

На правах рукописи

КАРИМОВ РАМИС ХАМИТОВИЧ

ЭФФЕКТ САНЬЯКА В ПРОСТРАНСТВЕ-ВРЕМЕНИ ВРАЩАЮЩИХСЯ
ЧЕРНЫХ ДЫР

Специальность 01.04.02 (1.3.3) — теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Уфа – 2021

Работа подготовлена на кафедре физики и нанотехнологий Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Башкирский государственный педагогический университет им. М. Акмуллы».

Научный руководитель - Камал Канти Нанди
PhD, профессор кафедры физики и нанотехнологий Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Башкирский государственный педагогический университет им. М. Акмуллы».

Официальные оппоненты: Березин Виктор Александрович
доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник отдела Теоретической физики Института ядерных исследований РАН.

Сушков Сергей Владимирович
доктор физико-математических наук, доцент кафедры теории относительности и гравитации Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет».

Ведущая организация - Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Новосибирский национальный исследовательский государственный университет».

Защита состоится на заседании диссертационного совета Д 212.296.03 в Челябинском государственном университете по адресу: 454001, г. Челябинск, ул. Братьев Кашириных, д. 129, конференц-зал.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Челябинского государственного университета.

Автореферат разослан « ____ » _____ 2021 г.

Учёный секретарь диссертационного совета,
доктор физико-математических наук,
профессор

Е.А. Беленков

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Эффект Саньяка [1,2], названный в честь первооткрывателя Жоржа Саньяка, является одним из фундаментальных открытий в физике, связанных с вращением. Эффект является наблюдаемым в лабораторных условиях и экспериментально подтверждается в масштабах Земли.

Эффект Саньяка может быть описан следующим образом. Пусть вокруг вращающегося объекта движется источник/приемник света (т.е. источник и приемник находятся в одной точке). Пучок света, разделенный на два в источнике/приемнике, следует по одному и тому же замкнутому пути вдоль обода в противоположных направлениях до момента их схождения в источнике/приемнике. Если диск не вращается, то пучки света одновременно прибывают к источнику/приемнику, и, следовательно, появляется интерференционная полоса. Если диск вращается с некоторой угловой скоростью, время прихода к источнику/приемнику будет разным для сонаправленного и противоположно-направленного пучков света: задержка будет больше в первом случае и меньше во втором. Получившаяся разница во времени называется эффектом Саньяка. Далее будет показано, что выражение для разности времен прохождения двух пучков света, полученное из специальной теории относительности (СТО), не содержит ни вклада массы, ни энергии частиц. Таким образом, эффект Саньяка, является свойством самой геометрии пространства-времени и не зависит от физической природы интерферирующих пучков, то есть его можно рассматривать как «универсальный» эффект.

Проводимое в работе исследование расширяет применимость эффекта Саньяка далеко за пределы лабораторных масштабов и охватывает несколько важнейших решений модифицированных теорий и общей теории относительности (ОТО).

На сегодняшний день эффект Саньяка имеет множество применений. Современные Глобальные навигационные спутниковые системы (ГНСС), такие как GPS и ГЛОНАСС, являются примером использования эффекта Саньяка, так как для функционирования этих систем обязателен учет вращения при синхронизации часов с помощью радиосигналов. Это свойство было использовано Алланом, Вейсом и Эшби для получения более точных измерений задержки Саньяка [3]. Еще более точные измерения были получены методом двухсторонней передачи сигналов частоты и времени (ДПСЧВ) через ГНСС [4]. Аштекар и Магنون рассматривали эффект Саньяка в ОТО как гравитационный аналог эффекта Ааронова-Бома в электродинамике [5]. Тарталья рассчитал поправки к задержке, зависящие от массы и вращения, в метрике черной дыры Керра [6].

Одним из интересных решений ОТО Эйнштейна является решение Керра-Тауб-НУТ [7]. Помимо массы и параметра вращения, эта метрика дополнительно содержит заряд НУТ или гравитомагнитный монополь. Подробнее физический смысл заряда НУТ был рассмотрен в работе [8].

Кроме того, существует несколько решений с вращением принадлежащих модифицированным теориям гравитации, таких как скаляр-тензор-векторной гравитации (СТВГ) [9] и $f(R)$ -теории гравитации [10], где $f(R)$ является функцией скаляра Риччи, удовлетворяющей определенным условиям. Каждая из рассматриваемых модифицированных теорий гравитации возникла из необходимости объяснения одного или более аспектов физических наблюдений, которые не могут быть удовлетворительно объяснены в рамках ОТО. Одним из таких наблюдений являются плоские кривые вращения, наблюдаемые в области гало спиральных галактик [11]. Для ОТО необходимо гипотетически огромное количество невидимой темной материи, которая, в свою очередь, не подтверждена ни одним независимым исследованием [12-15]. Схожим образом, $f(R)$ -теории предложены для объяснения сценария космологической инфляции и ускоренного расширения Вселенной [10]. Эти две категории модифицированной гравитации, СТВГ и $f(R)$, допускают решения с вращением, которые сводятся к решению Керра в ОТО при обнулении дополнительных параметров. Все эти решения рассматриваются в данной работе как самосогласованные, они характеризуются набором параметров, исключая массу и вращение, однако попытка ограничить их экспериментальным путем практически отсутствует в литературе. Актуальность данного исследования подтверждается тем, что ограничение параметров вращающихся решений с использованием экспериментальных данных по эффекту Саньяка, ранее в литературе не проводилось.

Задержка Саньяка по существу измеряет вращение объектов, описываемых соответствующими решениями, в которых задержка вызвана эффектом увлечения инерциальных систем отсчета. В то же время новый эффект, называемый эффектом относительной задержки времени [16], также проверяет увлечение инерциальных систем отсчета. Хотя оба эффекта связаны с вращением, их природа совершенно различна. Поэтому в данной работе эти эффекты будут рассмотрены по отдельности.

Относительная задержка времени является новым потенциальным диагностическим инструментом для теорий гравитации, до сих пор слабо исследованным в литературе. Эффект можно описать следующим образом. Рассмотрим двойную систему, в которой переменный источник света вращается вокруг вращающегося компактного объекта (линзы). Предположим, что два световых луча исходят из-за вращающейся линзы, проходят по обе стороны от нее, чтобы достичь наблюдателя, скажем, на Земле. Пучки света достигнут наблюдателя в разное время, тогда разница во времени прибытия, вызванная эффектом увлечения инерциальных систем отсчета из-за промежуточной вращающейся линзы, называется относительной задержкой. Увлечение инерциальных систем отсчета приводит к тому, что длина светового пути по обе стороны от линзы будет отличаться: короче на стороне вращения и длиннее на стороне встречного вращения. Относительную задержку времени можно рассматривать как

астрофизический аналог квантового эффекта Ааронова-Бома [17], хотя эта аналогия не слишком точна, поскольку световые лучи в любом случае проходят через слабое гравитационное поле, а не в вакууме. Отметим, что относительная задержка времени полностью отличается от хорошо известной гравитационной временной задержки Шапиро [18]. В работе исследована относительная задержка времени в случае астрофизических двойных систем типа пульсар-черная дыра [19], таких как пульсар-Лебедь X-1 и пульсар-Стрелец А*, предполагая, что черная дыра Керра-Сена [20] является компаньоном вращающейся линзы.

Двойные системы представляют собой хорошую лабораторию для проверки предсказаний задержки времени. В подобных системах относительная задержка времени рассматривается до третьего порядка постпостньютоновского разложения в приближении тонкой линзы. В работе также разработано обобщение формул для расчета относительной задержки времени, применяемых к экспериментально приемлемым масштабам линз с конечным расстоянием. Численные оценки, рассчитанные в работе для двух типичных линз двойных систем, показывают, что относительная задержка времени находится на уровне микросекунд в нулевом порядке, что согласуется с предсказаниями в литературе [16,19].

Цель работы состоит в исследовании эффекта Саньяка в пространстве-времени вращающихся черных дыр в случае геодезического и негеодезического движения источника/приемника света и ограничении свободных параметров некоторых решений ОТО и модифицированных теорий гравитации используя экспериментальные данные по эффекту Саньяка.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Исследовать влияние космологической константы на задержку Саньяка в пространстве-времени Керра-де Ситтера для геодезических и негеодезических орбит источника/приемника света и их соответствие принципу Маха.

2. Получить выражения для задержки Саньяка в пространстве-времени Керра-Тауб-НУТ для геодезических и негеодезических круговых орбит источника/приемника света и вычислить верхний предел заряда НУТ.

3. Получить выражения для задержки Саньяка в пространстве-времени Керра- $f(\mathbf{R})$ для геодезических и негеодезических круговых орбит источника/приемника света и получить ограничения скаляра Риччи \mathbf{R} для некоторых моделей $f(\mathbf{R})$ -гравитации.

4. Получить выражения для задержки Саньяка в пространстве-времени Керра-СТВГ для геодезических и негеодезических круговых орбит источника/приемника света и вычислить верхний предел параметра СТВГ.

5. Обобщить формулы для расчета относительной задержки времени, вызванной увлечением инерциальных систем отсчета, и применить для

расчета относительной задержки времени в двойной системе с черной дырой, описываемой решением Керра-Сена.

