

На правах рукописи



Полякова Людмила Сергеевна

**РАСЧЕТ ТОЛСТОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ
СИЛОВЫХ И ТЕМПЕРАТУРНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ С УЧЕТОМ
ФИЗИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ И НЕОДНОРОДНОСТИ
МАТЕРИАЛОВ**

Специальность 05.23.17 – Строительная механика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Москва 2021

Работа выполнена в ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет».

Научный руководитель:

доктор технических наук, профессор,
Андреев Владимир Игоревич

Официальные оппоненты:

Трещев Александр Анатольевич
доктор технических наук, профессор,
ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет»; кафедра «Строительство, строительные материалы и конструкции»; заведующий кафедрой.

Колесников Александр Георгиевич

кандидат технических наук, доцент,
ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет»; кафедра Уникальных зданий и сооружений; доцент.

Ведущая организация:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.», г. Саратов

Защита состоится «13» октября 2021 г. в 12-00 на заседании диссертационного совета Д212.138.14, созданного на базе ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет», по адресу: 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д.26, Зал Ученого совета.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет» и на сайте <http://mgsu.ru>.

Автореферат разослан «__» _____ 2021 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета



Сидоров
Виталий Валентинович

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации.

Существует большая группа инженерных сооружений, подвергающихся в процессе эксплуатации технологическому нагреву и действию наружных температур, которая включает в себя оборудование химической, нефтехимической и энергетической промышленности. Температурные воздействия и нагрузки в таких конструкциях часто являются осесимметричными. Материалы этих конструкций зачастую имеют упругопластические свойства, что ведет к необходимости учитывать в расчетах нелинейную зависимость напряжений от деформаций. Воздействие повышенных температур на материал конструкции приводит к неравномерному изменению его механических свойств и возникновению существенной неоднородности.

Задача выбора оптимальных размеров конструкции, обеспечивающих требуемую надежность при минимальном расходе материалов, требует как можно более точного описания напряженно-деформированного состояния с учетом реальных режимов работы и свойств материалов. Создание методов расчета термонагруженных конструкций, в полной мере удовлетворяющих этим требованиям, является важнейшим направлением строительной механики.

В нормативных документах для оценки НДС упругопластических материалов предлагаются упрощенные модели деформирования (параболически линейные, двух- и трехлинейные), которые актуальны с позиций оптимального проектирования и упрощения работы проектировщика. Однако для оценки НДС максимально приближенно к реальной работе материала необходимо использовать криволинейные модели деформирования, наиболее точно описывающие опытные диаграммы деформирования материалов.

Во многих работах отечественных и зарубежных ученых исследовано влияние повышенных температур на физико-механические свойства материалов, что также нашло свое отражение в действующей нормативной литературе. Проблема расчета конструкций, подверженных воздействию повышенных температур, состоит в разработке методов, учитывающих физическую нелинейность и процессы температурных воздействий в условиях существенной неоднородности материала.

Степень разработанности темы исследования.

К первым работам по исследованию влияния неоднородности материала на НДС следует отнести работы В. Ольшака, опубликованные в 1935–1939 гг. В них указывается на научное и практическое значение учета неоднородности, анизотропии материалов и даются некоторые решения для осесимметричных задач. Развитием темы теории упругости неоднородного тела занимались отечественные и зарубежные ученые: Андреев В.И., Биргер Б.И., Василенко А.Т., Григоренко Я.М., Гольденблат И.И., Коваленко А.Д., Колчин Г.Б., Коляно Ю.М., Лехницкий С.Г., Ломакин В.А., Михлин С.Г., Голецкий К., Рыхлевский Я., Урбановский В., Гейтвуд Б., Клементс Д.Л., Конвей Х. и другие.

Особенности учета влияния неоднородности материала при его работе за пределом упругости исследованы недостаточно. Термоупругость тел неоднородной структуры рассматривалась авторами В.А. Баженовой и Н.А. Соловей в работе, посвященной нелинейному деформированию и устойчивости оболочек при термосиловых нагрузках. Исследователями М.Е. Бабешко, Ю.Н. Шевченко был предложен метод последовательных приближений решения краевых задач пластичности с учетом вида напряженного состояния. В своих работах В.В. Петров провел построение инкрементальных соотношений для физически нелинейного материала с развивающейся неоднородностью свойств. В.Л. Пахомов, А.Р. Хечумов рассмотрели нелинейную работу бетона при расчете сухой защиты реактора в виде толстостенного цилиндра. Анализ работ по расчету неоднородных конструкций и их элементов за пределом упругости показал актуальность данного направления, а также необходимость разработки методов расчета

таких конструкций и алгоритмов оптимизации параметров, характеризующих неоднородность и нелинейность материалов.

Цель исследования.

Цель исследования состоит в разработке моделей деформирования материалов, достаточно достоверно отражающих их свойства при действии температуры и метода расчета толстостенных цилиндрических оболочек, позволяющего реализовать эти модели.

Объект исследования

Объектом исследования являются осесимметричные и центрально-симметричные конструкции.

Предмет исследования

Напряженно-деформированное состояние осесимметричных и центрально-симметричных конструкций и влияние на него неоднородности и физической нелинейности материала.

Основные задачи исследования:

- Разработка метода расчета осесимметричных конструкций с учетом радиальной неоднородности и физической нелинейности материала с некоторыми ограничениями на характер неоднородности и граничные условия;
- Анализ точности разработанного метода;
- Адаптация метода под более широкий круг задач;
- Исследование влияния повышенных температур на механические свойства бетона и характер его деформирования; формирование функций, описывающих изменение свойств бетона при повышении температуры, а также функций, наиболее точно отражающих характер деформирования бетона в зависимости от температуры;
- Решение прикладной задачи расчета трехслойной цилиндрической оболочки на температурное воздействие с использованием реальных диаграмм деформирования материалов.

Область исследования соответствует требованиям паспорта научной специальности ВАК: 05.23.17 – Строительная механика, а именно: п. 2 «Линейная и нелинейная механика конструкций и сооружений, разработка физико-математических моделей их расчета», п. 3 «Аналитические методы расчета сооружений и их элементов».

Научная новизна.

В данной работе представлены следующие новые результаты:

- Разработан численно-аналитический метод решения задачи термоупругости радиально-неоднородного цилиндра, выполненного из физически нелинейного материала;
- Предложены функции, аппроксимирующие зависимость механических характеристик бетона от температуры, а также функции, описывающие экспериментальные диаграммы деформирования бетонов различных составов в условиях повышенных температур;
- Решена прикладная задача расчета трехслойной цилиндрической оболочки на температурное воздействие с использованием реальных диаграмм деформирования материалов.

Теоретическая и практическая значимость работы

Теоретическая значимость работы состоит в развитии механики неоднородных тел. В этом разделе механики хорошо изучены задачи двух видов: задачи расчета слоистых конструкций и задачи для тел с непрерывной неоднородностью, когда механические характеристики (модуль упругости, коэффициент Пуассона, предел прочности и пр.) являются функциями от координат. В настоящей работе неоднородность обусловлена зависимостью диаграммы деформирования от координат. Такой подход позволяет решать широкий круг задач нелинейной механики неоднородных тел.

Практическая значимость работы заключается в возможности применения полученных результатов при оптимальном проектировании элементов конструкций в виде полых цилиндров,

работающих при любых градиентах температуры с учетом реальной диаграммы деформирования материалов.

Методология и методы

Для аппроксимации экспериментальных данных, отражающих изменения свойств бетона при повышении температуры, а также экспериментальных диаграмм деформирования бетонов, применялся метод наименьших квадратов, реализованный в программном комплексе MathCAD.

Для решения осесимметричных задач теории упругости с учетом физической нелинейности материала использовался метод последовательных приближений (метод переменных параметров упругости, автор – И.А.Биргер). Полученное аналитическим методом разрешающее дифференциальное уравнение на каждом этапе итерационного процесса решалось методом прогонки. Разработанный численно аналитический метод решения осесимметричной задачи был реализован в программном комплексе MathCAD.

Для сравнительного анализа результатов расчета аналогичные задачи были решены также методом конечных элементов в программном комплексе SOLIDWORKS Simulation.

Положения, выносимые на защиту.

