

*На правах рукописи*

**ГУО ПЭН**

**ИССЛЕДОВАНИЕ БАЛЛИСТИКО-НАВИГАЦИОННЫХ ЗАДАЧ  
ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ АСТЕРОИДНО-КОМЕТНОЙ  
БЕЗОПАСНОСТИ ЗЕМЛИ**

Специальность 01.02.01 — Теоретическая механика

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Москва — 2019

Работа выполнена в Федеральном государственном учреждении «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук» (ИПМ им. М.В. Келдыша РАН).

Научный руководитель: **Ивашкин Вячеслав Васильевич**,  
доктор физико-математических наук, профессор,  
главный научный сотрудник Института прикладной  
математики имени М.В. Келдыша РАН

Официальные оппоненты: **Почукаев Владимир Николаевич**,  
доктор технических наук, профессор,  
главный научный сотрудник ФГУП ЦНИИмаш

**Чазов Вадим Викторович**,  
доктор физико-математических наук,  
старший научный сотрудник ГАИШ МГУ им.  
М.В. Ломоносова

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт космических исследований Российской академии наук (ИКИ РАН)

Защита состоится 26 ноября 2019 года в 11<sup>00</sup> на заседании диссертационного совета Д 002.024.01, созданного на базе Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН по адресу: 125047, Москва, Миусская пл., д. 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН <https://keldysh.ru/>.

Автореферат разослан «    » \_\_\_\_\_ 2019 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета Д 002.024.01,  
кандидат физико-математических наук

М.Г. Ширококов

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность работы.** В настоящее время одной из актуальных задач в проблеме обеспечения астероидно-кометой безопасности Земли является создание космической обсерватории как системы космического мониторинга для массового обнаружения опасных для Земли небесных тел (ОНТ) с помощью современных космических телескопов. Важным шагом к реализации такой системы явился запуск космического телескопа WISE/NEOWISE (НАСА) в 2009 г. Известны также канадский спутник *NEOSSat*, немецкий спутник *Asteroid Finder* и др. Фонд B612 (США) проектирует космический телескоп *Sentinel*. В России также исследуются возможности создания космических систем для обнаружения ОНТ, таких как системы «Космический барьер», «СОДА», «ОЗСО», «ЭКОЗООНТ» и др. Кроме того, Российской корпорацией «Комета» проектируется космическая система «Небосвод», в состав которой входят два космических комплекса. Первый комплекс, «Небосвод-1», имеет один-два устанавливаемых на геосинхронных орбитах космических аппарата (КА) с телескопами. Он регулярно осматривает всю небесную сферу, кроме околосолнечной области, где есть засветка Солнцем. Второй комплекс, «Небосвод-2», устанавливается на гелиоцентрической орбите Земли, на некотором расстоянии от неё, например, около 40 млн км и регулярно осматривает «сбоку» пространство между Солнцем и Землёй, недоступное для наблюдения оптическими средствами с Земли. Построению методики анализа и выявлению навигационных характеристик системы «Небосвод» посвящена основная часть диссертации.

В последние годы опасный астероид 99942 Апофис стал весьма важным объектом для исследования различных аспектов проблемы астероидно-кометой опасности (АКО). Существует некоторая теоретическая вероятность его столкновения с Землёй в 2036 г. и в последующие годы. Вероятность таких столкновений связана с характеристиками тесного сближения Апофиса с Землёй в 2029 г. Задачи по проблеме Апофиса рассмотрены Ивашкиным В.В., Назировым Р.Р., Соколовым Л.Л., Стихно К.А., Сухановым А.А., Шором В.А., Эйсмонтон Н.А., Chesley S.R., Gennery D.B., Giorgini J.D., Włodarczyk I. и др. Особый интерес представляют уточнение орбиты астероида Апофис и выявление характеристик его столкновения с Землёй. Хотя к настоящему времени с достаточной уверенностью можно утверждать, что не будет столкновения Апофиса с Землёй в 2036 г., тем не менее важно разработать средства уточнения его орбиты, а также выявить характеристики падения Апофиса на Землю, которые еще недостаточно изучены. Исходя из этого, в диссертации (в главах I, II) рассмотрены задачи моделирования движения,

наблюдения и оптических космических измерений системой «Небосвод», определения параметров орбит трёх опасных тел (Апофис и др.), а также оценки точности навигации. В главе III диссертации определены и исследованы характеристики вероятной области соударения Апофиса с Землёй в 2036 г.

Другим способом уточнения орбиты астероида является длительное, в течение нескольких лет, слежение за его спутником с помощью наземных радиотехнических средств. Для осуществления этого эксперимента в некоторых проектах предполагается вывести долговременный спутник с радиомаяком на орбиту вокруг астероида. В работах Ивашкина В.В. и Лан А. рассмотрены эти задачи для Апофиса, как однородного вытянутого эллипсоида вращения. Было показано, что можно построить стабильную в течение нескольких лет (вплоть до тесного сближения Апофиса с Землёй в 2029 г.) орбиту спутника Апофиса. В главе IV диссертации, в развитие этих работ, исследована возможность создания стабильной орбиты спутника Апофиса как однородного трёхосного эллипсоида, что ближе подходит к реальной форме Апофиса.

Исходя из вышеописанного, **целью** диссертационной работы является разработка баллистико-навигационных методик и алгоритмов, способствующих выявлению и улучшению знания орбитальных характеристик опасных небесных тел и их вероятных соударений с Землёй, а также построению технических систем – для обеспечения астероидно-кометной безопасности Земли.

Для достижения этого поставлены и решены следующие **задачи**:

1. Разработка методики и алгоритмов определения орбиты и оценки точности определения орбиты опасного астероида по оптическим космическим измерениям системы «Небосвод» с учетом реальных ограничений на проведение наблюдений и мешающих факторов;
2. Оценка точности навигации системы «Небосвод» на основе моделирования оптических космических измерений в применении к определению параметров орбит опасного астероида Апофис, астероида 2008 TC<sub>3</sub> и Челябинского метеороида с учетом реальных ограничений на проведение наблюдений и измерений системой «Небосвод»;
3. Разработка методики и алгоритмов определения характеристик падения опасного астероида на поверхность Земли, и применение их к определению и исследованию характеристик вероятной зоны падения Апофиса на Землю;
4. Разработка методики и алгоритма вычисления орбитального движения КА вокруг астероида как однородного трёхосного эллипсоида и применение их к анализу движения КА вокруг астероида Апофис.

**Практическая и теоретическая значимость работы.** Решение задачи анализа навигационных характеристик космической системы «Небосвод» имеет не только практическую важность в связи с проектированием системы

«Небосвод», но и теоретическое значение для совершенствования методов определения и прогнозирования орбиты ОНТ по оптическим космическим измерениям с учетом наличия ряда мешающих факторов. Методика определения характеристик падения астероида на Землю важна для анализа структуры множества попадающих траекторий и выявления воздействий столкновения опасного астероида с Землёй. Анализ орбитального движения спутника вокруг астероида Апофис как трёхосного эллипсоида важен для совершенствования методов определения гравитационного потенциала и силы притяжения эллипсоида и для выявления стабильных пассивных движений спутника в окрестности Апофиса. Разработанные методики и алгоритмы для решения вышеупомянутых задач, связанных с проблемой АКО, могут понадобиться в любой момент при тесном сближении с Землёй других ОНТ.

**Научная новизна** диссертационной работы заключается в следующем:

1. Разработаны методика и алгоритмы определения параметров орбитального движения астероида по оптическим измерениям космической системы «Небосвод» и оценки точностей навигации с учетом ошибок модели движения астероида, ошибок модели измерительной системы, априорной информации о начальном состоянии и систематических ошибок измерений. Введен аналог коэффициента «отношение сигнал/шум» для оценки влияния интенсивности ошибок мешающих параметров на точность навигации;
2. Получены оценки точности навигации при наблюдении астероида Апофис, астероида 2008 TC<sub>3</sub> и Челябинского метеороида с помощью моделирования измерений космической системы «Небосвод» при учете реальных ограничений по видимости, засветке Солнцем и звездной величине астероида. Показана возможность уточнения навигации за счет учета мешающих параметров;
3. Разработаны методика и алгоритмы определения характеристик падения астероида на Землю. Получены и исследованы геометрические, временные и энергетические характеристики вероятных столкновительных траекторий и вероятной области падения астероида Апофис на Землю в 2036 г.;
4. Разработана математическая модель орбитального движения КА вокруг астероида как однородного трёхосного эллипсоида с учетом возмущений от притяжения небесных тел и давления солнечного света. Для вычисления потенциала и силы притяжения однородного трёхосного эллипсоида получено аналитическое представление эллиптических интегралов в формуле Дирихле. Показана возможность создания стабильных орбит спутника астероида Апофис с движением спутника вокруг астероида в течение нескольких лет.