Научная новизна работы.

1. Впервые получено выражение для задержки Саньяка в пространстве-времени вращающихся черных дыр, описываемых решениями Керра-де Ситтера, Керра-Тауб-НУТ, Йохансена-Псалтиса, Айон-Беато-Гарсия, Бардина, Керра- $f(R)$ и Керра-СТВГ для геодезических и негеодезических круговых орбит источника/приемника света.

2. Для ограничения заряда НУТ использовались данные эксперимента Алана, Вейса и Эшби (АВЭ) для негеодезического движения источника/приемника света и данные эксперимента по измерению задержки Саньяка методом ДПСВЧ для геодезического движения.

3. Получено ограничение скаляра кривизны Риччи двух моделей $f(R)$ -гравитации Сембраноса, используя условие сигнатуры метрики, данные эксперимента Хафеле и Киттинга для негеодезического движения источника/приемника света и данные эксперимента АВЭ для геодезического движения. Ограничение является более строгим, относительно полученных в других работах.

4. Для ограничения параметра СТВГ использовались данные эксперимента АВЭ для негеодезического движения источника/приемника света и данные эксперимента по измерению задержки Саньяка методом ДПСВЧ через спутники для геодезического движения.

5. Получена обобщенная модель для расчета относительной задержки времени до третьего порядка, вызванной увлечением инерциальных систем отсчета.

Теоретическая и практическая значимость работы.

Теоретическая значимость результатов диссертационного исследования заключается в описании метода исследования эффекта Саньяка для вращающихся решений черных дыр и применении экспериментальных данных для ограничения свободных параметров решений для компактных объектов.

Обобщены формулы для расчета относительной задержки времени в двойных системах, вызванной увлечением инерциальных систем отсчета.

Практическая значимость диссертационного исследования определяется тем, что получены ограничения на заряд НУТ решения Керра-Тауб-НУТ, скаляр кривизны Риччи решения Керра- $f(R)$ и параметр СТВГ решения Керра-СТВГ.

Методология и методы исследования.

За основу взята работа Гарталья, в которой получена задержка Саньяка в пространстве-времени черной дыры Керра, на основе которой был разработан метод расчета задержки Саньяка для произвольных геометрий с вращением. Метод был применен к различным решениям в ОТО и модифицированных теориях гравитации. Для ограничения свободных параметров вращающихся черных дыр применялись данные остаточной

ошибки эффекта Саньяка эксперимента Хафеле и Киттинга, эксперимента АВЭ и данные эксперимента по измерению задержки Саньяка методом ДПСВЧ через спутники для геодезического движения.

Положения, выносимые на защиту.

1. Метод ограничения свободных параметров решений, описывающих компактные объекты с вращением, основанный на применении эффекта Саньяка и экспериментальных данных.

2. Задержка Саньяка в пространстве-времени Керра-де Ситтера соответствует принципу Маха для геодезического движения и не соответствует принципу для негеодезического движения источника/приемника света.

3. Задержка Саньяка в пространстве-времени Керра-Тауб-НУТ для негеодезического движения источника/приемника света, которая показывает, что параметр НУТ может быть интерпретирован как имеющий «вращение» заряда НУТ.

4. Ограничение безразмерного скаляра кривизны Риччи для двух моделей $f(R)$ -гравитации, которое является более строгим в сравнении со значениями, полученными ранее в других работах.

5. Обобщение модели для расчета относительной задержки времени, вызванной увлечением инерциальных систем отсчета, в двойных системах в приближении тонкой линзы.

Достоверность полученных результатов.

Достоверность полученных результатов обеспечивается современными вычислительными методами, методами дифференциальной геометрии и применением современных методов обработки данных, согласованием результатов с работами других авторов и непротиворечивостью физическим моделям.

Апробация результатов работы. Материалы, вошедшие в диссертационную работу опубликованы в 19 работах, из которых 7 статей в журналах, рекомендованных ВАК, и 12 тезисов в сборниках докладов и трудов конференций. Результаты работы докладывались и обсуждались на следующих конференциях и симпозиумах: IV Всероссийская научно-практическая конференция «Математическое моделирование процессов и систем», Стерлитамак (2015); Всероссийская научно-методическая конференция «Проблемы современного физического образования», Уфа (2015); Международная зимняя школа-семинар по гравитации, космологии и астрофизике «Петровские чтения», Казань (2016, 2017, 2018); Ulyanovsk International School-Seminar «Problems of Theoretical and Observational Cosmology», Ульяновск (2016); Международная школа-конференция «Фундаментальная математика и ее приложения в естествознании», Уфа (2016, 2018, 2020); Всероссийская научно-практическая конференция (Наука 2020) «Актуальные проблемы математического, естественнонаучного и технического знания: приоритетные молодежные исследования XXI в», Уфа (2017, 2018, 2019); Международная научная конференция «Спектральная

теория и смежные вопросы», Уфа (2018); Международная научная конференция «Комплексный анализ, математическая физика и нелинейные уравнения», Банное (2019, 2020, 2021); Молодежная конференция по теоретической и экспериментальной физике «МКТЭФ-2019», Москва (2019); 3-й Симпозиум Ассоциации стран БРИКС по гравитации, астрофизике и космологии, Казань (2019).

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 16-32-00323 мол_а, грант 18-32-00377 мол_а), молодежного гранта БГПУ им. М.Акмуллы (№ 63/н от 07.06.2019 г.).

Личный вклад автора. Основные результаты работы были получены автором лично. Выбор направления исследований, обсуждение результатов и формулировка задач проводились совместно с научным руководителем профессором К.К. Нанди и доцентом Р.Н. Измаиловым.

Основное содержание работы:

Во введении обоснованы актуальность проблемы, степень её разработанности, научная новизна и практическая значимость исследования, сформулированы цель и задачи диссертационной работы, приведены основные положения, выносимые на защиту.

В первой главе приводится краткий обзор работ других авторов по исследуемой теме. Описано применение эффекта Саньяка в лабораторных и земных экспериментах. Проанализирована работа Тарталья [6], в которой была найдена задержка Саньяка в пространстве-времени Керра для геодезических и негеодезических круговых орбит источника/приемника света (предполагается, что источник света и его приемник определены в одной точке).

Во второй главе рассмотрены три метрики пространства-времени вращающихся черных дыр Керра-де Ситтера, Керра-Тауб-НУТ и Йохансена-Псалтиса из ОТО. Для каждого из решений получено выражение для задержки Саньяка для геодезических и негеодезических орбит источника/приемника света.

(а) Эффект Саньяка в пространстве Керра-де Ситтера

Релятивистский парадокс близнецов может иметь важные применения к принципу Маха. Недавно, в работе [21] утверждалось, что неодинаковое течение времени (различное старение близнецов) между двумя движущимися часами по замкнутым круговым орбитам можно объяснить существованием абсолютного пространства-времени, что делает принцип Маха невыполнимым. В работе этот аргумент будет рассматривается и подтверждается с другой точки зрения, используя задержку Саньяка в пространстве-времени Керра-де Ситтера [22].

Задержка Саньяка в пространстве-времени Керра-де Ситтера для негеодезических круговых орбит источника/приемника света получена в виде

$$\delta\tau = \frac{4\pi}{R} [\{R^3 + 2Ma^2 + a^2R + a^2R(R^2 + a^2)\gamma\}\omega_0 - 2Ma - aR(R^2 + a^2)\gamma] / [(1 + a^2\gamma)\{1 - 2(M/R) + 4a(M/R)\omega_0 - (R^2 + 2(M/R)a^2)\omega_0^2}]$$

$$-(1 - a\omega_0)^2(R^2 + a^2)\gamma\}^{1/2}], \quad (1)$$

где $\Lambda > 0$ – космологическая постоянная, M – (асимптотическая) масса источника, a – отношение углового момента J к массе M и ω_0 – угловая скорость источника/приемника света. Задержка Саньяка (1) часто интерпретируется как гравитационный аналог эффекта Ааронова-Бома [5], не смотря на то, что световые пучки движутся в не свободном от гравитации пространстве.

Уравнение (1) является точным результатом задержки Саньяка для экваториального движения. В большинстве случаев многие члены в этом уравнении очень малы, что позволяет приближать ряды. В постньютоновском приближении уравнение (1) имеет вид

$$\delta\tau \approx \delta\tau_S \left(1 + \frac{\gamma R^2}{2}\right) + 4\pi R M \omega_0 \left(1 + \frac{3\gamma R^2}{2}\right) - \frac{8\pi a M}{R} (1 + \gamma R^2), \quad (2)$$

где $\delta\tau_S = 4\omega_0\pi R^2$ – эффект Саньяка в плоском пространстве. Эффект Саньяка в плоском пространстве восстанавливается не полностью, даже если поправочные члены, содержащие M и a , пренебрежимо малы, из-за появления дополнительного нелокального члена $\gamma R^2/2$, возникающего из-за наличия параметра γ , а именно $\delta\tau \approx \delta\tau_S(1 + \gamma R^2/2)$.