На защиту выносятся:

- 1) Численно-аналитический метод расчета осесимметричных конструкций из радиально-неоднородного и физически нелинейного материала;
- 2) Метод учета изменения механических свойств и характера деформирования бетона при воздействии повышенных температур с помощью функций, аппроксимирующих экспериментальные данные изменения механических свойств бетонов при повышении температуры, и функций, описывающих опытные диаграммы деформирования бетонов при повышенных температурах.
- 3) Результаты решения осесимметричных задач:
 - 3.1) Сравнительный анализ результатов решения тестовой задачи аналитическим методом и разработанным численно-аналитическим методом;
 - 3.2) Результаты решения задачи термоупругости трехслойной цилиндрической оболочки с учетом физической нелинейности материалов;
 - 3.3) Сравнение результатов решения линейной и нелинейной задачи термоупругости трехслойной цилиндрической оболочки численно-аналитическим методом и методом конечных элементов.

Степень достоверности работы.

Достоверность результатов обоснована:

- 1) Использованием фундаментальных законов теории упругости и физически обоснованных расчетных моделей;
- 2) Корректностью постановки задач в рамках механики деформируемого твёрдого тела;
- 3) Использованием общепринятых гипотез строительной механики;
- 4) Согласованностью результатов аналитического расчета с результатами, полученными численно-аналитическим методом.

Личный вклад автора

В исследуемой проблеме личный вклад автора заключается разработке метода расчета осесимметричных конструкций с учетом радиальной неоднородности и физической нелинейности материала на основе метода переменных параметров упругости; формировании функций, описывающих изменение свойств бетона при повышении температуры, а также функций, аппроксимирующих диаграмму деформирования бетона в зависимости от температуры; решении прикладной задачи расчета трехслойной цилиндрической оболочки на температурное воздействие с использованием реальных диаграмм деформирования материалов.

Апробация работы.

Основные положения диссертационной работы были изложены на 7 конференциях и семинарах:

1. V.I. Andreev, L.S. Polyakova. Calculation of a thick-walled inhomogeneous cylinder of a nonlinear-elastic material. International Conference on Advanced Materials and Engineering Structural Technology. 25-26 April 2015. Qingdao, China.
2. Полякова Л.С. Физически нелинейные задачи для сферических и цилиндрических неоднородных тел. XX Международная межвузовская научно-практическая конференция студентов, магистрантов, аспирантов и молодых ученых «Строительство - формирование среды жизнедеятельности». 26-28 Апреля 2017. Москва, Россия.
3. Андреев В.И., Полякова Л.С. Физически-нелинейные задачи механики неоднородных материалов. XIV Международная научно-практическая конференция «Развитие фундаментальных основ науки и образования в строительстве». 18 Мая 2017, Москва, Россия.
4. Lyudmila S. Polyakova, Vladimir I. Andreev. On Nonlinear Deformation of Concrete at Elevated Temperatures. 6th International Conference on Energy and Environmental Protection. 29-30 Juny, 2017. Zhuhai, China.
5. L S Polyakova, V I Andreev. Calculation of a nonlinearly elastic three-layer cylindrical shell taking into account the continuous inhomogeneity caused by the temperature field. VII International Symposium Actual Problems of Computational Simulation in Civil Engineering (APCSCE 2018). 1–8 July 2018. Novosibirsk, Russian Federation.
6. Vladimir I. Andreev, Lyudmila S. Polyakova. Calculation of nonlinear elastic three-layer cylindrical shell of finite length with taking into account the continuous inhomogeneity caused by the temperature field. Topical Problems of Architecture, Civil Engineering and Environmental Economics (TPACEE 2018). 03-05 December, 2018. Moscow, Russia.
7. Vladimir I. Andreev, Lyudmila S. Polyakova. Calculation of Radial Inhomogeneity Cylindrical Shell when Exposed to High Temperatures by Numerical-analytical Method and FEM. Topical problems of green architecture, civil and environmental engineering (TPACEE 2019). 19-22 November 2019. Moscow, Russia.

Публикации.

Материалы диссертации достаточно полно изложены в **10** научных публикациях, из которых **6** работ опубликованы в журналах, включенных в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук (Перечень рецензируемых научных изданий), и **4** работы опубликовано в журналах, индексируемых в международных реферативных базах Scopus, Web of Science и других.

Структура и объем работы.

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы из 104 наименований и 7 приложений. Работа изложена на 115 страницах машинописного текста и включает 41 иллюстрацию.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ.

Во введении обоснована актуальность темы диссертационной работы, сформулированы цель и задачи исследований, научная новизна, практическая значимость, представлены основные положения, которые выносятся на защиту, а также сведения об апробации результатов работы.

В главе 1 приведен краткий обзор работ, посвященных методам решения задач теории пластичности неоднородных тел, рассмотрены особенности расчета конструкций, подверженных воздействию повышенных температур. Приводятся основные уравнения механики неоднородных тел, формулируются краевые задачи относительно напряжений в цилиндрических и сферических координатах, решению которых посвящена данная диссертация. Приводится описание методов учета физической нелинейности и неоднородности материалов при расчете конструкций.

Рассматривается неоднородность материала, обусловленная конструктивными особенностями (многослойность конструкции) и воздействием на материал различных

физических явлений (температурное поле). Для учета изменения основных механических характеристик материала по объему тела, параметры, определяющие свойства материала, задаются в виде функций координат точек тела. Функции, описывающие изменение механических свойств материала, являются непрерывными (при воздействии на материал температурного поля) или кусочно-постоянными (в случае многослойной конструкции).

В теории пластичности большое значение имеют приближенные методы решения. Наиболее распространенными из них являются вариационные методы, а также методы, в которых упруго-пластичная задача сводится к последовательности линейно-упругих задач. В данной работе рассматривается два метода: метод упругих решений и метод переменных параметров упругости.

При решении задач для учета физической нелинейности материала используется диаграмма зависимости между интенсивностью напряжений σ_i и интенсивностью деформаций ε_i , поскольку эти величины являются обобщенными характеристиками напряженно-деформированного состояния.

Для аппроксимации диаграммы $\sigma_i - \varepsilon_i$ (рисунок 1) используется зависимость с тремя константами:

$$\sigma_i = E\varepsilon_i - A\varepsilon_i^\alpha, \quad (1)$$

Неоднородность материала учитывается заменой констант E , A , и α на функции $E(r)$, $A(r)$ и $\alpha(r)$.

Для плоской осесимметричной задачи в полярных координатах и центрально-симметричной задачи в сферических координатах получено следующее разрешающее уравнение:

$$\sigma_r'' + \varphi(r)\sigma_r' + \psi(r)\sigma_r = f(r), \quad (2)$$

здесь штрих означает дифференцирование по радиусу.

Для плоского деформированного состояния без учета объемных сил функции $\varphi(r)$, $\psi(r)$ и $f(r)$ имеют вид:

$$\begin{aligned} \varphi(r) &= \frac{3}{r} - \frac{E'}{E} - \frac{2\nu\nu'}{1-\nu^2}, \\ \psi(r) &= -\frac{1}{r} \left[\frac{1-2\nu}{1-\nu} \cdot \frac{E'}{E} + \frac{(1+4\nu)\nu'}{1-\nu^2} \right], \\ f(r) &= -\frac{E}{r(1-\nu^2)} \left[\varepsilon_\theta' (1+\nu) + \nu'\varepsilon_\theta \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

В случае центрально-симметричной задачи без учета объемных сил функции $\varphi(r)$, $\psi(r)$ и $f(r)$ имеют вид:

$$\begin{aligned} \varphi(r) &= \frac{4}{r} - \frac{E'}{E} - \frac{\nu'}{1-\nu}, \\ \psi(r) &= \frac{1}{r} \left[2 \frac{1-2\nu}{1-\nu} \cdot \frac{E'}{E} + \frac{4\nu'}{1-\nu} \right], \\ f(r) &= -\frac{2E\varepsilon_\theta'}{r(1-\nu)}. \end{aligned} \quad (4)$$

Таким образом определение напряжений сводится к решению уравнения (2) с соответствующими граничными условиями.

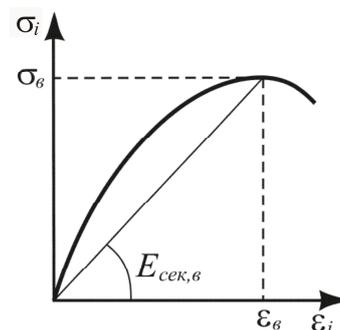


Рисунок 1 – К определению параметров диаграммы $\sigma_i - \varepsilon_i$

В главе 2 рассмотрены два приближенных метода теории пластичности – метод переменных параметров упругости и метод упругих решений. На примере осесимметричной задачи проведен анализ сходимости двух методов. На основе метода переменных параметров упругости разработан численно-аналитический метод решения осесимметричной и центрально-симметричной задач для физически нелинейного радиально неоднородного материала. Получено решение тестовой задачи аналитическим и разработанным численно-аналитическим методами, на основе этих решений проведен анализ точности разработанного метода.

