

*На правах рукописи*



**АБУЗЯРОВ КОНСТАНТИН МУСТАФОВИЧ**

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ ПРОЦЕССОВ  
ВЗРЫВНОГО НАГРУЖЕНИЯ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ  
КОНСТРУКЦИЙ**

01.02.06 – Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры

АВТОРЕФЕРАТ  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Нижний Новгород - 2020

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского» (НИИМ Нижегородского университета).

**Научный  
руководитель:**

**Кочетков Анатолий Васильевич**, доктор физико-математических наук, профессор

**Официальные  
оппоненты:**

**Меньшов Игорь Станиславович**, доктор физико-математических наук, профессор, ФГУ «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук, главный научный сотрудник отдела №8

**Кикеев Василий Андреевич**, кандидат технических наук, Институт проблем машиностроения РАН – филиал Федерального государственного бюджетного научного учреждения «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук», старший научный сотрудник лаборатории волновой динамики, экспериментальной механики и виброзащиты машин.

**Ведущая  
организация:**

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Объединённый институт высоких температур Российской академии наук

Защита состоится "24" декабря 2020 года в 15:00 на заседании диссертационного совета Д 212.166.09 при Национальном исследовательском Нижегородском государственном университете им. Н.И. Лобачевского по адресу: 603950, Н. Новгород, пр. Гагарина, 23, корпус 2.

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского и на сайте diss.unn.ru/1067

Автореферат разослан "18" ноября 2020 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета



Горохов Василий Андреевич

## **Актуальность темы исследования**

В настоящее время численное моделирование взрывного нагружения упругопластических конструкций является востребованным и актуальным в науке и технике. Это проблемы безопасности объектов ядерной энергетики, нефтегазового комплекса, различного рода защитных конструкций, взрывная обработка поверхностей, резка и сварка взрывом. Экспериментальное изучение этих процессов связано со значительными трудностями. Необходимо учитывать процессы инициирования и распространения детонации во взрывчатых веществах (ВВ) с генерацией ударных волн расширяющимися продуктами детонации (ПД) и последующим взаимодействием с упругопластическими конструкциями, испытывающими значительные перемещения и деформации. Решение таких задач даже в упрощенных постановках возможно только численно и требует значительных вычислительных ресурсов. Как правило, конструкции и среды, передающие взрывную нагрузку, имеют различные механические и термодинамические свойства, и для описания процессов взрывного нагружения необходимо выделять границы контактирующих сред и использовать явные численные схемы. Однако подход, связанный с непрерывным примыканием криволинейной сетки, покрывающей передающую среду, к аналогичной сетке, покрывающей конструкцию, и отслеживающий движение контактных границ с соответствующими перестройками сетки внутри однородной области, широко используемый в решении двумерных задач, оказался практически непригоден для решения трехмерных задач этого класса. Актуальным является разработка и развитие методических средств и алгоритмов, направленных на решение этих трехмерных задач. Основные проблемы связаны с построением трехмерной сетки и ее последующим перестроением с привязкой к поверхностям контакта в процессе счета. В работе развиваются средства математического моделирования нелинейных задач взрывного нагружения упругопластических элементов конструкций с использованием многосеточных алгоритмов.

## **Степень разработанности темы**

В настоящее время для решения трехмерных задач импульсного взаимодействия упругопластических конструкций с газовыми средами в основном используется подход, разделяющий задачу на две: первая – расчет газодинамических нагрузок на неподвижную конструкцию в эйлеровых координатах, вторая – расчет деформирования упругопластической конструкции под действием этих нагрузок. То есть пренебрегается взаимовлиянием изменения положения конструкции и положения среды, передающей взрывную нагрузку. Соответственно используются различные эйлеровые методы для расчета распространения детонации и расширения продуктов взрыва и лагранжевые методы для расчета упругопластических течений. Для расчета нагрузок на конструкции сложной формы при решении трехмерных задач применяется в основном два подхода. Первый и достаточно грубый, заключается в том, что в области, примыкающей к поверхности конструкции, строится регулярная сетка, из которой исключаются ячейки, секущиеся поверхностью конструкции. Фактически получается поверхность непрерывного контакта одной зубчатой поверхности с другой. Для повышения точности здесь

применяется более подробное разбиение регулярной сетки вблизи границы раздела сред. Второй подход, более точный и сложный, подразумевает гладкую поверхность контакта, обрезание этой поверхностью регулярных сеток контактирующих сред и вычисление параметров в этих обрезанных ячейках с использованием различных подходов или использование дополнительных наложенных сеток, связанных с поверхностью контакта, и различными формами сопряжения решений основной и наложенной сеток. Полученные нагрузки используются для расчета деформирования упругопластической конструкции.

Использование различных численных методов для газа и упругопластических течений, имеющих отличающиеся пространственные и временные шаблоны, различные аппроксимационные ошибки и критерий устойчивости, создает проблемы при определении контактных сил. Кроме того перечисленные методики имеют общий существенный недостаток - требуют сложных трехмерных сеточных генераторов.

### **Цель и задачи диссертационной работы**

Целью диссертационной работы является разработка численной методики для моделирования трехмерных процессов взрывного нагружения упругопластических конструкций в эйлеровых переменных. Для достижения поставленной цели были рассмотрены следующие задачи:

- использование единой численной методики на основе схемы С.К. Годунова повышенной точности в эйлерово-лагранжевых переменных для решения трехмерных задач динамики высокоскоростного газа и деформирования упругопластических конструкций;
- разработка алгоритма повышенной точности для моделирования контактного взаимодействия продуктов взрыва с упругопластической средой;
- разработка численной методики расчета процесса распространения детонации в пространственном заряде на основе принципа Гюйгенса;
- решение тестовых задач, демонстрирующих работоспособность и эффективность разработанной численной методики;
- решение новых нелинейных трехмерных задач взрывного нагружения упругопластических элементов конструкций.