Предполагается, что в асимптотическом пределе задержка Саньяка в общем релятивитском пространстве-времени Керра-де Ситтера адекватно описывает пространство-время любого компактного вращающегося объекта, не обязательно черной дыры. Это позволило сделать постньютоновское разложение точной задержки для негеодезического и геодезического круговых движений источника/приемника света. Постньютоновское приближение нулевого порядка (2) было подтверждено экспериментом Хафеле и Китинга в работах с часами, облетающими Землю [23,24]. Этот измеримый эффект нулевого порядка подтверждает вывод Лихтенеггера и Иорио [21], что конечная причина поведения часов (различное старение близнецов) должна быть приписана абсолютному положению пространства-времени (в этом случае Минковского), что противоречит реляционной программе Маха [A1, A16].

Далее, рассматривается случай, когда угловая скорость источника/приемника света будет определяться самой круговой геодезической, т.е. для которой будет удовлетворен третий закон Кеплера. В этом случае задержка Саньяка в пространстве-времени Керра-де Ситтера для геодезических круговых орбит источника/приемника света получена в виде

$$\delta\tau_{S\pm} = 4\pi R^2 \left\{ \frac{(aM/R^2 - aR\gamma) \pm \sqrt{M/R - \gamma R^2}}{a^2 M/R^2 - R - a^2 R\gamma} \right\} \quad (3)$$

и после его разложения в ряд Тейлора по a/R до первого порядка, сводится к

$$\delta\tau_{S\pm} = \pm 4\pi \left[\sqrt{MR - \gamma R^2} \mp \left(\frac{a}{R}\right) (M - \gamma R^3) \right]. \quad (4)$$

В отличие от уравнения (2) для геодезического кругового движения уравнение (4) теперь содержит гравитирующую массу M в ведущем порядке и в пределе $M \rightarrow 0$, $a \rightarrow 0$ и $\Lambda \rightarrow 0$ просто дает $\delta\tau_{S\pm} = 0$ в пространстве-

времени Минковского. Это происходит потому, что $\omega_{\pm} = 0$ или, по-другому это объясняется тем, что кругового движения не существует. В этом случае, по крайней мере, эффект Саньяка не проявляется как наблюдаемый в пределе Минковского, и принцип Маха может быть выполнен [A1].

Показано, что два типа замкнутых круговых движений приводят к совершенно разным типам поведения задержки Саньяка. Для негеодезического кругового движения источника/приемника света в метрике Керра-де Ситтера точная задержка Саньяка в уравнении (1) показывает влияние космологической константы Λ на него. Показано, что уравнение (2) в пределе $M \rightarrow 0$, $a \rightarrow 0$ и $\Lambda \rightarrow 0$, дает только задержку в пространстве-времени Минковского. Это означает, что по приходу к источнику/приемнику света после полного оборота вокруг пространства-времени Керра-де Ситтера часы будут демонстрировать разрыв синхронизации или различное старение близнецов, то есть часы не будут идти с одинаковой частотой. Этот наблюдаемый разрыв синхронизации является абсолютным свойством только вращающейся метрики Минковского, что противоречит принципу Маха.

Приведенные выше результаты показывают интересный эффект различного поведения задержки Саньяка в зависимости от типа движения источника/приемника света, который, насколько известно, в литературе до сих пор не обсуждался.

(б) Эффект Саньяка в пространстве-времени Керра-Тауб-НУТ

Пространство-время Керра-Тауб-НУТ является осесимметричным стационарным решением уравнений вакуумного поля Эйнштейна с массой M , параметром вращения a и параметром НУТ n . Параметр НУТ является дополнительной характеристикой общей теории относительности, которая в электродинамике интерпретируется как двойная масса или гравитационный аналог магнитного монополя [7].

Задержка Саньяка в пространстве-времени вращающейся черной дыры Керра-Тауб-НУТ для негеодезического движения источника/приемника света имеет вид [A3,A10,A12]:

$$\delta\tau_S^{KTN} = -\left(\frac{4\pi}{R}\right) [2a(MR + n^2) - (R^2 + n^2)^2\omega_0 - a^2(R^2 + 2MR + 3n^2)\omega_0^2] /$$

$$[(1 + n^2/R^2)\{R^2 - 2MR - n^2 + 4a(MR + n^2)\omega_0$$

$$- \{(R^2 + n^2)^2 + a^2R(R + 2M) + 3n^2a^2\}\omega_0^2\}^{1/2}] \quad (5)$$

$$= \delta\tau_S + (\text{поправочные члены зависящие от } n). \quad (6)$$

Статичное пространство-время Тауб-НУТ, полученное в пределе $a \rightarrow 0$ достаточно хорошо исследовано. Например, геодезические структуры в этом пространстве-времени были детально проанализированы в работе [25]. Интересно, что уравнение (6) в этом же пределе не обращается в нуль

$$\delta\tau^{TN} = \delta\tau_S^{KTN} |_{a=0} = \frac{4\pi(R^2+n^2)^{3/2}\omega_0}{\sqrt{R^2-2MR-n^2-(R^2+n^2)^2\omega_0^2}}. \quad (7)$$

Это задержка, измеряемая источником/приемником, движущимся с угловой скоростью ω_0 вокруг статического источника с параметром НУТ. Как объясняли Чакраборти и Мажумдар [26], пространство-время Тауб-НУТ не является инвариантным относительно обращения времени $t \rightarrow -t$, указывая на какое-то «вращение», аналогичное электродинамическому магнитному монополю. Они утверждают, что именно это аналоговое вращение ответственно за неисчезновение прецессии Лензе-Тирринга. Интересно, что те же аргументы применимы к исчезающей задержке Саньяка при $a \rightarrow 0$ [А3] даже если эффекты имеют совершенно различное физическое происхождение – прецессия Лензе-Тирринга вызвана увлечением системы отсчета, а задержка Саньяка – асинхронностью времени.

Для ограничения заряда НУТ рассматривается результат точности эксперимента АВЭ [3], в котором была измерена земная задержка Саньяка. Остаточная ошибка задержки Саньяка их эксперимента составила 5 нс. Они использовали спутники GPS вокруг Земли, движущиеся с угловой скоростью ω_0 .

Сначала был найден эквивалентный радиус $R_{eq} = 7 \times 10^6$ м, путем подстановки одного из измеренных значений эксперимента, в этом случае, $\frac{1}{2}\delta\tau_S = 239.718$ нс, и земных данных при условии обычной круговой навигации. Подставив эквивалентный радиус и земные данные в уравнение для задержки Саньяка (5) и разложив её в ряд по n получено

$$\frac{1}{2}\delta\tau^{KTN} \times 10^9 \text{ нс} = (239.718 + 7.30 \times 10^{-12}n^2\text{м}^{-2} + \dots) \text{ нс}, \quad (8)$$

где n имеет размерность длины. Величина остаточной ошибки эксперимента АВЭ не должна превышать значение $(\frac{1}{2}\delta\tau^{KTN} - \frac{1}{2}\delta\tau_S)$. В результате был получен следующий предел на параметр НУТ [А3]

$$n \leq 8.24 \times 10^5 \text{ м}. \quad (9)$$

Далее рассматривается угловая скорость источника/приемника света, которая определяется самой круговой геодезической в пространстве-времени Керра-Тауб-НУТ. В этом случае задержка Саньяка имеет вид

$$\delta\tau_{S\pm} = 4\pi R^2 \left\{ \frac{an^2(M-2R) - aMR^2 \pm P}{Q} \right\}, \quad (10)$$

где

$$Q = R^5 + Ma^2R^2 + n^2(2R^3 + n^2R - 2a^2R + Ma^2).$$

После разложения уравнения (10) в ряд Тейлора по n до второго порядка, получено

$$\delta\tau_{S\pm geo}^{KTN} = \pm 4\pi \left[\frac{-aMR^2 \pm \sqrt{MR^7}}{R^3 - a^2M} + \frac{n^2S}{2MR^2(R^3 - a^2M)^2} + O(n^4) \right], \quad (11)$$

где

$$S = 6aM^2R^5 - 4aMR^6 \mp \sqrt{MR^7}(3a^2M^2 - 2a^2MR + 3MR^3 - 2R^4).$$

В этом случае, для ограничения параметра НУТ использован результат точности эксперимента по измерению задержки Саньяка методом ДПСВЧ

через спутники [4]. Остаточная ошибка задержки Саньяка их эксперимента составила 0.25 нс.

