vol. 944. – P.012086. (Q3)
8. **Lyubchinov, E. V.** Geometric modeling of solutions of the direct and inverse tasks of geometric optics on a plane / E. V. Lyubchinov, K. L. Panchuk. – DOI: 10.1088/1742-6596/1210/1/012087 // Journal of Physics: Conference Series. – 2019. – Vol. 1210(1): Applied Mechanics and Systems Dynamics. – P. 012087. (Q3)
9. Panchuk, K. L. Computer aided geometric modeling of solutions to the tasks of applied cyclography / К. Л. Панчук, **Е. В. Любчинов**, Т. М. Мысоедова. – DOI: 10.30987/graphicon-2019-2-185-188 // CEUR Workshop Proceedings. – 2020. – Vol. 2485: GraphiCon 2019 Computer Graphics and Vision. – P.185–188.
10. Panchuk, K. L. Computer geometric modeling of solutions to the systems of quadratic equations of the same kind / К. Л. Панчук, **Е. В. Любчинов**. – DOI: 10.1088/1742-6596/1441/1/012073 // Journal of Physics: Conference Series. – 2020. – Vol. 1441. – P.012073. (Q3)

11. **Lyubchinov, E. V.** Determination of catacaustics through cyclographic mapping / E. V. Lyubchinov. – DOI: 10.1088/1742-6596/1546/1/012038 // Journal of Physics: Conference Series. – 2020. – Vol. 1546. – P.012038. (Q3)
12. **Lyubchinov, E. V.** Solution of the task of planar geometric optics with a nonstationary source / E. V. Lyubchinov, K. L. Panchuk. – DOI: 10.1088/1742-6596/1260/7/072012 // Journal of Physics: Conference Series. – 2019. – Vol. 1260. – P.072012. (Q3)
13. Panchuk, K. L. Cyclographic Model of Automotive Road Surface Form Design / K. L. Panchuk, **E. V. Lyubchinov**, T. M. Myasoedova. – DOI: 10.1007/978-3-030-63403-2_15 // Advances in Intelligent Systems and Computing. – 2021. – 1296. – P. 164–174.

в) Научные публикации в иностранных изданиях, не включенных в международные системы цитирования *Web of Science* и *Scopus*:

14. Panchuk, K. L. Spatial cyclographic modeling on Naumovich hyperdrawing / K. L. Panchuk, **E. V. Lyubchinov** // The journal of polish society for geometry and engineering graphics. – 2018. – Vol. 31. – P. 69–78.

г) Публикации, опубликованные в других научных изданиях:

15. **Любчинов, Е. В.** Геометрическое моделирование криволинейных отражателей / Е. В. Любчинов, А. С. Нитейский, К. Л. Панчук // Россия молодая: передовые технологии – в промышленность. – 2017. – №1. – С.254–260.
16. Панчук, К. Л. Циклография. Аспекты теории и практических применений / К. Л. Панчук, **Е. В. Любчинов**, Т. М. Мясоедова // Труды Международной конференции по компьютерной графике и зрению "Графикон"(24-27 сентября 2018 г.). – Томск: Томский политех. ун-т., 2018. – С. 336–340.
17. **Любчинов, Е. В.**, Циклографическое моделирование поверхностных форм автомобильных дорог на виражном участке / Е. В. Любчинов. – DOI: 10.25206/2311-4908-2018-5-4-50-60 // Прикладная математика и фундаментальная информатика. – 2019. – Т.5, №4. – С. 50–60.
18. **Любчинов, Е.В.** Формообразование поверхностных форм автомобильных дорог методом циклографического отображения / Е.В. Любчинов. – DOI: 10.25206/2311-4908-2019-6-3-4-14 // Прикладная математика и фундаментальная информатика. – 2019. – Т. 6, № 3. – С. 4–14.

д) Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ:

19. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2019616453 Российская Федерация. Программа для определения отражательной линии в оптической триаде «источник – отражатель - приемник» : № 2019615183 : заявл. 8.05.2019 : опубл. (зарег.) 22.05.2019 / **Е. В. Любчинов**, А. С. Нитейский, К. Л. Панчук ; заявитель ОмГТУ. – 1 с.
20. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2019667654 Российская Федерация. Программа Компьютерного моделирования поверхностных форм автомобильных дорог на основе циклографического отображения : № 2019666011 : заявл. 10.12.2019 : опубл. (зарег.) 26.12.2019 / **Е. В. Любчинов**, К.Л. Панчук ; заявитель ОмГТУ. – 1 с.
21. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2020614692 Российская Федерация. Программа измерения псевдодальностей в спутниковых системах определения местоположения : № 2020611660 : заявл. 17.02.2020 : опубл. (зарег.) 22.04.2020 / **Е.В. Любчинов**, К.Л. Панчук ; заявитель ОмГТУ. – 1 с.

Печатается в авторской редакции

Подписано в печать 29.09.21 г. Формат 60x84/16.

Отпечатано на дупликаторе. Усл.печ.л. 1,16.

Тираж 100 экз. Заказ 153.

Типография: 644050, Омск-50, пр. Мира, 11, т.: 65-32-08.
Омский государственный технический университет,
отдел научной информации