Тестовые задачи решались при следующих граничных условиях (рисунок 2):

$$\begin{aligned} r = a, & \quad \sigma_r = p_a = 0; \\ r = b \rightarrow \infty, & \quad \sigma_r = p_b = -p. \end{aligned} \quad (5)$$

Такие граничные условия облегчают нахождение аналитического решения и описывают задачу о концентрации напряжений вблизи отверстия в бесконечном грунтовом массиве (рисунок 2). Нагрузка p , приложенная к внешней поверхности вырезанного объема, обусловлена отпором грунта. Если отверстие находится на достаточно большой глубине, асимметрией внешнего давления можно пренебречь, в такой постановке задача обладает осевой (при цилиндрическом отверстии) либо центральной симметрией (в случае сферического отверстия).

Такие граничные условия для несжимаемого материала ($\nu = 0,5$) при использовании определенных функций неоднородности, позволяют получить аналитическое решение осесимметричной и центрально-симметричной задач.

Численно-аналитический метод позволяет решать осесимметричные (центрально-симметричные) задачи для физически нелинейного радиально неоднородного материала при произвольной зависимости физических характеристик от радиуса ($E(r)$, $\nu(r)$, $\alpha(r)$, и др.) и любых граничных условиях.

Результаты аналитического решения тестовой задачи определения напряжений вблизи цилиндрической полости бесконечного массива приведены на рисунке 3. По результатам сделаны следующие выводы:

- 1) Учет нелинейности материала приводит к снижению максимальных напряжений; с увеличением нелинейности (уменьшение отношения $E_{сек,в}/E$) снижение напряжений по сравнению с упругой задачей становится более существенным.
- 2) Влияние неоднородности материала на напряжения будет зависеть от характера неоднородности: в данном примере учет неоднородности привел к снижению напряжений вблизи контура полости, при других значениях констант неоднородности, напряжения на контуре полости могут возрастать.

Сравнение двух итерационных методов на примере задачи о толстостенном цилиндре из однородного нелинейно-упругого материала привело к следующим результатам:

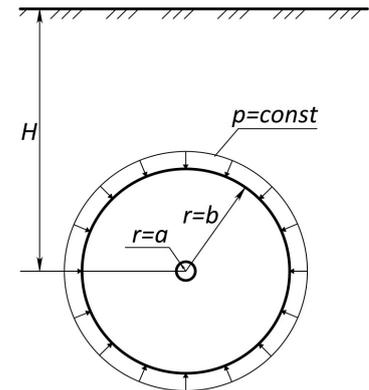


Рисунок 2 - Отверстие в грунтовом массиве $H \gg a$

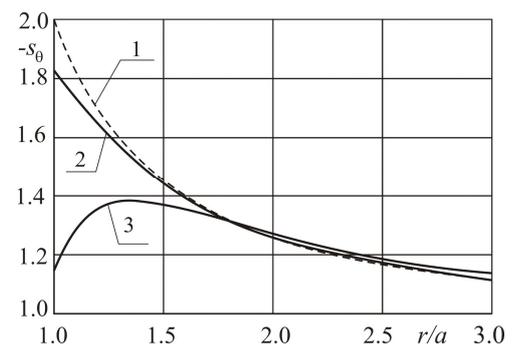


Рисунок 3 - Распределение напряжений в массиве с цилиндрическим отверстием:
1 – линейно-упругий однородный материал;
2 – нелинейно-упругий однородный материал;
3 – нелинейно-упругий неоднородный материал.

- 1) Решение методом последовательных приближений в третьем приближении дало результат, сходящийся с результатом аналитического решения с точностью до третьего знака.
- 2) При решении методом последовательных нагружений необходимая точность была достигнута на 13-ом этапе итерационного процесса.
- 3) Метод последовательных приближений показал лучшую сходимость, поэтому использовался далее для решения тестовой задачи.

На рисунках 4 и 5 показаны результаты решения тестовой задачи о напряжениях вблизи цилиндрической (сферической) полости бесконечного массива численно-аналитическим методом, основанным на методе последовательных приближений.

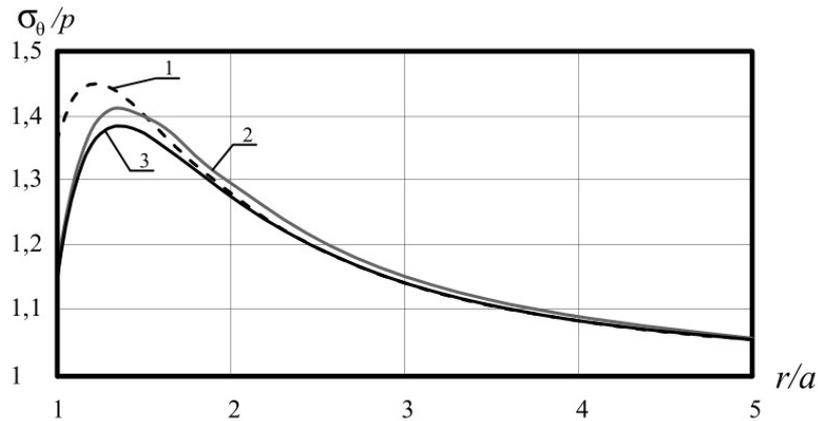


Рисунок 4 - Эпюры напряжений σ_{θ} в цилиндрической оболочке

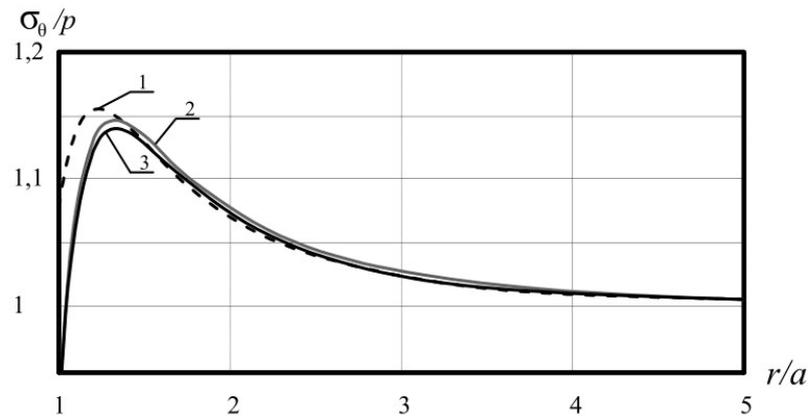


Рисунок 5 - Эпюры напряжений σ_{θ} в сферической оболочке

На рисунках 4 и 5: 1 – линейный неоднородный материал; 2 – нелинейный неоднородный материал, решение методом последовательных приближений; 3 – нелинейный неоднородный материал, аналитическое решение.

По результатам сделаны следующие выводы:

- 1) Для максимально возможного приближения к точному результату достаточно пяти итераций, на следующих этапах приближения полученные значения напряжений не меняются.
- 2) Максимальное отличие результатов численного решения от аналитического наблюдается в вершине кривой (рисунки 2.7, 2.8), и составляет 2% для цилиндрической оболочки и 0,7% для сферической оболочки.
- 3) Переменный шаг $h_i = 0,02a \cdot 1,2^{i-1}$ обеспечивает необходимую густоту сетки, увеличение или уменьшение шага не приводит к повышению точности.
- 4) Результаты можно считать удовлетворительными, что позволяет использовать такой метод расчета для подобных нелинейных задач, с различными функциями описания неоднородности механических характеристик.

Глава 3 посвящена особенностям работы бетонов в условиях повышенных температур. Рассмотрено влияние температуры на механические свойства обычных и жаростойких бетонов, предложены функции, описывающие изменение этих свойств в зависимости от температуры. Уделено внимание изменению диаграммы деформирования бетона при нагреве; предложены функции, аппроксимирующие экспериментальные диаграммы деформирования бетонов в условиях повышенных температур.

Для обычных бетонов рассматривается диапазон температур от 20°C до 200°C, который охватывает широкую область эксплуатационных режимов работы железобетонных конструкций. При более высоких температурах (до 800°C) применяются специальные жаростойкие бетоны.

