На правах рукописи

Захаренкова Татьяна Романовна

АНАЛИТИКО-СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА И ОПТИМИЗАЦИИ СИСТЕМ И СЕТЕЙ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ СО СТЕПЕННЫМИ ХВОСТАМИ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

Специальность 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Омск 2019

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Омский государственный технический университет».

Научный руководитель: **Задорожный Владимир Николаевич**, д.т.н., доцент, профессор кафедры «Математические методы и информационные технологии в экономике» Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Омский государственный технический университет», г. Омск.

Официальные оппоненты: **Моисеева Светлана Петровна,** д.ф.-м.н., профессор, профессор кафедры «Теория вероятностей и математическая статистика» Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет», г. Томск.

Лукашенко Олег Викторович к.ф.-м.н., научный сотрудник лаборатории математической кибернетики Института прикладных математических исследований – обособленного подразделения Федерального государственного бюджетного учреждения науки Федерального исследовательского центра «Карельский научный центр Российской академии наук», г. Петрозаводск.

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского», г. Саратов.

Защита состоится 24 декабря 2019 г. в 15:00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.178.15, созданного на базе Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Омский государственный технический университет» (ОмГТУ) по адресу: 644050, г. Омск, пр. Мира, 11.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «ОмГТУ» и на сайте www.omgtu.ru.

Автореферат разослан "____"___________2019 г.

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенные печатью учреждения, просим направлять по адресу: 644050, г. Омск, пр. Мира, 11, ОмГТУ, ученому секретарю диссертационного совета Д 212.178.15. Тел.: (3812) 65-24-79; e-mail: dissov_omgtu@omgtu.ru.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 212.178.15
доктор технических наук, доцент Л. Г. Варепо

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования и степень ее разработанности. Три десятилетия назад было обнаружено, что сетевой трафик – объём информации, передаваемой через компьютерную сеть за определённые периоды времени – обладает в современных сетях передачи данных свойствами «самоподобия» (масштабной инвариантности), т.е. является фрактальным. Данный факт заставил ученых и специалистов в области сетей передачи данных поставить под сомнение пригодность широко используемых на тот момент моделей с пуассоновскими потоками и формул Эрланга, лежавших в основе проектирования сетей передачи данных. Фрактальный трафик характеризуется сильными пульсациями, т.е. является несглаживаемым на любых масштабах времени. Также не сглаживается он ни путем суммирования любого числа независимых потоков данных, ни путем случайного их просеивания. При таком трафике за короткие промежутки времени иногда приходит «катастрофически» большое количество пакетов, из-за чего при ограниченных размерах буферов в узлах сетей пакеты теряются.

Среди зарубежных ученых, занимающихся тематикой фрактального трафика, следует выделить У. Лелланда, У. Уиллингера, Д. Уилсона, М. Кровеллу, М. Такка, К. Парка, В. Паксона, С. Флойд, а среди отечественных ученых – О. И. Шелухина, В. И. Неймана, Б. С. Цыбакова.

Адекватными моделями сетевых устройств, функционирующих в условиях фрактального трафика, являются системы массового обслуживания (СМО) с асимптотически степенными хвостами распределений, описывающих длительности интервалов поступления заявок и/или время их обслуживания. Распределения с асимптотически степенными хвостами, далее называемые степенными, относятся к распределениям с тяжелыми хвостами (РТХ). Степенные распределения – это единственный вид распределений, обладающих свойством масштабной инвариантности.

Снижению вероятности потерь в сетях с фрактальным трафиком посвящено большое количество работ. Предлагаемые в них пути решения данной проблемы можно разделить на четыре основных направления, которые в терминах теории массового обслуживания определяются следующим образом:

– увеличение размеров буферных емкостей,

– повышение скорости (снижение коэффициентов загрузки) каналов,

– наращивание числа параллельно работающих каналов,

– введение дисциплин приоритетного обслуживания.

Наиболее перспективными представляются подходы, связанные с наращиванием числа параллельно работающих каналов или с введением дисциплин приоритетного обслуживания. Однако, как показал широкий обзор работ, опубликованных за последние 30 лет, систематические исследования этих двух направлений борьбы с потерями отсутствуют. Не найдены работы, в которых такие исследования завершались бы разработкой математических моделей и высокоэффективных методов, широко применимых в инженерной практике проектирования сетей передачи данных.

Таким образом, проблема снижения вероятностей потерь в сетях с фрактальным трафиком является актуальной проблемой, эффективное решение которой позволило бы значительно повысить качество информационного обслуживания пользователей сетей и существенно снизить затраты на борьбу с потерями.

Основным инструментом исследования СМО и сетей массового обслуживания (СеМО), описываемых посредством РТХ, в том числе посредством степенных (со степенными хвостами) распределений, в силу трудности получения аналитических решений является имитационное моделирование (ИМ). Параметрам фрактального трафика современных сетей передачи данных, как правило, соответствуют такие степенные распределения, которые имеют конечное математическое ожидание и бесконечную дисперсию. Но применение ИМ для исследования подобных СМО и СеМО тоже связано с рядом трудностей, к которым относятся:

– смещение моментов РТХ при их реализации в ИМ;

– медленная сходимость имитационных оценок, обусловленная бесконечной дисперсией элементов выборок и/или долговременными зависимостями (ДВЗ) между элементами выборки, получаемой в одном прогоне модели;

– длительные переходные процессы, также обусловленные ДВЗ;

– необходимость оценивания и сравнения малых вероятностей при разработке методов их снижения;

– проблематичность вычисления в ИМ градиентов при решении задач оптимизации.

Методам решения перечисленных проблем применения ИМ для исследования СМО и СеМО с РТХ посвящено очень мало работ, хотя такое применение ИМ играет большую роль в инженерных приложениях. В этой связи разработка методов, позволяющих решать перечисленные проблемы и корректно применять ИМ для исследования СМО и СеМО с РТХ, также является актуальной задачей, имеющей самостоятельное значение.

Целью работы является решение проблемы больших вероятностей потерь в современных сетях передачи данных с фрактальным трафиком.

Задачи диссертационной работы:

1. Исследование проблем, возникающих при использовании существующих генераторов стандартных псевдослучайных чисел (ГСПЧ) для ИМ СМО и СеМО со степенными распределениями: проблемы смещения моментов РТХ, проблемы длины периода ГСПЧ, недостаточной для исследования случайных процессов с долговременными зависимостями, и разработка специальных ГСПЧ, удовлетворяющих повышенным требованиям к ним при моделировании таких СМО и СеМО.

2. Вывод выражений для определения доверительных интервалов по выборкам с долговременными зависимостями.

3. Разработка ускоренного регенеративного метода для расчета зависимостей вероятности потерь заявок от размера буфера в системах со степенными распределениями и бесконечной дисперсией времени обслуживания.

4. Разработка ускоренного аналитико-имитационного метода для снижения вероятности потерь заявок в СеМО со степенными распределениями за счет оптимального распределения каналов по узлам сети.

5. Исследование влияния приоритетных дисциплин на характеристики очередей в системах со степенными распределениями и разработка метода снижения вероятностей потерь, основанного на данном исследовании.

6. Разработка программного комплекса, обеспечивающего возможность корректного высокоточного моделирования систем с очередями и реализующего разработанные в диссертации методы.

Научная новизна результатов, представленных в диссертации, состоит в следующем:

1. Получены выражения доверительных интервалов для математических ожиданий, оцениваемых по выборкам с долговременными зависимостями элементов, позволяющие определять точность результатов моделирования СМО и СеМО со степенными распределениями и отличающиеся от известных выражений отсутствием необходимости предварительного разбиения выборки на большие слабо зависимые группы элементов. Установлено, что с ростом объема таких выборок доверительные интервалы сокращаются со степенной скоростью с показателем степени, абсолютная величина которого лежит в интервале (0, 1/2) и может быть при тяжелых хвостах распределений сколь угодно близка к нулю.