**На защиту выносятся:**

1. Методика и алгоритмы определения параметров орбитального движения астероида по оптическим измерениям космической системы «Небосвод» и

оценки точностей навигации с учетом мешающих факторов. Введение аналога коэффициента «отношение сигнал/шум» для оценки влияния интенсивности ошибок мешающих параметров на точность навигации;

2. Оценки точностей навигации системой «Небосвод» при наблюдении астероида Апофис, астероида 2008 TC<sub>3</sub> и Челябинского метеороида;

3. Выявление возможности наблюдений системой «Небосвод» и высокоточного определения орбит не только крупных и средних астероидов типа Апофиса (~320 м), но и также более мелких (до 4-50 м) объектов, приближающихся к Земле, в том числе и дневных астероидов размером ~ 50 м и более;

4. Методика и алгоритмы определения характеристик падения опасного астероида на Землю. Характеристики вероятных столкновительных траекторий и вероятной области падения астероида Апофис на Землю в 2036 г.;

5. Математическая модель орбитального движения КА вокруг астероида как однородного трёхосного эллипсоида с учетом возмущений от притяжения небесных тел и давления солнечного света. Алгоритмы вычисления потенциала и силы притяжения однородного трёхосного эллипсоида по формуле Дирихле.

6. Результаты анализа орбитального движения спутника вокруг астероида Апофис как однородного трёхосного эллипсоида. Выявление возможности создания стабильных, в течение нескольких лет, орбит спутника Апофиса.

**Достоверность** полученных в диссертации научных результатов обеспечивается адекватностью примененных и разработанных моделей и методик современным теориям и данным, проверкой и тестированием разными способами, апробацией теоретических результатов численными расчетами, а также сравнением полученных результатов с исследованиями других авторов.

**Личный вклад автора.** Результаты работы и положения, выносимые на защиту, получены лично автором.

**Апробация работы и публикации.** Основные результаты, полученные в диссертации, доложены на: XXXIX (2015 г.), XL (2016 г.) и XLII (2018 г.) Академических чтениях по космонавтике памяти С.П. Королева и других выдающихся отечественных ученых, Москва; IX (п. Терскол, 2015 г.) и X (п. Агой, 2017 г.) международных конференциях «Околоземная астрономия»; IX конференции «Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики», Томск, 2016 г.; 51 (2016 г.) и 53 (2018 г.) научных чтениях памяти К.Э. Циолковского, Калуга; международной конференции «Фундаментальные и прикладные задачи механики», Москва, 2017 г.; конференции «Актуальные проблемы современных космических исследований» (К 80-летию профессора Ивашкина В.В.), Москва, 2017 г.; XIII (2017 г.) и XIV (2019 г.) Забабахинских научных чтениях, Снежинск; XII Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Уфа, 2019 г.; и др.

Результаты исследования представлены в 23 научных печатных работах, в том числе в 7 статьях и 3 препринтах ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. Среди них – 8 работ [1-8] в научных изданиях, рекомендованных ВАК РФ.

**Структура и объём диссертации.** Диссертация состоит из оглавления, введения, четырех глав, заключения, списка литературы и приложения. Общий объём диссертации составляет 162 страницы, включая 75 рисунков, 10 таблиц. Список литературы содержит 114 наименований.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во *Введении* обоснована актуальность темы диссертационной работы; сформулированы цель исследования и рассматриваемые задачи, практическая и теоретическая значимость, а также научная новизна работы; представлена апробация работы; описаны структура и краткое содержание диссертации.

*Первая глава* посвящена разработке методики и алгоритмов решения навигационных задач по определению орбиты опасного астероида на основе оптических космических измерений системы «Небосвод».

В разделе 1.1 сформулированы исследуемые навигационные задачи, содержащие анализ видимости астероида при наблюдении с борта КА системы «Небосвод», оценивание параметров движения астероида обработкой измерений, оценка точности навигации, а также анализ влияния мешающих (возмущающих) факторов на точность навигации. Рассмотрен вариант системы «Небосвод», включающий в себя четыре КА: два основных КА (КА-1 и КА-2), находящихся на геосинхронных орбитах, а также два других КА (КА-3 и КА-4), размещаемых на орбите Земли спереди и сзади от неё, на расстоянии  $\sim 40$  млн км. Предполагается, что с борта КА системы «Небосвод» выполняется визирование неба, опознавание звезд и астероида, определение его положения на фоне звезд, расчет углов – прямого восхождения  $\alpha$  и склонения  $\delta$ , определяющих линию визирования КА-астероид и принимаемых за измерения, на основе которых определяется орбита астероида.

Разработан алгоритм анализа видимости астероида с учетом ограничений – по затенению Землёй и Луной, засветке Солнцем (угол  $\beta$  между направлениями с КА на астероид и на центр Солнца должен быть не меньше  $30^\circ$ ) и допустимой яркости астероида, т.е. звездной величине (не более  $25^m$ ). Рассмотрена постановка задачи определения орбиты астероида по измерениям с учетом мешающих факторов, в том числе, ошибок модели движения астероида и модели измерительной системы, априорной информации о начальном состоянии, а также систематических ошибок измерений. Полагаем, что они имеют нормальное распределение с заданными математическими ожиданиями и ковариационными матрицами.

Для определения среднеквадратичных (с/к) отклонений или ошибок (СКО) прямого восхождения  $\alpha$  и склонения  $\delta$  использованы соотношения:  $\sigma_\alpha = \sigma_{\text{и}} / \cos \delta$ ,  $\sigma_\delta = \sigma_{\text{и}}$ ,  $\sigma_{\text{и}} = (\sigma_{\text{и}1}^2 + \sigma_{\text{и}2}^2)^{1/2}$ , где  $\sigma_{\text{и}1}$  – СКО угловых измерений, оно принималось равным 1"; 0.2"; 0.02"; причем в основном варианте  $\sigma_{\text{и}1} = 0.2"$ ;  $\sigma_{\text{и}2}$  – СКО измерений за счет неточечного характера объекта;  $\sigma_{\text{и}}$  – суммарное СКО угловых измерений. Рассмотрены две модели систематических ошибок угловых измерений. Для первой модели их значения приняты постоянными  $\mu_\alpha$  и  $\mu_\delta$ :  $\mu_\alpha = \mu_\delta = \sigma_{\text{и}1}$ . Для второй модели их значения рассматриваются как случайные (одинаковые для всех измерений), распределенные по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и СКО  $\sigma_{\mu\alpha}$  и  $\sigma_{\mu\delta}$ ,  $\sigma_{\mu\alpha} = \sigma_{\mu\delta} = \sigma_{\text{и}1}$ .

Модель движения астероида вокруг Солнца описывается с помощью системы дифференциальных уравнений в гелиоцентрической геоэкваatorialной инерциальной системе координат (СК) на эпоху J2000 с учётом возмущений от притяжения больших планет и Луны, сжатия Земли, а также давления солнечного света. В качестве ошибок модели движения астероида рассмотрены неточно известные параметры: средний радиус, плотность и альбедо астероида, влияющие на расчет возмущающего ускорения от давления солнечного света. Они образуют вектор  $\mathbf{c}$  с ковариационной матрицей  $\mathbf{S}$ .

Также полагаем, что задана модель движения КА, причем задаются и обновляются в некоторые моменты мерного интервала измерений  $t_i$ ,  $t_i < t_{i+1}$ , в качестве начальных условий, параметры вектора состояния КА  $\mathbf{z}_i$ ,  $i=1, \dots, M$ . Обозначаем набор векторов  $\mathbf{z}_i$  через  $\mathbf{z}_I$ . В этом случае параметры состояния КА  $\mathbf{z}_k$  на момент измерения  $t_k$ ,  $k=1, \dots, N$ , и их ошибки получают прогнозированием движения КА от ближайшего предыдущего момента  $t_i$ , где  $t_i \leq t_k < t_{i+1}$ . При этом полагаем, что априорно заданные параметры состояния КА  $\bar{\mathbf{z}}_i$  на момент  $t_i$  отклоняются от их истинных значений  $\mathbf{z}_i$ , имея некоторые ошибки, ковариационная матрица которых есть  $\mathbf{Q}_i$ . Также рассмотрен частный случай, когда априорно задаются параметры состояния КА и их ошибки на каждый момент измерений, т.е.  $t_i = t_k$ ,  $\mathbf{z}_i = \mathbf{z}_k$  и  $\mathbf{Q}_i = \mathbf{Q}_k$ . Так как измеряемые углы  $\alpha$  и  $\delta$  зависят только от текущего положения КА и астероида, в этом частном случае изучается влияние ошибок положения КА на результаты обработки измерений.

В разделе 1.2 представлены разработанные методики обработки измерений и определения параметров орбиты астероида, которые состоят из двух частей. Сначала определяется начальное приближение орбиты астероида на основе метода Гаусса и метода Херрика-Гиббса. Затем выполняется статистическая обработка измерений и итерационно уточняются параметры орбиты астероида с помощью метода наименьших квадратов Гаусса-Лежандра, развитого в применении к решению задач механики космического полета в работах Акима

Э.Л., Энеева Т.М., Эльясберга П.Е., Лидова М.Л., Назаренко А.И., Ястребова В.Д., Шапиро И., Бажинова И.К., Почукаева В.Н., Тучина А.Г., Milani A., Tarpley V., Vallado D.A. и др.