Сначала был найден геостационарный радиус орбиты спутника R_{geost} , используя угловую скорость геодезического движения $\Omega_{\oplus} = \sqrt{GM_{\oplus}/R_{geost}^3}$, откуда получен

$$R_{geost} = 6.62R_{\oplus} = 4.222 \times 10^7 \text{ м.} \quad (12)$$

Подставляя параметры $a = a_{\oplus}$, $M = M_{\oplus}$, которые, как предполагается, принимают земные значения, и геодезическую орбиту $R = R_{geost}$ в уравнении (11), после преобразования секунд в наносекунды, получено следующее уравнение

$$|\delta\tau_{S\pm geo}^{KTN}| = [(\pm 1.80 \times 10^4 \mp 1.43 \times 10^{-10}) + 7.74 \times 10^{-3}n^2 + \dots] \text{ нс,} \quad (13)$$

где первый член является вкладом массы M_{\oplus} , второй обусловлен параметром вращения a_{\oplus} и последнее слагаемое $7.74 \times 10^{-3}n^2$ нс выражает поправку, вызванную параметром НУТ. Таким образом, поправочный член в ведущем порядке вызванный параметром НУТ не должен превышать величину остаточной ошибки эксперимента, откуда получаем [А3]

$$n < \sqrt{\frac{\Delta(\delta\tau_S)}{7.74 \times 10^{-3}}} \text{ м} = 5.68 \text{ м,} \quad (14)$$

что намного строже, чем полученный предел в уравнении (9), но все же в тысячу раз больше гравитационного радиуса массы Земли. Такое огромное количество заряда НУТ Земли не было обнаружено наблюдениями, и поэтому его существование практически исключено.

(в) Эффект Саньяка в пространстве Йоханнсена-Псалтиса

Метрика Йоханнсена-Псалтиса характеризуется функцией $h(r, \theta)$, которая в литературе чаще всего рассматривается в виде $\epsilon_3(M/r)^3$, где ϵ_3 – параметр отклонения метрики.

Задержка Саньяка в пространстве-времени Йоханнсена-Псалтиса для негеодезических круговых орбит источника/приемника света получена в виде [А6, А8, А13, А17]

$$\delta\tau = \frac{4\{-2aM(R+M\epsilon_3)+R^4\omega_0+a^2(2M+R)(R+M\epsilon_3)\omega_0\}\pi}{R\sqrt{(-2M+R)(R+M\epsilon_3)+4aM(R+M\epsilon_3)\omega_0-\{R^4+a^2(2M+R)(R+M\epsilon_3)\}\omega_0^2}}, \quad (15)$$

которая в постньютоновском приближении имеет вид

$$\delta\tau \approx \delta\tau_S - \frac{8\pi aM}{R} + 2\pi\omega_0 MR(2 - \epsilon_3), \quad (16)$$

откуда видно, что параметр отклонения метрики Йоханнсена-Псалтиса появляется только в третьем члене разложения. Это говорит о том, что параметр отклонения имеет слабое влияние на задержку Саньяка и, следовательно, с помощью предложенного метода сильно его ограничить не получится.

Для ограничения параметра отклонения ϵ_3 использован результат точности эксперимента АВЭ [3]. Подставив эквивалентный радиус и земные данные в уравнение для задержки Саньяка (15) и разложив её в ряд по ϵ_3 получено

$$\frac{1}{2} \delta\tau^{JP} \times 10^9 \text{ нс} = (239.718 + 7.6 \times 10^{-8} \epsilon_3 + \dots) \text{ нс}. \quad (16)$$

Величина остаточной ошибки эксперимента Аллана, Вейса и Эшби не должна превышать значение $\left(\frac{1}{2} \delta\tau^{JP} - \frac{1}{2} \delta\tau_S\right)$. В результате был получен следующий предел

$$\epsilon_3 \leq 6.5 \times 10^7. \quad (17)$$

Несмотря на то, что в работе был получен довольно большой предел на параметр отклонения метрики Йоханнсена-Псалтиса, он является первым экспериментальным ограничением [A5].

В третьей главе рассматривается метрика пространства-времени вращающейся черной дыры Керра в теории $f(\mathbf{R})$ -гравитации (Керра- $f(\mathbf{R})$).

Задержка Саньяка в пространстве-времени вращающейся черной дыры Керра- $f(\mathbf{R})$ для негеодезического движения источника/приемника света имеет вид [A2,A9,A15]

$$\delta\tau = \frac{4\pi}{R} \left[\left\{ R^3 + 2Ma^2 + a^2R + \frac{a^2R(R^2 + a^2)\mathbf{R}_0}{12} \right\} \omega_0 - 2M - \frac{aR(R^2 + a^2)\mathbf{R}_0}{12} \right] / \left[\left(1 + \frac{a^2\mathbf{R}_0}{12} \right) \left\{ \left(R^2 + \frac{2Ma^2}{R} + a^2 \right) \omega_0^2 - \frac{(1-a\omega_0)^2(R^2+a^2)\mathbf{R}_0}{12} \right\}^{1/2} \right], \quad (18)$$

где M – масса источника, a – параметр вращения, \mathbf{R}_0 – скаляр кривизны Риччи и ω_0 – угловая скорость источника/приемника света.

В большинстве случаев, многие члены в уравнении (18) очень малы, что позволяет использовать постньютоновское приближение. В постньютоновском приближении уравнении (18) имеет вид

$$\delta\tau = \delta\tau_S \left\{ 1 + \frac{R^2\mathbf{R}_0}{24} \right\} + 4\pi RM\omega_0 \left\{ 1 + \frac{R^2\mathbf{R}_0}{8} \right\} - \frac{8\pi aM}{R} \left\{ 1 + \frac{R^2\mathbf{R}_0}{12} \right\}. \quad (19)$$

Уравнение (19) может быть переписано в виде

$$\delta\tau = \left(\delta\tau_S + 4\pi RM\omega_0 - \frac{8\pi aM}{R} \right) + \text{члены зависящие от } \mathbf{R}_0.$$

Из уравнения (19) видно, что эффект Саньяка в плоском пространстве $\delta\tau_S$ восстанавливается не полностью из-за появления дополнительного члена $(R^2\mathbf{R}_0/24)$, который появляется как вклад скаляра кривизны \mathbf{R}_0 , даже когда поправочные члены, содержащие M и a , пренебрежимо малы. Члены, пропорциональные $(R^2\mathbf{R}_0/24)$ можно интерпретировать как вклад теории $f(\mathbf{R}_0)$ -гравитации, если \mathbf{R}_0 не обращается в нуль [A2,A9].

Для ограничения скаляра кривизны Риччи рассматривается результат точности эксперимента «Вокруг света», проведенный Хафеле и Киттингом [24,25], в котором была измерена земная задержка Саньяка. Величина остаточной ошибки их эксперимента составила 10 нс.

Предполагается, что источник/приемник света движется по круговой траектории, близкой к вращающейся Земле и гравитация вблизи ее поверхности описывается метрикой Керра- $f(\mathbf{R})$.

Поправки, внесенные M , ω_0 , \mathbf{R}_0 и a в одностороннюю задержку Саньяка в плоском пространстве $\frac{1}{2} \delta\tau_S$, могут быть получены путем

вычисления $\frac{1}{2}(\delta\tau - \delta\tau_S)$. Подставив соответствующие значения Земли в выражении (19) для $\delta\tau$ и используя $\delta\tau_S = 4.148 \times 10^{-7}$ с, получено

$$\Delta\tau_{non-geo}^{cor} = \frac{1}{2}(\delta\tau - \delta\tau_S) = 6.98 \times 10^{14} \mathbf{R}_0 - 6.22 \times 10^{-14} \mathbf{R}_0^2. \quad (20)$$

Из предположения, что поправка $\Delta\tau_{non-geo}^{cor}$ в (20) не должна превышать значение наблюдаемой максимальной остаточной ошибки ~ 10 нс, следует $10^9 \times \Delta\tau_{non-geo}^{cor} \leq 10$ нс, откуда легко получить [A2]

$$0 \leq \mathbf{R}_0 < 1.43 \times 10^{-14} \text{ м}^{-2}. \quad (21)$$

Далее рассматривается случай, когда угловая скорость источника/приемника света будет определяться самой круговой геодезической, т.е. для которой удовлетворяется третий закон Кеплера. В этом случае задержка Саньяка в пространстве-времени Керра- $f(\mathbf{R})$ для геодезических круговых орбит источника/приемника света получена в виде

$$\delta\tau_{S\pm} = 4\pi R^2 \left\{ \frac{\left(\frac{aM}{R^2} - \frac{aRR_0}{12}\right) \pm \sqrt{\frac{M}{R} - \frac{R^2 R_0}{12}}}{\frac{a^2 M}{R^2} - R - \frac{a^2 RR_0}{12}} \right\}. \quad (22)$$

После разложения в ряд Тейлора по a/R до первого порядка примет вид

$$\delta\tau_{S\pm}^{\text{geod}} = \pm 4\pi \left[\sqrt{MR - \frac{R^4 R_0}{12}} \mp \left(\frac{a}{R}\right) \left(M - \frac{R^3 R_0}{12}\right) \right]. \quad (23)$$

Далее будет найдено ограничение скаляра Риччи \mathbf{R}_0 , используя результат точности эксперимента АВЭ [3], в котором была измерена земная задержка Саньяка. Остаточная ошибка задержки Саньяка в этом эксперименте составила 5 нс.