2. Разработан ускоренный метод регенеративного моделирования СМО со степенными распределениями, отличающийся возможностью за один прогон модели получать зависимость вероятности потерь от размера буфера на произвольной длины отрезке возможных размеров буфера, и с помощью этого метода найдены виды зависимостей вероятности потерь от размера буфера для различных классов СМО со степенными распределениями.

3. Разработан оригинальный ускоренный аналитико-имитационный метод оптимального распределения каналов по узлам СеМО со степенными распределениями, обеспечивающий возможность кардинального снижения вероятности потерь в сетях с фрактальным трафиком за счет эффективного использования ограниченной аппаратной избыточности.

4. Предложен и исследован оригинальный метод кардинального снижения вероятностей потерь в СМО с бесконечной дисперсией времени обслуживания за счет введения абсолютных приоритетов с бесконечным числом приоритетных классов, определяемых специальными разметками диапазона возможных значений времени обслуживания. Метод отличается тем, что при бесконечном буфере в таких системах, обусловливающем бесконечное стационарное среднее

время ожидания, применение предлагаемого способа назначения приоритетов делает среднее время ожидания конечным.

5. Разработан эффективный численный метод оптимизации специальных разметок по критерию минимума среднего времени ожидания, обеспечивающий возможность широкого применения метода абсолютных приоритетов со специальными бесконечными разметками в проектировании современных компьютерных сетей.

Теоретическая значимость работы. Теоретическая значимость результатов диссертационной работы заключается в том, что они вносят вклад в развитие актуальных методов и моделей теории массового обслуживания, применяемых в проектировании современных компьютерных сетей. Модель СМО с абсолютными приоритетами обобщена на случай применения распределений времени обслуживания с бесконечной дисперсией и использования бесконечного числа приоритетных классов. Метод введения абсолютных приоритетов с бесконечным числом приоритетных классов, определяемых специальными разметками, исключительно за счет эффективного изменения порядка обслуживания заявок позволяет в системах с бесконечной дисперсией времени обслуживания, в случае бесконечного буфера уменьшить стационарное среднее время ожидания с бесконечного до конечного, а в случае конечного буфера – увеличить скорость убывания вероятности потерь с ростом размера буфера со степенной до экспоненциальной скорости. Разработанный численный метод оптимизации специальных разметок (применяемых для определения приоритетных классов) по критерию минимума среднего времени ожидания позволяет минимизировать как задержки заявок в очередях сетей, так и вероятности потерь заявок. Методы аналитико-имитационного моделирования, включая метод ускоренного регенеративного моделирования СМО с потерями заявок при бесконечной дисперсии времени обслуживания и метод оптимизации распределения каналов по узлам сети с экспоненциальными распределениями, позволяют выполнять исследование и оптимизацию широкого класса СМО и СеМО, применяемых при решении задач проектирования компьютерных сетей и сетевых устройств. Выражения, полученные для построения доверительных интервалов по выборкам с долговременными зависимостями, а также разработанные специальные генераторы псевдослучайных чисел позволяют осуществлять высокоточное имитационное моделирование СМО и СеМО рассматриваемого класса на соответствующих этапах применения разработанных аналитико-имитационных методов.

Практическая значимость работы. Предложенные в диссертации методы и модели позволяют повысить качество информационного обслуживания в таких сетях путем существенного снижения вероятностей потерь передаваемых данных, и, одновременно, задержек передаваемых данных в очередях. Разработанный программный комплекс позволяет эффективно решать задачи исследования и оптимизации сетей и сетевых устройств, функционирующих в условиях фрактального трафика, с использованием доступных систем моделирования и математических пакетов.

Результаты диссертационной работы используются:

– в отделе телекоммуникаций Казенного учреждения города Омска «Управление информационно-коммуникационных технологий» в качестве практических рекомендаций по применению эффективных способов снижения потерь сообщений;

– в учебном процессе на факультете информационных технологий и компьютерных систем (ФИТиКС) Омского государственного технического университета при проведении практических и лабораторных работ для студентов, обучающихся по направлению 09.03.03 – «Прикладная информатика».

Разработанные модели и методы могут применяться в других областях, где адекватное описание интервалов между событиями и времени их обработки даётся распределениями с тяжелыми хвостами, в том числе в финансовой математике и в теории катастроф.

Объект и предмет диссертационного исследования. **Объектом** диссертационного исследования являются реальные системы с очередями, функционирующие в информационных системах, финансовых учреждениях, службах преодоления чрезвычайных ситуаций и т.д., ярким примером которых являются современные сети передачи данных. Проблемы, возникающие в сетях с фрактальным трафиком, структурируются вокруг очередей, поэтому формальное описание современных сетей логично формулировать в терминах теории массового обслуживания. **Предметом** диссертационного исследования являются СМО и СеМО со степенными распределениями, имеющими конечное математическое ожидание и бесконечную дисперсию.

Методы исследования. В диссертационной работе используются методы теории вероятностей, теории массового обслуживания, математического программирования, вычислительной математики, методы имитационного и аналитико-имитационного моделирования.

Положения, выносимые на защиту:

1. Выражения для определения доверительных интервалов по выборкам с долговременными зависимостями, получаемым при моделировании СМО и СеМО со степенными распределениями.

2. Ускоренный регенеративный метод расчета зависимости вероятности потерь от размера буфера для СМО со степенными распределениями и бесконечной дисперсией времени обслуживания.

3. Теорема о снижении бесконечного стационарного среднего времени ожидания в системе M/Pa/1 с бесконечной дисперсией времени обслуживания до конечной величины при введении абсолютных приоритетов, определяемых регулярной разметкой с конечным шагом.

4. Методы кардинального снижения вероятностей потерь в системах и сетях с бесконечными дисперсиями времени обслуживания:

– ускоренный аналитико-имитационный метод оптимального распределения каналов по узлам СеМО по критерию минимума вероятности потерь;

– метод введения абсолютных приоритетов с бесконечным числом приоритетных классов, определяемых специальными бесконечными разметками диапазона возможных значений времени обслуживания.

5. Численный метод оптимизации специальных бесконечных разметок, используемых при введении абсолютных приоритетов с бесконечным числом приоритетных классов, по критерию минимума среднего времени ожидания.

Соответствие паспорту специальности. Диссертация соответствует следующим пунктам паспорта научной специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование численные методы и комплексы программ»: п. 2. Развитие качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей; п. 3. Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий; п. 4. Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента; п. 5. Комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента.

Достоверность полученных результатов подтверждается математически корректными выводами и доказательствами положений, представленных в работе, согласованностью полученных аналитических результатов с ранее полученными результатами, а также вычислительными экспериментами, выполненными с использованием программных реализаций предложенных моделей и методов.

Апробация результатов исследования. Основные положения и результаты диссертации докладывались и обсуждались на следующих научных конференциях: Международная конференция им. А. Ф. Терпугова «Информационные технологии и математическое моделирование», 2016 (пос. Катунь), 2017 (г. Казань), 2018 (г. Томск), 2019 (г. Саратов); Международная научно-техническая конференция «Динамика систем, механизмов и машин», 2016, 2018 (г. Омск); VI Международная конференция «Математика, ее приложения и математическое образование», 2017 (г. Улан-Удэ); VII Всероссийская научно-практическая конференция «Информационные технологии и автоматизация управления», 2016 (г. Омск); I Всероссийская конференция «Системы управления, информационные технологии и математическое моделирование», 2019 (г. Омск).

Публикации по теме исследования. По материалам диссертации опубликовано 20 работ, из них 4 статьи в журналах, включенных в «Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук».