Особое внимание уделяется свойствам жаростойких бетонов двух составов, которые используются в качестве исходных материалов в задачах, рассмотренных в главе 4: бетон №1 (ЖБГ) – жаростойкий бетон на глиноземистом цементе с шамотным заполнителем, бетон №2 (ЖБП) – жаростойкий бетон на портландцементе с шамотным заполнителем.

В качестве исходных данных для аппроксимации использовались результаты исследований по влиянию температуры на механические свойства бетона из работ Карпенко Н.И., Кричевского А.П., Ушакова А.В., а также данные из СНиП 2.03.04-84 «Бетонные и железобетонные конструкции, предназначенные для работы в условиях воздействия повышенных и высоких температур».

Воздействие повышенных температур на бетон вызывает температурные деформации, изменение упругих характеристик (модуль упругости, коэффициент поперечной деформации) и прочностных свойств материала, влияет на общую диаграмму деформирования бетона.

1. Вынужденные деформации от температурного воздействия.

При решении прикладных задач в данной работе для определения значений вынужденных деформаций, использовались коэффициенты, приведенные в таблицах СНиП 2.03.04-84.

В главе 4 при решении задач принимаются значения α_b соответствующие режиму длительного нагрева при повторном воздействии температуры. Для аппроксимации данных из СНиП 2.03.04-84 использовались функции:

$$\alpha_{b1}(T) = k_1 \frac{\Delta T}{T_0} + k_2 \left(\frac{\Delta T}{T_0} \right)^{1.5} + k_3 \left(\frac{\Delta T}{T_0} \right)^2, \quad (6)$$

$$\alpha_{b2}(T) = \alpha_t + k_4 \left(\frac{\Delta T}{T_0} \right)^{1.1} + k_5 \left(\frac{\Delta T}{T_0} \right)^{1.2} + k_6 \left(\frac{\Delta T}{T_0} \right)^{1.5},$$

где α_{b1} – коэффициент линейной температурной деформации бетона № 1, α_{b2} – коэффициент линейной температурной деформации бетона № 2.

На рисунках (6) и (7) показаны функции аппроксимирующие значения коэффициентов линейной температурной деформации бетонов двух различных составов.

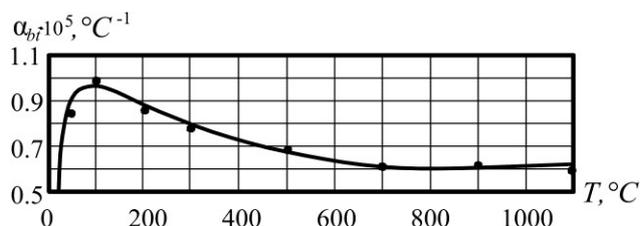


Рисунок 6 - Коэффициент линейной температурной деформации бетона №1

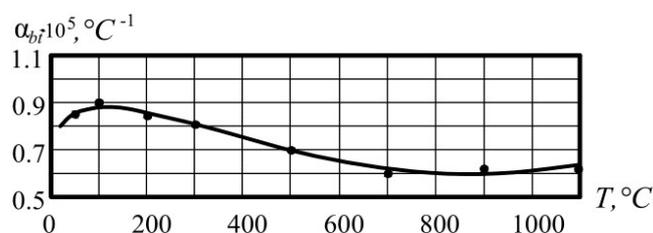


Рисунок 7 - Коэффициент линейной температурной деформации бетона №2

2. Модуль упругости

Изменение начального модуля упругости бетона при повышенных температурах показано на рисунке 8 и описывается соотношением:

$$E(T) = E_0 \cdot (T_0 / T)^{0,24} \quad (6)$$

где E_0 - модуль упругости при нормальной температуре $T_0 = 20^\circ\text{C}$.

Для жаростойких бетонов двух составов (бетона №1 и бетона №2) изменение модуля упругости в зависимости от температуры описывается функциями:

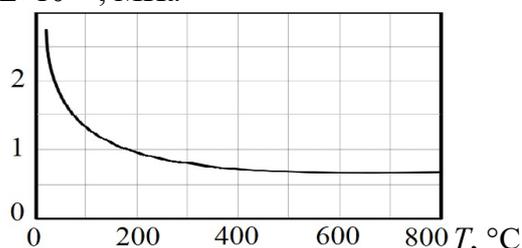
$$E_{b1}(T) = E_{b01} \cdot \exp \left[k_{E1} \left(\frac{\Delta T}{T_0} \right)^{0,9} + k_{E2} \left(\frac{\Delta T}{T_0} \right)^{0,7} \right], \quad (7)$$

$$E_{b2}(T) = E_{b02} + k_{E3} \left(\frac{\Delta T}{T_0} \right)^{1,8} + k_{E4} \left(\frac{\Delta T}{T_0} \right)^{1,2}.$$

где E_{b1} – модуль упругости бетона № 1, E_{b2} – модуль упругости бетона № 2.

На рисунке (9 а, б) показано изменение модуля упругости бетонов двух различных составов в зависимости от температуры.

а) $E \cdot 10^{-4}$, МПа



б) $E \cdot 10^{-4}$, МПа

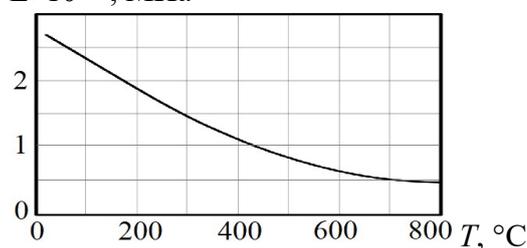


Рисунок 9 – Изменение модуля упругости жаростойких бетонов: а) бетон №1; б) бетон №2.

3. Коэффициент Пуассона

Коэффициент поперечных деформаций обычных бетонов практически не зависит от температуры и заметно снижается только при температурах, близких к 200°C , как видно на рисунке 10. Эту зависимость можно описать формулой:

$$\nu(T) = \nu_0 - 2,6 \cdot 10^{-4} \cdot (T_0 / T)^{-2,5}, \quad (8)$$

где $\nu_0 = 0,24$ - коэффициент Пуассона при нормальной температуре $T_0 = 20^\circ\text{C}$.

Для построения методики расчета напряженно-деформированного состояния железобетонных сооружений с учетом температурных воздействий необходимо иметь аналитические зависимости, описывающие полную диаграмму деформирования бетона при

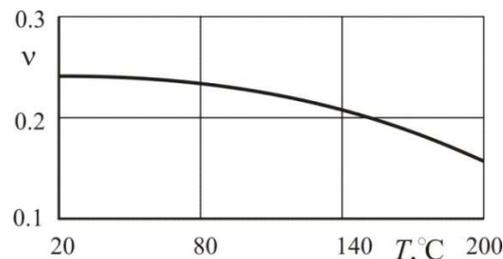


Рисунок 10 - Изменение коэффициента поперечных деформаций обычных бетонов

повышенных температурах. Диаграмма напряжений $\sigma - \varepsilon$ определяется из опытов на одноосное сжатие, но в общем случае, для описания объемного напряженного состояния, используется диаграмма $\sigma_i - \varepsilon_i$, связывающая интенсивности напряжений и деформаций. Для преобразования опытных данных деформирования бетона при сжатии в условиях повышенных температур в режиме длительного нагрева, использовались формулы:

$$\sigma_i = \sigma, \quad \varepsilon_i = \varepsilon - \frac{1-2\nu_0}{3E_0} \sigma. \quad (9)$$

Для аппроксимации нелинейной диаграммы деформирования использовалась зависимость (1) с заменой констант E , A , и α на функции $E(T)$, $A(T)$ и $\alpha(T)$:

$$\sigma_i = E(T)\varepsilon_i - A(T)\varepsilon_i^{\alpha(T)}. \quad (10)$$

Для аппроксимации диаграмм деформирования обычного бетона использовались функции:

$$E(T) = E_0 (T_0 / T)^{k_E}, \quad A(T) = A_0 (T_0 / T)^{k_A}, \quad \alpha(T) = \alpha_0 (T_0 / T)^{k_\alpha}. \quad (11)$$

На рисунке 11 представлены диаграммы деформирования обычного бетона при повышенных температурах: 1 – кривая деформирования бетона при $T = T_0 = 20^\circ\text{C}$, 2 – при $T = 60^\circ\text{C}$, 3 – при $T = 120^\circ\text{C}$, 4 – при $T = 200^\circ\text{C}$.