Учитывая наличие и влияние на результаты навигации ряда мешающих (возмущающих) факторов, рассмотрены оценки точности навигации для двух вариантов алгоритма обработки навигационных измерений. В первом случае оценивается только начальное состояние системы  $x_0$ , при этом мешающие параметры есть, но они не оцениваются (будем называть этот вариант алгоритма классическим методом наименьших квадратов и кратко обозначаем его через МНК). Получены алгоритмы вычисления оценок вектора начального состояния системы  $x_0$ , а также его ковариационной матрицы  $K_{x_0}$ :

$$K_{x_0} = (A + P_0^{-1})^{-1} + (A + P_0^{-1})^{-1} B (R_s + H_c S H_c^T + H_z Q H_z^T) B^T (A + P_0^{-1})^{-1}, \quad (1)$$

$$A = H_{x_0}^T R^{-1} H_{x_0}, \quad B = H_{x_0}^T R^{-1},$$

где  $R$  и  $R_s$  – ковариационные матрицы случайных и систематических ошибок измерений;  $P_0$  – ковариационная матрица ошибок априорной информации о начальном векторе состоянии астероида;  $S$  – ковариационная матрица вектора  $c$  ошибок модели движения астероида;  $Q$  – ковариационная матрица вектора мешающих параметров  $z_I$  из-за ошибок обновления и прогнозирования состояния КА;  $H_{x_0}$ ,  $H_c$  и  $H_z$  – матрицы частных производных от вектора измеряемых параметров по вектору начального состояния  $x_0$  и параметрам  $c$  и  $z_I$ .

Во втором случае частично или полностью учитываются и уточняются мешающие параметры. Разработан алгоритм оптимальной обработки измерений на основе модифицированного метода наименьших квадратов с уточнением мешающих параметров, иногда для него применяется термин «метод мешающих параметров» (ММП). Общая теория такого оценивания, т.н. расширенная задача оценивания, представлена в ряде работ Акима Э.Л., Энеева Т.М., Эльясберга П.Е., Tarpley V., Бахшияна Б.Ц., Назаренко А.И., Назирова Р.Р., Тучина А.Г. и др. Получены алгоритмы вычисления оценок вектора начального состояния системы  $x_0$  и мешающих параметров, а также их соответствующих ковариационных матриц. В частности, ковариационная матрица  $K_{x_0}$  ошибок оценки  $x_0$  в случае уточнения всех мешающих параметров имеет вид:

$$K_{x_0} = P_0 - P_0 H_{x_0}^T \mathfrak{R}^{-1} H_{x_0} P_0 = \left( P_0^{-1} + H_{x_0}^T (\mathfrak{R} - H_{x_0} P_0 H_{x_0}^T)^{-1} H_{x_0} \right)^{-1}, \quad (2)$$

$$\mathfrak{R} = R + R_s + H_{x_0} P_0 H_{x_0}^T + H_c S H_c^T + H_z Q H_z^T,$$

здесь  $\mathfrak{R}$  – совместная ковариационная матрица ошибок всей информации.

В разделе 1.3 разработаны алгоритмы анализа точности прогнозирования параметров движения астероида с учетом мешающих факторов. Оценка

точности навигации получается аналитически – методом ковариационного анализа и численно – методом Монте-Карло. Оценки точностей определения параметров орбиты опасного астероида получены, кроме вектора уточняемых параметров: по перигейному расстоянию  $r_\pi$  и времени прохождения перигея  $t_\pi$ , по компонентам вектора  $\mathbf{b}$  прицельной дальности в картинной плоскости у Земли  $(\xi, \eta)$ , а также по географическим координатам (долготе  $\lambda_c$  и широте  $\varphi_c$ ) условной точки падения на Землю и времени столкновения  $t_c$  для попадающих траекторий (без учета влияния атмосферы). Здесь ось  $\xi$  направлена по вектору прицельной дальности  $\mathbf{b}_0$  номинальной орбиты астероида, ось  $\eta$  – по вектору  $\mathbf{C}_0 = \mathbf{b}_0 \times \mathbf{V}_{\infty 0}$ , где  $\mathbf{V}_{\infty 0}$  – номинальная скорость на бесконечности. Оценены также максимальные ошибки этих параметров – в смысле  $3\sigma$ , они обозначены через:  $\delta r_\pi, \delta t_\pi, \delta \mathbf{b}(\delta \xi, \delta \eta), \delta \lambda_c, \delta \varphi_c, \delta t_c$ . Также определяем ошибку  $\delta b = (\delta \xi^2 + \delta \eta^2)^{1/2}$ , которая характеризует разброс вектора прицельной дальности в картинной плоскости. При этом если  $r_{\pi 0} + \delta r_\pi < R_E$  ( $r_{\pi 0}$  – перигейное расстояние для оцененной орбиты астероида,  $R_E$  – радиус Земли), то по закону  $3\sigma$  (с вероятностью 0.997) можно достаточно уверенно утверждать, что будет столкновение астероида с Землёй. В противном случае, если  $r_{\pi 0} - \delta r_\pi > R_E$ , то столкновение будет маловероятно.

Качественно проанализировано влияние ошибок измерений и мешающих факторов на точность оценивания. Следуя идее Назаренко А.И. введения аналога коэффициента «отношение сигнал/шум» (ОСШ), введём этот коэффициент как отношение следа ( $tr$ ) ковариационной матрицы  $\mathbf{R}_k$  ошибок измерений к следу эквивалентной ковариационной матрицы  $\mathbf{H}_{ck} \mathbf{S} \mathbf{H}_{ck}^T + \mathbf{H}_{zki} \mathbf{Q}_i \mathbf{H}_{zki}^T$  отклонения измеряемых параметров на момент измерения  $t_k$  из-за ошибок мешающих параметров  $\mathbf{c}$  и  $\mathbf{z}_i$ :

$$\eta_{\text{осш}}(t_k) \stackrel{\text{def}}{=} 10 \log_{10} \left( \frac{tr(\mathbf{R}_k)}{tr(\mathbf{H}_{ck} \mathbf{S} \mathbf{H}_{ck}^T + \mathbf{H}_{zki} \mathbf{Q}_i \mathbf{H}_{zki}^T)} \right), \quad (3)$$

где  $\eta_{\text{осш}}(t_k)$ ,  $\mathbf{H}_{ck}$ ,  $\mathbf{H}_{zki}$  – коэффициент ОСШ в децибелах и матрицы частных производных на момент  $t_k$ . С точки зрения практических соображений в отношении требований к точности определения мешающих параметров, этот коэффициент ОСШ даёт возможность выбрать эту точность более разумно. Например, можем выбирать её так, чтобы коэффициент ОСШ был не меньше некоторой предельной величины, которая обеспечивает достаточно хороший уровень качества информации в наихудшем случае ошибок.

В разделе 1.4 сформулированы выводы по первой главе.

Во *второй главе* на основе алгоритмов первой главы выполнен численный анализ задач навигации с помощью системы «Небосвод» на основе моделирования наблюдения и измерений сближающихся с Землёй объектов – астероида Апофис, астероида 2008 TC3 и Челябинского метеороида.

Была взята близкая к номинальной виртуальная траектория Апофиса, ведущая к столкновению в 2036 г. Рассмотрены два участка его полёта. Первый участок имеет «пролётный» вариант орбиты Апофиса - до его сближения с Землёй в 2029 г. Предполагается, что измерения и навигация начинаются с момента достижения расстояния  $\sim 100$  млн км от Земли до Апофиса (1 июня 2028 г.) и продолжаются до пролета мимо Земли 13 апреля 2029 г., всего 317 сут. Второй участок соответствует модельному «попадающему» в Землю варианту орбиты Апофиса. При этом принимается, что измерения и навигация начинаются после тесного сближения астероида Апофис с Землёй в апреле 2029 г. и продолжаются до их модельного соударения 13 апреля 2036 г., всего 7 лет. Полученные результаты анализа навигации с помощью системы «Небосвод» на обоих участках полёта Апофиса приведены в разделе 2.1. Анализ показал, что видимость Апофиса значительно ограничена засветкой Солнцем на обоих участках его полёта. В 2028-2029 гг. для каждого КА есть зона невидимости длительностью примерно месяц, а в 2029-2036 гг. есть зона невидимости в течение  $\sim 2.25$  года.

Рассмотрены три участка навигации для «*пролётного*» варианта орбиты Апофиса в 2028-2029 гг.: 1) *дальний*, – с 1 июня 2028 г. по 13 апреля 2029 г., всего 317 суток; 2) *средний*, – с 14 января 2029 г. до перигея, всего 90 суток; 3) *близкий*, начало – за 7 суток до перигея. Сделан сравнительный анализ точностей определения орбиты Апофиса: аналитически – методом ковариационного анализа и численно – методом Монте-Карло. Получены эллипсы рассеивания ошибок вектора прицельной дальности в картинной плоскости у Земли. Оба метода дали близкие результаты. Анализ для разных вариантов ошибок измерений ( $\sigma_{и1}=1''$ ;  $0.2''$ ;  $0.02''$ ) показал, что в случае наличия только ошибок измерений полученные точности навигации примерно пропорциональны СКО измерений  $\sigma_{и1}$ .

