

На правах рукописи

Андреев Иван Владимирович

**Высокочастотная проводимость и  
коллективные эффекты в двумерных  
электронных системах**

Специальность 01.04.07 —  
«Физика конденсированного состояния»

Автореферат

диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Черноголовка — 2020

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт физики твёрдого тела Российской академии наук

**Научный руководитель:** доктор физико-математических наук, профессор,  
академик РАН

**Кукушкин Игорь Владимирович**

**Официальные оппоненты:** **Быков Алексей Александрович,**  
доктор физико-математических наук, профессор,  
Федеральное государственное бюджетное учреждение  
науки Институт физики полупроводников им. А.В.  
Ржанова Сибирского отделения Российской академии  
наук, ведущий научный сотрудник

**Волков Владимир Александрович,**

доктор физико-математических наук,  
Федеральное государственное бюджетное учреждение  
науки Институт радиотехники и электроники им. В.А.  
Котельникова Российской академии наук,  
главный научный сотрудник

**Ведущая организация:** Федеральное государственное бюджетное учреждение  
науки Физический институт им. П. Н. Лебедева Россий-  
ской академии наук

Защита состоится «11» февраля 2021 г. в 14 часов 00 минут на заседании диссертационно-  
го совета Д 002.069.03 на базе Института физики микроструктур РАН - филиала ФГБНУ  
«Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской ака-  
демии наук» по адресу: 603087, Нижегородская обл., Кстовский район, д. Афонино, ул.  
Академическая, д. 7.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института физики микроструктур РАН  
и на сайте диссертационного совета: [http://ipmras.ru/UserFiles/Diss/2020\\_AndreevIV/  
Diss\\_AndreevIV.pdf](http://ipmras.ru/UserFiles/Diss/2020_AndreevIV/Diss_AndreevIV.pdf)

Автореферат разослан «\_\_» \_\_\_\_\_ 202 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета Д 002.069.03

доктор физико-математических наук,  
профессор РАН

Водолазов Денис  
Юрьевич

© Андреев И. В., 2020

© ИФТТ РАН, 2020

# Общая характеристика работы

## Актуальность темы.

Исследование свойств низкоразмерных электронных систем занимает важное место в физике конденсированного состояния на протяжении последних десятилетий. Наиболее интересным является изучение физических свойств двумерных электронных систем (ДЭС). С одной стороны, это связано с тем, что в ДЭС оказывается возможным наблюдать широкий спектр разнообразных физических явлений, как имеющих аналоги в трёхмерном случае, так и принципиально новых, как, например, целочисленный [1] и дробный [2] квантовый эффект Холла. С другой стороны, в отличие от трёхмерных систем, параметрами ДЭС легко управлять. Так, концентрацию двумерных электронов легко менять при помощи затвора (например, на таком принципе основана работа полевых транзисторов МОП-типа [3]). Наиболее популярной практической реализацией ДЭС являются двумерные системы в полупроводниковых гетероструктурах (а в последнее время — и в атомно-тонких монослоях, например, графене). Современные технологии позволяют изготавливать такие структуры из различных материалов с заданными параметрами слоёв, что позволяет получать образцы с требуемыми значениями эффективной массы,  $g$ -фактора и других параметров двумерных электронов.

Совершенствование технологий роста полупроводниковых наногетероструктур (в первую очередь, появление и развитие методов молекулярно-пучковой эпитаксии) и появление методики модулированного легирования [4–6] привело к увеличению подвижности носителей заряда в доступных экспериментаторах ДЭС, и открыло путь для широкого исследования их свойств в микроволновой области частот. В микроволновом частотном диапазоне основным типом возбуждений ДЭС являются плазмоны и магнитоплазмоны — коллективные возбуждения, отвечающие волнам зарядовой плотности в квазинейтральной системе. Помимо фундаментального, они имеют также и важное прикладное значение, связанное с созданием новых элементов электроники субтерагерцового частотного диапазона. Наряду с магнитоплазмонами, в микроволновом отклике ДЭС можно наблюдать и ряд других эффектов, предположительно имеющих одночастичную природу. Примером таких явлений могут являться индуцированные микроволновым (СВЧ) облучением осцилляции магнитосопротивления ДЭС [7]. Это явление довольно просто по своей феноменологии, но его механизм до сих пор не получил полноценного теоретического описания. В области исследования микроволнового отклика ДЭС существует большое количество актуальных физических задач, из которых в дальнейшем в данной работе будут рассматриваться три.

Во-первых, наблюдение акустических краевых магнитоплазмонов в ДЭС в полупроводниковых наноструктурах, исследование их свойств в широком диапазоне магнитных полей, в частности, в режиме целочисленного квантового эффекта Холла, когда край ДЭС разделяется на систему чередующихся сжимаемых и несжимаемых полосок. Среди магнитоплазменных мод наиболее хорошо исследованы фундаментальные моды [8, 9], обладающие дипольным распределением электрического заряда. Другие типы магнитоплазменных резонансов с более сложным распределением зарядовой плотности (мультипольные и осесимметричные) значительно сложнее возбудить в эксперименте, поэтому многие типы таких возбуждений остаются малоизученными. В качестве характерного примера можно выделить акустические краевые магнитоплазмоны (АКМП) в ДЭС [10–14], имеющие сложное мультипольное распределение зарядовой плотности с осцилляциями как вдоль, так и поперёк края двумерной системы. Данные о свойствах АКМП в ДЭС в полупроводниковых гетероструктурах крайне скудны и носят противоречивый характер [15, 16]. Поэтому представляет актуальность исследовать свойства АКМП в широком диапазоне магнитных полей, в частности, в режиме целочисленного квантового эффекта Холла, когда структура края ДЭС претерпевает существенную модификацию, разбиваясь на систему чередующихся сжимаемых и несжимаемых полосок.

Во-вторых, реализация плазмон-поляритонов в микрорезонаторах на кристалле в режиме ультрасильной связи. Наряду с исследованием собственных мод двумерных систем, представляет значительный интерес изучение их взаимодействия с внешним электромагнитным полем. Ранее были исследованы эффекты запаздывания для плазменных мод в дисках и полосках ДЭС [17–19], которые можно представить, как взаимодействие плазмонных мод с фотонными модами в свободном пространстве. Представляет интерес исследовать взаимодействие плазменных мод с фотонными модами резонатора, например, копланарного микрорезонатора на поверхности образца. Такие эксперименты актуальны для реализации модельных систем для исследования неадиабатических эффектов квантовой электродинамики резонатора, где требуется режим ультрасильной связи между возбуждениями среды и фотонными модами резонатора с возможностью перестраивать константу связи.

В-третьих, наблюдение СВЧ-индуцированных осцилляций в высокочастотной магнитопроводимости ДЭС и исследование влияния на них частоты измерительного сигнала. В большинстве известных работ СВЧ-индуцированные осцилляции магнитотранспортных свойств ДЭС исследовались в измерениях на постоянном токе. Известно две работы, посвященные наблюдению СВЧ-индуцированных осцилляций в высокочастотной проводи-

мости ДЭС. В работе [20] они наблюдались в высокочастотной проводимости ДЭС, измеренной в геометрии Корбино с ёмкостными контактами на мегагерцовых частотах измерительного сигнала. В работе [21] образец был помещён в резонатор, и СВЧ-индуцированные осцилляции наблюдались во второй производной поглощения резонатора по магнитному полю. При этом авторы обеих работ были существенно ограничены в динамическом диапазоне частот измерительного сигнала. В связи с этим остаётся актуальным наблюдение СВЧ-индуцированных осцилляций в высокочастотной динамической магнитопроводимости ДЭС, а также исследование их зависимости от частоты измерительного сигнала в возможно более широком диапазоне частот.

**Целью** работы являлось экспериментальное исследование микроволнового отклика ДЭС при помощи бесконтактной копланарно-трансмиссионной методики измерений, в частности, исследование АКМП в ДЭС, исследование плазмон-поляритонов в копланарных микрорезонаторах на-чипе, исследование СВЧ-индуцированных осцилляций в высокочастотном магнитотранспорте ДЭС.

**Научную новизну работы** составляют следующие результаты, выносимые на защиту:

1. Разработана и реализована методика неглубокого травления полупроводниковых гетероструктур, позволяющая получать ДЭС с рекордно большими размерами области краевого обеднения вплоть до 10 мкм.
2. В образцах, изготовленных при помощи методики неглубокого травления, удалось возбудить и исследовать АКМП в ДЭС в широком диапазоне магнитных полей и факторов заполнения уровней Ландау. Проведено исследование свойств АКМП в условиях целочисленного квантового эффекта Холла. Обнаружено, что размер области краевого обеднения имеет первостепенное значение для наблюдения АКМП.
3. Установлено, что  $j$ -я мода АКМП обрывается на факторе заполнения  $\nu = 2j$ , таким образом, количество акустических мод непосредственно определяется количеством несжимаемых полосок на краю системы.
4. При понижении температуры в ДЭС обнаружены дополнительные АКМП моды, связанные со спиновым расщеплением в энергетическом спектре системы.
5. Исследованы зависимости амплитуд мод АКМП с индексами  $j = 1$  и  $j = 1s$  (первой и первой спиновой) от фактора заполнения. Установлено, что амплитуда моды  $j = 1$  максимальна на факторе заполнения  $\nu = 3$ .