Личный вклад автора. Представленные в диссертации и выносимые на защиту разработанный ускоренный метод регенеративного моделирования рассматриваемых СМО, разработанный метод оптимального распределения каналов по узлам СеМО по критерию минимума вероятности потерь, разработанный метод снижения вероятностей потерь за счет введения абсолютных приоритетов со специальными бесконечными разметками, выражения для расчета доверительных интервалов по выборкам с долговременными зависимостями, программная реализация разработанных методов, численный метод оптимизации специальных бесконечных разметок, используемых при введении абсолютных приоритетов, а также формулировка и доказательство теоремы о преобразовании очередей с бесконечным средним временем ожидания в очереди с конечным средним временем ожидания за счет применения специальных бесконечных разметок, принадлежат лично автору.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка сокращений и условных обозначений, списка использованных источников (119 наименований) и четырех приложений. Общий объем диссертации без приложений составляет 147 страниц.

В приложениях приводятся акты внедрения результатов диссертации.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обоснована актуальность диссертационного исследования, сформулированы цели и задачи диссертационной работы, приведена научная новизна, представлены теоретическая и практическая значимость, приведены основные положения, выносимые на защиту, описана структура диссертации.

В первой главе приводятся основные причины широкого распространения СМО и СеМО со степенными распределениями как моделей современных сетей передачи данных и сетевых узлов. Представлены основные теоретические сведения по теме диссертационного исследования, в том числе существующие методы исследования СМО и СеМО со степенными распределениями. Приводится обзор программных систем имитационного моделирования.

Во второй главе рассматривается проблема корректной реализации распределений с тяжелыми хвостами. Исследуются проблемы планирования и организации имитационных экспериментов для СМО со степенными распределениями.

Исследование **в разделе 1.1** реализуемых в GPSS World РТХ на примерах реализации типичных представителей данного класса, таких как распределение Парето, Вейбулла и Бурра показало, что смещение моментов РТХ обусловлено исчезновением в генерируемой выборке тех маловероятных значений случайных величин (с.в.), которые слишком велики для того, чтобы ими можно было пренебречь. Их исчезновение вызвано недостаточным шагом ε дискретизации стандартных псевдослучайных чисел (СПЧ) генераторами, встроенными в GPSS.

Распространенные значения шага ε дискретизации СПЧ, лежащие в пределах от $\varepsilon = 10^{-15}$ до $\varepsilon = 10^{-6}$, приводят к значительным смещениям моментов РТХ, реализуемых в ИМ. Значительные смещения моментов РТХ приводят, в свою очередь, к существенным, иногда принципиальным погрешностям результатов моделирования СМО и СеМО. Одним из наиболее универсальных методов, устраняющих искажения РТХ, является метод ARAND.

Метод ARAND преобразует реализуемые существующим стандартным ГСПЧ n-разрядные равномерно распределенные на [0, 1] числа r с постоянным шагом дискретизации ε в равномерно распределенные на [0, 1] числа r с переменным шагом дискретизации $\varepsilon(r)$, таким, что шаг ε всегда остается примерно пропорциональным значениям r. Благодаря этому, метод ARAND позволяет получать достаточно большие значения реализуемых с.в., необходимые для несмещенной реализации моментов РТХ.

В **разделе 2.2** обосновывается необходимость использования параллельных прогонов моделей совместно с методами уменьшения шага дискретизации на примере исследования среднего времени ожидания путём моделирования системы M/Pa/1. Символ «Pa» обозначает распределение Парето, которое определяется следующей функцией распределения (ф.р.):

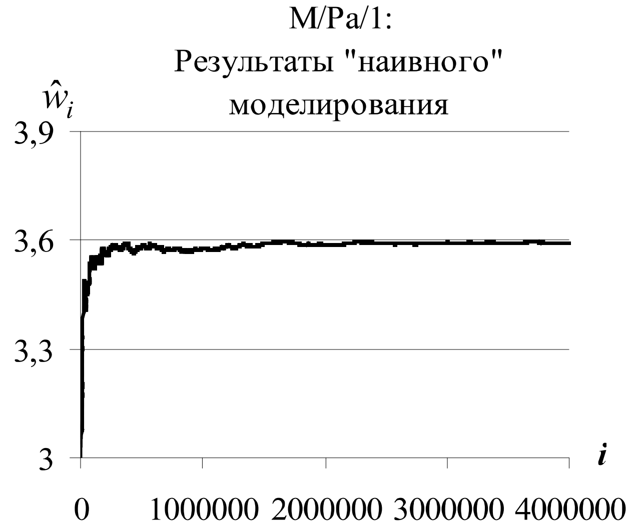
$$F(t) = 1 - \left(\frac{K}{t}\right)^{\alpha}, \quad t \ge K, \quad K > 0, \quad \alpha > 0, \tag{1}$$

где K – параметр масштаба, α – параметр формы. В диссертации распределения Парето рассматриваются при таких значениях α, при которых математическое ожидание (м.о.) конечно, а дисперсия бесконечна, т.е. при $1 < \alpha \le 2$.

На Рисунке 1 приведен пример результатов ИМ системы M/Pa/1 при м.о. времени между приходами заявок $\bar{\tau} = 4$ и параметрах времени обслуживания $K = 1$, $\alpha = 2$ на GPSS с применением большого числа параллельных прогонов.

Каждая оценка $\hat{w}_i$ среднего времени ожидания на Рисунке 1 слева получена усреднением значений с.в. w_i, полученных при данном конкретном i в большом числе независимых прогонов модели. Без применения метода ARAND моменты реализуемого здесь РТХ смещаются, и оценка $\hat{w}_i$ с ростом i сходится к 3,6.

В таком же эксперименте получены и оценки, представленные кривой на графике справа, с той лишь разницей, что использовался не стандартный ГСПЧ, а метод ARAND. Можно увидеть, что теперь зависимость $\hat{w}_i$ от i не сходится ни к какому конечному значению. Среднее время ожидания в данной системе известно, и оно равно бесконечности. Кривая на правом рисунке имеет характерные для не сходящейся оценки скачки, которые приводят к росту оценки приблизительно с логарифмической скоростью (масштаб по оси абсцисс на этом рисунке логарифмический).



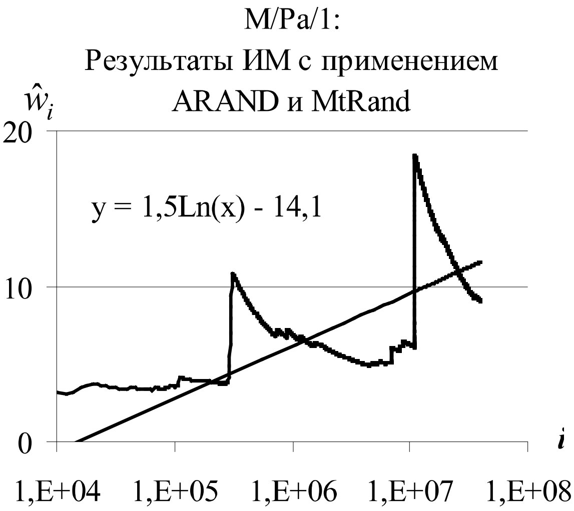


Рисунок 1 – Результаты ИМ системы M/Pa/1 с использованием параллельных прогонов и встроенного ГСПЧ (слева); с использованием параллельных прогонов и метода ARAND (справа)

Применение метода ARAND позволяет увидеть действительное положение дел, состоящее в том, что стационарное среднее время ожидания существует (поскольку коэффициент загрузки системы $\rho = 0{,}5 < 1$) и что оно равно бесконечности. Этот пример показывает, что метод параллельных прогонов моделей и метод ARAND при моделировании систем со степенными распределениями комплементарны.

В **разделе 2.3** выводятся выражения для определения асимптотических доверительных интервалов по выборкам с долговременными зависимостями, получаемым при моделировании СМО и СеМО со степенными распределениями и бесконечной дисперсией времени обслуживания.