### **Научная новизна**

Разработана численная методика для решения трехмерных задач взрывного нагружения упругопластических элементов конструкций на базе единой модифицированной схемы С.К. Годунова.

Для решения проблемы контактного взаимодействия «газ – упругая среда» разработан алгоритм решения задачи распада разрыва повышенной точности, позволяющий так же решать задачи взаимодействия упругопластических тел, в том числе с учетом трения.

Для выделения и сопровождения контактных границ «газ - упругопластическое тело» применен многосеточный подход с использованием трех видов пространственных сеток с взаимной линейной интерполяцией параметров сред.

Для моделирования процесса детонации в конденсированном ВВ произвольной пространственной формы в рамках схемы С.К. Годунова разработан алгоритм распространения детонационной волны, основанный на принципе Гюйгенса.

Для описания процессов газодинамики продуктов взрыва возможно задание уравнения состояния в виде JWL, широко используемое в различных работах и программных продуктах.

### **Теоретическая значимость работы**

Разработана методика, которая позволяет проводить численные исследования трехмерных процессов взрывного нагружения упругопластических конструкций, подверженных значительным формоизменениям, в связанной постановке с отслеживанием контактных границ, при инициировании ВВ произвольной формы. Инициация возможна в нескольких зонах ВВ в различные моменты времени.

### **Практическая значимость работы**

Проведенные в диссертационной работе исследования, а также разработанная численная методика расчета трехмерных задач взрывного нагружения упругопластических конструкций, могут быть использованы:

- при расчете деформирования трехмерных упругопластических конструкций, испытывающих большие формоизменения, под действием взрывных нагрузок от нескольких зарядов различной формы с произвольными областями инициирования детонации в различные моменты времени;
- при определении взрывных нагрузок от зарядов произвольной формы на жесткие трехмерные конструкции для дальнейшего использования в качестве начально-краевых условий в широко используемых прочностных пакетах прикладных программ;
- разработанные алгоритмы можно использовать в различных вычислительных комплексах при решении прикладных задач.

Проведенные в диссертационной работе исследования трехмерных задач взрывного нагружения упругопластических конструкций выявили закономерности:

- положение области инициирования детонации существенно влияет на процесс расширения продуктов детонации с формированием ударных фронтов и последующим воздействием на конструкции;
- скорость разлета тел при взрывном разгоне существенно зависит от начальной геометрии тел, от положения тел по отношению к поверхности заряда, а также характера деформирования тел.

### **Методология и методы диссертационного исследования**

Численная методика решения трехмерных задач взаимодействия газовых сред с упругопластическими элементами конструкций построена на базе единой схемы С.К. Годунова повышенной точности, реализующая в процессе расчета эйлерово-лагранжевый подход на подвижных локальных сетках с точным решением задачи распада разрыва на контактной границе «газ - упругое тело». Используются три вида сеток с интерполяцией параметров из одних в другие. Первая сетка состоит из наборов непрерывных треугольников для границ каждой среды (в формате STL), задающих поверхности

взаимодействующих сред, вторая сетка - основная декартова неподвижная сетка из прямоугольных параллелепипедов, третий вид сеток - локальные подвижные регулярные декартовы сетки, привязанные к каждому треугольнику поверхности среды. Верификация разработанной численной методики проводилась с использованием результатов расчетов по известным программным комплексам.

#### **Положения, выносимые на защиту:**

- численная методика для решения трехмерных задач взрывного нагружения упругопластических элементов конструкций в эйлеровых переменных на основе единой схемы С.К. Годунова повышенной точности;
- алгоритм контактного взаимодействия газа с упругой средой повышенной точности на основе решений задачи распада произвольного разрыва на границах «газ - упругая среда»;
- алгоритм расчета процесса распространения детонации в пространственном заряде на основе принципа Гюйгенса для схемы С.К. Годунова с уравнением состояния типа JWL;
- результаты численных исследований нелинейного взаимодействия продуктов детонации с пространственными упругопластическими элементами конструкций с анализом зависимости процессов от положения областей инициирования детонации заряда.

**Достоверность** разработанной численной методики подтверждается сравнениями численных результатов с результатами, полученными по другим методикам, и экспериментальными данными.

#### **Апробация работы**

Результаты диссертационной работы докладывались на 11 международных, 6 всероссийских конференциях:

- X и XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Нижний Новгород, 2011, Казань 2015г.);
- IV Всероссийская научно-техническая конференция «Фундаментальные основы баллистического проектирования» (Санкт-Петербург, 23-28 июня 2014г.);
- XIX, XX международная конференция по вычислительной механике и современным прикладным программным системам. (ВМСППС'2015г, ВМСППС'2017) (Алушта, Крым 2015, 2017);
- XI Международная конференция по неравновесным процессам в соплах и струях (Алушта, Крым 25-31 мая 2016г.);
- XI и XII Международная научно-практическая конференция STAR Russian Conference (Нижний Новгород, 2016, 2017);
- XVI Международная конференция «Супервычисления и математическое моделирование» (Саров 3-7 октября 2016);
- V и VI Международный научный семинар «Динамическое деформирование и контактное взаимодействие тонкостенных конструкций при воздействии

- полей различной физической природы», Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет) (Москва, 2016, 2017);
- Всероссийская научная конференция «Проблемы прочности, динамики, ресурса» НИИ механики Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского (Нижний Новгород, 2015, 2016, 2017);
  - VI Международная молодежная научная конференция «Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики 2017», посвященная 55-ти летию физико-технического факультета Томского государственного университета (Томск, 27–29 ноября 2017г.)
  - 36я Международная научная конференция Евразийского Научного Объединения Современные концепции научных исследований, (Москва, февраль 2018)
  - XII Международная конференция по Прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (NPNJ'2018) (24-31 мая 2018 г. на базе МАИ «Алушта» в Республике Крым);

В целом работа докладывалась на научном семинаре по динамике и прочности НИИМ ННГУ (Нижний Новгород, октябрь 2020).