Восстановив G , c и используя $R = R_{geo}$ в формуле (23), односторонняя задержка Саньяка равна

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2}\right) \delta\tau_{S\pm}^{\text{geod}} &= \pm \frac{2\pi}{c} \sqrt{\frac{GM_{\oplus} R_{geo}}{c^2}} \left[1 + \frac{c^2 \mathbf{R}_0 R_{geo}^3}{24GM_{\oplus}} \right] \\ &= 3670 \times [1 + 3.25 \times 10^{21} \mathbf{R}_0 \text{ м}^2] \text{ нс}. \end{aligned} \quad (24)$$

Поправочный член в формуле (24) должен быть ограничен условием $0 \leq \Delta\tau_{geo}^{cor} \leq$ наблюдаемого остатка ошибки, откуда получено [A2]

$$\Delta\tau_{geo}^{cor} = 1.2 \times 10^{25} \mathbf{R}_0 \text{ м}^2 \text{ нс} \rightarrow 0 \leq \mathbf{R}_0 < 4.16 \times 10^{-2} \text{ м}^{-2}. \quad (25)$$

Полученный диапазон, связанный с геодезическим движением спутника в свободном падении, более строгий, чем предыдущий диапазон (21), более чем на десять порядков. Точность, достигнутая в эксперименте Gravity-Probe-B [27], завершеном несколько лет назад, составляет 7,2 миллисекунды/год, и в результате эксперимента была получена оценка $|k| \leq 10^{-26} \text{ м}^{-2}$ (где $k = \mathbf{R}_0/4$), что довольно близко к верхнему пределу, полученному в (25). Поскольку этот диапазон строже, чем в случае негеодезического движения источника/приемника света, он будет использоваться для определения диапазонов безразмерных параметров конкретных моделей $f(\mathbf{R})$ -гравитации.

Примеры конкретных моделей $f(\mathbf{R})$ -гравитации и их анализ приведены по образцу, приведенному в работе Перез и др. [28]. Поскольку задержка Саньяка допускает только положительный диапазон значений скаляра Риччи \mathbf{R}_0 , как в (25), отрицательные значения \mathbf{R}_0 не будут рассматриваться в дальнейшем.

Рассматривается модель вида

$$f(\mathbf{R}) = \alpha \mathbf{R}^\beta, \quad (26)$$

где константы α , β и скаляр кривизны Риччи \mathbf{R}_0 связаны следующим образом

$$\mathbf{R}_0 = \left[\frac{1}{\alpha(\beta-2)} \right]^{\frac{1}{\beta-1}}. \quad (27)$$

Условия $\beta > 0$ и небольшие положительные значения $\alpha > 0$ являются необходимыми, для того, чтобы теория $f(\mathbf{R})$ -гравитации сводилась к ОТО при малых значениях скаляра кривизны Риччи \mathbf{R} . При $r_g = GM_\oplus/c^2 = 4.35 \times 10^{-3}$ м, начальная кривизна определяется как

$$\mathbb{R}_0 = \mathbf{R}_0 r_g^2, \quad (28)$$

где \mathbb{R}_0 теперь безразмерный параметр скаляра Риччи.

Таким образом, окончательный диапазон параметров первой модели, ограниченный экспериментальными данными эффекта Саньяка и условиями валидности/нестабильности теории, является

$$\alpha \in (-\mathbf{R}_0, 0), \beta \in (0,1), \mathbb{R}_0 \in (0, 7.87 \times 10^{-3}]. \quad (29)$$

Первые два интервала такие же, как и в работе [28], в то время как интервал скаляра кривизны намного строже.

Далее, рассматривается модель вида

$$f(\mathbf{R}) = \epsilon \mathbf{R} \ln \frac{\mathbf{R}}{\alpha}, \quad (30)$$

где параметры ϵ , α и скаляр Риччи \mathbf{R}_0 связаны следующим образом

$$\alpha = \mathbf{R}_0 \exp \left[\frac{1}{\epsilon} - 1 \right]. \quad (31)$$

Перейдя к безразмерным параметрам, как и в случае первой модели, были получены следующие ограничения рассматриваемой модели

$$\epsilon > 0, \alpha' \in (e^{-1} \mathbb{R}_0, \infty), \mathbb{R}_0 \in (0, 7.87 \times 10^{-30}]. \quad (32)$$

Вышеприведенные два примера показывают, что свободные параметры моделей ограничиваются тем же интервалом, однако интервал для безразмерного скаляра кривизны Риччи значительно строже, чем полученный ранее из свойств аккреционного диска в сильном гравитационном поле [28], который равен $\mathbb{R}_0 \in [-1.2 \times 10^{-3}, 6.67 \times 10^{-4}]$ [A2].

В четвертой главе рассматривается метрика пространства-времени вращающейся черной дыры Керра в теории СТВГ (Керра-СТВГ). В этом решении используется динамическая гравитационная постоянная, которая задана в виде $G = G_N(1 + \alpha)$, где G_N – Ньютоновская гравитационная постоянная и α – безразмерный параметр теории СТВГ.

Задержка Саньяка в пространстве-времени вращающейся черной дыры Керра-СТВГ для негеодезического движения источника/приемника света получена в виде [A5,A14,A15]

$$\delta\tau = \frac{4\pi}{R} \left[\left\{ R(R^2 + a^2) + 2a^2(1 + \alpha)M - \frac{a^2\alpha(1+\alpha)M^2}{R} \right\} \omega_0 - \alpha(1 + \alpha)M \left(2 - \frac{\alpha M}{R} \right) \right] / \left[1 - \frac{(1+\alpha)M(1-2\alpha\omega_0)}{R} \left(2 - \frac{\alpha M}{R} \right) - \left\{ R^2 + a^2 + \frac{a^2(1+\alpha)M}{R} \left(2 - \frac{\alpha M}{R} \right) \omega_0^2 \right\} \right]^{1/2}. \quad (33)$$

В постньютоновском приближении уравнение (33) имеет вид

$$\delta\tau \approx \delta\tau_S - \frac{8\pi a(1+\alpha)M}{R} + 4\pi R(1 + \alpha)M\omega_0. \quad (34)$$

Для ограничения параметра СТВГ рассматривается результат точности эксперимента АВЭ [3], в котором была измерена земная задержка Саньяка.

Подставим данные Земли и эквивалентный радиус Земли R_{eq} вместо R в уравнение (34) для $\frac{1}{2}\delta\tau$, восстановив при этом $\omega_0 \rightarrow \Omega_{\oplus}/c$, $a \rightarrow a_{\oplus}/c$ и преобразовав секунды в наносекунды (нс), $\frac{1}{2}\delta\tau$ с $\rightarrow \frac{1}{2}\delta\tau \times 10^9$ нс, получено значение каждой поправки:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\delta\tau_S^{AWA} &= 2 \times \frac{2\Omega_{\oplus}}{c^2} \times \pi R_{eq}^2 \times 10^9 = 240 \text{ нс}, \\ \left(\frac{1}{2}\right)\delta\tau_{a_{\oplus}} &= \left(\frac{1}{2}\right)\frac{8\pi aM}{R} = \left(\frac{1}{2}\right)\frac{8\pi a_{\oplus}M}{c^2 R_{eq}} \rightarrow \frac{1}{2}\delta\tau_{M,a_{\oplus}} \times 10^9 = 8.68 \times 10^{-10} \text{ нс}, \\ \left(\frac{1}{2}\right)\frac{8\pi\alpha}{R} &= \left(\frac{1}{2}\right)\frac{8\pi\alpha a_{\oplus}M}{c^2 R_{eq}} \rightarrow \frac{1}{2}\delta\tau_{\alpha,M,a_{\oplus}} \times 10^9 = 8.68 \times 10^{-10} \times \alpha \text{ нс}, \\ \left(\frac{1}{2}\right)4\pi RM\omega_0 &= \left(\frac{1}{2}\right)\frac{4\pi R_{eq}M\Omega_{\oplus}}{c^2} \rightarrow \frac{1}{2}\delta\tau_{M,\Omega_{\oplus}} \times 10^9 = 1.52 \times 10^{-25} \text{ нс}, \\ \left(\frac{1}{2}\right)4\pi RM\omega_0 &= \left(\frac{1}{2}\right)\frac{4\pi R_{eq}M\Omega_{\oplus}\alpha}{c^2} \rightarrow \frac{1}{2}\delta\tau_{\alpha,M,\Omega_{\oplus}} \times 10^9 = 1.52 \times 10^{-25} \times \alpha \text{ нс}. \end{aligned}$$

Так как вклад от величин $8,68 \times 10^{-10}$ нс и $1,52 \times 10^{-25}$ нс намного меньше, чем наблюдаемый остаток ошибки 5 нс, уравнение (34) можно переписать в виде:

$$\frac{1}{2}\delta\tau \times 10^9 \text{ нс} \approx \frac{1}{2}\delta\tau_S^{AWA} + 8.68 \times 10^{-10}\alpha \text{ нс}. \quad (35)$$

Из предположения, что поправка односторонней задержки Саньяка должна быть меньше или равна среднему остатку ошибки 5 нс, получена верхняя граница параметра α , которая составляет

$$8.68 \times 10^{-10}\alpha \leq 5 \Rightarrow \alpha \leq 5.76 \times 10^9. \quad (36)$$

Далее рассматривается случай, когда угловая скорость источника/приемника света будет определяться самой круговой геодезической, т.е. для которой будет удовлетворен третий закон Кеплера. Задержка Саньяка в пространстве-времени Керра-СТВГ для геодезических круговых орбит источника/приемника света имеет вид

$$\delta\tau_{S\pm} = 4\pi R^2 \left\{ \frac{-aMR + aM^2\alpha - aMR\alpha + aM^2\alpha^2 \pm \sqrt{MR^5 - M^2R^4\alpha + MR^5\alpha - M^2R^4\alpha^2}}{-a^2MR + R^4 + a^2M^2\alpha - a^2MR\alpha + a^2M^2\alpha^2} \right\} \quad (37)$$

и после разложения в ряд по α до первого порядка примет вид

$$\delta\tau_{S\pm}^{STVG} = \pm 4\pi\sqrt{MR} \mp 4\pi \left(\frac{M}{R}\right) a \pm 4\pi \left[\frac{\sqrt{MR^5}(M-R)(R^3+a^2M)}{2(R^3+a^2M)^2} \pm \frac{2aMR^4(R-M)}{2(R^3-a^2M)^2} \right] \alpha. \quad (38)$$

Для ограничения параметра α использован результат эксперимента по измерению задержки Саньяка методом ДПСВЧ через спутники [4].