На практике при анализе результатов моделирования часто возникает задача статистического оценивания м.о. $\overline{\xi}$ рассматриваемой с.в. ξ, когда необходимо построить его точечную оценку $\hat{\xi}$ и доверительный интервал, который накрывает искомое м.о. с заданной вероятностью.

В общем случае при моделировании очередей для расчета оценки $\hat{\xi}$ интересующего нас м.о. $\overline{\xi}$ («показателя») используется выборка $\xi_1, \ldots, \xi_N$ зависимых реализаций с.в. ξ на выходе имитационной модели. Оценка $\hat{\xi}$ рассчитывается как выборочное среднее:

$$\hat{\xi} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\xi_i .$$

Дисперсия $D(\hat{\xi})$ оценки выражается через дисперсию $\sigma^2 = D(\xi)$ реализаций $\xi_1, \ldots, \xi_N$ и коэффициенты корреляции $r(s)$ между двумя сдвинутыми на $s = |j - i|$ шагов элементами выборки $\xi_1, \ldots, \xi_N$ следующим образом: $D\left(\hat{\xi}\right) = \sigma^2 / N \cdot \left(1 + 2R_N\right)$, где $R_N = \dfrac{1}{N}\sum_{i=1}^{N-1}(N-s)r(s)$ – коэффициент последействия, который приводит к увеличению дисперсии $D(\hat{\xi}) = \sigma_{\hat{\xi}}^2$ и расширению доверительного интервала (по сравнению с независимыми ξ_i), построенного по правилу трех сигм и имеющего вероятность 0,997:

$$\xi = \left(\hat{\xi} \pm 3\sigma_{\hat{\xi}}\right). \tag{2}$$

В общем случае в классических системах коэффициенты корреляции $r(s)$ описываются выражением:

$$r(s) \sim ae^{-bs}, \tag{3}$$

где a, b – некоторые константы.

При расчете СМО со степенными распределениями коэффициенты $r(s)$ корреляции элементов ξ_i обрабатываемых выборок являются асимптотически степенными функциями от s (см. Рисунок 2 справа):

$$r(s) = as^{-b}, \tag{4}$$

где a и b – некоторые константы, определяемые с помощью пробных прогонов модели ($a > 0$ и $0 < b < 1$).

Это приводит к существенному отличию методов планирования экспериментов с рассматриваемыми системами по сравнению со случаем классических систем, где соответствующая асимптотика экспоненциальная (см. Рисунок 2 слева).

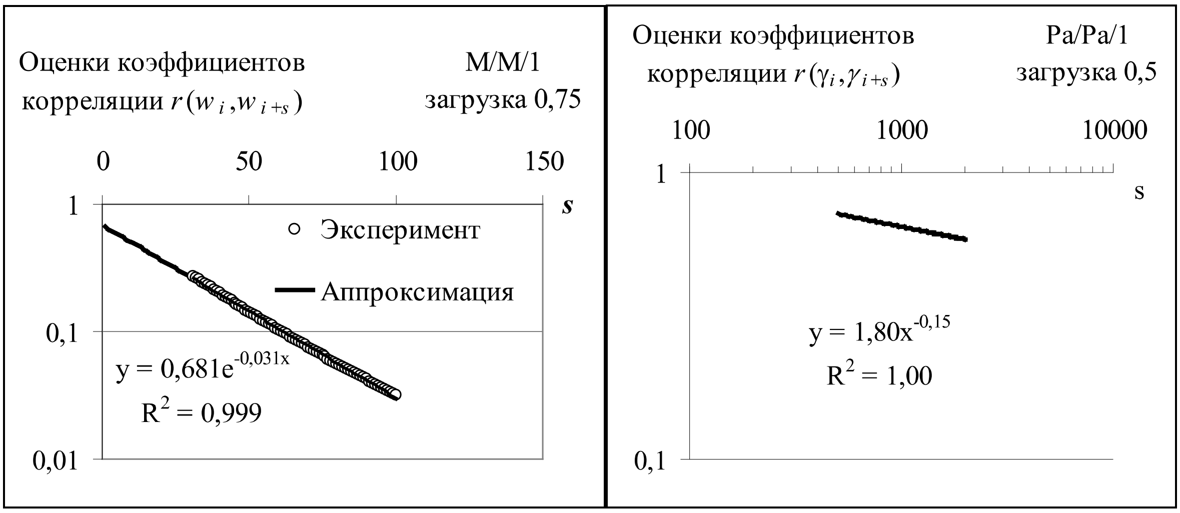


Рисунок 2 – Корреляция величин w_i и w_{i+s} в системе M/M/1 в зависимости от s (*слева*). Асимптотика коэффициентов корреляции $r(s)$ между индикаторами отказа i-й и $(i + s)$-й заявок в системе Pa/Pa/1/100 при $\alpha_1 = \alpha_2 = 1{,}1$, $K_1 = 1$, $K_2 = 0{,}5$ и размере буфера $m = 100$ (*справа*)

Используя точную формулу (2) и асимптотические представления (3)–(4) для доверительных интервалов можно заключить, что принципиальной при любом b является следующая особенность погрешностей оценок для СМО со степенными распределениями: скорость уменьшения погрешностей с ростом N всегда меньше, чем $cN^{-1/2}$. В случае же классических очередей корреляция элементов выборок приводит лишь к масштабному увеличению полуинтервала, но скорость его уменьшения с ростом N всегда остается равной $cN^{-1/2}$, как в случае независимых параллельных прогонов.

В третьей главе решается проблема повышения качества информационного обслуживания в сетях передачи данных с фрактальным трафиком за счет разработки метода, обеспечивающего низкую вероятность потерь сообщений. В терминах теории массового обслуживания формулируется и решается задача структурной оптимизации сетей с фрактальным трафиком. Разрабатывается ускоренный метод расчета вероятности потерь в системах с очередями, который используется для анализа СМО со степенными распределениями.

Ускоренный метод расчета вероятности P потерь в СМО со степенными распределениями (**раздел 3.1**), основанный на регенеративном моделировании СМО, позволяет получать оценки вероятностей потерь с высокой точностью сразу для нескольких значений размера буфера m в СМО с конечным буфером за один прогон модели системы с бесконечным буфером (ББ). Данный метод применим для малых значений вероятности потерь (порядка 10^{-6} и ниже).

При классическом регенеративном моделировании оценка $\hat{P}$ вероятности потерь P рассчитывается как отношение числа потерь к общему числу пришедших заявок:

$$\hat{P} = \sum_{i=1}^{n} C_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} N_i \,, \qquad (5)$$

где C_i – число потерь, а N_i число пришедших заявок на i-ом периоде регенерации. В разрабатываемом ускоренном методе предлагается использовать не сами значения C_i, а их оценки $\hat{C}_i$, рассчитываемые по следующей приближенной формуле:

$$\hat{C}_i \sim \max\{Q_{\max i} - m, 0\}, \qquad (6)$$

где $Q_{\max i}$ – максимальная длина очереди в i-ом периоде регенерации в СМО с ББ.

Ускорение данным методом достигается за счёт того, что можно за один прогон модели получить число отказов сразу для нескольких значений m, используя полученную при моделировании системы с ББ одну и ту же последовательность $Q_{\max i}$. Для этого достаточно подставить соответствующие значения m в (6).

Разработанный метод можно использовать для исследования рассматриваемых в диссертационной работе систем для расчета P, когда аналитические выражения зависимостей $P(m)$ отсутствуют, а расчет этих зависимостей непосредственным ИМ слишком трудоемок.

В результате ИМ ускоренным методом различных видов СМО для них получены зависимости вероятности потерь P от числа каналов m и установлено, что асимптотика этих зависимостей зависит от вида рассматриваемой системы.