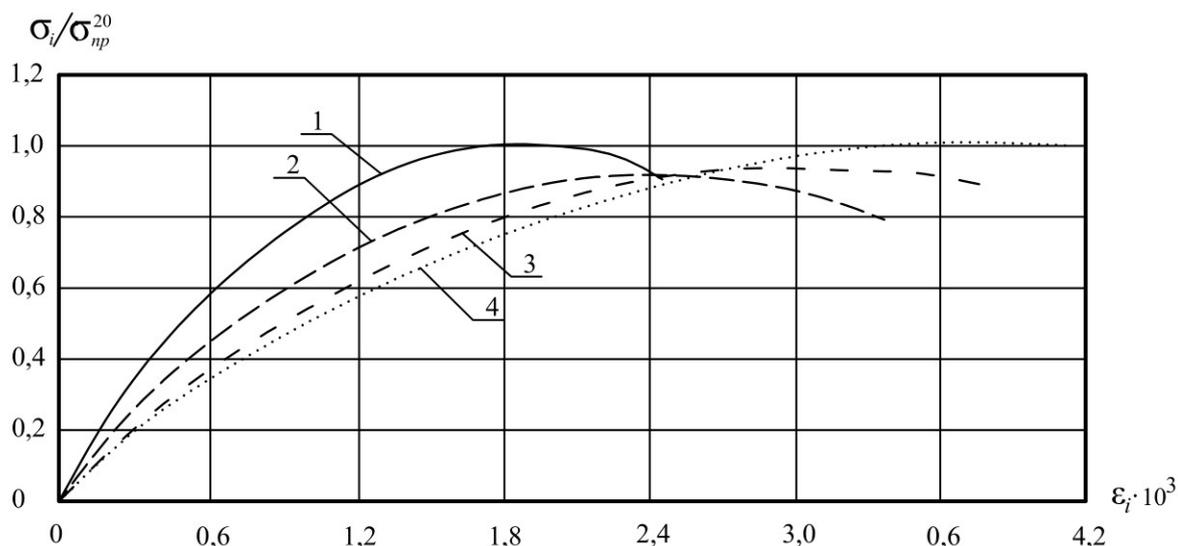


Рисунок 11 - Диаграммы деформирования обычного бетона в условиях повышенных температур, σ_{np}^{20} - прочность бетона на сжатие при $T = 20^\circ\text{C}$

В работе Ушакова А.В. - Основные закономерности деформирования обычного и жаростойких бетонов при нагреве (дисс. канд. технических наук), приведены диаграммы деформирования жаростойких бетонов различных составов при температурах до 800°C в режиме длительного нагрева. Для описания диаграмм деформирования жаростойкого бетона на глиноземистом цементе (бетон №1) используются функции:

$$\begin{aligned}
 E(T) &= E_{01} + k_{E1} \left(\frac{\Delta T}{T_0} \right)^{0.5} + m_{E1} \left(\frac{\Delta T}{T_0} \right)^{2.5}, \\
 A(T) &= A_{01} + k_{A1} \left(\frac{\Delta T}{T_0} \right)^{0.8} + m_{A1} \left(\frac{\Delta T}{T_0} \right)^{1.5}, \\
 \alpha(T) &= \alpha_{01} + k_{\alpha 1} \left(\frac{\Delta T}{T_0} \right)^{1.2} + m_{\alpha 1} \left(\frac{\Delta T}{T_0} \right)^{1.5}.
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

Диаграммы деформирования жаростойкого бетона на портландцементе (бетон №2) аппроксимируются функциями:

$$\begin{aligned}
 E(T) &= E_{02} \cdot \exp \left[k_{E2} \left(\frac{\Delta T}{T_0} \right)^{0.9} + m_{E2} \left(\frac{\Delta T}{T_0} \right)^{0.2} \right], \\
 A(T) &= A_{02} \cdot \exp \left[k_{A2} \left(\frac{\Delta T}{T_0} \right)^{0.7} + m_{A2} \left(\frac{\Delta T}{T_0} \right)^{0.3} \right], \\
 \alpha(T) &= \alpha_{02} \cdot \exp \left[k_{\alpha 2} \left(\frac{\Delta T}{T_0} \right)^{0.9} + m_{\alpha 2} \left(\frac{\Delta T}{T_0} \right)^{0.15} \right].
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

Диаграммы деформирования жаростойких бетонов при различных температурах представлены на рисунках 12 и 13. На рисунке 12: 1 – кривая деформирования бетона №1 при температуре $T = T_0 = 20^\circ \text{C}$, 2 – при $T = 100^\circ \text{C}$, 3 – при $T = 300^\circ \text{C}$, 4 – при $T = 800^\circ \text{C}$. На рисунке 13: 1 – кривая деформирования бетона №2 при температуре $T = T_0 = 20^\circ \text{C}$, 2 – при $T = 300^\circ \text{C}$, 3 – при $T = 800^\circ \text{C}$.

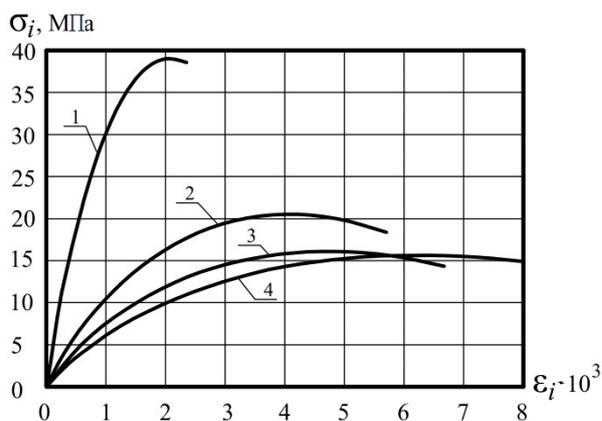


Рисунок 12 - Диаграммы деформирования бетона №1 при различных температурах

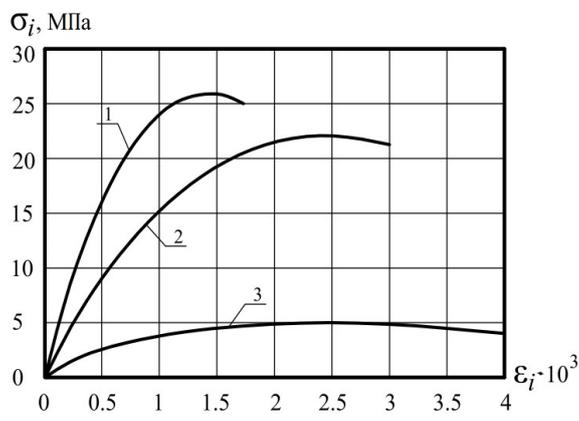


Рисунок 13 - Диаграммы деформирования бетона №2 при различных температурах

В главе 4 решается прикладная задача расчета трехслойной цилиндрической оболочки на температурное воздействие, в которой учитывается кусочная неоднородность, обусловленная многослойностью конструкции и непрерывная неоднородность, обусловленная воздействием температурного поля. Рассматривается решение для бесконечного цилиндра в предположении плоского деформированного состояния, а также для конечного цилиндра при различных условиях закрепления торцов. Для решения аналогичной задачи в линейной и нелинейной постановках методом конечных элементов использовался программный комплекс SOLIDWORKS Simulation.

В этой главе рассмотрена задача расчета трехслойной цилиндрической оболочки на температурное воздействие. Материалы оболочки: внутренний коррозионностойкий слой из жаростойкого бетона на глиноземистом цементе (бетон №1) толщиной 50 мм, средний слой из жаростойкого бетона на портландцементе (бетон №2) – 100 мм, наружный слой из стали 08Х17Т – 40 мм. Внутри поддерживается постоянная температура 500°С. Сначала приводится решение для бесконечно длинного цилиндра, то есть в условиях плоского деформированного состояния. Затем приводится решение для конечного цилиндра в двух вариантах: с шарнирно закрепленными и свободными торцами, как показано на рисунке 14 (а) и (б).