В случае обработки измерений при наличии мешающих параметров в качестве примера рассмотрена программа измерения, когда измерения и навигация проводятся с борта КА-1 на ближнем участке полета Апофиса через  $\Delta t=4$  ч. Здесь предполагается, что существуют не только случайные и систематические ошибки измерений, но и ошибки положения КА-1 на каждый момент измерений. Точность измерений принята  $\sigma_{и1}=0.2''$ , систематические ошибки измерений приняты постоянными и равными  $\sigma_{и1}$ , с/к ошибки  $\sigma(x, y, z)$  по компонентам координат КА-1 на каждый момент измерений приняты равными 1 км. На рис. 1а приведены разброс ошибок вектора прицельной дальности и эллипсы рассеивания в картинной плоскости для аналитического и численного (Монте-Карло – 3000 испытаний) методов без оценивания положения КА-1 (метод МНК). Близость обоих эллипсов рассеивания показывает надежность

полученных результатов. Оценка точности  $\delta b = (\delta\xi^2 + \delta\eta^2)^{1/2}$  даёт  $\sim 3$  км. На рис. 1б приведены аналогичные данные при оценивании координат КА-1 (метод ММП). Аналитический и численный методы и в этом случае тоже дали близкие результаты. Получена оценка  $\delta b \approx 1.7$  км. При этом путем уточнения координат КА-1 точность навигации  $\delta b$  улучшена на 43%.

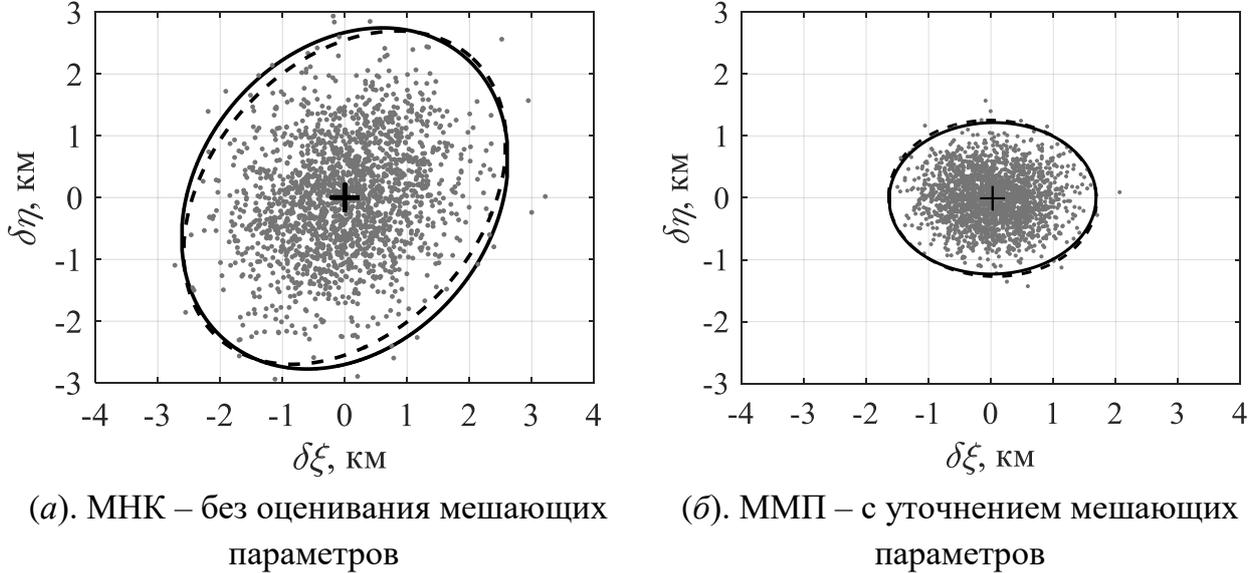


Рис. 1. Эллипсы рассеивания ( $3\sigma$ ) ошибок вектора прицельной дальности в картинной плоскости – аналитически (штриховые) и численно (сплошные) для случая измерений с КА-1 на ближнем участке и определения орбиты по: (а) – МНК, (б) – ММП

Далее методом ковариационного анализа отдельно проанализировано влияние случайных и систематических ошибок измерений, ошибок обновления состояния КА, ошибок модели движения астероида и априорной информации на точность навигации. Выявлено опять, что применение метода уточнения мешающих параметров позволяет заметно уменьшить их влияние на точность навигации по сравнению со случаем без их уточнения.

Получены зависимости точностей навигации по прицельной дальности  $\delta b$ , перигейному расстоянию  $\delta r_\pi$ , времени прохождения перигея  $\delta t_\pi$  от мерного интервала и интервала времени между измерениями  $\Delta t$  на дальнем, среднем и ближнем участках навигации в 2028-2029 гг. с учетом всех мешающих факторов. При этом предполагается, что для КА принято  $\sigma_{и1} = 0.2''$ , и систематические ошибки приняты случайными с разбросом:  $\sigma_{\mu\alpha} = \sigma_{\mu\delta} = \sigma_{и1}$ . Ошибки положения КА на каждый момент измерений для КА-1 и КА-2 приняты 1 км, а для КА-3 и КА-4 – 5 км. Учтены ошибки модели движения Апофиса. Точность навигации получается аналитическим способом в соответствии с применением ММП с уточнением всех мешающих параметров. Для принятой номинальной орбиты Апофиса при его тесном сближении с Землёй в 2029 г. имеем  $r_{\pi 29} = 36829.2$  км  $\approx 5.77 R_E$ . При этом для выявления факта отсутствия падения на Землю в 2029 г.

необходимо иметь оценку точности навигации:

$$\delta r_{\pi} < r_{\pi 29} - R_E = 30451 \text{ км.} \quad (4)$$

На дальнем участке навигации для случая совместных измерений с бортов КА-1 и КА-2,  $\Delta t = 5$  сут, через  $\sim 0.2$  г. измерений полученная точность навигации  $\delta r_{\pi}$  будет удовлетворять условию (4), при этом можно сказать, что с большой вероятностью (0.997) не будет столкновения Апофиса с Землёй в 2029 г. Точность навигации резко улучшается с ростом числа измерений. Так, к последнему месяцу до перигея:  $\delta b = 6-70$  км,  $\delta r_{\pi} = 5-64$  км,  $\delta t_{\pi} = 7-12$  с.

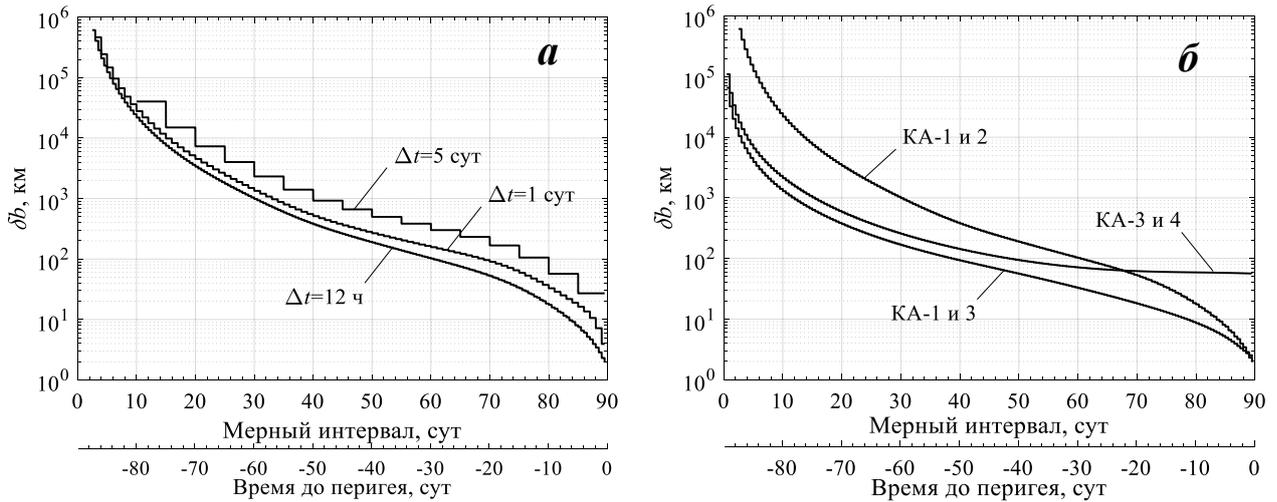


Рис. 2. Зависимость точности навигации  $\delta b$  от мерного интервала на среднем участке навигации для *пролётного* варианта орбиты Апофиса: (а). измерения с КА-1 и КА-2,  $\Delta t = 12$  ч-5 сут; (б). измерения с разных КА,  $\Delta t = 12$  ч

При измерениях с КА-1 и КА-2 на среднем участке навигации на рис. 2а приведена точность навигации  $\delta b$  в зависимости от мерного интервала для  $\sigma_{н1} = 0.2''$ ,  $\Delta t = 12$  ч-5 сут. Через  $\sim 10$  сут точность навигации  $\delta r_{\pi}$  будет удовлетворять условию (4) для выявления факта отсутствия падения астероида. До конца данного участка точность навигации улучшается:  $\delta b \approx 2-27$  км,  $\delta r_{\pi} \approx 1.5-27$  км,  $\delta t_{\pi} \approx 3-76$  с. На рис. 2б приведена зависимость точности навигации  $\delta b$  от мерного интервала на среднем участке навигации при измерениях с бортов КА-1 и КА-2 или с КА-1 и КА-3 или с КА-3 и КА-4 ( $\sigma_{н1} = 0.2''$ ,  $\Delta t = 12$  ч). Анализ показал, что измерения с КА-3 и КА-4 в начале участка лучше, чем с КА-1 и КА-2. А в конце участка точность навигации с КА-1 и КА-2 выше, чем с КА-3 и КА-4.