Например, для систем вида M/Pa/n/m зависимость вероятности потерь от размера буфера имеет степенную асимптотику. При увеличении числа каналов n с n =1 до n = 3 (Рисунок 3 слева), асимптотика по-прежнему степенная, однако при том же значении заданной вероятности потерь $P = 10^{-6}$, как можно определить из уравнения регрессии на Рисунке 3 и из результатов моделирования одноканальной версии этой СМО (с тем же коэффициентом загрузки), требуется соответствующий размер буфера уже на десять порядков меньше.

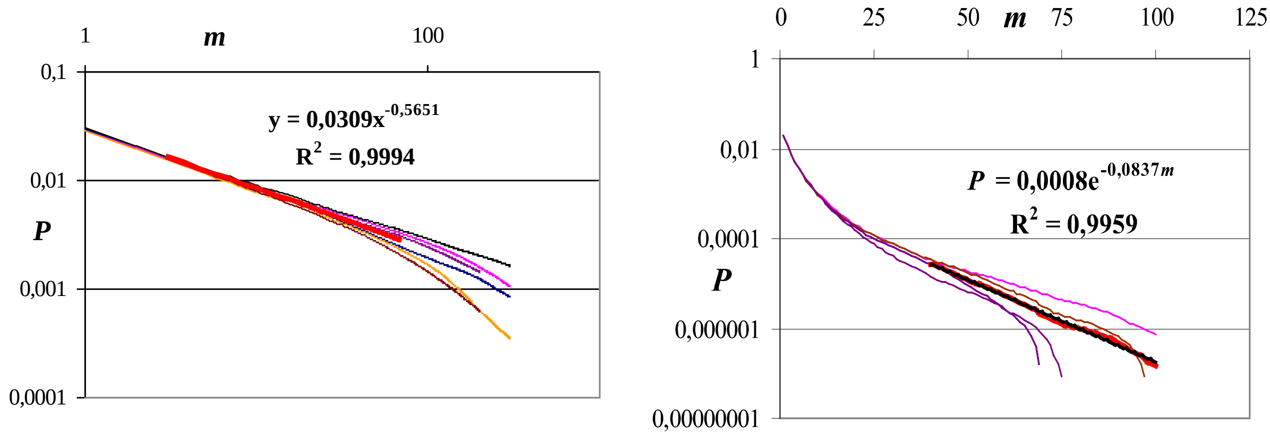


Рисунок 3 – Траектории $P(m)$ и уравнение регрессии для системы M/Pa/3/m (*слева*) при $\bar{\tau}$ = 10, $K_2 = 3$, $\alpha_2 = 1{,}25$, $\rho = 0{,}5$. Асимптотически-экспоненциальная зависимость $P(m)$ (*справа*) в системе Pa/Pa/5/m при $K_1 = 10/3$, $\alpha_1 = 1{,}5$, $K_2 = 75/7$, $\alpha_2 = 1{,}75$

С помощью разработанного ускоренного метода можно увидеть, например, что в системах Pa/Pa/n/m с ростом n подходящая степенная аппроксимация зависимости $P(m)$ быстро переходит в более подходящую экспоненциальную (Рисунок 3 справа). Это позволяет за счет увеличения числа каналов в системах Pa/Pa/n/m кардинально снижать вероятность потерь и ее зависимость от такого нестабильного фактора фрактального трафика, как параметр формы α. А в системах Pa/M/n/m характеристика $P(m)$ асимптотически экспоненциальная при любом $n \geq 1$.

Предварительная оценка точности и коэффициента ускорения, достигаемых разработанным методом при расчете СМО со степенными распределениями показала, что он позволяет достичь заданной точности результатов на два-три порядка быстрее, чем непосредственное имитационное моделирование.

В **разделе 3.2** разрабатывается эффективный метод обеспечения низкой вероятности потерь сообщений в таких СеМО, которые представляют собой объединение нескольких СМО со степенными распределениями. Формулируется и решается задача структурной оптимизации сетей с фрактальным трафиком.

В классической системе с бесконечным числом каналов GI/GI/∞ оба распределения $A(t)$, $B(t)$ имеют конечную дисперсию. Недавно доказано[1], что в таких СМО с ростом нагрузки λb распределение p_k вероятностей числа k занятых каналов сходится к гауссову распределению $N\left(\bar{k}, \sigma_k\right)$, т.е. $p_k \to g_k$:

[1] Моисеев, А. Н. Бесконечнолинейные системы и сети массового обслуживания / А. Н. Моисеев, А. А. Назаров. – Томск : Изд-во НТЛ, 2015. – 240 с.

$$g_k = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_k} \exp\left[-\frac{\left(k-\bar{k}\right)^2}{2\sigma_k^2} \right], \tag{7}$$

где $\bar{k} = \lambda b$, λ – интенсивность входящего потока, b – м.о. интервалов обслуживания заявок, $\sigma_k^2 = \lambda b + \kappa\beta$, $\kappa = \lambda^3\left(\sigma^2 - a^2\right)$, a – м.о. интервалов поступления заявок, $\beta = \int_0^\infty \left[1 - B(\tau)\right]^2 \mathrm{d}\tau$.

На практике возникает задача выбора такого наименьшего числа n, которое при отсутствии буфера для хранения заявок (т.е. при $m = 0$) обеспечивало бы малую вероятность потери заявки, не превосходящую заданной величины Q. Назовем эту задачу задачей нахождения $n(Q)$, подразумевая, что Q – достаточно малая вероятность (например, 10^{-4} или 10^{-15}).

При известном для исходной системы GI/GI/∞ распределении p_k задачу нахождения $n(Q)$ можно переформулировать и решать как задачу нахождения наименьшего n, удовлетворяющего условию $P(k > n) \le Q$, т.е. условию $1 - P(k \le n) \le Q$. Рассматривая k, n, $P(k \le n)$ как непрерывные величины, мы можем просто найти такое n, при котором $1 - P(k \le n) = Q$, т.е. решить при заданном малом Q уравнение

$$1 - F(n) = Q, \tag{8}$$

где $F(n)$ – функция распределения случайной величины k.

Многочисленные имитационные эксперименты повышенной точности с разнообразными системами GI/GI/∞ со степенными хвостами распределений показывают, что зависимость $Q(n)$ с ростом n в любой такой системе при большой (порядка $\lambda b = 10$) нагрузке с высокой точностью описывается формулой:

$$Q(n) \sim c_0 e^{-C(n-\lambda b)^2}, \tag{9}$$

где c_0, C – некоторые константы, свои для каждой конкретной системы, n – число состояний. Закон (9) позволяет рекомендовать для борьбы с потерями заявок наращивание числа каналов как эффективную универсальную стратегию, при этом он хорошо согласуется с теоретическим результатом (7), полученным для классических систем.

Закон (9) выполняется и для узлов сетей с очередями. Поэтому, согласно (8), задачу оптимизации распределения числа каналов по узлам СеМО можно аппроксимировать следующей оптимизационной задачей.

Заданы маршрутная матрица сети, функции распределения $B_i(t)$ времени обслуживания в узлах i ($i = 1, \ldots, M$) и входящие в сеть потоки заявок. Буферы в узлах сети отсутствуют. Требуется найти распределение $(n_1, n_2, \ldots, n_M)$ $N = n_1 + \ldots + n_M$ каналов по M узлам сети такое, чтобы сумма вероятностей потерь в узлах i была минимальна:

$$\sum_{i=1}^{M} c_{0i} e^{-C_i(n_i - \lambda_i b_i)^2} \to \min, \tag{10}$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{M} n_i = N\,,\quad n_i > 0,\qquad i = 1,\ \ldots,\ M.$$

В данной форме решение задачи оптимального распределения каналов может быть легко получено любыми известными градиентными или квазиградиентными численными методами. Эти распределения доставляют вероятности потерь, на порядки меньшие, чем, например, равномерное распределение каналов по узлам или распределение каналов, выравнивающее коэффициенты загрузки узлов. Оптимальное распределение каналов может быть найдено точно путем имитационного моделирования СеМО со степенными распределениями, но этот подход влечет неприемлемо большие затраты компьютерного времени. При проектировании телекоммуникационной сети после оптимального распределения каналов по ее узлам можно в каждый узел добавлять буфер для хранения заявок. Таким способом можно уменьшать вероятность потерь практически до нуля при малых размерах буферов.