#### Публикации

По теме диссертации опубликовано 17 работ [1-17], в том числе 5 из них в изданиях, входящих в Перечень ВАК Минобрнауки России [1-5].

#### Личный вклад автора

- разработка методики численного моделирования трехмерных процессов взаимодействия продуктов детонации с упругопластическими деформируемыми элементами конструкций на базе модифицированной схемы С.К. Годунова повышенной точности в эйлерово-лагранжевых переменных [4, 6-9];
- разработка и верификация алгоритма контактного взаимодействия продуктов взрыва с упругой средой повышенной точности для модифицированной схемы С.К. Годунова [1,4];
- разработка и верификация численной методики расчета процесса распространения установившейся детонации на основе принципа Гюйгенса в рамках схемы С.К. Годунова для трехмерных задач с уравнением состояния продуктов детонации типа JWL;
- численное исследование и анализ результатов процессов внутреннего взрывного нагружения жестких и упругопластических элементов конструкций в зависимости от области инициирования и положения заряда[1-3, 10-23];
- численное исследование и анализ результатов процессов разлета упругопластических тел в результате взрывного нагружения.

В совместных работах Кочеткову А.В. принадлежит постановка задач, общее руководство исследованиями, анализ и обсуждение результатов; Абузяров М.Х., Крылов С.В., Глазова Е.Г. оказали помочь в программной реализации численной методики и проведении численных расчетов поставленных задач.

## **Структура и объем работы**

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы; содержит 78 рисунков, библиографический список из 142 наименования – всего 103 страницы.

## **Диссертационная работа выполнена при поддержке**

Гранта Правительства Российской Федерации (договор №14.У26.31.0031), грантов РFFI (№16-08-00458, 19-08-00320, 19-58-53005).

## **Благодарности**

Автор выражает благодарность Абузярову М.Х., Крылову С.В., Чекмареву Д.Т., Глазовой Е.Г. за консультации и помошь в реализации численной методики, в проведении расчетов и анализе результатов.

## **СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Во введении** обоснована актуальность темы диссертационной работы, направленной на исследование процессов взаимодействия взрывных ударных волн с упругопластическими элементами конструкций и разработку трехмерных численных методик решения этих задач, сформулированы основные цели исследований и положения, выносимые на защиту.

**В первой главе** представлен обзор исследований, посвященных вопросам численного моделирования трехмерных задач взаимодействия продуктов детонации с упругопластическими конструкциями. Для моделирования газодинамических части этих процессов в трехмерном случае, как правило, применяются численные методы, использующие эйлеровы подходы и неподвижные разностные сетки. Это схемы конечного объема, близкие к схеме С.К. Годунова, основанные на интегрировании законов сохранения массы, импульса и энергии. Поведение упругопластических сред моделируется в лагранжевых переменных, в основном используются различные варианты схемы Уилкинса. То есть методы, применяемые для моделирования взрывного действия на элементы конструкции и их динамического поведения, имеют различные разностные шаблоны, порядки аппроксимации и условия устойчивости, что существенно затрудняет создание устойчивых алгоритмов контакта, сбалансированно передающих импульс и энергию из одной среды в другую. Наиболее работоспособной для решения двумерных плоских и осесимметричных задач этого класса показала модификация схемы С.К. Годунова, единая для расчета как газодинамической и так упругопластической части задачи, с использованием Лагранжевых и Эйлеровых переменных с непрерывным примыканием криволинейной сетки к границе раздела различных сред (Arbitrary Lagrange Euler - ALE), использующая точное решение задачи распада разрыва на границе газ – упругопластическое тело. Но этот подход оказался, практически, непригодным для решения пространственных задач этого класса. Основные проблемы связаны с построением начальной трехмерной сетки и ее перестроением в процессе счета. Также в трехмерном случае при использовании ALE технологии сопровождением криволинейных границ возникают принципиальные трудности, связанные с точностью определения интегрируемых площадей и объемов, что практически делает невозможным расчет упругопластических течений. В трехмерном случае более перспективны подходы,

использующие технологии счета на нескольких разностных сетках с перекрытиями и выделением границ различных сред внутри расчетных ячеек и учитывающих форму и геометрические особенности только своего тела. Такой тип сеток с перекрытиями получил название сетки типа “Химера”.

В данной работе для моделирования трехмерных задач используется модификация схемы С.К. Годунова повышенной точности на компактном шаблоне, единая как для газодинамических так и упругопластических течений, и подход “Химера”, основанный на использовании трех видов сеток. Первые сетки в виде наборов треугольников (STL файлов), задают поверхности сред и отслеживают эти поверхности в процессе решения. Вторые – базовые неподвижные декартовы сетки, вложенные в каждую среду. В этих сетках интегрируются ячейки, не примыкающие к границе сред. Третьи – локальные ортогональные подвижные сетки с шаблоном  $3*3*3$ , достаточным для интегрирования со вторым порядком аппроксимации по модифицированной схеме по ALE технологии, привязанные к каждому треугольнику поверхности среды. Параметры в базовой и локальных разностных сетках для каждой из сред уточняются путем взаимной интерполяции.

Материалы по схеме С.К. Годунова и ее модификациям для уравнений газогидродинамики содержатся в трудах Годунова С.К., Забродина, Прокопова, Иванова, Крайко А.Н., Колгана П., Тилляевой, Копченова, Родионова, Моисеева Н.Я., Кочеткова А.В., Абузярова М.Х., Van Leer, Woodward P, Collela P., Roe, Торго Е. и др.

Для упругопластических течений это труды Корнеева А., Демидова, Кочеткова А.В., Крылова С.В., Козлова Е., Абузярова М.Х., Кукуджанова В.Н., Роменского, Collela P, Miller., Aiso H. и др.