Подставив значения $a = a_{\oplus}$ и $M = M_{\oplus}$ и $R = R_{geost}$ в уравнение (38), и, преобразовав секунды в наносекунды, получено

$$\begin{aligned}
|\delta\tau_{Sgeo}^{KerrSTVG}| &= \delta\tau_{Sgeo}^{Sc} + \text{поправка из-за вращения } a_{\oplus} + \text{поправка из-за } \alpha \\
&= |1.79 \times 10^4 + 4.23 \times 10^{-2} + 2.14 \times 10^2 \alpha| \text{ нс.}
\end{aligned}
\tag{39}$$

Последнее слагаемое $2.14 \times 10^2 \alpha$ нс в уравнении (39) показывает поправку параметра СТВГ α к ведущим порядкам задержки Саньяка.

Используя предположение, что поправочный член в ведущем порядке из-за α должен быть меньше или равен остаточной ошибке эксперимента по измерению задержки Саньяка методом двухсторонней передачи сигнала времени и частоты через спутники, получен следующий предел

$$\alpha < \frac{\Delta(\delta\tau_S)}{2.14 \times 10^2} = 1.166 \times 10^{-3},
\tag{40}$$

что ограничивает α гораздо сильнее, чем в случае негеодезического источника/приемника (36).

В результате исследования получен предел $\alpha < 1.166 \times 10^{-3}$ [A5], соответствующий массе Земли. Этот результат согласуется с верхней границей $\alpha < 0.1$, предложенной Лопесом Арменголом и Ромеро для источников звездной величины [29].

В пятой главе обобщена модель для расчета относительной задержки времени, основанная на эффекте увлечения инерциальных систем отсчета для двойных систем и применена к черной дыре Керра-Сена [20]. Суть эффекта относительной задержки времени заключается в следующем: рассмотрим двойную систему, в которой переменный источник света S вращается вокруг вращающегося компактного объекта. Предполагается, что два световых луча

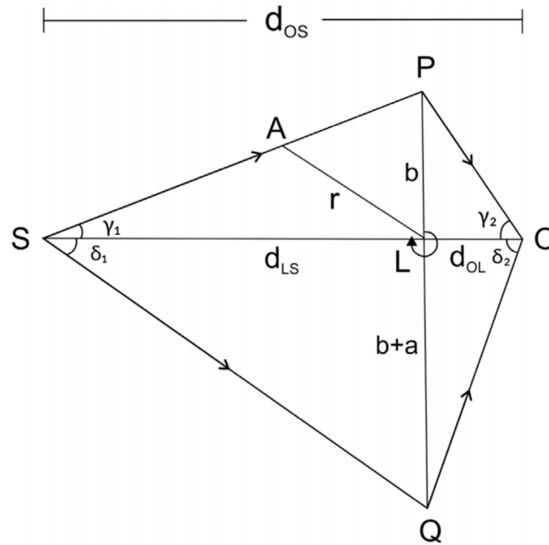


Рис. 1. Схематическое изображение относительной задержки времени (углы здесь преувеличены). S , L и O - источник, линза и наблюдатель, соответственно, расположенные на одной прямой ($\beta = 0$), b - прицельный параметр, a - параметр вращения. Произвольные углы такие, как показано.

исходят из S и проходят по обе стороны от вращающейся линзы L , чтобы достичь наблюдателя в точке O . Очевидно, что лучи света достигнут наблюдателя в разное время, и эта разница во времени прихода вызвана эффектом увлечения инерциальных систем отсчета из-за промежуточной вращающейся линзы. Увлечение инерциальных систем отсчета приводит к

тому, что длина пути света по обе стороны от линзы будет отличаться: короче для сонаправленного с вращением линзы луча и длиннее для противоположно-направленного вращению линзы луча (см. Рис. 1).

Из результатов работы следует, что общая задержка времени Δt между двумя световыми лучами, идущими от источника к наблюдателю вдоль двух противоположных сторон промежуточной вращающейся линзы, составляет

$$\Delta t = \left(\frac{1}{c}\right) \int_0^\pi d\phi \left[\frac{4aM}{r} \left\{ 1 + \frac{2M}{r} \lambda_1 + \frac{M^2}{2r^2} \lambda_2 + \dots \right\} \right] \quad (41)$$

$$\equiv \left(\frac{1}{c}\right) (I_1 + I_2 + I_3) = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3, \quad (42)$$

где $\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3$ – задержка времени первого, второго и третьего порядков, M – масса источника, a – параметр вращения и

$$\lambda_1 = 1 - \frac{Q^2}{2M^2} = 1 - \frac{\xi}{M}, \quad (43)$$

$$\lambda_2 = 8 - \frac{8Q^2}{M^2} + \frac{2Q^4}{M^4} = 1 - \frac{2\xi}{M} + \frac{\xi^2}{M^2} = 8 \left(1 - \frac{\xi}{M}\right)^2, \quad (44)$$

где $\xi = \frac{Q^2}{2M}$ – параметр струны метрики Керра-Сена и Q – дилатонный заряд. Для вычисления интеграла (41) используется приближение тонкой линзы. Далее будет вычислена относительная задержка времени для двух двойных систем типа пульсар – черная дыра.

В работе рассматривается типичный пример такой двойной системы – пульсар-черная дыра Лебедь X-1 с массой черной дыры $M = 14,8M_\odot = 2,19 \times 10^6$ см, параметром вращения $a = 0,95M = 2,08 \times 10^6$ см и расстоянием от наблюдателя до линзы $d_{OL} = 1,86$ кпк $= 5,74 \times 10^{21}$ см.

Таблица 1. Значения относительной задержки времени $\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3$ для двойной системы пульсар- черная дыра Лебедь X-1. В двух последних столбцах показано влияние параметра ξ .

α	Δt_1 (мкс)	Δt_2 (мкс)	Δt_3 (мкс)
0	0.028	1.11×10^{-6}	5.97×10^{-12}
10^{-5}	0.028	1.00×10^{-6}	4.84×10^{-12}
10^{-4}	0.028	5.57×10^{-7}	1.49×10^{-12}

Измерение с высокой точностью возможно в случае миллисекундных пульсаров, а точность 0,1 мкс была достигнута в работе [30] для PSR J0437-4715, яркого миллисекундного пульсара в двойной системе белый карлик-нейтронная звезда. Первый столбец показывает, что измерение Δt_1 может стать возможным в ближайшем будущем, хотя технически это все еще довольно сложно. Однако, как видно из последних двух столбцов, для исследования влияния параметра ξ необходимо, чтобы точность измерений достигала пикосекундного уровня и выше. Эта точность может быть достигнута с учетом современных технологий [A4].

Недавние наблюдения показывают, что, вероятно, около 100 пульсаров окружают сверхмассивную вращающуюся черную дыру Стрелец A* с орбитальными периодами около десяти лет [31] и некоторые из них формируют двойные системы пульсар-черная дыра со спутниками черными дырами звездного размера, находящимися в пределах 1 парсека от Стрельца

A^* [32]. Предположим, что некоторые из пульсаров пересекают оптическую ось OLS за Стрельцом A^* , образуя двойную систему пульсар-черная дыра Стрелец A^* .

Таблица 2. Значения относительной задержки времени Δt_1 , Δt_2 , Δt_3 для двойной системы пульсар- черная дыра Стрелец A^* . В двух последних столбцах показано влияние параметра ξ на относительную задержку времени.

α	Δt_1 (мкс)	Δt_2 (мкс)	Δt_3 (мкс)
0	4.20	1.90×10^{-7}	9.29×10^{-15}
10^{-5}	4.20	1.71×10^{-7}	7.53×10^{-15}
10^{-4}	4.20	9.51×10^{-8}	2.32×10^{-15}

В таблице 2 показаны некоторые компоненты относительной задержки времени Δt_1 , Δt_2 , Δt_3 для Стрельца A^* [A4,A8]. В отличие от системы пульсар-черная дыра Лебедь X-1, показано, что $\Delta t_1 = 4.2$ мкс, допускаемое приближением тонкой линзы, которое должно быть измерено с помощью современных технологий при условии, что соответствующий пульсар будет идентифицирован в будущих миссиях.