На ближнем участке навигации для измерений с бортов КА-3 и КА-4 ( $\sigma_{н1} = 0.2''$ ,  $\Delta t = 1$  ч) получают точности навигации:  $\delta b \approx 254$  км,  $\delta r_{\pi} \approx 231$  км,  $\delta t_{\pi} \approx 3.3$  с. А для случаев измерений с КА-1 и КА-2 или КА-1 и КА-3 получается более высокая точность навигации:  $\delta b \approx 1$  км,  $\delta r_{\pi} \approx 0.8$  км,  $\delta t_{\pi} \approx 0.5$  с.

Для анализа *столкновительного* варианта орбиты Апофиса при полете в 2029-2036 гг. рассмотрены четыре участка навигации: 1) *дальний* – с 4 мая 2029 г. и до столкновения Апофиса с Землёй 13 апреля 2036 г., всего  $\sim 7$  лет; 2) *средний*

– с 14 июля 2034 г. до столкновения в 2036 г., всего ~1.7 лет; 3) *1<sup>ый</sup> ближний*, начало – за месяц до столкновения; 4) *2<sup>ой</sup> ближний*, начало – за неделю до столкновения. Для этого варианта орбиты астероида точности навигации получаются также для координат (географических долготы  $\lambda_c$  и широты  $\varphi_c$ ) условной точки падения и для времени столкновения  $t_c$  с Землёй. Принятая попадающая орбита Апофиса имеет характеристики:  $r_{\pi 36}=2070.4$  км,  $t_c=8$  ч 46 мин 3 с, 13 апреля 2036 г.,  $\varphi_c=23.7^\circ$  и  $\lambda_c=-126.3^\circ$  (в области А0 на рис. 4 и 5), при этом для выявления факта соударения Апофиса с Землёй в 2036 г. надо иметь точность навигации:

$$\delta r_\pi < R_E - r_{\pi 36} = 4307.7 \text{ км.} \quad (5)$$

На дальнем участке навигации при измерениях с бортов КА-1 и КА-2 или с КА-1 и КА-3 или с КА-3 и КА-4,  $\Delta t=5$  сут, через ~1 год измерений полученная точность навигации удовлетворяет условию (5), что необходимо для подтверждения факта столкновения Апофиса с Землёй в 2036 г.

На рис. 3 соответственно приведены зависимости точностей навигации по прицельной дальности  $\delta b$ , по времени столкновения  $\delta t_c$ , по долготе  $\delta \lambda_c$  и широте  $\delta \varphi_c$  условной точки падения на Землю от мерного интервала на среднем участке при измерениях с бортов КА-1 и КА-2 для случая  $\sigma_{ил}=0.2''$ ,  $\Delta t=1-10$  сут. Анализ показал, что через ~0.6 года измерений получаются точности навигации:  $\delta r_\pi \approx 200-1500$  км,  $\delta \lambda_c \approx 10-30^\circ$ ,  $\delta \varphi_c \approx 5.5-15.5^\circ$ ,  $\delta t_c \approx 153-430$  с, и можно утверждать, что будет столкновение Апофиса с Землёй в 2036 г. За месяц до столкновения точности навигации к моменту столкновения Апофиса становятся лучше:  $\delta b \approx 50$  км,  $\delta \lambda_c \approx 0.42^\circ$ ,  $\delta \varphi_c \approx 0.24^\circ$ ,  $\delta t_c \approx 11$  с.

На *1<sup>ом</sup> ближнем* (начало – за месяц до столкновения) участке навигации при измерениях с бортов КА-1 и КА-2 через  $\Delta t=1$  ч – 1 сут за 5 сут измерений точность навигации  $\delta r_\pi$  будет достаточной для проверки условия (5). Так, за 2 сут до столкновения получается:  $\delta b \approx 0.7-8$  км,  $\delta \lambda_c \approx 0.01-0.11^\circ$ ,  $\delta \varphi_c \approx 0.003-0.01^\circ$ ,  $\delta t_c \approx 2-20$  с. Также получена точность навигации для *2<sup>ого</sup> ближнего* (начало – за неделю до столкновения) участка навигации. При  $\Delta t \leq 1$  ч требуются лишь 2-3 часа измерений с бортов КА-1 и КА-2, чтобы точность навигации  $\delta r_\pi$  подтверждала условие (5) и можно было уверено утверждать, что будет столкновение астероида с Землёй. Для  $\sigma_{ил}=0.2''$  и  $\Delta t=1$  ч – 12 ч получаются достаточно высокие точности навигации. Так, за 2 сут до столкновения:  $\delta b \approx 2-8$  км,  $\delta \lambda_c \approx 0.06-0.1^\circ$ ,  $\delta \varphi_c \approx 0.008-0.03^\circ$ ,  $\delta t_c \approx 10-26$  с.

Подобный анализ характеристик навигации системы «Небосвод» выполнен также для астероида 2008 ТС3 и Челябинского метеороида. Полученные результаты соответственно представлены в разделах 2.2 и 2.3. Анализ показал потенциальную возможность наблюдений данной системой мелких объектов

типа астероида 2008 TC3 ( $D \sim 4$  м), приближающихся к Земле с её теневой стороны, и даже «дневных» небесных тел ( $D \sim 50$  м), приближающихся к Земле со стороны Солнца при обеспечении довольно хороших точностей навигации.

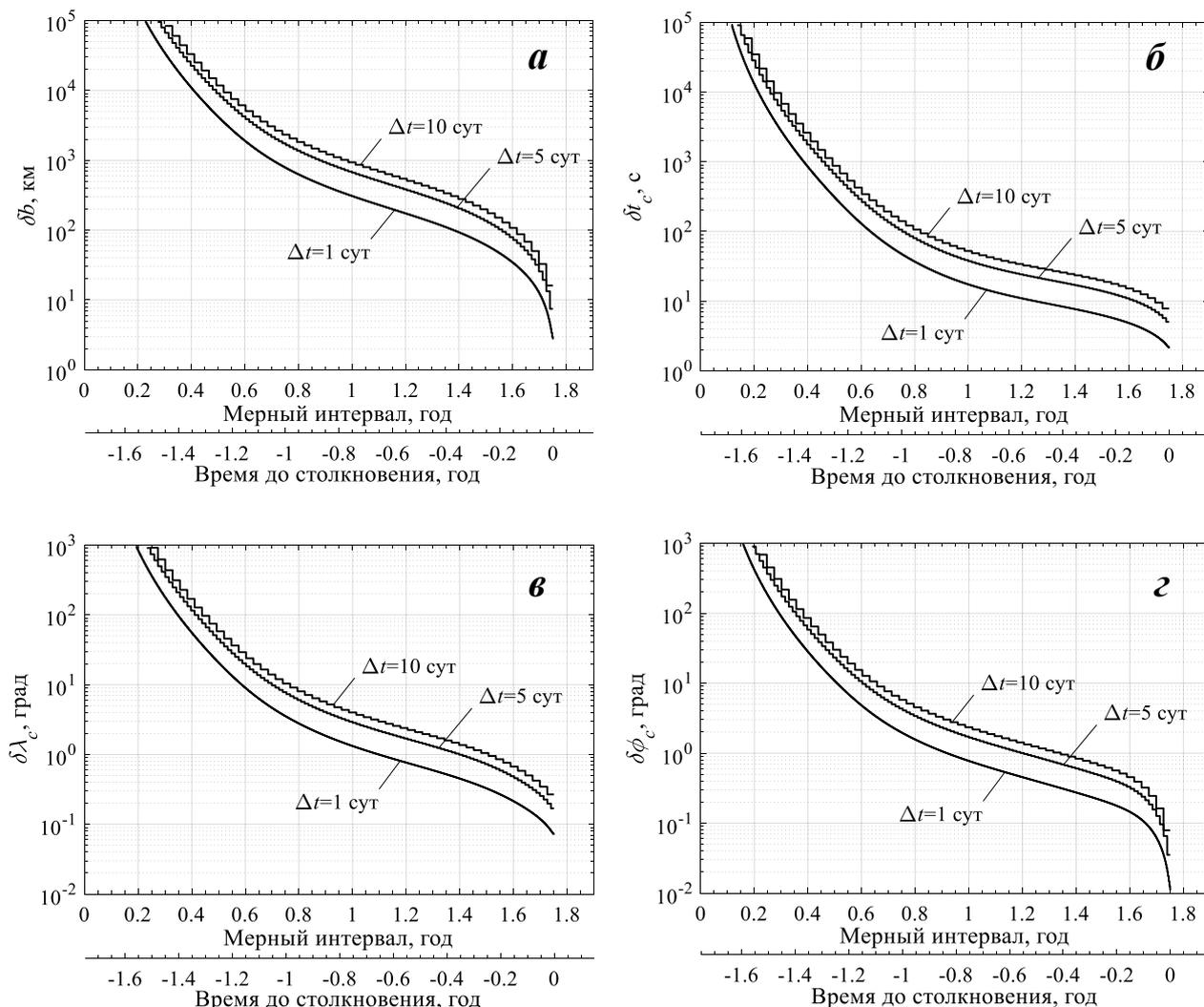


Рис. 3. Зависимости  $\delta b$ ,  $\delta t_c$ ,  $\delta \lambda_c$ ,  $\delta \phi_c$  от мерного интервала на среднем участке при измерениях с КА-1 и КА-2 для **столкновительного** варианта орбиты Апофиса

В разделе 2.4 сформулированы выводы по второй главе.