Технология счета на сетках с перекрытиями рассматривается у Peskin C.S., Benek J.A., Bunning P.G., Steger J.L., Lee K.R., Park J.H., Kim K.H., Wang Z., Parthasarathy V., Dadone A., Grossman B., Forrer H., Berger M., Tang H., Jones S.C., Sotiropoulos F., Gilmanov A., M. Puso, Меньшова И.С., Корнева М.А., Дерюгина Ю.Н., Саразова А.В., Жучкова Р.Н. Кочеткова А.В., Абузярова М.Х и других зарубежных и отечественных авторов.

Моделирование трехмерных задач взрывного нагружения упругопластических конструкций проводилось отечественными и зарубежными исследователями с использованием пакетов AUTODYN-3D и LS DYNA. Это G. E. Fairlie, C. O. Marriott, N. J. Robertson, I. H. Livingstone, N. K. Birnbaum, Jon Glanville1, Xiangyang Quan, Marinko Ugrcic и др.

Теория детонации и модели распространения детонации развивалась такими учеными как Зельдович Я.Б., Харитон Ю.Б., Райзер Ю.П., Баум Ф.А. Станюкович К.П., Шехтер Б.И., Майдер и многими другими.

Экспериментальное изучение процессов взрывного нагружения упругопластических конструкций отражено в работах Иванова А.Г., Могилева В., А., Кочина Л.И., Васильева Л.И., Кустова В.С., Рыжанского В.А., Сырунина М.А., Минаева В.Н., Цыпкина В.И., Новикова С.А., Синицына В.А. и др.

**Во второй главе** рассматривается замкнутая система уравнений, описывающая деформирование сплошной среды в приближении модели сжимаемого упруго-

пластического тела в декартовой системе координат. Уравнения приведены в компактной и развернутой форме в виде, удобном для интегрирования по схеме С.К. Годунова. Компактная форма записи имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \rho_t + (\rho u_i)_{,x_i} &= 0 \\ (\rho u_i)_{,t} + (\rho u_i u_j - \sigma_{ij})_{,x_j} &= 0 \\ e_{,t} + (e u_j - u_i \sigma_{ij})_{,x_j} &= 0 \\ \frac{D S_{ij}}{Dt} + \lambda_i S_{ij} &= 2\mu e_{ij} \\ \varepsilon &= \varepsilon(p, \rho). \end{aligned} \quad (1)$$

Обозначения:  $t$  - время,  $x_i$  - пространственные координаты,  $u_i$  - компоненты вектора скорости по осям  $x_i$  соответственно,  $\rho$  - плотность,  $e = \rho(\varepsilon + u_i u_i / 2)$  - полная энергия единицы объема,  $\varepsilon$  - внутренняя энергия единицы массы, заданная уравнением состояния,  $\|\sigma_{ij}\|$  - тензор напряжений, который представляется в виде шаровой и девиаторной частей  $\sigma_{ij} = -p \delta_{ij} + S_{ij}$ ,  $p = -\frac{1}{3} \sigma_{ii}$ ,  $\|e_{ij}\|$  - девиатор тензора скоростей деформаций  $e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon_{kk} \delta_{ij}$ , где  $\varepsilon_{ij} = 1/2(u_{i,j} + u_{j,i})$ . Символом  $\frac{D}{Dt}$  обозначена производная Яуманна, учитывающая поворот тензора напряжений в Эйлеровых переменных.  $\frac{DS_{ij}}{Dt} = S_{ij,t} + u_k \frac{\partial S_{ij}}{\partial x_k} - S_{ik} \omega_{jk} - S_{jk} \omega_{ik}$ , где  $\omega_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} - u_{j,i})$ ,  $\mu$  - модуль сдвига материала, индекс после запятой обозначает дифференцирование по соответствующей переменной. В качестве критерия перехода из упругого в пластическое состояние используется условие текучести Мизеса  $S_{ij} S_{ij} = \frac{2}{3} \sigma_s^2$ ,  $\sigma_s$  - предел текучести при одноосном растяжении. Параметр  $\lambda$  должен оставаться положительным в ходе пластической деформации при условии текучести  $\lambda = \frac{3}{2} \frac{S_{ij} S_{ij}}{\sigma_s^2}$ . Пластическое течение описывается путем сохранения девиатора на поверхности текучести. Система уравнений (1) замыкается уравнениями состояния с соответствующими параметрами. В случае отсутствия сдвиговых напряжений система (1) очевидным образом переходит в уравнения Эйлера для движения сжимаемого газа.

Приводится алгоритм повышения точности схемы С.К. Годунова за счет сближения областей влияния разностной и дифференциальной задач на компактном шаблоне, требующий изменения в существующих программах, имеющих первый порядок точности, только на шаге предиктора.

На рис.1 дана геометрическая интерпретация алгоритма повышения точности для различных случаев течения газовой среды (акустического, дозвукового, сверхзвукового) для подвижной неравномерной сетки. Для газовой среды перед решением задачи распада разрыва интерполируются примитивные параметры – давление, плотность, скорость. Координаты точек интерполяции параметров из центров ячеек для решения задачи распада разрыва, обеспечивающие аппроксимацию схемы со вторым порядком точности, имеют

очевидный физический смысл. Они ограничивают область влияния на решение задачи распада разрыва для грани интегрируемой ячейки на момент  $\Delta t/2$ . То есть на момент  $\Delta t/2$ , когда определяются потоки через соответствующую грань из решения задачи распада разрыва, возмущения могут прийти только из области, ограниченной крайними характеристиками, приходящими на эту грань. Размер области влияния для всех случаев составляет  $c_0 \Delta t$  и совпадает с областью влияния дифференциальной задачи. На рис.1

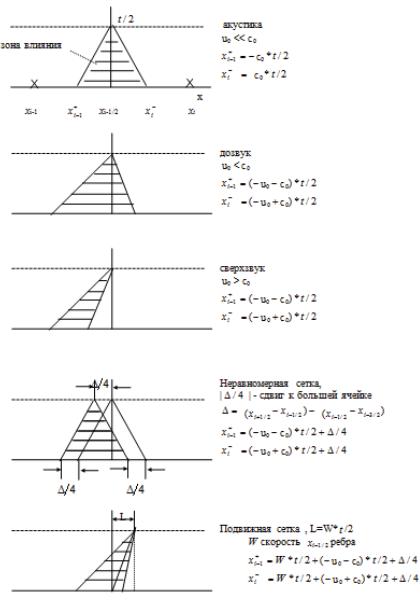


Рис.1

На рис.2 приведен алгоритм повышения точности для упругого случая с интерполяцией инвариантов из центров ячеек в соответствующие зоны влияния.