В **заключении** приводится перечень основных результатов и выводы по диссертационной работе.

Основные результаты работы сводятся к следующему:

Разработан метод ограничения свободных параметров решений, описывающих компактные объекты с вращением, основанный на применении эффекта Саньяка и экспериментальных данных. Результаты экспериментов Хафеле и Киттинга, АВЭ и методом ДПСВЧ через спутники были применены для ограничения параметра НУТ [A3,A10,A12], параметра отклонения метрики Йоханнсена-Псалтиса [A6,A13], нелинейного электрического заряда метрики АБГ [A16], скаляра кривизны Риччи [A2, A9] и параметра СТВГ [A5, A14]. Наилучшее ограничение свободных параметров получается в результате применения экспериментальных данных по измерению эффекта Саньяка методом ДПСВЧ через спутники [A3,A5].

Измеряемый эффект нулевого порядка задержки Саньяка в пространстве-времени Керра-де Ситтера для негеодезического движения источника/приемника света подтверждает заключение Лихтенегера и Иорио, что основная причина асинхронности времени связана с абсолютным статусом пространства-времени (в данном случае пространство-время Минковского), что противоречит принципу Маха [A1,A16]. С другой стороны задержка Саньяка в пространстве-времени Керра-де Ситтера в пределе $M \rightarrow 0$, $a \rightarrow 0$ и $\Lambda \rightarrow 0$ (Минковского) для геодезического кругового движения равна нулю. В этом случае, по крайней мере эффект Саньяка, не возникает в качестве наблюдаемой величины в пределе Минковского и принцип Маха может быть выполнен [A1]. Таким образом, два типа движения источника/приемника света по замкнутым круговым траекториям демонстрируют принципиально разные типы поведения эффекта Саньяка.

Показано, что в пределе $a \rightarrow 0$ задержка Саньяка не исчезает по аналогии с прецессией Лензе-Тирринга, исследованной для пространства-времени Керра-Тауб-НУТ [1]. Несокращение задержки и самого параметра НУТ свидетельствуют о наличии «вращения», подтверждающимся неинвариантностью метрики Тауб-НУТ относительно временной перестановки $t \rightarrow -t$ [A3]. Получен верхний предел заряда НУТ, который составил $n < 5.68$ м. Для ограничения заряда использовались данные эксперимента Хафеле и Киттинга для негеодезического движения источника/приемника света и данные эксперимента по измерению задержки Саньяка методом ДПСВЧ через спутники для геодезического движения [A3].

Получено ограничение на скаляр кривизны Риччи $0 \leq R_0 < 4.16 \times 10^{-25} \text{ м}^{-2}$ [A2]. Для ограничения скаляра кривизны Риччи моделей Кембраноса теории $f(R)$ -гравитации использовались данные эксперимента Хафеле и Киттинга для негеодезического движения источника/приемника света и данные эксперимента АВЭ для геодезического движения. Полученный из экспериментальных данных задержки Саньяка диапазон значительно строже значений, полученных ранее в других работах.

Обобщена модель для расчета относительной задержки времени, возникающей вследствие увлечения инерциальных систем отсчета, в двойных системах в приближении тонкой линзы. В работе рассмотрены две двойные системы, пульсар-черная дыра Лебедь X-1 и пульсар- черная дыра Стрелец A* и получена относительная задержка времени до третьего порядка [A4, A8]. С помощью обобщенного метода рассмотрен случай двойной системы, одним из компаньонов которой является черная дыра описываемая решением Керра-Сена. Показано так же, что задержки нулевого порядка находятся на уровне микросекунд, что вполне согласуется с предсказаниями в литературе [30].

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи в изданиях, рекомендованных ВАК РФ, для публикации материалов диссертационных работ:

в журналах, индексируемых в международных базах данных Web of Science и Scopus:

A1. Karimov R.Kh. Sagnac delay in the Kerr-dS spacetime: Implications for mach's principle / R.Kh. Karimov, R.N. Izmailov, G.M. Garipova, K.K. Nandi // The European Physical Journal Plus. – 2018. – Vol. 133, № 2. – P. 44. (DOI: 10.1140/epjp/i2018-11919-x)

A2. Karimov R.Kh. Terrestrial Sagnac delay constraining modified gravity models / R.Kh. Karimov, R.N. Izmailov, A.A. Potapov, K.K. Nandi // General Relativity and Gravitation. – 2018. – Vol. 50, № 4. – P. 44. (DOI: 10.1007/s10714-018-2365-5)

A3. Kulbakova A. Upper limit on NUT charge from the observed terrestrial Sagnac effect / A. Kulbakova, R.Kh. Karimov, R.N. Izmailov, K.K. Nandi //

Classical and Quantum Gravity. – 2018. – Vol. 35, № 11. – P. 115014. (DOI: 10.1088/1361-6382/aac07d)

A4. Izmailov R.N. String effect on the relative time delay in the Kerr–Sen black hole / R.N. Izmailov, R.Kh. Karimov, A.A. Potapov, K.K. Nandi // Annals of Physics. – 2020. – Vol. 413. – P. 168069. (DOI: 10.1016/j.aop.2020.168069)

A5. Karimov R.Kh. Terrestrial Sagnac delay in scalar-tensor-vector-gravity / R.Kh. Karimov, R.N. Izmailov, K.K. Nandi // International Journal of Modern Physics D. – 2021. – Vol. 30. – P. 2150042. (DOI: 10.1142/S0218271821500425)

в журналах из списка ВАК:

A6. Камалова Д.Ю. Эффект Саньяка в пространстве-времени Йохансена-Псалтиса / Д.Ю. Камалова, Н.Ю. Давлетшина, Г.Б. Байбулова, Р.Х. Каримов // Инженерная физика. – 2019. – № 7. – С. 27–30. (DOI: 10.25791/infizik.07.2019.763)

A7. Каримов Р.Х. Влияния магнитного заряда на эффект Саньяка в пространстве-времени Бардина / Р.Х. Каримов, К.К. Нанди // Известия УНЦ РАН. – 2021. – № 1. – С. 92–97. (DOI: 10.31040/2222-8349-2021-0-1-92-97)

Тезисы докладов научных конференций:

A8. Каримов Р.Х. Решение некоторых задач ОТО при использовании математического пакета Mathematica / Р.Х. Каримов, Р.Н. Измаилов, Г.Ф. Ахтарьянова // Материалы IV Всероссийской научно-практической конференции Математическое моделирование процессов и систем. – СФ БашГУ, Стерлитамак, 2015. – Часть II, С. 131–135.

A9. Izmailov R. Testing of $f(R)$ gravity: Analogue of the Aharonov-Bohm effect in a gravitational lensing system / R. Izmailov, R. Lukmanova, A. Kulbakova, R. Karimov // Abstracts of the 5th Ulyanovsk International School-Seminar (UISS 2016) Problems of Theoretical and Observational Cosmology. – UISPU, Ulyanovsk, 2016. – P. 56–57. (ISBN 978-5-86045-872-7)

A10. Karimov R.Kh. Kerr-Taub-NUT corrections to the Sagnac effect / R.Kh. Karimov, R.N. Izmailov // Тезисы докладов 3-ей международной зимней школы-семинара по гравитации, космологии и астрофизике Петровские чтения-2017. – КФУ, Казань, 2017. – С. 27.

A11. Абдуллин Р.А. Исследование относительной задержки времени света в поле кротовой норы Тео / Р.А. Абдуллин, Р.Х. Каримов // Материалы Всероссийской научно-практической конференции «Наука 2020» Актуальные проблемы математического, естественнонаучного и технического знания: приоритетные молодежные исследования XXI в. – БГПУ, Уфа, 2018. – С. 124–130. (ISBN 978-5-906958-63-1)

A12. Karimov R.Kh. Observational constrain on NUT charge using Sagnac effect / R.Kh. Karimov, A.K. Kulbakova // Сборник тезисов докладов международной научной конференции Спектральная теория и смежные вопросы. – БГПУ, Уфа, 2018. – С. 30–32. (ISBN 978-5-906958-70-9)

A13. Давлетшина Н.Ю. Эффект саньяка в пространстве-времени Йохансена-Псалтиса / Н.Ю. Давлетшина, Р.Х. Каримов // Тезисы докладов X Международной школы-конференции Фундаментальная математика и ее

приложения в естествознании. – БашГУ, Уфа, 2018. – С. 18. (ISBN 978-5-7477-4737-1)

A14. Каримов Р.Х. Эффект Саньяка в скаляр-тензор-векторной теории гравитации / Р.Х. Каримов // Сборник тезисов международной научной конференции Комплексный анализ, математическая физика и нелинейные уравнения. – Уфа, РИЦ БашГУ, 2019. – С. 45-46. (ISBN 978-5-7477-4874-3)

A15. Латыпова Л.В. Устойчивость пробной частицы около горловины кротовой норы Дамура-Солодухина / Л.В. Латыпова, Р.Х. Каримов // Сборник трудов IV Международной научно-практической конференции Актуальные проблемы науки и образования в современном ВУЗе. – Стерлитамак, РИЦ БашГУ, 2019. – С. 149-153. (ISBN 978-5-7477-4874-3)

A16. Каримов Р.Х. Эффект Саньяка в пространстве-времени Керра-де Ситтера / Р.Х. Каримов, Р.Ф. Мингазова, Г.Ю. Тулеганова // Сборник аннотаций докладов молодежной конференции по теоретической и экспериментальной физике МКТЭФ-2019. – Москва, НИЦ «Курчатовский институт», 2019. – С. 45-46.

A17. Каримов Р.Х. Эффект Саньяка в пространстве-времени вращающихся черных дыр в теории Эйнштейна-Маквелла / Р.Х. Каримов, Р.Н. Измаилов, К.К. Нанди // Сборник тезисов международной научной конференции Комплексный анализ, математическая физика и нелинейные уравнения. – Уфа, РИЦ БашГУ, 2020. – С. 32. (ISBN 978-5-7477-4874-3)

A18. Каримов Р.Х. Исследование влияния магнитного заряда на эффект Саньяка в пространстве-времени Бардина / Р.Х. Каримов // Тезисы докладов XI Международной школы-конференции Фундаментальная математика и ее приложения в естествознании. – БашГУ, Уфа, 2020. – С. 67. (ISBN 978-5-00177-062-6)

A19. Каримов Р.Х. Изменение массы объекта в зависимости от типа аккрецируемой жидкости / Р.Х. Каримов, Р.М. Юсупова, Р.Н. Измаилов, К.К. Нанди, И.Д. Лаврик // Сборник тезисов международной научной конференции Комплексный анализ, математическая физика и нелинейные уравнения. – Уфа, РИЦ БашГУ, 2021. – С. 32. (ISBN 978-5-00177-151-7)

СПИСОК ЦИТИРУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sagnac G. The luminiferous ether demonstrated by the effect of the relative motion of the ether in an interferometer in uniform rotation / G. Sagnac // Comptes Rendus de l'Académie des Science. – 1913. – Vol. 157. – P. 708-710.

2. Sagnac G. On the Proof of the Reality of the Luminous Ether by the Rotating Interferograph Experiment / G. Sagnac // Comptes Rendus de l'Académie des Science. – 1913. – Vol. 157. – P. 1410-1413.

3. Allan D.W. Around-the-World Relativistic Sagnac Experiment / D.W. Allan, M.A. Weiss, N. Ashby // Science. – 1985. – Vol. 228, Iss. 4695. – P. 69-70.

4. Tseng W. Sagnac Effect and Diurnal Correction on Two-Way Satellite Time Transfer / W. Tseng, K. Feng, S. Lin, H. Lin, Y. Huang, C. Liao // IEEE

Transactions on Instrumentation and Measurement. – 2008. – Vol. 60, Iss. 7. – P. 2298-2303.

5. Ashtekar A. The Sagnac effect in general relativity / A. Abhay, A. Magnon // *Journal of Mathematical Physics*. – 1975. – Vol. 16, Iss. 2. – P. 341-344.

6. Tartaglia A. General relativistic corrections to the Sagnac effect / A. Tartaglia // *Physical Review D*. – 1998. – Vol. 58, Iss. 6. – P. 064009.

7. Miller J.G. Global analysis of the Kerr-Taub-NUT metric / J.G. Miller // *Journal of Mathematical Physics*. – 1973. – Vol. 14, Iss. 4. – P. 486-494.

8. Al-Badawi A. On the physical meaning of the NUT parameter / A. Al-Badawi, M. Halilsoy // *General Relativity and Gravitation*. – 2006. – Vol. 38, Iss. 12. – P. 1729--1734.

9. Moffat J.W. Scalar-tensor-vector gravity theory / J.W. Moffat // *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*. – 2006. – Vol. 2006, Iss. 03. – P. 004.

10. Faraoni V. *Beyond Einstein Gravity: A Survey of Gravitational Theories for Cosmology and Astrophysics* / V. Faraoni, S. Capozziello // *Fundamental Theories of Physics*. New York: Springer. – 2011. – Vol. 170. – 428 p.

11. Moffat J.W. The MOG weak field approximation and observational test of galaxy rotation curves / J.W. Moffat, S. Rahvar // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. – 2013. – Vol. 436, Iss. 2. – P. 1439-1451.

12. Aprile E. Dark Matter Results from 225 Live Days of XENON100 Data / E. Aprile et al. (XENON100 Collaboration) // *Physical Review Letters*. – 2012. – Vol. 109, Iss. 18. – P. 181301.

13. Agnese R. Search for Low-Mass Weakly Interacting Massive Particles with SuperCDMS / R. Agnese et al. (SuperCDMS Collaboration) // *Physical Review Letters*. – 2014. – Vol. 112, Iss. 24. – P. 241302.

14. Akerib D.S. Improved Limits on Scattering of Weakly Interacting Massive Particles from Reanalysis of 2013 LUX Data / D.S. Akerib et al. (LUX Collaboration) // *Physical Review Letters*. – 2016. – Vol. 116, Iss. 16. – P. 161301.

15. Akerib D.S. Results from a Search for Dark Matter in the Complete LUX Exposure / D.S. Akerib et al. (LUX Collaboration) // *Physical Review Letters*. – 2017. – Vol. 118, Iss. 2. – P. 021303.

16. Izmailov R.N. Relative time delay in a spinning black hole as a diagnostic for no-hair theorem / R.N. Izmailov, E.R. Zhdanov, A. Bhadra, K.K. Nandi // *The European Physical Journal C*. – 2019. – Vol. 79, Iss. 2. – P. 105.

17. Ford L.H. A gravitational analogue of the Aharonov-Bohm effect / L.H. Ford, A. Vilenkin // *Journal of Physics A: Mathematical and General*. – 1981. – Vol. 14, Iss. 9. – P. 2353-2357.

18. Shapiro I.I. Fourth Test of General Relativity / I.I. Shapiro // *Physical Review Letters*. – 1964. – Vol. 13, Iss. 26. – P. 789-791.

19. Laguna P. Pulse arrival times from binary pulsars with rotating black hole companions / P. Laguna, A. Wolszczan // *Astrophysical Journal*. – 1997. – Vol. 486, Iss. 1. – P. L27-L29.

20. Sen A. Rotating charged black hole solution in heterotic string theory / A. Sen // *Physical Review Letters*. – 1992. – Vol. 69, Iss. 7. – P. 1006-1009.16.
21. Lichtenegger H. The twin paradox and Mach's principle / H. Lichtenegger, L. Iorio // *The European Physical Journal Plus*. – 2011. – Vol. 126, Iss. 12. – P. 129.
22. Carter B. Black hole equilibrium states. Part I. Analytic and geometric properties of the Kerr solutions / B. Carter // *Black holes – les Astres Occlus*, ed. DeWitt C., DeWitt B. New York: Gordon and Breach. – 1973. – P. 61-124.
23. Hafele J.C. Around-the-World Atomic Clocks: Predicted Relativistic Time Gains / J.C. Hafele, R.E. Keating // *Science*. – 1972. – Vol. 177, № 4044. – P. 166-168.
24. Hafele J.C. Around-the-World Atomic Clocks: Observed Relativistic Time Gains / J.C. Hafele, R.E. Keating // *Science*. – 1972. – Vol. 177, № 4044. – P. 168-170.
25. Kagramanova V. Analytic treatment of complete and incomplete geodesics in Taub-NUT space-times / V. Kagramanova, J. Kunz, E. Hackmann, C. Lämmerzahl // *Physical Review D*. – 2010. – Vol. 81, № 12. – P. 124044.
26. Chakraborty C. Strong gravity Lense-Thirring precession in Kerr and Kerr-Taub-NUT spacetimes / C. Chakraborty, P. Majumdar // *Classical and Quantum Gravity*. – 2014. – Vol. 31, № 7. – P. 075006.
27. Everitt C.W.F. Gravity Probe B: Final Results of a Space Experiment to Test General Relativity / C.W.F. Everitt et al. // *Physical Review Letters*. – 2011. – Vol. 106, № 22. – P. 221101.
28. Pérez D. Accretion disks around black holes in modified strong gravity / D. Pérez, G.E. Romero, S.E. Perez Bergliaffa // *Astronomy & Astrophysics*. – 2013. – Vol. 551, Iss. 3. – P. A4.
29. Lopez Armengol F.G. Neutron stars in Scalar-Tensor-Vector Gravity / F.G. Lopez Armengol, G.E. Romero // *General Relativity and Gravitation*. – 2017. – Vol. 49, Iss. 2. – P. 27.
30. Van Straten W. A test of general relativity from the three-dimensional orbital geometry of a binary pulsar / W. Van Straten et. al. // *Nature*. – 2001. – Vol. 412, Iss. 6843. – P. 158-160.
31. Pfahl E. Probing the spacetime around sagittarius A* with radio pulsars / E. Pfahl, A. Loeb // *The Astrophysical Journal*. – 2004. – Vol. 615, Iss. 1. – P. 253-258.
32. Faucher-Giguère C.-A. Pulsar-black hole binaries in the Galactic Centre / C.-A. Faucher-Giguère, A. Loeb // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. – 2011. – Vol. 415, Iss. 4. – P. 3951-3961.