В **третьей главе** рассмотрена задача определения и исследования характеристик вероятной области падения астероида Апофис на Землю в 2036 г.

Анализ задачи выполнен в два этапа. На первом этапе, рассмотренном Стихно К.А. и кратко представленном в разделе 3.1, разработаны алгоритмы для поиска множества попадающих в Землю в 2036 г. траекторий Апофиса при варьировании начальных данных, полученных ИПА РАН в 2005 г., в допустимом множестве, для которого СКО по компонентам начальных радиус-вектора и вектора скорости равны:  $3\sigma_0(x, y, z) = 3$  км,  $3\sigma_0(v_x, v_y, v_z) = 2$  мм/с. Построены 20 семейств столкновительных траекторий  $A_n$  ( $n=0, 1, \dots, 9$ ),  $B_n$  ( $n=1, 2, \dots, 10$ ), для каждого из которых значение перигейного расстояния  $r_\pi$  меняется в некотором узком диапазоне – от минимального ( $\sim 2069$  км) до максимального ( $\sim 6376$  км):

$A_0 = \{r_{\pi}: 2069 \div 2100 \text{ км}\}$ ,  $(A_1, B_1) = \{r_{\pi}: 2500 \pm 1 \text{ км}\}$ ,  $(A_2, B_2) = \{r_{\pi}: 3000 \pm 1 \text{ км}\}$ ,  $(A_3, B_3) = \{r_{\pi}: 3500 \pm 1 \text{ км}\}$ , ...,  $(A_8, B_8) = \{r_{\pi}: 6000 \pm 1 \text{ км}\}$ ,  $(A_9, B_9) = \{r_{\pi}: 6360 \pm 1 \text{ км}\}$ ,  $(B_{10}) = \{r_{\pi}: 6375 \pm 1 \text{ км}\}$ .

На втором этапе, рассмотренном автором диссертации и представленном в разделе 3.2, разработаны алгоритмы определения характеристик падения астероида на Землю, и получено отображение всего множества попадающих траекторий Апофиса на поверхность Земли, с учетом прецессии и нутации. Построена вероятная область падения астероида Апофис в 2036 г., имеющая вид узкой длинной полосы. На рис. 4 приведена эта полоса на карте мира. Исследованы геометрические, временные и энергетические характеристики столкновительных траекторий Апофиса и этой полосы.

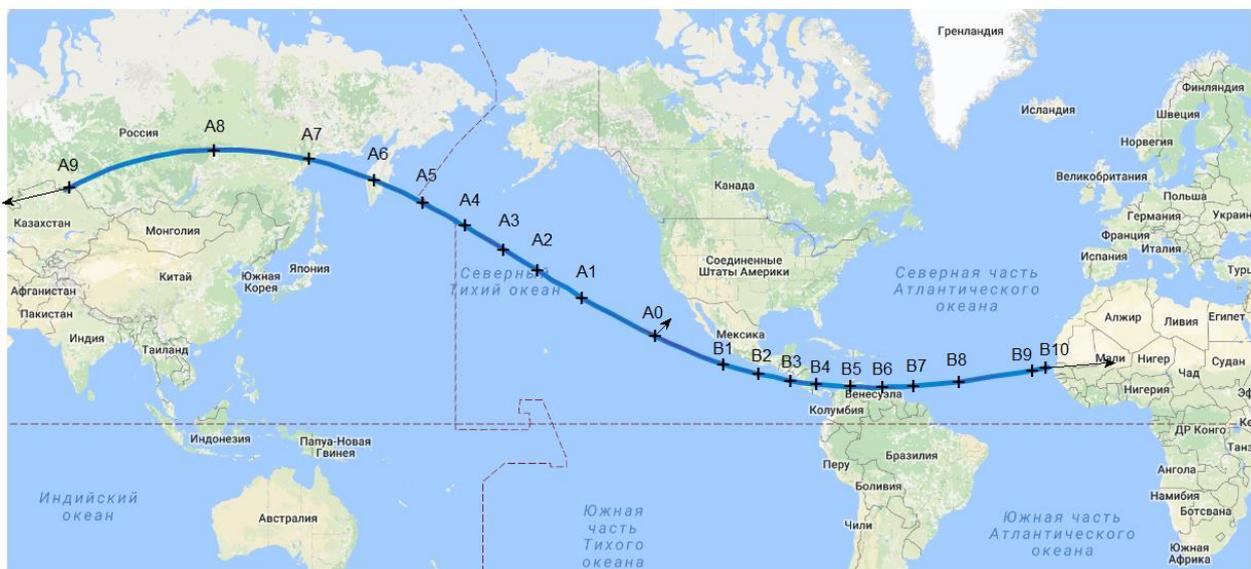


Рис. 4. Вероятная столкновительная полоса Апофиса на поверхности Земли

Анализ показал, что связана только часть семейства  $A_0$ , вблизи орбиты с минимальным  $r_{\pi}$ , для этой части  $2069 \text{ км} \leq r_{\pi} \leq 2085 \text{ км}$ . При  $r_{\pi} > 2085 \text{ км}$  множества  $\{r_{\pi} = \text{const}\}$  несвязны, они состоят из двух подмножеств, для которых получим две области падения, находящиеся примерно симметрично относительно центра области  $A_0$ , к западу ( $A_n$  – с большей энергией перед соударением, чем в области  $A_0$ ) и востоку ( $B_n$  – с меньшей энергией). Для всего множества траекторий время столкновения  $t_c$  меняется от  $t_{c0} - 17$  мин до  $t_{c0} + 13.8$  мин, где  $t_{c0} = 9$  ч, 13 апреля 2036 г. Абсолютная скорость столкновения астероида с Землей  $\sim 12.6 \text{ км/с}$ . На рис. 4 для областей  $A_9$ ,  $A_0$  и  $B_{10}$  показаны скорости, дающие направления подлета астероида к Земле. Отметим, что ранее эту полосу привели R. Schweickart и Gennery D.V. Сравнение их данных с нашими результатами показывает, что они практически полностью совпадают.

Столкновительная полоса лежит примерно в одной плоскости, которая примерно параллельна плоскости эклиптики в момент столкновения. Длина

полосы составляет  $\sim 24347$  км. Ширина области  $A_0$  максимальна, она оценена в  $\sim 27$  км. Для областей  $A_n$  и  $B_n$  ( $n \geq 1$ ) её оценка дала 10-22 км. В среднем, ширина полосы составляет  $\sim 20$  км. Выявлено, что ширина полосы примерно прямо пропорциональна СКО начального состояния  $\sigma_0(x, y, z)$  и  $\sigma_0(v_x, v_y, v_z)$ .

На рис. 5 показано геоцентрическое движение астероида Апофис для всего множества траекторий столкновения с Землёй в 2036 г. Здесь приведены векторы прицельной дальности  $\mathbf{b}$  и векторы скорости «на бесконечности»  $\mathbf{v}_\infty$ , а также столкновительная полоса на поверхности Земли. Для всех столкновительных орбит Апофиса концы векторов  $\mathbf{b}$ , отложенных из одной точки, лежат практически на одной прямой  $L$ . Векторы  $\mathbf{v}_\infty$  почти постоянны ( $|\mathbf{v}_\infty| \approx 5.8$  км/с) и образуют практически плоскость, проходящую через  $L$ , она переходит затем в плоскость полосы. Изолинии  $r_\pi = \text{const}$  будут примерно ортогональны вектору  $\mathbf{b}$ .

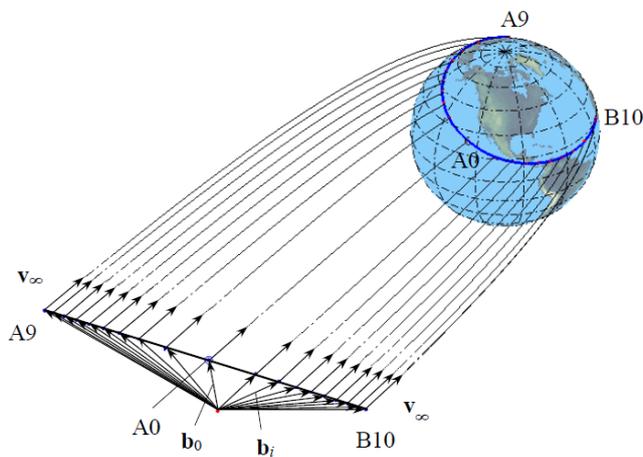


Рис. 5. Вероятное множество геоцентрических траекторий астероида Апофис при падении на Землю в 2036 г.