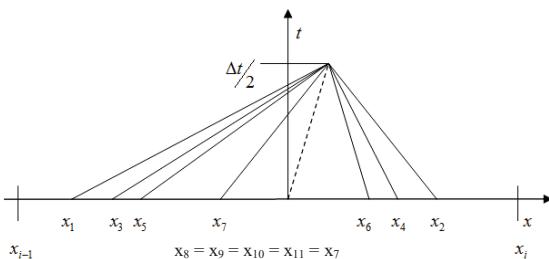


Рис.2

Решение задачи о распаде разрыва с первым и вторым порядком точности также используется для реализации различных типов граничных условий. В общем случае всегда присутствует восемь инвариантов  $R = R_1^1, R_1^3, R_1^5, R_1^7, R_1^8, R_1^9, R_1^{10}, R_1^{11}$  (характеристики,

приведена геометрическая интерпретация для грани ячейки  $x_{i-1/2}$  (частные случаи):

1. акустический случай - область влияния  $c_0 \Delta t$  и соответственно точки интерполяции симметричны относительно ребра;
2. дозвуковой случай, смещение  $c_0 \Delta t$  вверх по потоку;
3. сверхзвуковой случай, смещение  $c_0 \Delta t$  вверх по потоку в одну ячейку;
4. неравномерная сетка, смещение  $c_0 \Delta t$  в сторону большей ячейки

5. подвижное ребро, точки интерполяции и область влияния  $c_0 \Delta t$  определяются относительно положения грани в момент  $\Delta t/2$ .

В схеме первого порядка эта область не зависит от времени равна размеру ячейки  $h_i$ ,  $h_i > c_0 \Delta t$ .

приходящие на границу изнутри) и для замыкания системы на границе не хватает трех уравнений вместо  $R_2^2, R_2^4, R_2^6$ , которые и формируются из граничных условий рис.2. Для повышения точности восемь внутренних инвариантов могут, например, экстраполироваться в соответствующие интерполяционные точки изнутри. Если при этом инварианты берутся из центра граничной ячейки, то получаем первый порядок аппроксимации. Для повышения точности на границе эти восемь инвариантов экстраполируются в соответствующие интерполяционные точки, используя значения этих инвариантов в центрах предграницы (соседних с граничными) ячеек.

Соответственно инвариант  $R_1^m$  (продольный) определяется как

$$R_1^m = R_1^{i-1} + \frac{R_1^{i-1} - R_1^{i-2}}{x_{i-1} - x_{i-2}} (x_1 - x_{i-1}),$$

$R_3^m$  и  $R_5^m$  (тангенциальные) будут вычисляться

$$R_3^m = R_3^{i-1} + \frac{R_3^{i-1} - R_3^{i-2}}{x_{i-1} - x_{i-2}} (x_3 - x_{i-1}), \quad R_5^m = R_5^{i-1} + \frac{R_5^{i-1} - R_5^{i-2}}{x_{i-1} - x_{i-2}} (x_5 - x_{i-1}).$$

инварианты  $R_7^m, R_8^m, R_9^m, R_{10}^m, R_{11}^m$  определяются как  $R_k^m = R_k^{i-1} + \frac{R_k^{i-1} - R_k^{i-2}}{x_{i-1} - x_{i-2}} (x_k - x_{i-1})$ , где

$k=7,8,9,10,11$ .

Вместо недостающих инвариантов  $R_2^m, R_4^m, R_6^m$  берутся соответствующие граничные условия.

Интегрирование упругопластических уравнений производится методом расщепления на упругий и пластический этапы, предложенному Кукуджановым В.Н. [Кукуджанов В.Н. Метод расщепления упругопластических уравнений // МТТ. 2004. №1. С. 98–108]. Применяется изотропная модель упрочнения.

Приведен алгоритм повышения точности на границе для упругой среды, основанный на экстраполяции параметров упругой среды на границу и итерационный алгоритм расчета задачи распада разрыва на границе «газ - упругое тело» повышенной точности.

Приведен метод расчета взаимодействия газовой среды с элементом упругопластической конструкции в Эйлеровых переменных, использующий три вида расчетных сеток. Первая сетка состоит из наборов непрерывных треугольников для границ каждой среды (в формате STL), задающих поверхности взаимодействующих сред, на рис.3 это синее и красное тела. Вторая сетка - основная декартова неподвижная сетка из прямоугольных параллелепипедов по каждому телу. Третий вид сеток - локальные подвижные регулярные декартовы сетки размером 3\*3\*3 (отмечены коричневым и зеленым на рис.3,4), привязанные к каждому треугольнику поверхности среды. Метод использует интегрирование по модифицированной схеме С.К. Годунова на неподвижной основной декартовой сетке и на подвижных локальных сетках. На рис.4 показана локальная сетка, на рис. 4а и 4б параметры соответственно до и после интегрирования в локальной сетке, связанной с одним треугольником поверхности. В ячейки неподвижной основной сетки, для интегрирования которых не хватило разностного шаблона, параметры

интерполируются из проинтегрированных ячеек локальных и основной сеток. В целом алгоритм состоит из шести шагов и подробно описан в главе.