В четвертой главе исследуется влияние приоритетных дисциплин на характеристики очередей в системах со степенными распределениями. Разрабатывается метод снижения вероятностей потерь в одноканальных системах с конечным буфером и бесконечной дисперсией времени x обслуживания, основанный на введении абсолютных приоритетов заявок с бесконечным (формально) числом приоритетных классов.

Разобьём диапазон $K \le t < \infty$ возможных значений трудоёмкости x, используя последовательность точек (разметку):

$$\{t_k\} = t_0, t_1, \ldots, t_k, \ldots \tag{11}$$

на промежутки $[t_0, t_1)$, $[t_1, t_2)$, ..., $[t_{k-1}, t_k)$, ..., где $t_0 = K$. И, если входящая в систему заявка имеет трудоёмкость, принадлежащую k-му промежутку, т.е. если $x \in [t_{k-1}, t_k)$, то отнесём эту заявку к k-му приоритетному классу. При этом будем считать приоритет заявки тем меньшим, чем выше номер k её приоритетного класса. Назовём такое назначение абсолютных приоритетов назначением, обусловленным разметкой оси трудоёмкостей. Если число промежутков $[t_{k-1}, t_k)$ конечно, то в последнем из них $[t_{N-1}, t_N)$ имеем $t_N = \infty$.

Определим среднее время W ожидания в системе M/Pa/1 при таком разделении входящего потока на приоритетные составляющие. Известна следующая формула для среднего времени U_k пребывания в системе M/Pa/1 заявки k-го приоритетного класса:

$$U_k = \frac{b_k}{1-\sigma_{k-1}} + \frac{\sum_{i=1}^{k} \lambda_i b_i^{(2)}}{2(1-\sigma_k)(1-\sigma_{k-1})},\quad k = 1, 2, \ldots, \tag{12}$$

где b_k – среднее время обслуживания заявок k-го приоритетного класса, λ_i – интенсивность поступления заявок i-го приоритетного класса, $b_i^{(2)}$ – второй момент времени обслуживания заявок i-го приоритетного класса, $\sigma_k = \sum_{i=1}^{k} \rho_i$ – сумма коэффициентов загрузки системы заявками приоритетных классов с 1-го по k-й, $\rho_i = \lambda_i b_i$, $\sigma_{k-1} = \sigma_k - \rho_k$. Тогда среднее время U пребывания заявок в системе можно определить как сумму:

$$U = \sum_k p_k U_k \tag{13}$$

(в которой $p_k = \mathrm{P}(t_{k-1} \le x < t_k)$ – вероятность того, что входящая заявка отнесена к k-му приоритетному классу), а среднее время ожидания – как разность:

$$W = U - b, \tag{14}$$

где $b = \mathrm{M}(x)$.

Среднее время W ожидания и среднее время U пребывания в рассматриваемой системе зависят от разметки (11) оси трудоёмкостей на промежутки, которыми определяются приоритетные классы заявок. Найдём для заданной разметки $\{t_k\}$ значения параметров системы M/Pa/1 при распределении Парето (1). Условная вероятность и условная функция распределения трудоёмкости x, принадлежащей k-му промежутку, имеют вид:

$$p_k = K^{\alpha}(t_{k-1}^{-\alpha} - t_k^{-\alpha}); \; F_k(t) = \frac{t_{k-1}^{-\alpha} - t^{-\alpha}}{t_{k-1}^{-\alpha} - t_k^{-\alpha}}, \; t_{k-1} \le x < t_k. \tag{15}$$

Поэтому для формулы (12) получаем:

$$\begin{aligned}
b_k &= \int_{t_{k-1}}^{t_k} t\,dF_k(t) = \frac{\alpha}{\alpha-1} \cdot \frac{t_{k-1}^{1-\alpha} - t_k^{1-\alpha}}{t_{k-1}^{-\alpha} - t_k^{-\alpha}}, \\
\lambda_k &= p_k \lambda, \\
b_k^{(2)} &= \int_{t_{k-1}}^{t_k} t^2 dF_k(t) = \begin{cases} \dfrac{\alpha}{\alpha-2} \cdot \dfrac{t_{k-1}^{2-\alpha} - t_k^{2-\alpha}}{t_{k-1}^{-\alpha} - t_k^{-\alpha}}, & \alpha \ne 2, \\[2ex] \dfrac{2}{t_{k-1}^{-2} - t_k^{-2}} \ln\left(\dfrac{t_k}{t_{k-1}}\right), & \alpha = 2, \end{cases} \\
\rho_k &= \lambda_k b_k, \\
\sigma_k &= \sum_{i=1}^{k} \rho_i = \rho K^{\alpha-1}(K^{1-\alpha} - t_k^{1-\alpha}) = \rho(1 - K^{\alpha-1} t_k^{1-\alpha}), \\
\sigma_{k-1} &= \rho(1 - K^{\alpha-1}\, t_{k-1}^{1-\alpha}).
\end{aligned} \tag{16}$$

Заметим, что при $1 < \alpha \le 2$ любые конечные разметки $\{t_k\} = \{t_k\}_1^N$ оставляют среднее время ожидания бесконечным из-за того, что в последнем, N-м полубесконечном промежутке $[t_{N-1}, t_N) = [t_{N-1}, \infty)$ второй момент $b_N^{(2)}$ трудоёмкости бесконечен, бесконечный момент $b_N^{(2)}$ приводит к бесконечному среднему времени пребывания U_N – см. (12) – заявок младшего, N-го приоритетного класса, к бесконечному безусловному среднему времени пребывания U (13), и бесконечному среднему времени ожидания W (14).

Определим регулярную разметку (РР) интервалами постоянной длины:

$$t_k - t_{k-1} = \Delta = \text{const}, \quad k = 1, 2, \ldots \tag{17}$$

В разделе 4.2 доказана **Теорема**. Введение в систему M/Pa/1 при $\rho < 1$, $1 < \alpha \le 2$ дисциплины абсолютных с дообслуживанием приоритетов, определяемых бесконечной регулярной разметкой (17) с положительным шагом $\Delta < \infty$, делает среднее время ожидания конечным.

В **разделе 4.3** разрабатывается эффективный численный метод оптимизации шага регулярной разметки по критерию минимума среднего времени ожидания.

Для определения оптимального Δ решается задача:

$$W(\Delta) = U - b = \sum_k p_k U_k - b = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{p_k b_k}{1-\sigma_{k-1}} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{p_k \sum_{i=1}^{k} \lambda_i b_i^{(2)}}{2(1-\sigma_k)(1-\sigma_{k-1})} - b \to \min_{\Delta}, \tag{18}$$

где входящие в минимизируемое выражение показатели зависят от используемой регулярной разметки $(t_0, t_1, \ldots, t_k, \ldots) = (K, K+\Delta, K+2\Delta, \ldots, K+k\Delta, \ldots)$, определяемой параметром Δ. Параметры λ, K, α системы M/Pa/1/∞, для которой решается задача (18), считаются заданными. Показатели, входящие в (18), определяются по разметке $(t_0, t_1, \ldots, t_k, \ldots)$. Значение $W(0)$ рассчитывается по следующей формуле, получаемой из (18) предельным переходом при $\Delta \to 0$:

$$W(0) = \alpha K^{\alpha} \int_K^{\infty} \frac{t^{-\alpha}}{\left[1 - \frac{\lambda \alpha K^{\alpha}}{\alpha - 1}\left(K^{1-\alpha} - t^{1-\alpha}\right)\right]} dt + \frac{\lambda \alpha^2 K^{2\alpha}}{2(2-\alpha)} \int_K^{\infty} \frac{t^{-1-\alpha}\left(t^{2-\alpha} - K^{2-\alpha}\right)}{\left[1 - \frac{\lambda \alpha K^{\alpha}}{\alpha - 1}\left(K^{1-\alpha} - t^{1-\alpha}\right)\right]^2} dt - b.$$

Пример численной оптимизации показан на Рисунке 4. Параметры рассчитанной системы: $\lambda = 1$ c^{-1}, $\alpha = 8/7$, $K = 0{,}0625$ c, $b = 0{,}5$ c $\rho = 0{,}5$. Как видно из Рисунка 4, $\Delta_{\text{opt}} \approx 0{,}15$.