6. В сигнале пропускания копланарных микрорезонаторов, сформированных на поверхности гетероструктур с квантовыми ямами GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As обнаружен ряд резонансов, соответствующих гибридизации фотонных мод микрорезонатора с плазменными возбуждениями в ДЭС. Реализован режим ультрасильной связи между плазменной и фотонными модами, когда отношение экспериментально наблюдаемой частоты расщепления к частоте невозмущенных мод близко к единице.
7. Исследовано влияние электронной плотности и магнитного поля на гибридизацию мод. Установлено, что силу взаимодействия плазменных и фотонных мод можно регулировать в широких пределах, например, при помощи изменения электронной концентрации в ДЭС.
8. Показано, что СВЧ-индуцированные осцилляции магнитосопротивления ДЭС наблюдаются не только в контактных, но и в бесконтактных измерениях высокочастотной проводимости на частотах измерительного сигнала до 10 ГГц. Это может указывать на несущественность приконтактных областей для возникновения данного явления. Показано, что с ростом частоты измерительного сигнала амплитуда СВЧ-индуцированных осцилляций магнитосопротивления существенно уменьшается.

**Научная и практическая значимость.** Важным научным результатом работы является исследование свойств АКМП в условиях ЦКЭХ. В частности, впервые удалось экспериментально установить, что число АКМП мод, существующих в ДЭС в режиме ЦКЭХ, не бесконечно, а определяется фактором заполнения уровней Ландау. Таким образом прямо продемонстрировано, что сложная структура края в режиме ЦКЭХ, состоящая из чередующихся сжимаемых и несжимаемых полосок, существенно определяет свойства АКМП. Этот результат открывает путь к использованию АКМП в качестве инструмента исследования края ДЭС в режиме целочисленного, а потенциально — и дробного, квантового эффекта Холла. Помимо этого, в работе реализован режим ультрасильной связи для плазмон-поляритонных возбуждений в копланарном микрорезонаторе. Этот результат представляет интерес в качестве модельной системы для исследования эффектов квантовой электродинамики резонатора и уже получил широкое обсуждение в специальной литературе [22–27]. Также в работе исследованы свойства СВЧ-индуцированных осцилляций в высокочастотной проводимости ДЭС, что представляет научный интерес для описания этого явления.

**Апробация работы.** Результаты работы докладывались на следующих конференциях:

1. И. В. Андреев, В. М. Муравьев, И. В. Кукушкин, «Бесконтактное измерение проводимости двумерных электронов в режиме гигантских осцилляций магнитосопротивления, индуцированных микроволновым излучением», стендовый доклад на IX Российской конференции по физике полупроводников, Новосибирск - Томск, сентябрь 2009.
2. I. V. Andreev, V. M. Muravev and I. V. Kukushkin, «High-frequency response of a two-dimensional electron system in regime of microwave-Induced resistance oscillation», устный доклад на International Workshop on Nonequilibrium Phenomena in Complex Quantum Systems, OIST, Окинава, Япония, апрель 2012.
3. I. V. Andreev, V. M. Muravev and I. V. Kukushkin, «High-frequency response of a Two-Dimensional Electron System (2DES): regime of Microwave-Induced Resistance Oscillations and Plasmon Polaritons with Ultrastrong Coupling», стендовый доклад на International Workshop on Nonequilibrium Phenomena in Complex Quantum Systems, OIST, Окинава, Япония, апрель 2012.
4. И. В. Андреев, В. М. Муравьев, И. В. Кукушкин, «Акустические краевые магнитоплазмоны в двумерных электронных системах», приглашенный доклад на XI Российской конференции по физике полупроводников, Санкт-Петербург, сентябрь 2013.

**Личный вклад** автора состоял в разработке дизайна и изготовлении экспериментальных образцов, проведении измерений, обработке, интерпретации и обсуждении результатов экспериментов. Также автор принимал участие в постановке задач и выборе методических подходов к их решению.

**Публикации.** Основные результаты по теме диссертации изложены в следующих публикациях:

1. И. В. Андреев, В. М. Муравьев, И. В. Кукушкин, Ю. Смет, К. фон Клитцинг, В. Уманский, «Бесконтактные измерения проводимости двумерных электронов в режиме гигантских осцилляций магнитосопротивления, индуцированных микроволновым излучением», Письма в ЖЭТФ 88, 707 (2008).
2. I. V. Andreev, V. M. Muravev, I. V. Kukushkin, S. Schmult and W. Dietsche, «High-frequency response of a two-dimensional electron system under microwave irradiation», Phys. Rev. B 83, 121308(R) (2011).

3. V. M. Muravev, I. V. Andreev, I. V. Kukushkin, S. Schmult and W. Dietsche, «Observation of hybrid plasmon-photon modes in microwave transmission of coplanar microresonators», Phys. Rev. B 83, 075309 (2011).
4. Д. В. Сметнев, В. М. Муравьев, И. В. Андреев, И. В. Кукушкин, «Исследование краевых магнитоплазменных возбуждений в двумерных электронных системах с различным профилем краевого обеднения», Письма в ЖЭТФ 94, 141 (2011).
5. I. V. Andreev, V. M. Muravev, D. V. Smetnev, and I. V. Kukushkin, «Acoustic magnetoplasmons in a two-dimensional electron system with a smooth edge», Phys. Rev. B 86, 125315 (2012).
6. И. В. Андреев, В. М. Муравьев, И. В. Кукушкин, «Наблюдение акустических краевых магнитоплазмонов вблизи фактора заполнения  $\nu = 1$ », Письма в ЖЭТФ 96, 588 (2012).

**Объём и структура работы.** Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы. Полный объём диссертации составляет 137 страниц с 57 рисунками и 1 таблицей. Список литературы содержит 190 наименований.

## Содержание работы

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, сформулирована цель работы, перечислены выносимые на защиту результаты, составляющие научную новизну диссертации, обоснована научная и практическая значимость работы. Приведены сведения об апробации работы, личном вкладе автора, публикациях по теме диссертации, объёме и структуре работы.

В первой главе приводится подробный обзор научной литературы по актуальным задачам, связанным с исследованиями микроволнового отклика ДЭС. Первый раздел представляет краткое введение, в котором справочно приводятся некоторые характеристики ДЭС и сообщаются основные сведения об одночастичных и коллективных эффектах, наблюдаемых в микроволновом отклике ДЭС. Во втором разделе приводятся справочные сведения о плазменных и магнитоплазменных волнах в трёхмерных и двумерных электронных системах. Третий раздел посвящён рассмотрению плазменных волн в ограниченных ДЭС. В частности, приведена детальная классификация магнитоплазменных возбуждений в дисках с эллиптическим профилем электронной плотности согласно работе [12]. Также даётся обзор основной



литературы, посвящённой экспериментальным и теоретическим исследованиям краевых магнитоплазмонов в ДЭС. Четвёртый раздел содержит подробный обзор теоретических работ, посвящённых исследованию АКМП в ДЭС. Также приведены немногие известные из литературы сведения, относящиеся к экспериментальным исследованиям АКМП в классических и вырожденных ДЭС. Пятый раздел посвящён экспериментальным исследованиям взаимодействия плазменных волн в ДЭС со светом. Приводится информация по эффектам запаздывания для плазмонов в ДЭС, а также по поляритонным эффектам в микрорезонаторах. В шестом разделе приводится подробное феноменологическое описание индуцированных микроволновым излучением осцилляций магнитосопротивления (англ. MRO — Microwave Induced Resistance Oscillations). Также перечислены основные предполагаемые теоретические модели MRO и указаны их расхождения с экспериментом.