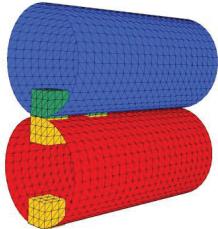


Рис. 3

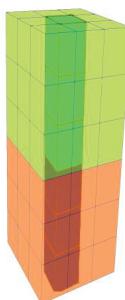


Рис.4

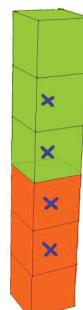


Рис.4а

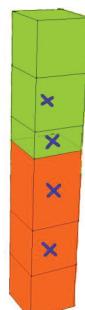


Рис. 4б

Так же во второй главе приводится обобщение алгоритма лучевой (time dependent) [Mader C.L. Numerical modeling of detonations, University of California Press, Berkeley, CA, 1979] модели распространения детонации на трехмерный случай схемы С.К. Годунова. Эта модель основана на гидродинамической теории детонации [Баум, Ф.А. Физика взрыва / Ф.А. Баум, Л.Л. Орленко, К.П. Станюкович и др – М.: Наука, 1975. – 704 с.] и не учитывает процесс горения ВВ с переходом его в детонацию, а определяет момент перехода горения в самоподдерживающуюся детонацию по временным и геометрическим критериям. Согласно этой модели, детонационная волна является ударной волной, на фронте которой за счет химических реакций происходит мгновенное энерговыделение, поддерживающее процесс ее распространения в соответствии с принципом Гюйгенса (каждая точка ВВ, до которой доходит детонационная волна, становится источником детонации и независимо излучает детонационную волну). Скорость распространения детонационной волны  $D_{BB}$  может быть переменной, зависящей от параметров процесса. Вызванное химическими реакциями энерговыделение задается путем увеличения энергии на величину  $\Delta e = \rho_{BB}Q$  в тех точках ВВ, которые располагаются на фронте детонационной волны [Абузяров М.Х., Кочетков А.В., Крылов С.В., Цветкова Е.В. Численное моделирование детонации и воздействия газокумулятивных зарядов на препядствия // Вычисл. Мех. Сплош. Сред. -2008-, т.1,-№2,-с.5-15]. Для применения этой модели также достаточно уравнений Эйлера с учетом энергии горения, но еще необходимо решение задачи геометрической оптики о распространении волнового фронта детонации со скоростью  $D_{BB}$  от источника детонации [5] на трехмерной сетке.

**В третьей главе** приведено решение тестовых задач, подтверждающих работоспособность предлагаемой методики.

1. Тест, демонстрирующий влияние уточнения решения задачи распада разрыва на границе на вынужденные колебания упругой балки под действием постоянной нагрузки. Подобное уточнение используется в задаче распада разрыва «газ – упругое тело».
2. Моделирование вынужденных осесимметричных колебаний упругого диска, защемленного по боковой поверхности, под действием постоянного давления при малых и

больших смещениях. В результате сравнения с расчетом по LS Dyna показано удовлетворительное соответствие получаемых численных решений.

3. Удар алюминиевой пластины по алюминиевому полупространству. Показано соответствие численных результатов Уилкинса по лагранжевой методике решения и результатов по модифицированной схеме Годунова повышенной точности с монотонизатором и недостаточная точность решения по схеме первого порядка.

4. Распространением детонации с уравнением состояния типа JWL для ТГ36/64 для случая сферической симметрии с инициацией детонации в центре симметрии. Используется разностная сетка 20 ячеек на радиус заряда. На момент выхода детонационной волны приводится распределение параметров за фронтом. Параметры на фронте детонационной волны близки к параметрам Чепмена-Жуге, что подтверждает достоверность расчетов по разработанной методике и достаточность дискретизации.

**В четвертой главе** приведены результаты решения следующих прикладных задач взрывного нагружения упругопластических элементов конструкций.

1. Расчет нагрузок от взрыва твердого ВВ на жесткую цилиндрическую оболочку. На рис.5 красным помечен заряд, радиус оболочки составляет четыре радиуса заряда, высота – шестнадцать. Рассматривался вариант, допускающий осесимметричную постановку с инициацией сферического заряда в центре симметрии, и вариант с инициацией детонации с поверхности заряда. Результаты осесимметричной остановки совпадают с расчетами по двумерному комплексу UPSGOD 2D. 3D расчеты с инициацией детонации на поверхности заряда показывают существенное влияние области инициирования на нагружение конструкции.

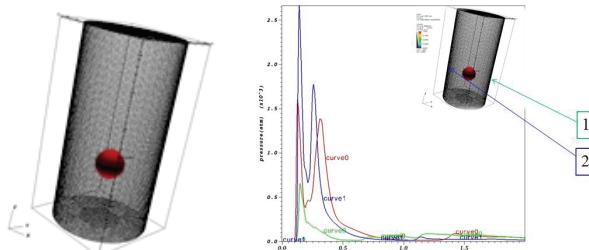


Рис.5

2. Расчет эксперимента взрывного нагружения отрезка толстостенной стальной цилиндрической трубы под действием продуктов детонации сферического заряда твердого ВВ с инициацией в центре заряда. Радиус заряда совпадает с радиусом трубы, рис.6. Результаты расчетов совпадают с расчетами по UPSGOD 2D и близки к экспериментальным данным. 3D расчет с изменением области инициирования также показал значительное влияние точки инициирования на формирование ударных волн и динамику конструкции.

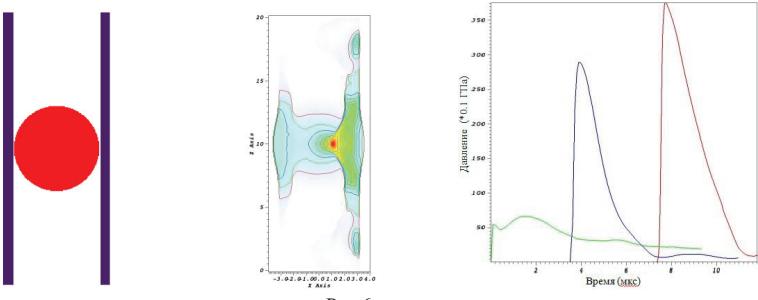


Рис.6

3. Рассматривался разгон деформируемых тел в форме кубиков, тетраэдров и цилиндров из алюминия, стали и модельного материала различной массы. Характерная постановка задачи приведена на рис. 7. Красным изображен заряд ВВ сферической формы, синим – разгоняемые тела, непосредственно примыкающие к заряду, источник начальной детонации задавался в центре заряда. Разгон цилиндра вдоль оси симметрии, допускающий осесимметричную постановку, для верификации был рассчитан по UPSGOD 2D. Анализ результатов данного моделирования выявил основные закономерности процессов разгона деформируемых тел, примыкающих к твердым ВВ.