Так, для области  $A_0$ , при  $r_\pi \approx r_{\pi \min} \approx 2069$  км, изолиниями  $r_\pi = \text{const}$  будут дуги, идущие вдоль оси полосы, примерно перпендикулярно среднему для области  $A_0$  вектору прицельной дальности  $\mathbf{b}_0$ . С увеличением  $r_{\pi i}$  векторы  $\mathbf{b}_i$  поворачиваются, поэтому наклон изолиний  $r_{\pi i} = \text{const}$  к продольной оси столкновительной полосы монотонно возрастает, и на краях полосы, в областях  $A_9$ ,  $B_9$ ,  $B_{10}$ , изолинии, становятся почти перпендикулярными к продольной оси полосы.

В разделе 3.3 сформулированы выводы по третьей главе.

В *четвёртой главе* исследована возможность создания стабильной орбиты спутника с радиомаяком вокруг Апофиса как однородного трёхосного эллипсоида. В разделе 4.1 разработана математическая модель орбитального движения КА вокруг астероида Апофис с учётом основных возмущений от притяжения небесных тел, давления солнечной радиации и несферичности астероида как однородного трёхосного эллипсоида. Аналогично работам Ивашкина В.В. и Лан А., нами принята модель возмущенного движения КА в астероидоцентрической геоэкваториальной прямоугольной инерциальной СК. При этом уравнения движения КА имеют вид:

$$d\mathbf{r}/dt = \mathbf{v}, \quad d\mathbf{v}/dt = \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2 + \mathbf{a}_3, \quad (6)$$

где  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{v}$  – астероидоцентрические радиус-вектор и вектор скорости КА;  $\mathbf{a}_1$  –

ускорение от притяжения астероида как трёхосного эллипсоида;  $\mathbf{a}_2$  – возмущающее ускорение от притяжения небесных тел (Солнце, Земля, Луна, Юпитер и др.);  $\mathbf{a}_3$  – возмущающее ускорение от давления солнечного света.

Основной трудностью решения данной задачи является расчет ускорения  $\mathbf{a}_1$ . В диссертации оно определяется по формуле Дирихле. Рассмотрено потенциальное поле тяготения однородного эллипсоида в связанной СК, оси которой направлены по главным осям эллипсоида, для них обозначено:  $a, b, c$  – малая, средняя и большая полуоси,  $a \leq b \leq c$ . Силовая функция  $U$  выражается по формуле Дирихле, содержащей эллиптические интегралы в  $\bar{U}_i, i = 0, \dots, 3$ :

$$U(x, y, z) = 3\mu_A \left\{ \bar{U}_0(\gamma) + \bar{U}_1(\gamma)x^2 + \bar{U}_2(\gamma)y^2 + \bar{U}_3(\gamma)z^2 \right\}, \quad (7)$$

где  $\mu_A$  – гравитационный параметр эллипсоида,  $\gamma$  является наибольшим положительным корнем уравнения софокусного эллипсоида относительно  $s$ :

$$\frac{x^2}{a^2 + s} + \frac{y^2}{b^2 + s} + \frac{z^2}{c^2 + s} = 1. \quad (8)$$

Для общего случая однородного трёхосного эллипсоида нами получены аналитические представления для интегралов  $\bar{U}_i, i = 0, \dots, 3$  в следующем виде:

$$\begin{aligned} \bar{U}_0(\gamma) &= \frac{1}{2h} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} \left( \frac{l}{h} \right)^{2n} S(n, \arcsin \frac{h}{u}), \\ \bar{U}_1(\gamma) &= \frac{-1}{2h^3} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} \left( \frac{l}{h} \right)^{2n} \left\{ \left( \frac{h}{u} \right)^{2n} \frac{h}{\sqrt{u^2 - h^2}} - (2n+1) S(n, \arcsin \frac{h}{u}) \right\}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\bar{U}_2(\gamma) = \frac{-1}{2h^3} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n+1)!!}{(2n)!!} \left( \frac{l}{h} \right)^{2n} S(n+1, \arcsin \frac{h}{u}),$$

$$\bar{U}_3(\gamma) = \frac{-1}{2h^3} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} \left( \frac{l}{h} \right)^{2n} S(n+1, \arcsin \frac{h}{u}),$$

$$u = \sqrt{c^2 + \gamma}, h = \sqrt{c^2 - a^2}, l = \sqrt{c^2 - b^2}, S(n, \theta) = \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} \bar{S}(n, \theta), n \geq 0, \quad (10)$$

$$\bar{S}(n, \theta) = \theta - \sum_{m=1}^n \frac{(2m-2)!!}{(2m-1)!!} \sin^{2m-1} \theta \cos \theta = \theta + \sum_{m=1}^n \sum_{j=1}^m \Lambda_{mj} \sin 2j\theta = \quad (11)$$

$$= \theta - \frac{n}{n+1} \sin 2\theta + \sum_{m=2}^n \sum_{j=2}^m \Lambda_{mj} \sin 2j\theta,$$

$$\Lambda_{mj} = \frac{(-1)^j j ((m-1)!)^2}{(m-j)!(m+j)!}, 1 \leq j \leq m. \quad (12)$$

Из (7) получаются формулы для определения составляющих силы притяжения эллипсоида. При этом ускорение  $\mathbf{a}_1$  сначала определяется в

астероидоцентрической связанной СК. Затем оно преобразуется в инерциальную СК. Для этого принято, что астероид регулярно вращается вокруг своей малой оси с периодом  $\sim 30.56$  ч. Направление оси вращения постоянно в пространстве, в эклиптической СК оно определяется углами долготы  $250^\circ$  и широты  $-75^\circ$ . Для Апофиса принято  $\mu_A = 1.8 \dots 2.86 \text{ м}^3/\text{с}^2$  (масса  $2.7 \dots 4.3 \times 10^{10} \text{ кг}$ ), средний радиус 160 м. В соответствии с полученной из наблюдений оценкой отношения осей эллипсоида, в диссертации численный анализ выполнен для  $\alpha = c/a = (1.3; 1.5; 1.7)$ ,  $\alpha_1 = b/a = (1.04; 1.06; 1.08)$ .

Возмущающее ускорение  $a_2$  от небесных тел вычисляется в модифицированной форме, близкой к методу Энке. Возмущение  $a_3$  от давления солнечного света учитывает давление на КА и на панели солнечных батарей. Учтено влияние трёхосности астероида на его тень. Для мини-КА с радиомаяком принято, что он имеет форму шара с диаметром 40 см, массой 10 кг. С точки зрения анализа времени существования  $T$  КА на орбите спутника Апофиса, в течение этого времени  $T$  КА не должен столкнуться с поверхностью астероида и не должен отлететь далеко от него, вне сферы действия относительно Солнца, с радиусом  $\sim 2$  км. Для определенности в качестве критерия стабильности движения КА принято, что его высота  $H$  полета над поверхностью астероида должна меняться в диапазоне  $0 < H < 5$  км.

Орбита КА вычисляется путем совместного интегрирования уравнений движения астероида вокруг Солнца и КА вокруг астероида. Начальной датой  $t_0$  движения КА и астероида выбрано 23.04.2020 г., это дата подлета к Апофису для оптимальной траектории полета к Апофису с возвращением к Земле. Начальная орбита КА бралась круговой с радиусом  $r_0$  в диапазоне 0.5-2 км. Для мини-КА с радиомаяком необходимо быть несколько лет вблизи Апофиса при пассивном движении, чтобы обеспечить длительное слежение за спутником с помощью наземных радиотехнических средств и уточнить орбиту Апофиса.

В разделе 4.2 приведены результаты анализа орбитального пассивного движения КА вокруг Апофиса, с точки зрения «времени жизни» спутника. Анализ показал, что в случае Апофиса как трёхосного эллипсоида также есть возможность создать длительную стабильную орбиту спутника астероида. Можно так выбрать начальные элементы орбиты КА, чтобы получить стабильную орбиту спутника астероида Апофис в течение нескольких лет – до тесного сближения астероида с Землёй в 2029 г. Для этого можно взять начальную плоскость орбиты КА примерно ортогонально солнечным лучам (например, для принятой здесь начальной даты 23.04.2020 г. взять начальную круговую орбиту с параметрами  $i_0 \approx \Omega_0 \approx 90^\circ$ ) и «рациональный» начальный радиус орбиты  $r_0 \approx 1.5$  км при  $\mu_A = 1.8-2.86 \text{ м}^3/\text{с}^2$ ,  $\alpha = 1.3-1.7$ ,  $\alpha_1 = 1.04-1.08$ .