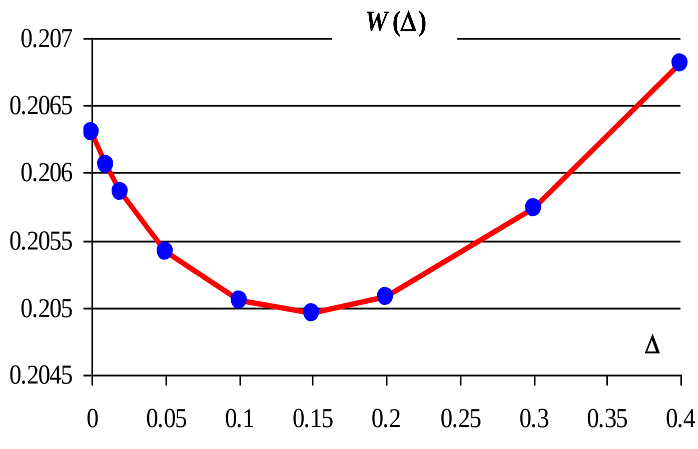


Рисунок 4 – График рассчитанной зависимости W от Δ

Численные эксперименты с большим числом других разметок, отличных от регулярной, показали, что наиболее эффективной из них оказалась бесконечная экспоненциальная разметка $(t_0, t_1, ..., t_k, ...)$, в которой точки t_k определяются следующим образом:

$$t_0 = K, \qquad t_k = K + ce^{ak}, \qquad (k = 1,2,\ldots), \tag{19}$$

где c, a – коэффициенты, которые можно оптимизировать с целью минимизации среднего времени ожидания W при заданных λ, K, α.

Небольшое число практически реализуемых уровней бесконечной экспоненциальной разметки (19) выгодно и для практической реализации абсолютных приоритетов, обусловленных этой разметкой, поскольку уменьшение числа реализуемых приоритетных классов упрощает программное обеспечение соответствующих устройств и снижает накладные расходы времени на управление очередями.

В **разделе 4.7** разрабатывается метод снижения вероятностей отказа в СМО с тяжёлыми хвостами распределений, заключающийся во введении в системах с конечным буфером абсолютных приоритетов, обусловленных бесконечными разметками. Параметры разметок оптимизируются с помощью численных методов, основанных на точных формулах теории массового обслуживания. Поскольку точных формул для расчёта рассматриваемых систем с конечным буфером не существует, используется идея оптимизации параметров разметки на системах с бесконечным буфером, т.е. выбираются такие параметры разметок, которые максимально сокращают среднее время обслуживания (среднюю длину очереди) в системе с бесконечным буфером. В таком случае последующее ограничение буфера происходит в условиях, когда очередь становится в среднем максимально короткой, и, следовательно, вероятность потерь должна снижаться максимально. Это эвристическое обоснование разрабатываемого метода объясняет также независимость подбираемой разметки от длины буфера и, следовательно, косвенным образом обосновывает расчёт на быстрое снижение вероятности потерь с ростом размера буфера.

Сравним эффективность предлагаемого метода и обычно рекомендуемого метода снижения вероятности потерь, состоящего в простом увеличении размера буфера без введения абсолютных приоритетов. Имитационные эксперименты проведены с системой M/Pa/1/m, у которой $\alpha = 1{,}5$, $\rho = 0{,}5$. Результаты представлены на Рисунке 5.

Непрерывная красная, резко уходящая вниз линия – это результат наращивания буфера при использовании абсолютных приоритетов, обусловленных оптимальной экспоненциальной разметкой. Оптимальные значения параметров экспоненциальной разметки составляют: $a = 1{,}055$, $c = 0{,}08424$. Линия сходится к прямой, что при логарифмическом масштабе оси ординат свидетельствует о том, что представляемая этой линией зависимость $P(m)$ асимптотически экспоненциальная.

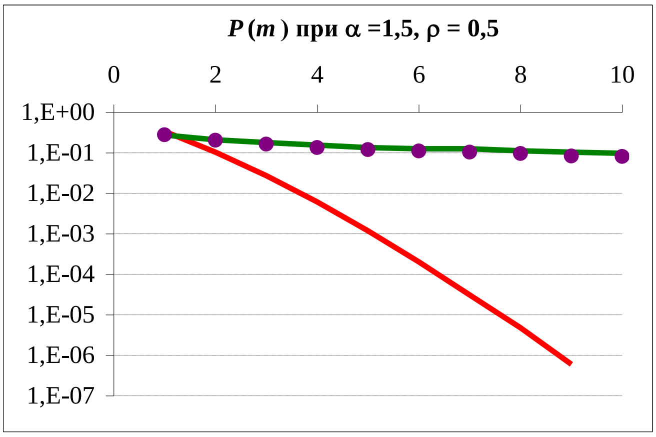


Рисунок 5 – Сравнение эффективности наращивания буфера в обычном и приоритетных режимах. Горизонтальная координатная ось соответствует размеру m буфера, вертикальная – вероятности P потерь

Зелёная сплошная линия в верхней части диаграммы рассчитана при имитационном моделировании исходной системы, не использующей приоритетов. Поскольку соответствующая зависимость степенная, здесь линия уходит вниз с замедлением. При размере буфера m = 100 вероятность P снижается здесь лишь до 0,029, при m = 1000 имеем P = 0,00764, при m = 10 000 получаем P = 0,00125. Как можно видеть из Рисунка 6, при использовании абсолютных приоритетов вероятность потерь P = 0,00125 достигается уже при размере буфера m = 5. Кроме того, разумеется, использовать буферы, рассчитанные на хранение 10 000 пакетов, в реальных сетевых устройствах не имеет смысла из-за больших расходов на соответствующее оборудование и больших задержек, возникающих в соответствующих очередях.

Маркерами на верхней линии обозначены результаты, полученные при использовании относительных приоритетов (с тем же составом приоритетных классов, что и при абсолютных приоритетах). Поскольку применение относительных приоритетов уменьшает вероятность, достигаемую в бесприоритетном режиме, лишь на 5%–10%, визуально маркеры совпали со сплошной зелёной линией.

Предлагаемый метод является столь же эффективным в любых системах GI/GI/1/m, в которых распределение времени обслуживания x является PTX, имеющим бесконечную (или просто очень большую) дисперсию. Эксперименты подтвердили высокую эффективность метода в разнообразных системах с бесконечной (или очень большой) дисперсией времени обслуживания.

В пятой главе представлено описание моделирующих программ для исследования СМО и СеМО со степенными хвостами распределений в средах ИМ GPSS World и AnyLogic. Правильность работы моделирующих программ проверена с помощью известных аналитических решений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе получены следующие основные результаты:

– выражения для построения доверительных интервалов для показателей, оцениваемых по выборкам с долговременными зависимостями;

– ускоренный метод регенеративного моделирования СМО рассматриваемых классов;

– ускоренный аналитико-имитационный метод кардинального сокращения вероятностей потерь в СМО и СеМО рассматриваемых классов за счет оптимального (по критерию минимума вероятности потерь) распределения заданного числа каналов по узлам СеМО без буферов;

– теорема о том, что введение абсолютных приоритетов с приоритетными классами, определяемыми бесконечной регулярной разметкой диапазона значений времени обслуживания, снижает бесконечное стационарное среднее время ожидания в этой системе до конечной величины;

– численный метод расчета зависимости времени ожидания W от шага Δ регулярной разметки, позволяющий ее оптимизировать.