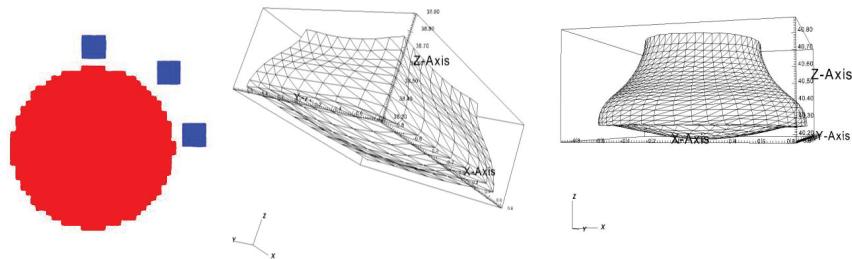


Рис.7

### В заключении сформулированы основные результаты и выводы по работе.

Разработана численная методика решения трехмерных задач взрывного нагружения элементов упругопластических конструкций. Методика позволяет моделировать процессы распространения детонации в твердых ВВ при их инициировании в произвольных областях и в различные моменты времени. Учитываются большие перемещения и деформации элементов конструкций. Точно выделяется граница «газ – упругопластическое тело». В силу близости термодинамических свойств, граница «продукты детонации – воздух» не выделяется, для воздуха используется то же JWL уравнение состояния продуктов детонации. Для задания геометрии рассчитываемых объектов и трехмерных разностных сеток достаточно задать поверхности этих объектов в виде непрерывного

набора треугольников (стандартных STL-файлов) с помощью распространенных CAD-систем типа SOLID WORK, AUTOCAD или КОМПАС и размера кубической ячейки разностной сетки, на которой происходит интегрирование уравнений.

Для описания процессов распространения детонации, динамики газодинамических и упругопластических сред используются уравнения динамики сплошных сред. Для численного интегрирования этих уравнений применяется единая модифицированная схема С.К. Годунова повышенной точности на эйлеровых неподвижных и эйлерово-лагранжевых сетках с использованием многосеточных алгоритмов. Одна из сеток состоит из наборов непрерывных треугольников для границ каждой среды (в формате STL), задающих поверхности взаимодействующих сред, вторая сетка - основная декартова неподвижная сетка из прямоугольных параллелепипедов, третий вид сеток - локальные подвижные регулярные декартовы сетки, привязанные к каждому треугольнику поверхности среды. Для доопределения параметров на различных сетках используется процедура интерполяции.

В рамках численной методики:

- разработан алгоритм, уточняющий численное решение задачи распада разрыва «газ – упругое тело» и повышающий аппроксимацию схемы на границе до второго порядка точности без потери монотонности и устойчивости;
- разработан алгоритм расчета процедуры распада разрыва в продуктах детонации, описываемых уравнением состояния типа JWL с приведением этого уравнения к уравнению состояния идеального газа с переменным показателем адиабаты;
- разработан алгоритм моделирования трехмерных процессов распространения детонации в твердом ВВ с известной установившейся скоростью детонации на основе принципа Гюйгенса (лучевая модель распространения детонации).

Решение тестовых задач показало эффективность разработанной методики решения трехмерных задач взрывного нагружения деформируемых конструкций в эйлеровых переменных с точностью, сопоставимой с решениями, получаемыми с помощью программных продуктов, использующих лагранжевые и эйлерово-лагранжевые подходы.

Получены результаты численных исследований взаимодействия взрывных волн с жесткими и упругопластическими элементами конструкций.

- На задаче взрыва в конечном цилиндрическом объеме показана существенная нелинейность процессов, приводящая к тому, что нагрузка на стенки оболочки формируется в результате многократных отражений и взаимодействий ударных волн. Показано значительное влияние положения области инициирования заряда ВВ на процесс формирования ударных волн.
- На задаче взрыва в деформируемой открытой с торцов трубе шарового заряда, почти полностью заполняющего сечение трубы, показана существенная разница в протекании газодинамических и деформационных процессах при различных областях инициации. При осесимметричной инициации полученные данные

- практически совпадают с экспериментальными, что показывает достоверность нелинейного численного решения.
- При моделировании процессов взрывного разгона деформируемых тел сферическим зарядом, выявлены зависимости скорости разлета от начальной геометрии тел, от положения тел по отношению к поверхности заряда, а также характера деформирования тел.

Разработанные алгоритмы и методики могут быть распространены на задачи моделирования быстропротекающих процессов взаимодействия не только газ – упругопластическое тело, но и газ – жидкость, жидкость – упругопластическое тело, упругопластическое тело – упругопластическое тело при больших деформациях и перемещениях в эйлеровых переменных. Представляется перспективным разработка программного продукта, аналогичного или превосходящего по возможностям LS DYNA, ALE3D, EUROPLEXUS и т.д. с более удобным интерфейсом пользователя, по сути исключающим этап генерации сложных трехмерных сеток, связанных с границами расчетных подобластей.

## **ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ**

### **Статьи в изданиях, входящих в Перечень ВАК Минобрнауки России:**

1. Абузяров К.М. О задаче распада разрыва для расчета контактного взаимодействия жидкость - упругое тело. Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2011. № 4-4. С. 1338-1339. (материалы X Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики проходил в Нижнем Новгороде 24-30 августа 2011 года).
2. Абузяров К.М., Абузяров М.Х., Зефиров С.В. Численная методика определения взрывных нагрузок в эйлеровых переменных на пространственные конструкции при детонации твердых взрывчатых веществ. Проблемы прочности и пластичности. 2014. № 76(4), С. 326-334.
3. Abuziarov K.M., Abuziarov M.H., Kochetkov A.V. 3D FLUID STRUCTURE INTERACTION PROBLEM SOLVING METHOD IN EULER VARIABLES BASED ON THE MODIFIED GODUNOV SCHEME. Materials Physics and Mechanics. 2016. Т. 28. № 1-2. С. 1-5
4. Абузяров К.М., Абузяров М.Х., Глазова Е.Г., Кочетков А.В., Крылов С.В., Маслов Е.Е., Романов В.И.. Численное моделирование трехмерных процессов разгона упругопластических тел взрывом. Проблемы прочности и пластичности, 2018 №80 (2), С. 255-266.
5. Абузяров К.М. Метод распада разрывов в трехмерной динамике упругопластических сред. Проблемы прочности и пластичности, 2020 №82 (3), С. 5-17.

### **Материалы докладов на научных конференциях:**

6. Абузяров К.М., Абузяров М.Х., Глазова Е.Г., Кочетков А.В., Крылов С.В., Литвинчук С.Ю. 3D комплекс для определения взрывных нагрузок при детонации твердых ВВ на подвижные жесткие тела в эйлеровых переменных. Сборник материалов IV Всероссийской научно-технической конференции «Фундаментальные основы баллистического проектирования», Санкт-Петербург, 23-28 июня 2014, С126-127.
7. Абузяров К.М., Абузяров М.Х. 3D-комплекс для решения нелинейных задач взаимодействия газожидкостных сред с деформируемыми твердыми телами. XIX Международная конференция по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015), Алушта, Крым, 23-21 мая 2015. Сборник материалов, С. 32-34.
8. Абузяров К.М., Абузяров М.Х. Решение трехмерных контактных нелинейных задач динамики сплошных сред в эйлеровых переменных на основе метода С.К. Годунова. XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Казань, 20-24 августа 2015г., С.9 (Эл.версия С.56-58).
9. Абузяров К.М., Абузяров М.Х., Глазова Е.Г., Кочетков А.В., Крылов С.В. Методы и коды решения трехмерных контактных задач в эйлеровых переменных. Тезисы докладов XI Международной научно-практической конференции STAR Russian Conference 2016, Нижний Новгород, 17-18 мая 2016, С.22.
10. Абузяров К.М., Абузяров М.Х., Глазова Е.Г., Кочетков А.В., Крылов С.В. Численное моделирование взрывных нагрузок в зависимости от области инициирования заряда. В сборнике: Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016) Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет). Алушта, Крым, 25-31 мая 2016. Изд. МАИ, С. 118-119.
11. Абузяров К.М., Абузяров М.Х., Глазова Е.Г., Кочетков А.В., Крылов С.В. 3D Численное моделирование ударно-волнового нагружения упругопластических конструкций в эйлеровых переменных. Тезисы докладов XVI Международной конференции «Супервычисления и математическое моделирование», Саров, 3-7 октября 2016, С.14
12. Абузяров К.М., Абузяров М.Х., Глазова Е.Г., Кочетков А.В., Крылов С.В. Численное моделирование взрывного нагружения упругопластических конструкций в эйлеровых переменных. Тезисы докладов V международного научного семинара «Динамическое деформирование и контактное взаимодействие тонкостенных конструкций при воздействии полей различной физической природы» Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, 17-19 октября 2016. С. 10-11.
13. Абузяров К.М., Абузяров М.Х., Глазова Е.Г., Кочетков А.В., Крылов С.В. Методика численного решения трехмерных нелинейных задач нестационарной аэроупругости. Тезисы докладов XII Международной научно-практической конференции STAR Russian Conference 2017, Нижний Новгород, мая 2017, С.17.

14. Абузяров К.М., Абузяров М.Х., Глазова Е.Г., Кочетков А.В., Крылов С.В. Численное моделирование метания твердых деформируемых тел продуктами детонации. В сборнике: Материалы XX Юбилейной Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным системам (ВМСППС'2017), Алушта, Крым, 24-31 мая 2017. С. 172-173.
15. Абузяров К.М., Абузяров М.Х., Глазова Е.Г., Кочетков А.В., Крылов С.В. Численное моделирование пространственного динамического деформирования оболочечных конструкций при внутреннем взрывном нагружении. В книге: Тезисы докладов VI Международного научного семинара «Динамическое деформирование и контактное взаимодействие тонкостенных конструкций при воздействии полей различной физической природы» Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет). Москва, 08-10 ноября 2017 г., изд. ООО "ТР-принт" (Москва), С. 9-10.
16. Abuziarov K.M., Abuziarov M.H., Kochetkov A.V. Modeling of three-dimensional processes of internal shockwave loading of thick-walled elastoplastic shells. 36th International Scientific Conference of Eurasian Scientific Association (February 2018). Modern concepts of scientific research // Scientific articles collection of the 36th International Scientific Conference of Eurasian Scientific Association (Moscow, February 2017). - Moscow : ESA, 2018, C.1-4.
17. Абузяров К.М., Абузяров М.Х., Глазова Е.Г., Кочетков А.В., Крылов С.В. Численное моделирование трехмерных процессов взаимодействия упругопластических тел с продуктами детонации в Эйлеровых переменных (Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проекты 16-08-00458а, 17-308-50008 молн\_нр). В сборнике: Материалы XII Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (NPNJ'2018), Алушта, Крым, 24-31 мая 2018. С. 305-307.

Подписано в печать 22.10.2020 г. Формат 60×84 1/16.

Бумага офсетная. Печать цифровая.

Усл. печ. л. 1. Заказ № 343. Тираж 100 экз.

Отпечатано с готового оригинал-макета  
в типографии ННГУ им. Н.И. Лобачевского.  
603000, г. Нижний Новгород, ул. Б. Покровская, 37