Во второй главе описываются используемые образцы и методики измерения. В первом разделе приводится карта роста (последовательность слоёв) используемых гетероструктур. Для изготовления образцов использовались высококачественные гетероструктуры с квантовыми ямами GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As с электронной плотностью от  $n_s = 1.0 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$  до  $2.8 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$  и подвижностью от  $\mu = 4 \times 10^6 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$  до  $15 \times 10^6 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$  при температуре  $T = 1.6 \text{ К}$ , соответственно. Во втором разделе описана методика изготовления экспериментальных образцов. Образцы изготавливались в чистой зоне ИФТТ РАН при помощи методов оптической литографии, жидкостного травления, термического напыления и вжигания в контролируемой атмосфере. Изготовление типичного образца включало в себя три стадии: травление мез, напыление и последующее вжигание омических контактов, нанесение верхнего слоя металлизации образца (затворы, покровный слой контактов и т. п.). В третьем разделе описана копланарно-трансмиссионная методика измерения, применяемая для измерения высокочастотной проводимости и микроволновой спектроскопии ДЭС. Суть методики основана на измерении ослабления высокочастотного (СВЧ) измерительного сигнала, распространяющегося по копланарному волноводу, литографически сформированному на поверхности образца над ДЭС. Ослабление измерительного сигнала возникает при возбуждении в ДЭС микроволновых резонансов (например, магнитоплазменных) либо за счёт потерь на джоулево тепло, выделяющееся при возбуждении высокочастотных токов в ДЭС. В последнем случае пропускание копланарного волновода  $\mathcal{T}$  связано с высокочастотной проводимостью ДЭС и геометрическими параметрами копланарного волновода соотношением [28]

$$\mathcal{T} = \exp\left(-\frac{Z_0\sigma_{xx}(\omega, B)l}{w}\right),$$

где  $\sigma_{xx}(\omega, B)$  — действительная часть диагональной компоненты тензора проводимости ДЭС как функция частоты и магнитного поля,  $l$  — длина части копланарного волновода, находящейся над ДЭС,  $w$  — ширина щели копланарного волновода. Важным достоинством методики является возможность обеспечить широкополосное согласование измерительного тракта. Также данная методика не требует наличия омических контактов для измерения проводимости образца. Четвёртый раздел посвящён общему описанию схемы экспериментов. Измерения проводились в гелиевом криостате со сверхпроводящим магнитом, как правило, при температуре  $T = 1.6$  К, получаемой откачкой паров жидкого гелия. Магнитное поле было направлено перпендикулярно плоскости образца. Копланарный волновод на образце при помощи коаксиальных кабелей подключался между генератором и детектором СВЧ, находящимися вне криостата. В экспериментах измерялись зависимости пропускания копланарного волновода при развороте магнитного поля при фиксированных частотах СВЧ измерительного сигнала (чтобы исключить возможное влияние частотной характеристики измерительного тракта). В пятом разделе описываются эксперименты по апробации данной методики для измерения высокочастотной проводимости ДЭС. Для этого сравнивались зависимости диагональной компоненты тензора удельного сопротивления ДЭС  $\rho_{xx}$  от магнитного поля измеренные транспортной методикой на постоянном токе и извлечённые из данных измерений при помощи бесконтактной копланарно-трансмиссионной методики. Показано, что бесконтактная методика верно воспроизводит все особенности, существующие в магнитотранспортных характеристиках исследуемых образцов. В шестом разделе описана дифференциальная методика с двойным синхронным детектированием, применяемая для исследования СВЧ-индуцированных эффектов в высокочастотной магнитопроводимости ДЭС. Данная методика позволяет аппаратно выделить индуцированный СВЧ облучением вклад в высокочастотной проводимости образца.

Третья глава посвящена экспериментальному исследованию АКМП в ДЭС в режиме ЦКЭХ. Первый раздел содержит краткое введение в проблему.

Во втором разделе описана методика неглубокого травления образцов, позволяющая получать ДЭС с рекордно большими ширинами области краевого обеднения. Для этого травление останавливалось, не доходя до слоя доноров. Размер области краевого обеднения контролировался по данным спектроскопии краевых магнитоплазмонов (КМП) в ДЭС дискообразной формы, размещённых в щелях копланарного волновода. При этом с точностью до медленно меняющегося логарифмического множителя частота

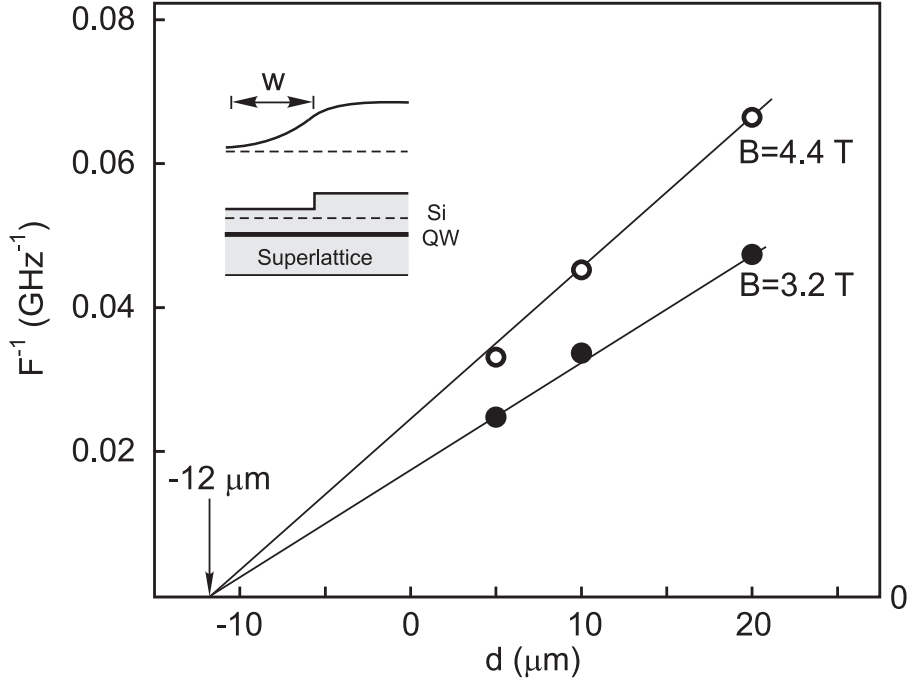


Рис. 1: Зависимости обратной частоты фундаментальной КМП моды от диаметра диска в случае неглубокого травления. На вставке приведена схема структуры и профиль электронной плотности на краю ДЭС (Si — слой кремниевых доноров, QW — квантовая яма, superlattice — сверхрешётка). Из работы [A4].

КМП  $f \sim 1/(d + w)$ , где  $d$  — литографически заданный диаметр диска,  $w$  — размер области краевого обеднения. Это позволяет, экстраполируя зависимость  $f^{-1}(d)$  в область нулевых обратных частот, определить размер области краевого обеднения  $w$ . Из эксперимента для образцов с глубиной залегания квантовой ямы 407 нм, глубиной залегания слоя доноров 316 нм и глубиной травления 200 нм получен результат  $w = 12$  мкм (см. рис. 1). Для проверки этого результата были также выполнены эксперименты по спектроскопии КМП в полосках ДЭС, где ширина области краевого обеднения не влияет на волновое число КМП, а входит только в медленно меняющийся логарифмический множитель. В дальнейшем в третьей главе, кроме специально оговоренных случаев, все эксперименты были выполнены на образцах, полученных при помощи методики неглубокого травления.

Третий раздел посвящен наблюдению и исследованию АКМП в ДЭС в режиме ЦКЭХ. Приведены результаты микроволновой спектроскопии дисков ДЭС с широким профилем краевого обеднения, полученных при помощи неглубокого травления и находящихся в щелях копланарного волновода. Непосредственно измеряемой в эксперименте величиной являлось пропускание копланарного волновода с массивом дисков ДЭС, изготовленных при помощи методики неглубокого травления. Минимумы в сигнале пропускания отвечают возбуждению микроволновых резонансов в ДЭС (рис. 2 (а)). В экс-