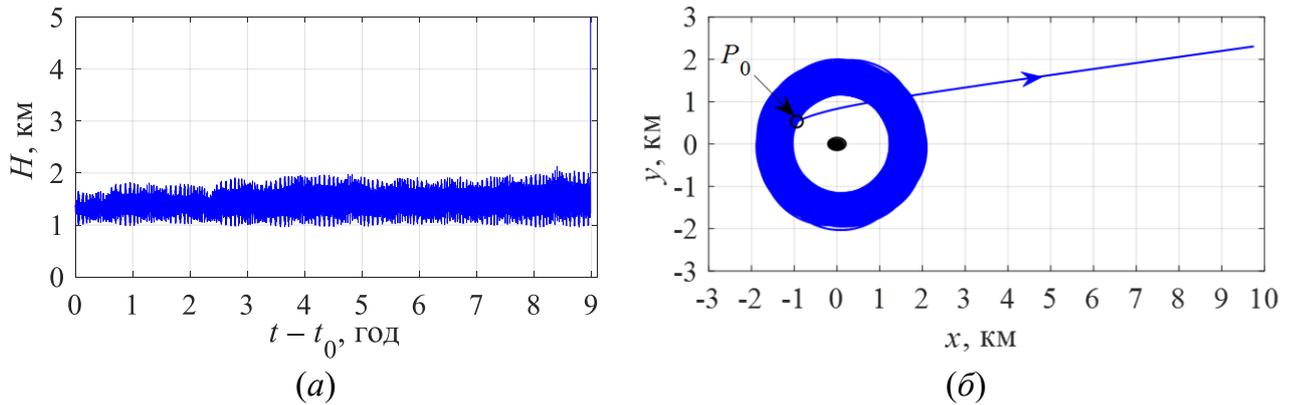


Рис. 6. (а): эволюция высоты мини-КА над поверхностью астероида Апофис, (б): орбитальное движение мини-КА

На рис. 6а показана эволюция высоты  $H$  мини-спутника над поверхностью Апофиса для типичного варианта значений основных параметров:  $\mu_A=2.86 \text{ м}^3/\text{с}^2$ ,  $i_0=\Omega_0=90^\circ$ ,  $r_0=1.5 \text{ км}$ ,  $\alpha=1.5$ ,  $\alpha_1=1.06$ . Видно, что мини-спутник стабильно держится вблизи Апофиса в течение  $\sim 9$  лет – до тесного сближения с Землёй в 2029 г. При этом высота мини-спутника меняется в диапазоне  $1\dots 2 \text{ км}$ . Лишь через  $\sim 9$  лет после начала полёта, в 2029 г., спутник улетает от астероида. На рис. 6б приведена картина орбитального движения мини-спутника в плоскости, ортогональной направлению астероид-Солнце, в течение 9 лет полёта. Здесь ось  $x$  направлена по нормали к плоскости орбиты астероида, ось  $y$  – по текущей трансверсали движения астероида. Спутник улетает от астероида лишь в конце движения, под влиянием сильного возмущения от Земли. Точка  $P_0$  соответствует началу отлета спутника от астероида.

Начальный радиус  $r_0$  орбиты мини-КА проварьирован в широком диапазоне, чтобы выявить «оптимальный» диапазон значений  $r_0$ , для которого при начальной плоскости орбиты мини-КА, ортогональной к солнечным лучам, мини-КА в течение 9 лет (2020-2029 гг.) будет оставаться около Апофиса. При  $\mu_A=2.86 \text{ м}^3/\text{с}^2$ , этот диапазон составляет  $r_0 \approx 1.2\text{-}2 \text{ км}$ . Если  $r_0$  увеличить до  $2.1 \text{ км}$ , то «время жизни»  $T$  резко уменьшится до 140 сут. Если  $r_0$  уменьшить до  $1.1 \text{ км}$ , то «время жизни»  $T$  также заметно уменьшится, до  $\sim 7$  лет. Для более легкого астероида  $\mu_A=1.8 \text{ м}^3/\text{с}^2$  «оптимальный» диапазон составляет  $r_0 \approx 1.25\text{-}1.64 \text{ км}$ . Отметим, что, когда  $r_0$  меньше «оптимальных» значений, КА обычно сталкивается с астероидом, а для высоких орбит, когда  $r_0$  более «оптимальных» значений, КА быстро улетает от астероида из-за слабого притяжения астероида и сильного влияния давления солнечного света, т.е. давление солнечного света как бы «выдувает» спутник из близкой окрестности астероида.

В разделе 4.3 сформулированы выводы по четвертой главе.

В **заключении** приводятся основные результаты и выводы диссертации.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Разработаны методика и алгоритмы определения орбиты и оценки точности определения орбиты опасного астероида при оптических космических измерениях системой «Небосвод» с учетом как случайных и систематических ошибок измерений, так и априорной информации, а также ряда мешающих факторов, таких как ошибок модели движения астероида, а также модели измерительной системы. Для анализа влияния ошибок мешающих параметров на результаты обработки измерений введен аналог коэффициента «отношение сигнал-шум».

2. Получены оценки точностей навигации для оптических измерений системой «Небосвод» при определении орбит астероидов Апофис, 2008 TC<sub>3</sub> и Челябинского метеороида с учетом практических ограничений работы системы. Показано, что применение метода уточнения мешающих параметров позволяет заметно уменьшить влияние ошибок знания этих параметров на точность навигации по сравнению со случаем без их уточнения.

3. Показана потенциальная возможность наблюдений системой «Небосвод» и высокоточного определения орбит не только крупных и средних астероидов типа Апофиса (~320 м), но и также более мелких (до 4-50 м) тел, приближающихся к Земле, в том числе и дневных астероидов размером ~ 50 м и более.

4. Разработаны методика и алгоритмы определения характеристик падения астероида на Землю. Получена вероятная область падения астероида Апофис на поверхность Земли в 2036 г., исследованы геометрические, временные и энергетические характеристики столкновительных траекторий и вероятной полосы соударения астероида с Землёй.

5. Разработана механико-математическая модель орбитального движения КА вокруг астероида с учетом возмущений от притяжения небесных тел, давления солнечного света и несферичности астероида как однородного трёхосного эллипсоида. Разработаны методика и алгоритмы определения потенциала и ускорения притяжения астероида как однородного трёхосного эллипсоида. Получено аналитическое представление для эллиптических интегралов в формуле Дирихле, выраженное в виде быстро сходящихся рядов.

6. Исследовано пассивное возмущенное движение спутника астероида Апофис как трёхосного эллипсоида. Показана возможность обеспечения длительного (до 9 лет) стабильного движения КА вокруг астероида Апофис. Выявлены условия стабильности: начальная плоскость орбиты КА должна быть примерно ортогональна солнечным лучам и начальный радиус орбиты ~1.5 км. Это может быть использовано для уточнения орбиты опасного астероида.

## ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. *Гуо П., Ивашкин В.В.* Оценка точности определения параметров орбиты опасного астероида по оптическим измерениям комплекса "Небосвод" // Изв. вузов. Физика. 2016. Т. 59. № 10/2. С. 51–56.
2. *Стихно К.А., Гуо П., Ивашкин В.В.* Анализ структуры вероятной зоны падения астероида Апофис на Землю в 2036 г. // Изв. вузов. Физика. 2016. Т. 59. № 10/2. С. 57–62.
3. *Ивашкин В.В., Стихно К.А., Гуо П.* О структуре множества вероятных траекторий соударения астероида Апофис с Землёй в 2036 г. // ДАН. 2017. Том 475. № 4. С. 389–394.
4. *Гуо П., Ивашкин В.В., Стихно К.А.* Анализ структуры множества вероятных траекторий соударения астероида Апофис с Землёй в 2036 г. // Экологический вестник научных центров ЧЭС. 2017. № 4. Вып. 2. С. 50–55.
5. *Peng Guo, V.V. Ivashkin, C.A. Stikhno and P.M. Shkarov.* Determination and investigation of asteroid Apophis trajectories set potentially colliding with the Earth in 2036 // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018. Vol. 468, 012023. DOI: 10.1088/1757-899X/468/1/012023.
6. *Гуо П., Ивашкин В.В.* Методы вычисления потенциала однородного трёхосного эллипсоида и их применение к анализу динамики спутника астероида // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2018. № 94. 32 с.
7. *Гуо П., Ивашкин В.В.* Оценка точности определения параметров движения нелинейной динамической системы по результатам измерений при наличии мешающих параметров // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2018. № 213. 36 с.
8. *Гуо П., Ивашкин В.В.* Анализ точностей определения орбит опасных астероидов моделированием оптических измерений космической системы «Небосвод» // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2019. № 60. 32 с.
9. *Ивашкин В.В., Гуо П.* Анализ точностей определения параметров орбитального движения опасного астероида по измерениям комплекса «Небосвод» // Труды международной конференции «Околосемная астрономия-2015 г.», п. Терскол. М.: Янус-К. 2015. С. 181–187.
10. *Гуо П., Ивашкин В.В.* Оценка точности определения столкновительной с Землёй орбиты опасного астероида Апофис по оптическим измерениям комплекса «Небосвод» // Некоторые аспекты современных проблем механики и информатики: сб. науч. ст. М.: ИКИ РАН. 2018. С. 212–226.