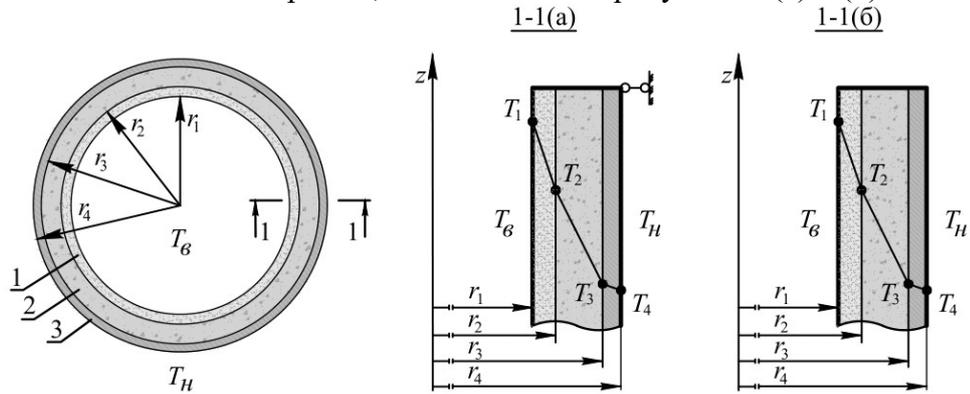


Рисунок 14 - Распределение температуры в трехслойной оболочке: 1 – бетон №1; 2 - бетон №2; 3 – сталь.

Значения температуры на границах слоев оболочки T_1, T_2, T_3 и T_4 , показанные на рисунке 14, определяются решением уравнения теплопроводности.

Для описания нелинейного характера деформирования бетонов используются опытные диаграммы деформирования жаростойких бетонов, приведенные в главе 3.

Изменение температуры по толщине стального слоя в решении не учитывается, принимается среднее значение температуры.

Задача решается в осесимметричной постановке в предположении плоской деформации методом последовательных приближений, разрешающее дифференциальное уравнение на каждом шаге итерационного процесса решается методом прогонки.

На рисунке 15 представлены полученные окружные напряжения (а) и деформации (б) в трехслойной стенке.

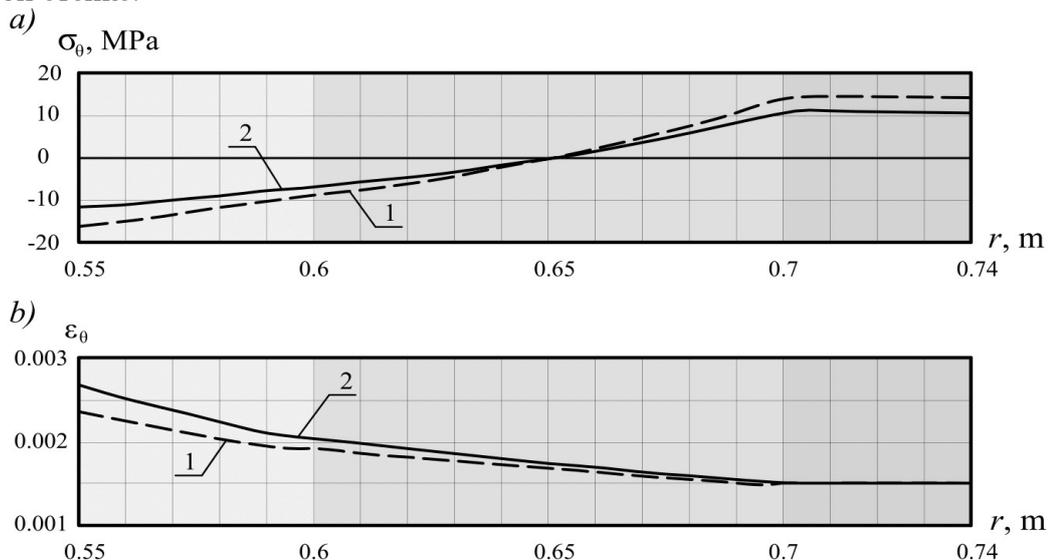


Рисунок 15 - Окружные напряжения (а) и деформации (б) в трехслойной стенке: 1 – результат линейного расчета; 2 – результат расчета с учетом физической нелинейности.

За счет теплового воздействия в наиболее разогретых кольцевых слоях бетонной футеровки возникают сжимающие напряжения, а в кольцевых слоях, близлежащих к стальному корпусу – растягивающие. Растягивающие напряжения на внешней стороне футеровки должны компенсироваться силами сцепления футеровки с корпусом аппарата, а также восприниматься металлической арматурой.

Результаты расчета на температурное воздействие с учетом физической нелинейности показывают снижение максимальных окружных напряжений по сравнению с линейным расчетом на 25 %.

Решение при условии плоского деформированного состояния предполагает, что цилиндр является очень длинным и рассматриваются напряжения, возникающие на достаточном удалении от концов. Далее предлагается решение задачи с учетом местных возмущений вблизи концов цилиндра.

Полученное в условиях ПДС решение требует, чтобы по торцам цилиндра были распределены нормальные усилия σ_z^* . Таким образом можно определить напряжения в конечной цилиндрической оболочке суммируя решение в условии ПДС и решение для цилиндрической оболочки, по торцам которой приложены силы, равные по величине и противоположные по знаку усилиям σ_z^* . Чтобы определить напряжения, вызванные этими силами ($-\sigma_z^*$), рассматривается продольная полоска единичной ширины, вырезанная из цилиндрической оболочки. Такую полоску можно рассматривать как многослойную балку на упругом основании. Имея формулу для кривой прогибов для балки, можно для любого значения z вычислить соответствующие напряжения изгиба σ_z^u и тангенциальные напряжения σ_θ^u . Компонента деформации в тангенциальном направлении равна для каждого слоя: $\varepsilon_\theta^u = \frac{u}{r}$. Компонента напряжений в тангенциальном направлении определяется из закона Гука:

$$\sigma_\theta^u = E\varepsilon_\theta^u + \nu\sigma_z^u = E\frac{u}{r} + \nu\frac{E}{1-\nu^2}\left(\frac{r_1+r_4}{2}-r\right)\frac{d^2u}{dz^2}. \quad (14)$$

Окончательные напряжения в цилиндре получаются суммированием напряжений, полученных в предположении ПДС – σ_z^* , σ_θ^* , σ_r^* , и напряжений, возникающих от действия силы ($-\sigma_z^*$), приложенной по торцам цилиндра – σ_z^u , σ_θ^u .

На рисунках 16, 17 показаны напряжения σ_θ в сравнении с расчетом при однородных материалах и в сравнении с линейным расчетом. В решении с однородными материалами влияние повышенной температуры на свойства бетонов учитывалось, но были приняты значения основных упругих характеристик бетонов при средней температуре по слою.

На рисунке 16 показаны напряжения σ_θ вблизи свободного торца цилиндра в наиболее напряженных кольцевых слоях бетона $r = 0,55$ м и $r = 0,7$ м: 1 - линейный однородный материал, $r = 0,7$ м; 2 – линейный неоднородный материал, $r = 0,7$ м; 3 - нелинейный неоднородный материал, $r = 0,7$ м; 4 - линейный однородный материал, $r = 0,55$ м; 5 - линейный неоднородный материал, $r = 0,55$ м; 6 – нелинейный неоднородный материал, $r = 0,55$ м.

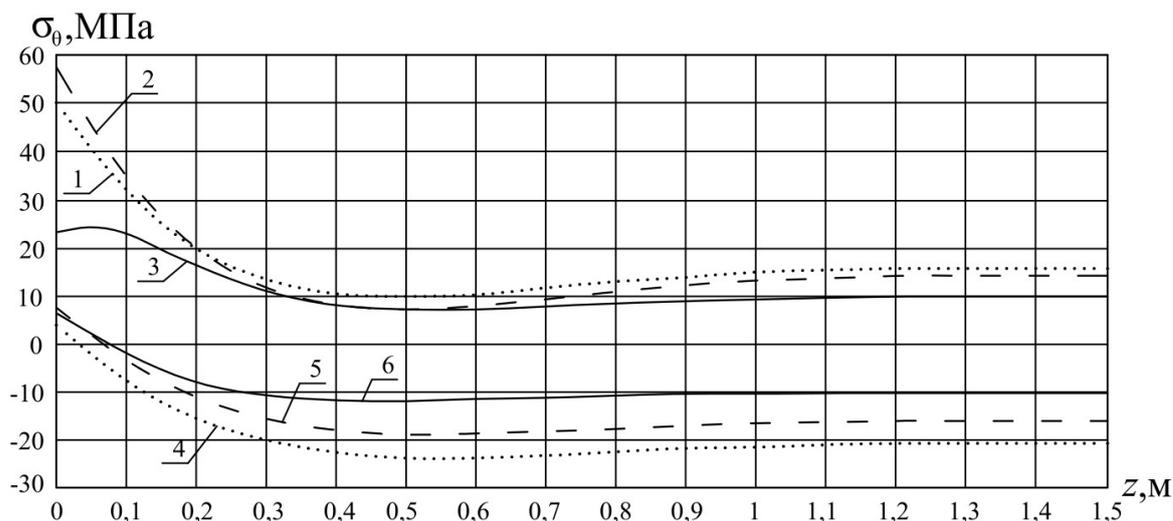


Рисунок 16 - Напряжения σ_θ вблизи свободного торца цилиндра при $r = 0,55$ м и $r = 0,7$ м.

На рисунке 17 показаны напряжения σ_θ вблизи шарнирно закрепленного торца цилиндра в наиболее напряженных кольцевых слоях бетона $r = 0,55$ м и $r = 0,7$ м: 1 - линейный однородный материал, $r = 0,7$ м; 2 - линейный неоднородный материал, $r = 0,7$ м; 3 - нелинейный неоднородный материал, $r = 0,7$ м; 4 - линейный однородный материал, $r = 0,55$ м; 5 - линейный неоднородный материал, $r = 0,55$ м; 6 - нелинейный неоднородный материал, $r = 0,55$ м.

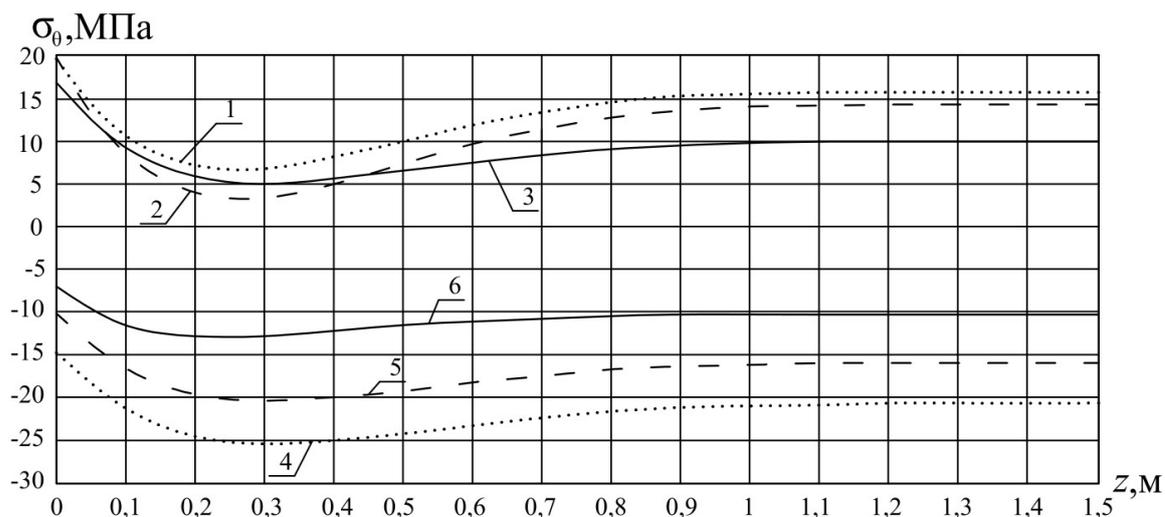


Рисунок 17 - Напряжения σ_θ вблизи шарнирно закрепленного торца цилиндра при $r = 0,55$ м и $r = 0,7$ м.

Наибольший интерес при анализе результатов представляют напряжения в сжатой зоне бетона, так как растягивающие напряжения на внешней стороне футеровки должны восприниматься металлической арматурой.

Учет только неоднородности бетонов дает снижение окружных напряжений примерно на 20% в сжатой зоне. При учете неоднородности и физической нелинейности бетонов максимальные окружные напряжения значительно снижаются и в растянутой и в сжатой зоне, примерно в 2 раза.

Для решения аналогичной задачи в линейной и нелинейной постановках методом конечных элементов использовался программный комплекс SOLIDWORKS Simulation. Была создана модель цилиндрической оболочки, разбитой по радиусу на 38 слоев, толщина каждого

из которых 5 мм. Для каждого кольцевого слоя был создан материал с заданными свойствами, между слоями задан абсолютный контакт.

При решении рассматривался полубесконечный цилиндр со свободным торцом, длина расчетной модели цилиндра принята равной 5 м, один торец закреплен скользящей заделкой (ограничены линейные перемещения по оси z).

Для проведения нелинейного расчета были заданы диаграммы деформирования, соответствующие каждому бетонному слою. Возможности программы позволяют задание кусочно-линейной диаграммы по нескольким точкам. Было принято решение использовать четыре точки, определяющие диаграмму деформирования.

На рисунке 18 представлена деформированная под воздействием температуры модель цилиндрической оболочки.

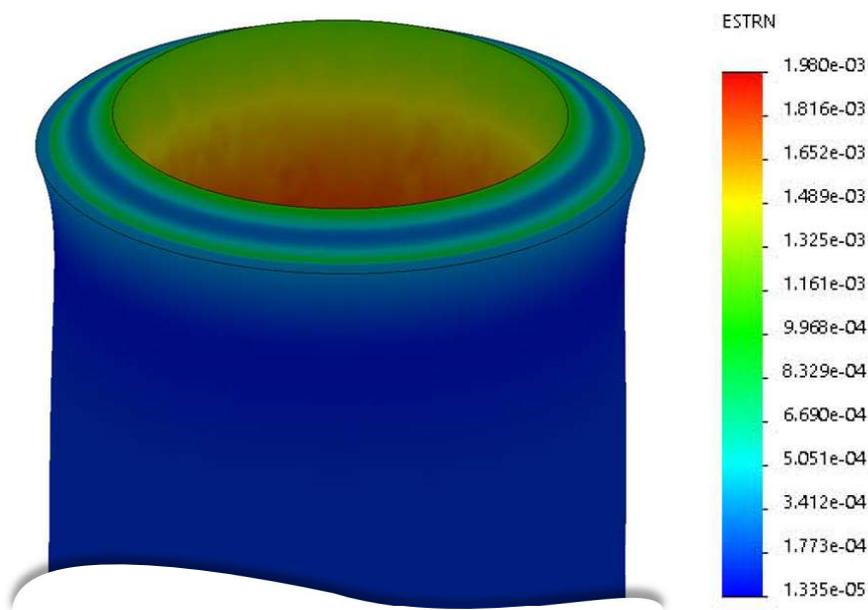


Рисунок 18 – Деформированная модель цилиндрической оболочки с изополями интенсивности деформации.

На рисунке 19 показаны окружные напряжения σ_θ , распределенные по толщине оболочки на удалении от свободного торца цилиндра: 1 – линейный расчет численно-аналитическим методом; 2 – нелинейный расчет численно-аналитическим методом; 3 – линейный расчет методом КЭ; 4 – нелинейный расчет методом КЭ.

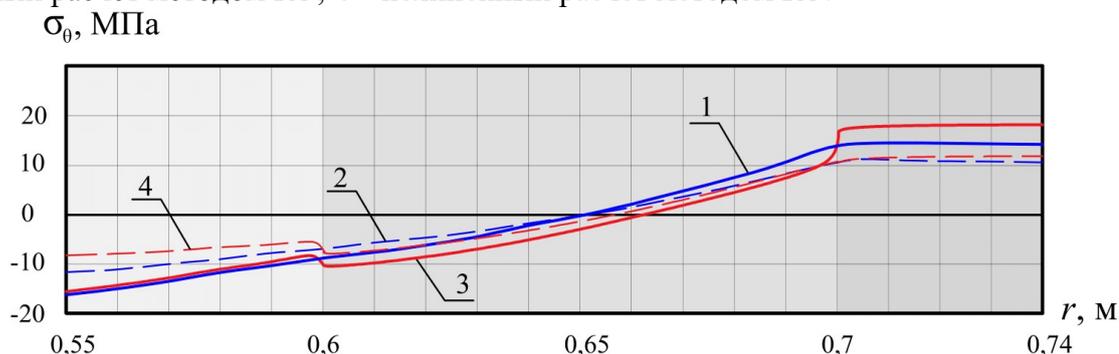


Рисунок 19 - Распределение напряжений σ_θ по толщине оболочки

На рисунке 20 показаны напряжения σ_θ вблизи свободного торца цилиндра в наиболее напряженных кольцевых слоях бетона $r = 0,55$ м и $r = 0,7$ м: 1 - линейный расчет численно-аналитическим методом, $r = 0,7$ м; 2 - нелинейный расчет численно-аналитическим методом,

$r = 0,7$ м; 3 - линейный расчет методом КЭ в программе SOLIDWORKS Simulation, $r = 0,7$ м; 4 - нелинейный расчет методом КЭ в программе SOLIDWORKS Simulation, $r = 0,7$ м; 5 - линейный расчет численно-аналитическим методом, $r = 0,55$ м; 6 - нелинейный расчет численно-аналитическим методом, $r = 0,55$ м.; 7 - линейный расчет методом КЭ в программе SOLIDWORKS Simulation, $r = 0,55$ м.; 8 - нелинейный расчет методом КЭ в программе SOLIDWORKS Simulation, $r = 0,55$ м.;

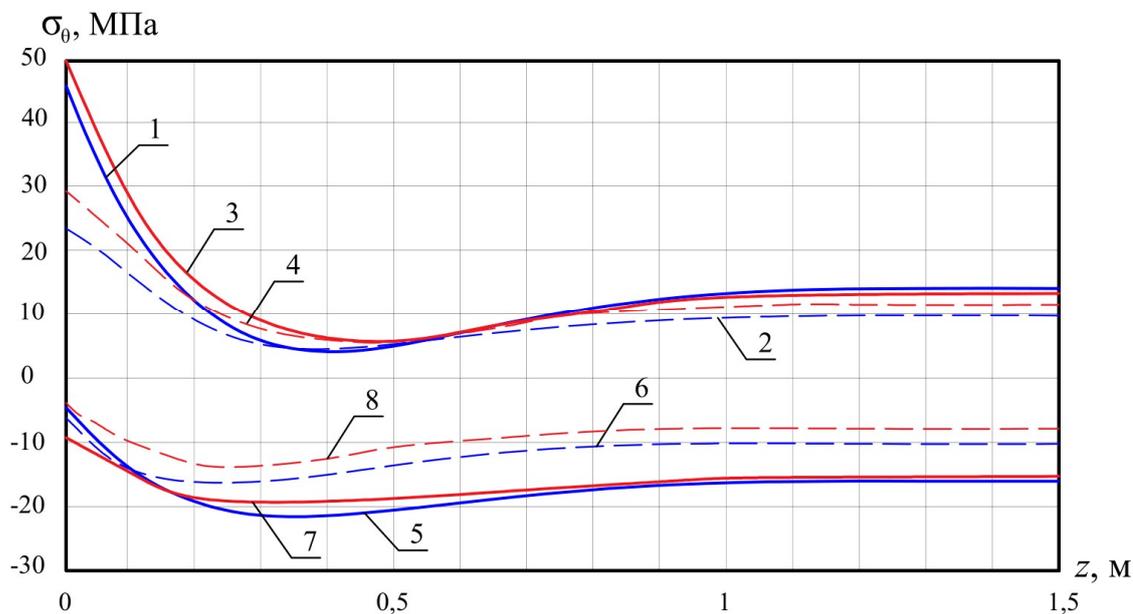


Рисунок 20 - Напряжения σ_{θ} вблизи свободного торца цилиндра при $r = 0,55$ м и $r = 0,7$ м

Результаты решения плоской задачи (рисунок 19) методом КЭ в программе SOLIDWORKS Simulation показывают некоторые перепады напряжений в местах смены материала, обусловленные перераспределением напряжений в пользу материалов с большим модулем упругости, которых нет при численно-аналитическом расчете, и не должно быть в плоской задаче при отсутствии нормальных деформаций по z . Сравнение результатов решения задачи термоупругости цилиндра конечной длины (рисунок 20) показывают расхождение максимальных напряжений вблизи свободного торца цилиндра в пределах 13% в случае линейного расчета; при учете нелинейности материала расхождение результатов численного и численно-аналитического расчетов возрастает до 20%, что может быть обусловлено заменой криволинейной диаграммы деформирования на кусочно-линейную.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации было изучено влияние физической нелинейности материала и его неоднородности, обусловленной температурным воздействием, на толстостенные оболочки в виде полых цилиндров. Основное внимание было уделено учету в расчетах экспериментально обоснованных зависимостей физико-механических характеристик материала от температуры и реальных диаграмм деформирования.

С целью исследования напряженно-деформированного состояния неравномерно нагретых толстостенных оболочек в настоящей диссертационной работе решены следующие задачи:

1. Разработан метод расчета осесимметричных конструкций с учетом радиальной неоднородности и физической нелинейности материала;
2. Получены результаты решения тестовых задач аналитическим и разработанным численно-аналитическим методами, подтверждена достаточная точность разработанного метода;
3. В результате исследования влияния повышенных температур на механические свойства бетона и характер его деформирования, были получены функции, описывающие изменение свойств бетона при повышении температуры, а также функции, наиболее точно отражающие характер деформирования бетона в зависимости от температуры;
4. Решена стационарная задача термоупругости трехслойной цилиндрической оболочки с использованием экспериментально обоснованных зависимостей механических характеристик материала от температуры и реальных диаграмм деформирования:
 - 4.1. Численно-аналитическим методом получено решение для бесконечного и конечного цилиндра с учетом неоднородности и физической нелинейности материалов;
 - 4.2. Методом конечных элементов, реализованным в программном комплексе SOLIDWORKS Simulation, было получено решение аналогичных задач в линейной и нелинейной постановках.

По результатам проведенной работы можно сделать следующие выводы:

1. Разработанный численно-аналитический метод, предназначенный для расчета осесимметричных конструкций из неоднородного физически-нелинейного материала, позволяет учитывать радиальную неоднородность любого характера (непрерывную, кусочно-однородную, стохастическую); ограничения на характер деформирования материала обусловлены только сложностью аппроксимации экспериментальных кривых деформирования.
2. Изменение механических характеристик бетона при воздействии повышенных температур является существенным и приводит к значительному изменению характера работы бетонной конструкции.
3. Учет физической нелинейности бетона при расчете осесимметричных конструкций приводит к перераспределению напряжений в теле конструкции и необходим для более рационального выбора схемы армирования.

Рекомендации и перспективы дальнейшей разработки темы:

Возможно дальнейшее развитие численно-аналитического метода расчета для решения задач с двумерной и трехмерной неоднородностью материала; расчет конструкций на воздействие нестационарных физических полей.

СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ АВТОРОМ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи, входящие в перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук:

1. Андреев В.И., Полякова Л.С. Аналитическое решение физически нелинейной задачи для неоднородной толстостенной цилиндрической оболочки // Вестник МГСУ. 2015. № 11. С. 38-45.
2. Андреев В.И., Полякова Л.С. Физически нелинейные задачи для неоднородных толстостенных оболочек // Международный журнал по расчету гражданских и строительных конструкций. 2016. Т. 12. №4. С. 36-40.
3. Андреев В.И., Полякова Л.С. Влияние повышенных температур на механические свойства бетона // Международный журнал по расчету гражданских и строительных конструкций. 2018. Т. 14. №1. С.178-184.
4. Полякова Л.С., Андреев В.И. Расчет трехслойной цилиндрической оболочки конечной длины с учетом нелинейности и непрерывной неоднородности // Строительная механика и расчет сооружений. 2019. №2. С. 36-42.
5. Полякова Л.С., Андреев В.И. Решение осесимметричной задачи термоупругости радиально неоднородной цилиндрической оболочки численно-аналитическим методом и методом конечных элементов // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2019. Т. 15. № 4. С. 323–326.
6. Polyakova L.S., Andreev V.I. Solution of the problem of thermoelasticity for nonlinear elastic inhomogeneous thick-wall cylindrical shell// International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2019. Т. 15. № 4. С. 133-142

Статьи в рецензируемых научных изданиях, входящих в международные реферативные базы данных и системы цитирования:

1. Andreev V.I., Polyakova L.S., Avershyev A.S. The solution of the nonlinear problems of elasticity theory for ground massif considering the inhomogeneity caused by soil moisture // Procedia Engineering. 2016. Vol. 153. Pp 45-50.
2. Polyakova L.S., Andreev V.I. Calculation of a nonlinearly elastic three-layer cylindrical shell taking into account the continuous inhomogeneity caused by the temperature field // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018. 456, 012124.
3. Andreev V.I., Polyakova L.S. Calculation of nonlinear elastic three-layer cylindrical shell of finite length with taking into account the continuous inhomogeneity caused by the temperature field // E3S Web Of Conferences. 2019. 91, 02018.
4. Andreev V.I., Polyakova L.S. Calculation of Radial Inhomogeneity Cylindrical Shell when Exposed to High Temperatures by Numerical-analytical Method and FEM // E3S Web Of Conferences. 2019. 135, 01037.