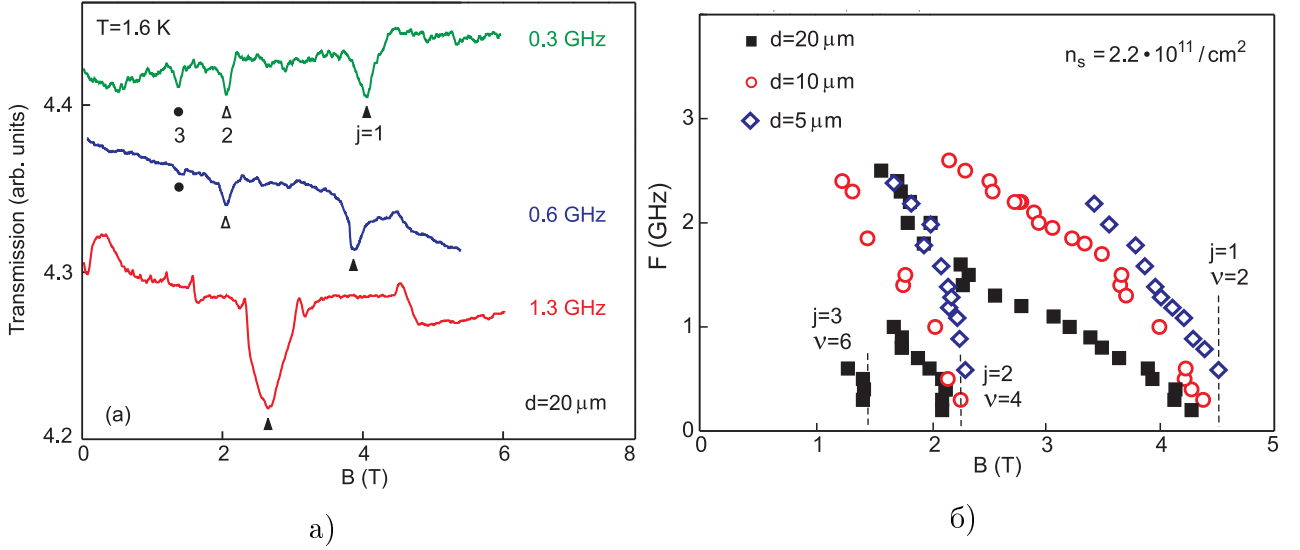


Рис. 2: а) Зависимости пропускания копланарного волновода от магнитного поля для трёх частот измерительного сигнала  $f = 0.3, 0.6, 1.3$  ГГц для образца с дисками диаметром  $d = 20$  мкм, полученными методом неглубокого травления. Отмечены три резонанса поглощения, соответствующие АКМП модам  $j = 1, 2, 3$ . Измерения проводились при температуре  $T = 1.6$  К. б) Магнитодисперсии трёх первых АКМП мод  $j = 1, 2, 3$  для дисков диаметрами  $d = 5, 10, 20$  мкм, полученных при помощи неглубокого травления. Вертикальными пунктирными линиями указаны чётные целочисленные факторы заполнения  $\nu = 2, 4, 6$ . Из работы [A5].

периментах при температуре  $T = 1.6$  К удалось пронаблюдать три АКМП моды с индексами  $j = 1, 2, 3$  и исследовать их свойства в широком диапазоне магнитных полей и факторов заполнения. Показано, что амплитуда АКМП мод крайне мала по сравнению с фундаментальной КМП модой. Например, на частоте  $f = 0.6$  ГГц минимум в пропускании, соответствующий  $j = 1$  АКМП моде составляет менее 1% от величины измерительного сигнала, в то время как для КМП величина резонанса составляет почти 100%. Исследована магнитодисперсия АКМП мод. Наиболее важным результатом является тот, что количество наблюдаемых мод в режиме ЦКЭХ оказывается равным числу несжимаемых полосок на краю ДЭС, т. е. числу полностью заполненных уровней Ландау в объёме образца.  $j$ -я мода при подходе к фактору заполнения  $\nu = 2j$  (со стороны меньших магнитных полей и больших факторов заполнения) обрывается, при этом её частота обращается в нуль (рис. 2 (б)). При отходе от фактора заполнения  $\nu = 2j$  дисперсия и магнитодисперсия моды выходит на закон вида

$$\omega_j = \frac{n_s e q}{2\pi \epsilon \epsilon_0 B j}$$

предсказанный в работе [13] ( $q$  — волновое число АКМП, в диске  $q \approx 2.4/d$ ,  $\varepsilon = 12.8$  — диэлектрическая проницаемость GaAs подложки,  $B$  — величина магнитного поля,  $j$  — номер моды).

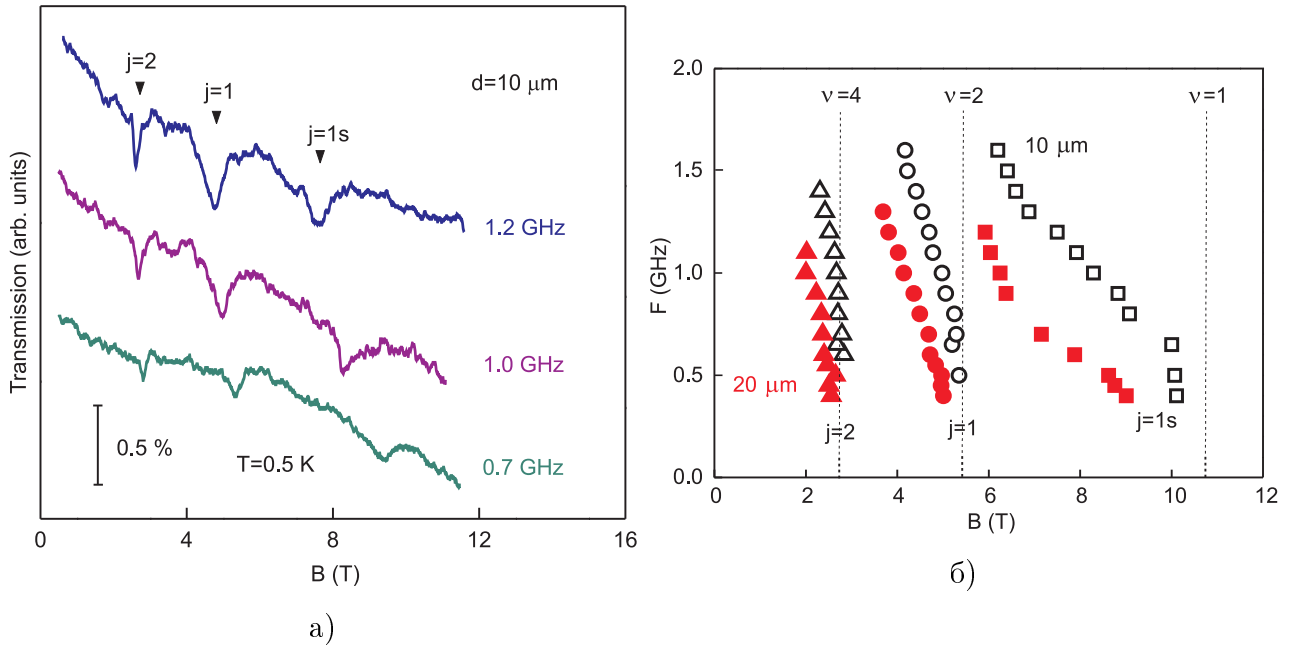


Рис. 3: а) Зависимости пропускания копланарного волновода от магнитного поля для трёх частот измерительного сигнала  $f = 0.7, 1.0, 1.2$  ГГц для образца с дисками диаметром  $d = 10$  мкм, полученными методом неглубокого травления. Отмечены три резонанса поглощения, соответствующие АКМП модам  $j = 1s, 1, 2$ . Измерения проводились при температуре  $T = 0.5$  К. б) Магнитодисперсии АКМП мод  $j = 1s, 1, 2$  для дисков диаметром  $d = 10$  мкм (контурные символы) и  $20$  мкм (сплошные символы), полученных при помощи неглубокого травления. Вертикальными пунктирными линиями указаны целочисленные факторы заполнения  $\nu = 1, 2, 4$ . Из работы [A6].

В четвёртом разделе обсуждаются дополнительные, «спиновые», АКМП моды, возникающие при понижении температуры ДЭС. Такие моды обрываются на нечётных факторах заполнения, а их возникновение связано с наличием в энергетическом спектре системы зеemanовских щелей  $\Delta = g\mu_B B$ , приводящих к возникновению дополнительных несжимаемых полосок на краю образца. В эксперименте при охлаждении системы до температуры  $T = 0.5$  К, достигаемой откачкой паров жидкого  $^3\text{He}$ , удалось обнаружить дополнительную спиновую моду  $j = 1s$ , исчезающую при подходе к фактору заполнения  $\nu = 1$ . Типичный вид  $j = 1s$  АКМП резонансов в поглощении копланарного волновода и магнитодисперсия мод  $j = 1s, 1, 2$  приведены на рисунке 3.

В пятом разделе исследуется влияние профиля краевого обеднения ДЭС на наблюдение АКМП мод. Проведено сравнение АКМП резонансов в пропускании копланарного волновода для образцов с мезами, полученными

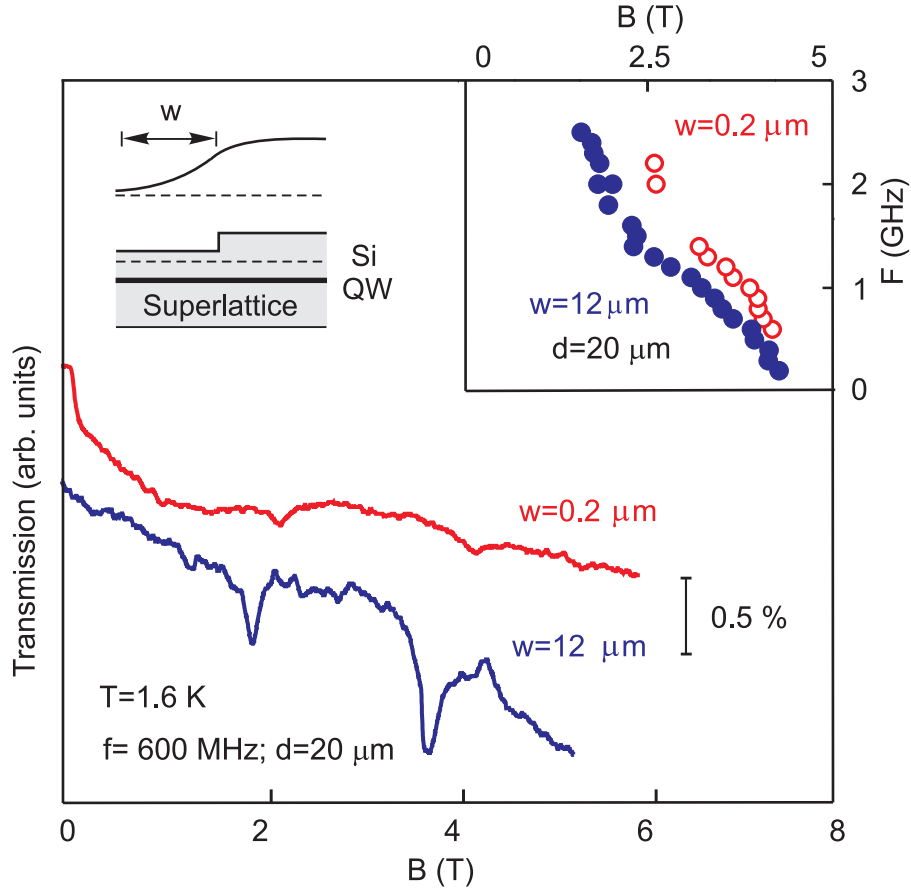


Рис. 4: Сравнение АКМП особенностей в сигнале пропускания копланарного волновода на частоте  $f = 0.6$  ГГц для дисков диаметром  $d = 20$  мкм, полученных при помощи глубокого травления (верхняя кривая) и неглубокого травления (нижняя кривая).

Измерения выполнены при температуре  $T = 1.6$  К. На вставке показана схема неглубокого травления образца и профиль краевого обеднения (Si — слой кремниевых доноров, QW — квантовая яма, superlattice — сверхрешётка). На вставке приведено сравнение магнитодисперсий АКМП моды  $j = 1$  в указанных образцах. Синие сплошные символы соответствуют неглубокому, красные контурные — глубокому травлению образца. Из работы [A5].

ми при помощи методик неглубокого и глубокого травления. Экспериментально показано, что для образцов с узким профилем краевого обеднения, полученных при помощи глубокого травления, амплитуда АКМП резонансов на порядок меньше, чем для образцов с широким профилем краевого обеднения, полученных при помощи неглубокого травления (рис. 4). Это можно объяснить тем, что мультипольные моменты АКМП моды пропорциональны ширине несжимаемой полоски, которая масштабируется как  $\sqrt{a_B w}$  [29] ( $a_B = 4\pi\epsilon\epsilon_0\hbar^2/m^*e^2$  — боровский радиус для электрона в ДЭС). Таким образом, уменьшение ширины профиля краевого обеднения приводит к уменьшению мультипольных моментов АКМП мод и затрудняет их возбуждение и наблюдение. Также было проведено сравнение магнитодисперсий  $j = 1$

АКМП моды для образцов этих двух типов. Экспериментально показано, что глубокое травление приводит к незначительному сдвигу АКМП резонансов в сторону больших магнитных полей (см. вставку к рис. 4). Этот сдвиг легко объяснить, учитывая, что в случае неглубокого травления область краевого обеднения находится снаружи литографически заданной границы диска, тем самым увеличивая его эффективный диаметр до величины  $d^* = d + w$ . Это приводит к уменьшению волнового числа АКМП  $q \approx 2.4/d^*$  и «смягчению» моды для образца с неглубоким травлением.

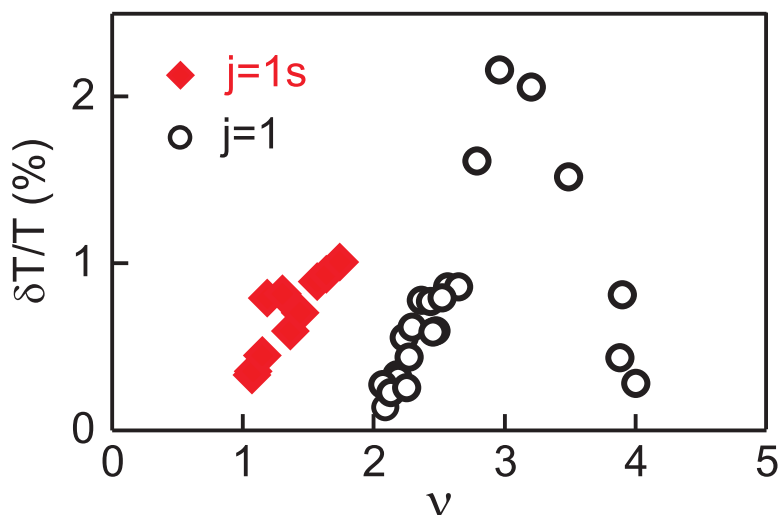


Рис. 5: Зависимости нормированной амплитуды  $j = 1s$  и  $j = 1$  АКМП мод от фактора заполнения. Из работы [A6].

В шестом разделе изучается зависимость амплитуды АКМП мод  $j = 1$  и  $j = 1s$  от фактора заполнения. В эксперименте для корректного сравнения исследовались нормированные на пропускание копланарного волновода в нулевом магнитном поле  $\mathcal{T}_0$  амплитуды резонансов  $\delta\mathcal{T} = \Delta\mathcal{T}/\mathcal{T}_0$  (здесь  $\Delta\mathcal{T}$  — абсолютное изменение сигнала пропускания копланарного волновода, измеренного детектором). Амплитуда моды  $j = 1$  при отходе от фактора заполнения  $\nu = 2$  растёт, проходит через максимум на факторе заполнения  $\nu = 3$  и затем падает при приближении к  $\nu = 4$  (рис. 5). Такое поведение амплитуды моды можно качественно объяснить следующим образом: при  $\nu > 2$  нижайший уровень Ландау полностью заполнен, и число электронов, принимающих участие в АКМП моде (с внутренней стороны от несжимаемой полоски) пропорционально величине  $(\nu - 2)/\nu$ . Аналогично ведёт себя нормированная амплитуда  $j = 1s$  моды при отходе от фактора заполнения  $\nu = 1$ .

В седьмом разделе кратко сформулированы выводы третьей главы.

Четвёртая глава посвящена реализации и исследованию плазмон-поляритонных возбуждений в копланарных микрорезонаторах. Первый раздел содержит краткое введение в проблему.

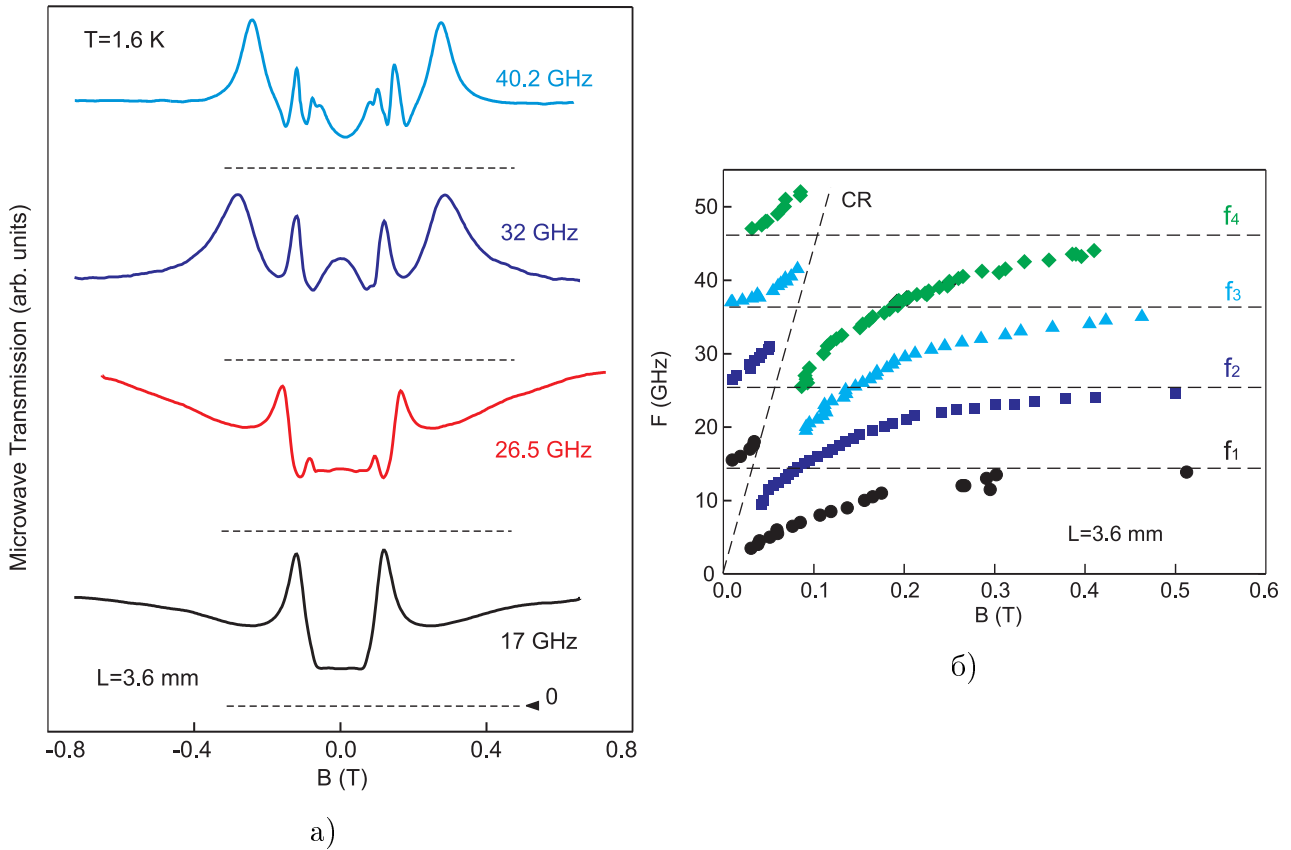


Рис. 6: а) Кривые пропускания копланарного микрорезонатора длиной  $L = 3.6$  мм в зависимости от магнитного поля для четырёх частот измерительного сигнала  $f = 17, 26.5, 32$  и  $40.2$  ГГц. Кривые смещены по вертикали для наглядности. Положение нулевого уровня сигнала для каждой из кривых показано горизонтальными пунктирными линиями. Концентрация двумерных электронов в образце  $n_s = 2.1 \times 10^{11}$  см $^{-2}$ . Измерения проводились при температуре  $T = 1.6$  К. б) Магнитодисперсия резонансов пропускания копланарного микрорезонатора длиной  $L = 3.6$  мм. Горизонтальные пунктирные линии соответствуют фотонным модам микрорезонатора, наклонная — магнитодисперсии циклотронного резонанса. Из работы [A3].

Во втором разделе показано, что в системе вида «копланарный микрорезонатор на поверхности образца с ДЭС» могут возникать плазмон-поляритонные моды, являющиеся результатом гибридизации плазменных возбуждений в ДЭС и фотонных мод копланарного микрорезонатора. Такие моды были экспериментально обнаружены в виде резонансов в сигнале пропускания копланарного микрорезонатора (рис. 6 а). В эксперименте были обнаружены не только нижние, но и существенно более слабые верхние, неустойчивые к излучательному распаду, поляритонные ветви. Была исследована магнитодисперсия обнаруженных мод (рис. 6 б). Магнитодисперсия нижних поляритонных ветвей в большом магнитном поле асимптотически стремится к набору эквидистантных горизонтальных прямых, описывающих



ся условием вида  $f_N = Nc/2n^*L^*$ , где  $n^* = \sqrt{(\varepsilon + 1)/2}$  — эффективный показатель преломления,  $L^* = L + 2x$  — эффективная длина микрорезонатора,  $x$  — характерный размер краевых электромагнитных полей, «выходящих» за пределы микрорезонатора. Эти прямые отвечают фотонным модам копланарного микрорезонатора. Верхние ветви в больших магнитных полях асимптотически стремятся к циклотронному резонансу. Далее в разделе обсуждается сила взаимодействия плазменных и фотонных мод. Например, в микрорезонаторе длиной  $L = 3.6$  мм и с электронной плотностью  $n_s = 2.1 \times 10^{11}$  см<sup>-2</sup> частота первой фотонной моды  $f_1 = 14$  ГГц, расщепление нижней и верхней ветвей первой поляритонной моды  $\Delta F_1 = 6.5$  ГГц, и нормализованная константа связи  $\eta = \Delta F_1/f_1 = 0.46$ . Это позволяет утверждать о реализации режима сильной связи между плазмонами в ДЭС и фотонами в планарном микрорезонаторе.

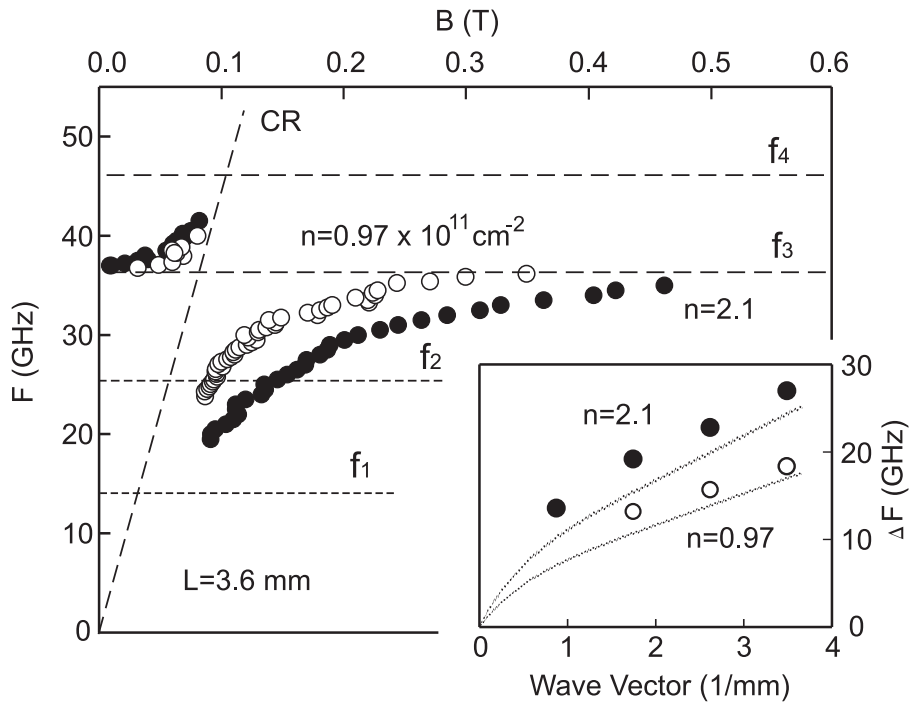


Рис. 7: Магнитодисперсии третьей поляритонной моды для образцов с электронной плотностью  $n_s = 0.97 \times 10^{11}$  см<sup>-2</sup> (контурные символы) и  $2.1 \times 10^{11}$  см<sup>-2</sup> (сплошные символы) для копланарного микрорезонатора длиной  $L = 3.6$  мм. На вставке — зависимость величины расщепления мод (частоты Раби) от волнового вектора для двух указанных значений электронной плотности. Из работы [A3].

В третьем разделе исследуется возможность перестройки силы плазмон-фотонного взаимодействия. Для этого была экспериментально изучена величина расщепления поляритонных мод в зависимости от электронной плотности и номера моды (рис. 7). Показано, что величина расщепления моды (частота Раби  $\Omega_R$ ) монотонно растёт с увеличением электронной плотности

и номера моды  $j$  (которому пропорционален волновой вектор возбуждения  $q \sim j$ ). Элементарная теория предсказывает корневой закон роста частоты Раби от электронной концентрации  $\Omega_R \sim \sqrt{n_s}$  что согласуется с данными эксперимента. Таким образом, экспериментально показано, что силу плазмон-поляритонного взаимодействия в системе можно легко перестраивать, меняя электронную плотность (например, при помощи заднего затвора).

В четвертом разделе кратко сформулированы выводы четвертой главы.

**Пятая глава** посвящена исследованиям СВЧ-индуцированных осцилляций (MIRO) в высокочастотной проводимости ДЭС. Первый раздел содержит краткое введение в проблему.

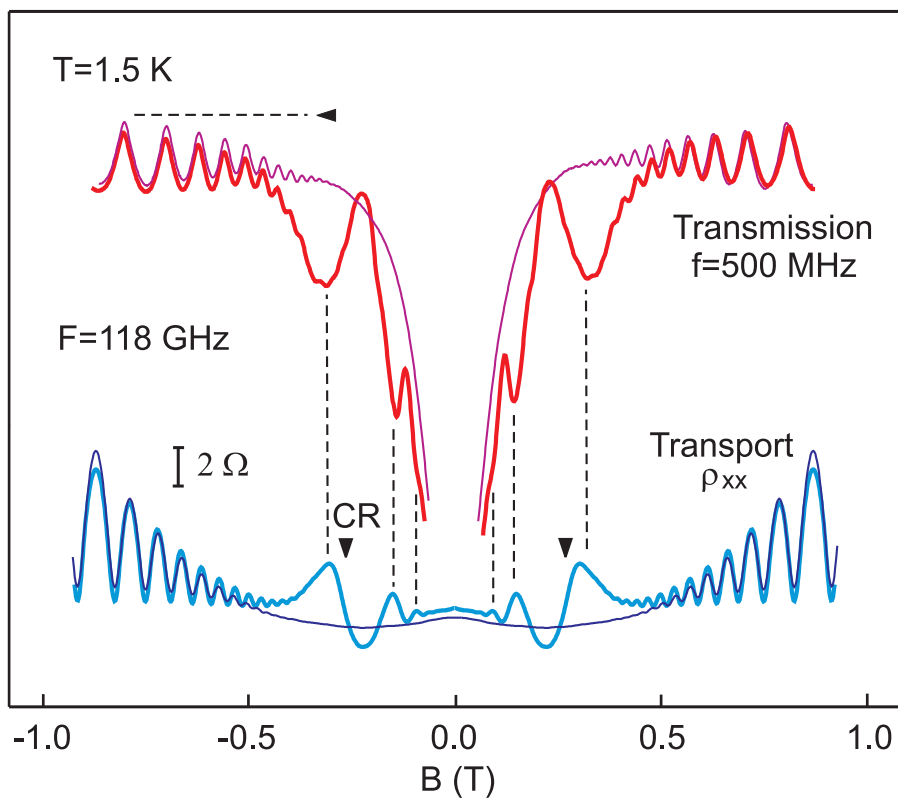


Рис. 8: Зависимости диагональной компоненты тензора магнитосопротивления  $\rho_{xx}$  в транспортных измерениях на постоянном токе (transport, синие кривые, нижняя часть рисунка) и пропускания копланарного волновода на поверхности образца для частоты измерительного сигнала  $f = 500$  МГц (transmission, красные кривые, верхняя часть рисунка), в отсутствие (тонкие кривые) и в присутствии (жирные кривые) внешнего микроволнового облучения частотой  $F = 118$  ГГц. Стрелочками показано положение циклотронного резонанса по магнитному полю для указанной частоты. Горизонтальная пунктирная линия соответствует 100% уровню пропускания копланарного волновода.

Измерения проводились при температуре  $T = 1.5$  К. Из работы [A2].

Во втором разделе обсуждаются эксперименты по обнаружению СВЧ-индуцированных осцилляций в высокочастотной проводимости ДЭС, изме-

ренной бесконтактным способом при помощи копланарно-трансмиссионной методики. При этом образец с копланарным волноводом одновременно облучался СВЧ излучением в диапазоне  $F = 40 - 140$  ГГц и измерялась трансмиссия копланарного волновода на частотах  $f = 0 - 10$  ГГц при развороте магнитного поля. В пропускании копланарного волновода было обнаружено до трёх осцилляций MIRO (рис. 8). Показано, что СВЧ-индуцированные осцилляции (MIRO) наблюдаются не только в контактных измерениях на постоянном токе, но и в бесконтактных измерениях высокочастотной проводимости на частотах измерительного сигнала до 10 ГГц.

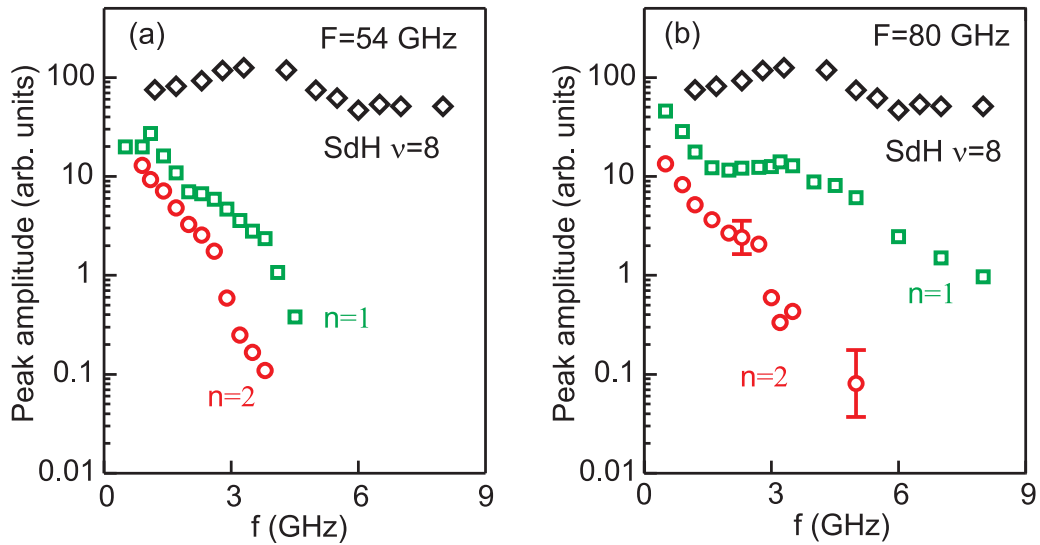


Рис. 9: Зависимости амплитуды осцилляций MIRO с номерами  $n = 1$  (квадраты) и  $n = 2$  (круги) от частоты измерительного сигнала. Для сравнения показана такая же зависимость для осцилляций Шубникова - де Гааза на факторе заполнения  $\nu = 8$  (ромбы). (a) Данные для частоты СВЧ-облучения  $F = 54$  ГГц, (b) —  $F = 80$  ГГц. Из работы [A2].

В третьем разделе исследуется влияние частоты измерительного сигнала на амплитуду MIRO. Для этого была применена описанная в разделе 2.6 дифференциальная методика с двойным синхронным детектированием, позволяющая аппаратно выделить в сигнале пропускания копланарного волновода составляющую, изменяющуюся под действием внешнего СВЧ-облучения образца. В эксперименте было обнаружено, что СВЧ-индуцированные особенности существенно уменьшаются с увеличением частоты измерительного сигнала, причём это уменьшение происходит быстрее для гармоник MIRO с большими номерами (рис. 9).

В четвертом разделе кратко сформулированы выводы пятой главы.

В заключении приведены основные результаты работы, которые заключаются в следующем:

1. Разработана и реализована методика неглубокого травления полупроводниковых гетероструктур, позволяющая получать ДЭС с рекордно большими размерами области краевого обеднения вплоть до 10 мкм.
2. В образцах, изготовленных при помощи методики неглубокого травления, удалось возбудить и исследовать АКМП в ДЭС в широком диапазоне магнитных полей и факторов заполнения уровней Ландау. Проведено исследование свойств АКМП в условиях целочисленного квантового эффекта Холла. Обнаружено, что размер области краевого обеднения имеет первостепенное значение для наблюдения АКМП.
3. Установлено, что  $j$ -я мода АКМП обрывается на факторе заполнения  $\nu = 2j$ , таким образом, количество акустических мод непосредственно определяется количеством несжимаемых полосок на краю системы.
4. При понижении температуры в ДЭС обнаружены дополнительные АКМП моды, связанные со спиновым расщеплением в энергетическом спектре системы.
5. Исследованы зависимости амплитуд мод АКМП с индексами  $j = 1$  и  $j = 1s$  (первой и первой спиновой) от фактора заполнения. Установлено, что амплитуда моды  $j = 1$  максимальна на факторе заполнения  $\nu = 3$ .
6. В сигнале пропускания копланарных микрорезонаторов, сформированных на поверхности гетероструктур с квантовыми ямами GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As обнаружен ряд резонансов, соответствующих гибридизации фотонных мод микрорезонатора с плазменными возбуждениями в ДЭС. Реализован режим ультрасильной связи между плазменной и фотонными модами, когда отношение экспериментально наблюдаемой частоты расщепления к частоте невозмущенных мод близко к единице.
7. Исследовано влияние электронной плотности и магнитного поля на гибридизацию мод. Установлено, что силу взаимодействия плазменных и фотонных мод можно регулировать в широких пределах, например, при помощи изменения электронной концентрации в ДЭС.
8. Показано, что СВЧ-индуцированные осцилляции магнитосопротивления ДЭС наблюдаются не только в контактных, но и в бесконтактных измерениях высокочастотной проводимости на частотах измерительного сигнала до 10 ГГц. Это может указывать на несущественность приконтактных областей для возникновения данного явления. Показано, что с ростом частоты измерительного сигнала амплитуда СВЧ-индуцированных осцилляций магнитосопротивления существенно уменьшается.

## Публикации автора по теме диссертации

- [A1] Бесконтактные измерения проводимости двумерных электронов в режиме гигантских осцилляций магнитосопротивления, индуцированных микроволновым излучением / И. В. Андреев, В. М. Муравьев, И. В. Кукушкин и др. // *Письма в ЖЭТФ*. — 2008. — Т. 88. — С. 707–711. [http://jetpletters.ac.ru/ps/1853/article\\_28289.pdf](http://jetpletters.ac.ru/ps/1853/article_28289.pdf).
- [A2] High-frequency response of a two-dimensional electron system under microwave irradiation / I. V. Andreev, V. M. Muravev, I. V. Kukushkin et al. // *Phys. Rev. B*. — 2011. — Vol. 83. — P. 121308. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.83.121308>.
- [A3] Observation of hybrid plasmon-photon modes in microwave transmission of coplanar microresonators / V. M. Muravev, I. V. Andreev, I. V. Kukushkin et al. // *Phys. Rev. B*. — 2011. — Vol. 83. — P. 075309. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.83.075309>.
- [A4] Исследование краевых магнитоплазменных возбуждений в двумерных электронных системах с различным профилем краевого обеднения / Д. В. Сметнев, В. М. Муравьев, И. В. Андреев, И. В. Кукушкин // *Письма в ЖЭТФ*. — 2011. — Т. 94. — С. 141–145. [http://jetpletters.ac.ru/ps/1942/article\\_29447.pdf](http://jetpletters.ac.ru/ps/1942/article_29447.pdf).
- [A5] Acoustic magnetoplasmons in a two-dimensional electron system with a smooth edge / I. V. Andreev, V. M. Muravev, D. V. Smetnev, I. V. Kukushkin // *Phys. Rev. B*. — 2012. — Vol. 86. — P. 125315. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.86.125315>.
- [A6] Андреев И. В., Муравьев В. М., Кукушкин И. В. Наблюдение акустических краевых магнитоплазмонов вблизи фактора заполнения  $\nu = 1$  // *Письма в ЖЭТФ*. — 2012. — Т. 96. — С. 588–592. [http://jetpletters.ac.ru/ps/2197/article\\_32929.pdf](http://jetpletters.ac.ru/ps/2197/article_32929.pdf).

## Список литературы

1. *von Klitzing K., Dorda G., Pepper M.* New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance // *Phys. Rev. Lett.* — 1980. — Vol. 45. — Pp. 494–497. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.45.494>.
2. *Tsui D. C., Stormer H. L., Gossard A. C.* Two-Dimensional Magnetotransport in the Extreme Quantum Limit // *Phys. Rev. Lett.* — 1982. — Vol. 48. — Pp. 1559–1562. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.48.1559>.
3. *Dawon Kahng.* Electric field controlled semiconductor device. — 1963. — US Patent 3,102,230.
4. Electron mobilities in modulation-doped semiconductor heterojunction superlattices / R. Dingle, H. L. Stormer, A. C. Gossard, W. Wiegmann // *Appl. Phys. Lett.* — 1978. — Vol. 33. — Pp. 665–667. <https://doi.org/10.1063/1.90457>.
5. *Dingle Raymond, Gossard Arthur C., Stormer Horst L.* High mobility multilayered heterojunction devices employing modulated doping. — 1979. — US Patent 4,163,237.
6. *Dingle Raymond, Gossard Arthur C., Stormer Horst L.* Method of making high mobility multilayered heterojunction devices employing modulated doping. — 1980. — US Patent 4,194,935.
7. Shubnikov–de Haas-like oscillations in millimeterwave photoconductivity in a high-mobility two-dimensional electron gas / M. A. Zudov, R. R. Du, J. A. Simmons, J. L. Reno // *Phys. Rev. B.* — 2001. — Vol. 64. — P. 201311. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.64.201311>.
8. *Allen S. J., Tsui D. C., Logan R. A.* Observation of the Two-Dimensional Plasmon in Silicon Inversion Layers // *Phys. Rev. Lett.* — 1977. — Vol. 38. — Pp. 980–983. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.38.980>.
9. *Allen Jr S. J., Stormer H. L., Hwang J. C. M.* Dimensional resonance of the two-dimensional electron gas in selectively doped GaAs/AlGaAs heterostructures // *Phys. Rev. B.* — 1983. — Vol. 28. — P. 4875. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.28.4875>.

10. Волков В. А., Михайлов С. А. Теория краевых магнитоплазмонов в двумерном электронном газе // *Письма в ЖЭТФ*. — 1985. — Т. 42. — С. 450–453. [http://www.jetpletters.ac.ru/ps/107/article\\_1897.pdf](http://www.jetpletters.ac.ru/ps/107/article_1897.pdf).
11. Назин С. С., Шикин В. Б. О краевых магнитоплазмонах на поверхности гелия. Длинноволновая асимптотика спектра // *ЖЭТФ*. — 1988. — Т. 94. — С. 133. [http://jetp.ac.ru/cgi-bin/dn/e\\_067\\_02\\_0288.pdf](http://jetp.ac.ru/cgi-bin/dn/e_067_02_0288.pdf).
12. Назин С. С., Шикин В. Б. Магнитоплазмоны в двумерных электронных системах с эллиптическим профилем // *ФНТ*. — 1989. — Т. 15. — С. 227–235.
13. Aleiner I. L., Glazman L. I. Novel edge excitations of two-dimensional electron liquid in a magnetic field // *Phys. Rev. Lett.* — 1994. — Vol. 72. — P. 2935. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.72.2935>.
14. Aleiner I. L., Yue Dongxiao, Glazman L. I. Acoustic excitations of a confined two-dimensional electron liquid in a magnetic field // *Phys. Rev. B*. — 1995. — Vol. 51. — P. 13467. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.51.13467>.
15. Acoustic Edge Modes of the Degenerate Two-Dimensional Electron Gas Studied by Time-Resolved Magnetotransport Measurements / G. Ernst, R. J. Haug, J. Kuhl et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 1996. — Vol. 77. — Pp. 4245–4248. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.77.4245>.
16. Ханнанов М. Н., Фортунатов А. А., Кукушкин И. В. Экспериментальное наблюдение краевых акустических магнитоплазменных возбуждений в системе двумерных электронов в режиме квантового эффекта Холла // *Письма в ЖЭТФ*. — 2009. — Т. 90, № 10. — С. 740–745. [http://www.jetpletters.ac.ru/ps/1883/article\\_28671.pdf](http://www.jetpletters.ac.ru/ps/1883/article_28671.pdf).
17. Observation of retardation effects in the spectrum of two-dimensional plasmons / I. V. Kukushkin, J. H. Smet, S. A. Mikhailov et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2003. — Vol. 90. — P. 156801. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.90.156801>.
18. Наблюдение плазмон-поляритонных мод в двумерных электронных системах / И. В. Кукушкин, Д. В. Кулаковский, С. А. Михайлов и др. // *Письма в ЖЭТФ*. — 2003. — Т. 77. — С. 594. [http://www.jetpletters.ac.ru/ps/30/article\\_417.pdf](http://www.jetpletters.ac.ru/ps/30/article_417.pdf).
19. New Type of  $B$ -Periodic Magneto-Oscillations in a Two-Dimensional Electron System Induced by Microwave Irradiation / I. V. Kukushkin, M. Yu. Akimov,

- J. H. Smet et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2004. — Vol. 92. — P. 236803. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.92.236803>.
20. Microwave induced zero-conductance state in a Corbino geometry two-dimensional electron gas with capacitive contacts / A. A. Bykov, I. V. Marchishin, A. V. Goran, D. V. Dmitriev // *Appl. Phys. Lett.* — 2010. — Vol. 97. — P. 082107. <https://doi.org/10.1063/1.3483765>.
21. Quantum oscillations in the microwave magnetoabsorption of a two-dimensional electron gas / O. M. Fedorych, M. Potemski, S. A. Studenikin et al. // *Phys. Rev. B.* — 2010. — Vol. 81. — P. 201302. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.81.201302>.
22. Ultrastrong coupling of the cyclotron transition of a 2D electron gas to a THz metamaterial / G. Scalari, C. Maissen, D. Turčinková et al. // *Science.* — 2012. — Vol. 335. — Pp. 1323–1326. <https://doi.org/10.1126/science.1216022>.
23. *De Liberato S.* Light-matter decoupling in the deep strong coupling regime: The breakdown of the Purcell effect // *Phys. Rev. Lett.* — 2014. — Vol. 112. — P. 016401. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.112.016401>.
24. Ultrastrong coupling in the near field of complementary split-ring resonators / C. Maissen, G. Scalari, F. Valmorra et al. // *Phys. Rev. B.* — 2014. — Vol. 90. — P. 205309. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.90.205309>.
25. *Łusakowski J.* Plasmon–terahertz photon interaction in high-electron-mobility heterostructures // *Semiconductor Science and Technology.* — 2016. — Vol. 32. — P. 013004. <https://doi.org/10.1088/0268-1242/32/1/013004>.
26. Ultrastrong coupling between light and matter / A. F. Kockum, A. Miranowicz, S. De Liberato et al. // *Nature Reviews Physics.* — 2019. — Vol. 1. — P. 19. <https://doi.org/10.1038/s42254-018-0006-2>.
27. Ultrastrong coupling regimes of light-matter interaction / P. Forn-Diaz, L. Lamata, E. Rico et al. // *Rev. Mod. Phys.* — 2019. — Vol. 91. — P. 025005. <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.91.025005>.
28. Microwave frequency dependence of integer quantum hall effect: Evidence for finite-frequency scaling / L. W. Engel, D. Shahar, C. Kurdak, D. C. Tsui // *Phys. Rev. Lett.* — 1993. — Vol. 71, no. 16. — P. 2638. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.71.2638>.



29. *Chklovskii D. B., Shklovskii B. I., Glazman L. I.* Electrostatics of edge channels // *Phys. Rev. B.* — 1992. — Vol. 46. — P. 4026. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.46.4026>.