– метод кардинального снижения вероятностей потерь в СМО M/Pa/1/m с бесконечной дисперсией времени обслуживания, основанный на введении приоритетов, определяемых бесконечной оптимальной разметкой.

Представляется перспективным проведение дальнейших исследований:

1) разработанного метода введения абсолютных приоритетов, определяемых бесконечными разметками, с целью его реализации в сетевых протоколах;

2) возможности комбинирования метода введения абсолютных приоритетов с методом увеличения числа каналов в узлах СеМО.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи в журналах, включенных в «Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук»:

1. Задорожный, В. Н. Методы планирования имитационных экспериментов при моделировании фрактальных очередей / В. Н. Задорожный, **Т. Р. Захаренкова** // Омский научный вестник. Сер. Приборы, машины и технологии. – 2016. – № 3. – С. 87–92.

2. Задорожный, В. Н. Минимизация риска потери сообщений в сетях с фрактальным трафиком / В. Н. Задорожный, **Т. Р. Захаренкова** // Омский научный вестник. Сер. Приборы, машины и технологии. – 2016. – № 5. – С. 125–130.

3. **Захаренкова, Т. Р.** О вероятности потерь в многолинейных фрактальных системах массового обслуживания / Т. Р. Захаренкова // Омский научный вестник. Сер. Приборы, машины и технологии. – 2017. – № 3. – С. 110–114.

4. Задорожный, В. Н. Ускоренный метод расчета вероятностей потерь в фрактальных системах с очередями / В. Н. Задорожный, **Т. Р. Захаренкова** // Вестник кибернетики. – 2018. – № 3. – С. 102–112.

Статьи, включенные в международную систему цитирования Scopus:

5. Zadorozhnyi, V. N. Methods of Simulation Queueing Systems with Heavy Tails / V. N. Zadorozhnyi, **T. R. Zakharenkova** // Communications in Computer and Information Science. – 2016. – V. 638. – P. 382–396.

6. Zadorozhnyi, V. N. Optimization of channel distribution over nodes in networks with fractal traffic / V. N. Zadorozhnyi, **T. R. Zakharenkova** // Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines (Dynamics). – Omsk, 2016. P. 7819110-1–7819110-6. – DOI:10.1109/Dynamics.2016.7819110.

7. Zadorozhnyi, V. N. Minimization of Packet Loss Probability in Network with Fractal Traffic / V. N. Zadorozhnyi, **T. R. Zakharenkova** // Communications in Computer and Information Science. – 2017. – V. 800. – P. 168–183.

8. Zadorozhnyi, V. N. Estimation of Prioritized Disciplines Efficiency Based on the Metamodel of Multi-flows Queueing Systems / V. N. Zadorozhnyi, **T. R. Zakharenkova**, D. A. Tulubaev // Communications in Computer and Information Science. – 2018. – V. 912. – P. 290–304.

9. Zadorozhnyi, V. N. Rapid Technique for the Calculation of Loss Probabilities in Queueing Systems / V. N. Zadorozhnyi, **T. R. Zakharenkova**, M. Pagano // Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines (Dynamics). – Omsk, 2018. P. 8601455-1–8601455-6. – DOI: 10.1109/Dynamics.2018.8601455.

Публикации в других научных изданиях:

10. Задорожный, В. Н. Расчет доверительных интервалов при моделировании классических и фрактальных очередей / В. Н. Задорожный, **Т. Р. Захаренкова** // Информационные технологии и автоматизация управления: материалы VII Всерос. науч.-практ. конф. 26-28 апреля 2016 г.– Омск: ОмГТУ, 2016. – С. 50–57.

11. Задорожный, В. Н. Генератор случайных чисел ARAND: решение проблем корректной реализации распределений с тяжелыми хвостами / В. Н. Задорожный, **Т. Р. Захаренкова** // Информационные технологии и автоматизация управления: материалы VII Всерос. науч.-практ. конф. 26–28 апреля 2016 г.– Омск: ОмГТУ, 2016. – С. 44–49.

12. Задорожный, В. Н. Методы моделирования и оптимизации систем массового обслуживания с «тяжелыми хвостами» [Электронный ресурс] / В. Н. Задорожный, **Т. Р. Захаренкова** // Имитационное моделирование. Теория и практика (ИММОД-2017): материалы восьмой всерос. науч.-практ. конф., 18-20 октября 2017 г. – СПб.:ВВМ, 2017. – С. 100-104. – Режим доступа: http://simulation.su/uploads/files/default/2017-immod-100-104.pdf. – (дата обращения 11.10.2019).

13. **Захаренкова, Т. Р**. О методе расчета вероятности потерь в многолинейных фрактальных системах массового обслуживания/ Т.Р. Захаренкова. – Математика, ее приложения и математическое образование (МПМО17): материалы VI Междунар. конф., 26 июня - 1 июля 2017 г. – Улан-Удэ: ВСГУТУ, 2017. – С. 190–194.

14. Задорожный, В. Н. Экспериментальное исследование влияния дискретности датчиков случайных чисел на смещение моментов при моделировании распределений с тяжелыми хвостами / В. Н. Задорожный, **Т. Р. Захаренкова** // Информационные технологии и автоматизация управления:

материалы IX Всерос. науч.-практ. конф. студентов, аспирантов, работников образования и промышленности, 19 мая 2018 г. – Омск : ОмГТУ, 2018. – С. 50–58.

15. Задорожный, В. Н. Минимизация потерь в сетях с фрактальным трафиком / В. Н. Задорожный, **Т. Р. Захаренкова**, М. П. Маркова // Математическое и компьютерное моделирование: материалы VI Междунар. науч. конф., 23 ноября 2018 г. – Омск : ОмГУ, 2018. – С. 54–57.

16. Задорожный, В. Н. Методы снижения вероятности потерь в системах с бесконечной дисперсией времени обслуживания / В. Н. Задорожный, **Т. Р. Захаренкова** // Системы управления, информационные технологии и математическое моделирование: материалы I Всерос. научн.-практ. конф. с междунар. участием. – Омск: ОмГТУ, 2019. – С. 7–26.

17. Задорожный, В. Н. Численный метод оптимизации регулярной разметки приоритетных классов, вводимых в систему M/Pa/1 с бесконечной дисперсией времени обслуживания / В. Н. Задорожный, M. Pagano, **Т. Р. Захаренкова** // Системы управления, информационные технологии и математическое моделирование: материалы I Всерос. научн.-практ. конф. с междунар. участием. – Омск: ОмГТУ, 2019. – С. 161–169.

18. **Захаренкова, Т. Р.** Поиск оптимального распределения каналов в сетях массового обслуживания по критерию минимума вероятности потерь / Т. Р. Захаренкова // Системы управления, информационные технологии и математическое моделирование: материалы I Всерос. научн.-практ. конф. с междунар. участием. – Омск: ОмГТУ, 2019. – С. 156–160.

Государственная регистрация программ для ЭВМ:

19. Комплекс GPSS-процедур для генерации случайных величин на основе генератора «Вихрь Мерсенна»: свидетельство о регистрации электронного ресурса №22124 / В. Н. Задорожный, С. В. Мясищев, **Т. Р. Захаренкова** ; организация-разработчик Ом. гос. техн. ун-т ; опубл. 01.09.2016.

20. Генератор случайных чисел для распределений с тяжелыми хвостами : свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. Российская Федерация / В. Н. Задорожный, **Т. Р. Захаренкова** ; заявитель и правообладатель Ом. гос. техн. ун-т. – №2018618615; заявл. 13.08.2018; опубл. 03.09.2018. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ.