

Янц Антон Юрьевич

**Двухуровневая модель для описания неупругого деформирования
поликристаллов: приложение к анализу сложного нагружения
в случае больших градиентов перемещений**

01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

Автореферат

Диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Пермь – 2016

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Пермский национальный исследовательский политехнический университет»

Научный руководитель	Трусов Петр Валентинович, доктор физико-математических наук, профессор
Официальные оппоненты	Васин Рудольф Алексеевич, доктор физико-математических наук, профессор (ФГБОУ ВПО «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова», Научно-исследовательский институт механики) Баженов Валентин Георгиевич, доктор физико-математических наук, профессор (ФГБОУ ВПО «Нижегородский государственный университет имени Н. И. Лобачевского»)
Ведущая организация	ФГБОУ ВПО Тульский государственный университет

Защита состоится « 14 » апреля 2016 г. в 14:00 часов на заседании диссертационного совета Д 004.012.01 в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт механики сплошных сред УрО РАН по адресу: 614013, г. Пермь, ул. Академика Королева, 1, тел: (342) 237-84-61; факс: (342) 237-84-87.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ФГБУН Институт механики сплошных сред Уральского отделения РАН: www.icmm.ru.

Автореферат разослан « » _____ 2016 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
доктор физико-математических наук, доцент



/ А.Л. Зуев

Общая характеристика работы

Актуальность темы. В настоящее время в связи с постоянно растущей потребностью в совершенствовании существующих и разработке новых материалов и технологий широкое распространение получили процессы обработки, реализующие интенсивные пластические деформации (ИПД), при этом большинство таких процессов связано с нагружением по траекториям деформаций, обладающих сложной внутренней геометрией.

Для описания поведения материала при сложном нагружении большинством исследователей используются макрофеноменологические модели неупругого деформирования; значительных успехов в данной области достигли многие ученые – механики (В.Г. Баженов, Р.А. Васин, В.Г. Зубчанинов, А.А. Ильюшин, А.Ю. Ишлинский, В.С. Ленский, А. Надаи, В.В. Новожилов, В. Прагер, Ю.Н. Работнов и др.), среди которых отдельно стоит выделить работы по большим деформациям (Г.Л. Бровко, А.А. Маркин, В.И. Левитас, А.А. Поздеев, А.А. Роговой, П.В. Трусов и др.). Модели данного класса базируются на установлении зависимостей между параметрами макроуровня, не углубляясь в вопросы эволюции микроструктуры материала, что приводит к усложнению операторных зависимостей, необходимости постановки и проведения ресурсоемких экспериментов на сложное нагружение.

Экспериментальные данные показывают, что микроструктура материала в ходе нагружения претерпевает существенные изменения, что отмечается рядом отечественных (А.Н. Орлов, В.В. Рыбин, Я.Д. Вишняков, О.А. Кайбышев и др.) и зарубежных (Дж. Хирт, И. Лоте, Р. Хоникомб и др.) исследователей; при этом текущее состояние структуры мезо- и микроуровня, равно как история её изменения, определяют физико-механические свойства материала на макроуровне. Попытки построения математических моделей, описывающих эволюцию мезо- и микроструктуры в широком диапазоне термомеханических воздействий, предпринимались еще с 30-50-х гг. XX века как отечественными учеными (В.А. Лихачев, П.В. Макаров, В.Г. Малинин, В.Е. Панин, В.В. Рыбин и др.), так и зарубежными (L. Anand, R.J. Asaro, J. Bishop, P. Hill, T.G. Lin, D.L. McDowell, D. Peirce, J.R. Rice, J. Taylor и др.). Существенным преимуществом таких моделей перед макрофеноменологическими теориями является их значительная универсальность, в частности – отсутствие зависимости от сложности нагружения.

При математическом описании поведения сложных физико-механических объектов, к числу которых, несомненно, относятся поликристаллические материалы, широкое распространение получил подход, основанный на введении внутренних переменных и многоуровневом моделировании, в котором в структу-

ру модели включаются соотношения, учитывающие эволюцию его структуры на различных масштабных уровнях. По глубине физического описания различаются модели, основанные на макрофеноменологических теориях пластичности, физических теориях пластичности, а также на теориях дислокационной или молекулярной динамики. Основные отличия существующих многоуровневых моделей заключаются в способе связи между переменными различных уровней и выбором моделей, описывающих поведение элементов нижних уровней (кристаллита – в случае двухуровневой модели).

Актуальность настоящей работы связана с необходимостью разработки двухуровневой конститутивной модели, основанной на одной из физических теорий пластичности, и анализ возможностей ее применения для описания нагружения представительного объема поликристалла при больших градиентах перемещений по траекториям с произвольной внутренней геометрией.

Целью работы является модификация двухуровневой конститутивной модели для описания неупругого деформирования поликристаллических материалов по траекториям произвольной сложности, основанной на рассмотрении эволюции внутренней микроструктуры, введении разложения движения на каждом масштабном уровне (на квазитвердое и деформационное) и несимметричных мер скорости деформации и деформации.

Задачи работы:

- разработка модификации двухуровневой математической модели для анализа неупругого деформирования моно- и поликристаллов на базе физической теории упруговязкопластичности, использующей несимметричную меру скорости изменения деформированного состояния на мезо- и макроуровнях, позволяющей описывать нагружения по траекториям произвольной сложности в терминах подвижной системы координат, введенной для описания квазитвердого движения представительного макрообъема;

- анализ способов разложения движения, вводимых явным и неявным способами, введение нового способа разложения движения на квазитвердое и деформационное на мезо- и макроуровнях, модификация условий согласования соотношений мезо- и макроуровней в случае принятия различных гипотез о разложении движения;

- установление физического смысла неголономных мер деформированного состояния мезо- и макроуровня, вычисляемых коротационным интегрированием

индифферентных несимметричных мер скорости деформаций, определяемых градиентами соответствующих относительных скоростей перемещений;

- модификация основных понятий и определений теории упругопластических процессов (векторы напряжений и деформаций, образ процесса нагружения, постулат изотропии) для случая несимметричных мер деформаций и больших градиентов перемещений;

- применение двухуровневой модели для физического обоснования основных постулатов теории А.А. Ильюшина и наблюдаемых в экспериментах эффектов сложного нагружения (постулат изотропии в частной форме, запаздывание векторных и скалярных свойств);

- реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительных экспериментов по произвольному жесткому нагружению представительного макрообъема поликристалла.

Научная новизна заключается:

- в модификации двухуровневой конститутивной модели, основанной на физической теории упруговязкопластичности, использующей несимметричные меры скорости изменения деформированного состояния и деформации и новый способ разложения движения на квазитвердое и деформационное на мезо- и макроуровне;

- в обосновании необходимости для случая больших градиентов перемещений определения образа процесса нагружения и реализации нагружения в терминах подвижной системы координат, связанной с материалом;

- в модификации способа построения образа процесса нагружения в терминах подвижной системы координат; в доказательстве независимости получаемого образа процесса от выбора системы отсчета и обобщении указанных понятий и определений на случай больших градиентов перемещений, базирующихся на введенном способе разложения движения на квазитвердое и деформационное;

- в определении программы нагружения в терминах лабораторной системы координат (испытательной машины) по предписанной траектории нагружения в терминах подвижной системы координат;

- в применении модели для физического объяснения эффектов сложного нагружения.

На защиту выносятся:

- модификация двухуровневой упруговязкопластической модели для описания деформирования представительного объема поликристаллического материала;
- гипотезы о разложении движения на макро- и мезоуровнях на квазитвердое и деформационное;
- определение физического смысла неголономных мер деформированного состояния мезо- и макроуровня;
- алгоритм реализации произвольного нагружения в терминах введенной подвижной системы координат, в случае больших градиентов перемещений;
- результаты численного моделирования процессов нагружения по траекториям различной степени сложности в случае больших и малых градиентов перемещений, физическое объяснение некоторых эффектов сложного нагружения;
- оценка точности выполнения постулата изотропии А.А. Ильюшина в случае больших градиентов перемещений.

Практическая значимость работы заключается:

- в возможности применения разработанной модели для анализа процессов нагружения материала по произвольным траекториям деформаций (в том числе – при больших градиентах перемещений), задаваемых в терминах подвижной системы координат, реализуемых с использованием машин сложного нагружения;
- в возможности применения для решения фундаментальных и прикладных проблем механики деформируемого твердого тела разработанного комплекса проблемно-ориентированных программ для ЭВМ с применением современных технологий параллельных вычислений для проведения численного эксперимента по нагружению представительного объема поликристаллического материала по произвольным траекториям (получены свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ №2011611840, №2013619701[12, 13]).

Достоверность подтверждена удовлетворительными результатами оценки сходимости и устойчивости решения в серии численных экспериментов; удовлетворительным соответствием результатов численных расчетов экспериментальным данным для случая малых градиентов перемещений при реализации нагружения в терминах лабораторной системы координат для траекторий малой и средней кривизны и траекторий с изломами.

Апробация работы. Основные результаты, представленные в диссертационной работе, докладывались и обсуждались на XIX – XXIV Всероссийских школах-конференциях молодых ученых «Математическое моделирование в естественных науках» (Пермь, 2010-2015 гг.), конференциях молодых ученых «Неравновесные процессы в сплошных средах» (Пермь, 2011-2013 гг.), Международных молодежных научных конференциях «XXXVIII–XXXIX Гагаринские чтения» (Москва, 2012, 2013 гг.), Всероссийской научной конференции молодых ученых с международным участием «Перспективные материалы в технике и строительстве» (Томск, 2013 г.), Всероссийской научной конференции молодых ученых с международным участием «Перспективные материалы в строительстве и технике» (Томск, 2014 г.), «XVIII–XIX Зимних школах по механике сплошных сред» (Пермь, 2013, 2015 гг.), «Высокие технологии в современной науке и технике» (Томск, 2013-2014 гг.), VIII Российской научно технической конференции «Механика, ресурс и диагностика материалов и конструкций» (Екатеринбург, 2014), XXI Петербургских чтениях по проблемам прочности «К 100-летию со дня рождения Л.М. Качанова и Ю.Н. Работнова» (Санкт-Петербург, 2014), International Workshop "Failure of Heterogeneous Materials under Intensive Loading: Experiment and Multi-scale Modeling" (Perm, 2014). Работа полностью докладывалась и обсуждалась на семинарах Института механики сплошных сред УрО РАН (рук. академик РАН В.П. Матвеев), кафедры математического моделирования систем и процессов ПНИПУ (рук. проф. П.В. Трусков), кафедры механики композиционных материалов и конструкций ПНИПУ (рук. проф. Ю. В. Соколкин).

Личный вклад автора – постановка задачи (совместно с научным руководителем), разработка и реализация программ на ЭВМ, проведение вычислений, анализ результатов.

Публикации. Результаты исследований по теме диссертации представлены в 21 научных статьях; основные публикации приведены в списке [1-13], из которых 8 статей [1-8] опубликованы в журналах, входящих в перечень изданий, рекомендованных ВАК, публикации [2-6] входят в базы цитирования Web of Science и Scopus.

Краткое содержание работы

Во введении обосновывается актуальность и научная новизна диссертационного исследования, приводятся возможные сферы применения результатов работы; формулируются цель и задачи работы.

В первой главе представлены основные понятия и положения теории упругопластических процессов (УПП) А.А. Ильюшина: пространства напряжений и деформаций, совмещенное пространство, векторы напряжений и деформаций и соответствующие траектории, образ процесса нагружения и его характеристики. Приведен обзор работ по экспериментальному исследованию нагружения по траекториям различной степени сложности и представлена их интерпретация с позиций теории УПП А.А. Ильюшина. Отмечены сложности задачи экспериментального исследования нагружения в случае больших градиентов перемещений.

Предложена модификация основных положений теории УПП А.А. Ильюшина на случай несимметричных мер напряженного и деформированного состояния: размерность соответствующих векторов и пространств, их содержащих, а также образа процесса нагружения (ОПН), увеличена с 5 до 9, введена гипотеза о выделении квазитвердого движения и определение в терминах подвижной системы координат компонент соответствующих векторов. Введены скалярные параметры, характеризующие меру совпадения двух образов процессов, полученных при деформировании по траекториям с одинаковой внутренней геометрией, с целью оценки точности выполнения постулата изотропии.

Во второй главе представлен обзор существующих физических теорий пластичности и двухуровневых моделей, основанных на них.

В п. 2.1 приведен обзор основных физических теорий пластичности (ФТП): жесткопластических, упругопластических, вязкопластических, упруговязкопластических. Выявлены недостатки существующих моделей: использование симметричных ориентационных тензоров систем скольжения (СС) и меры деформированного состояния.

В п. 2.2 представлен обзор теорий упрочнения, наиболее часто используемых в конститутивных моделях. Предложен подход, основанный на аддитивности вклада в упрочнение от различных механизмов.

В п. 2.3 приведен обзор возможных вариантов решения проблемы о разложении движения на квазитвердое и деформационное на мезоуровне; представлены наиболее часто используемые модели ротации элементов мезоуровня; проанализированы их достоинства и недостатки.

В п. 2.4 представлена общая структура статистической двухуровневой упруговязкопластической модели для описания деформирования представительного объема поликристаллического материала в случае больших градиентов перемещений. Приведены определяющие и эволюционные соотношения модели мезо-

уровня, использующей в качестве меры скорости деформаций транспонированный градиент относительных скоростей перемещений $\mathbf{z} = \nabla \mathbf{v}^T - \boldsymbol{\omega}$, где $\boldsymbol{\omega}$ – спин квазитвердого вращения подвижной системы координат, связанной с решеткой кристаллита (ПСК_К). В качестве определяющего соотношения (ОС) на мезоуровне принят гиполупругий закон (закон Гука в скоростной релаксационной форме) $\mathbf{y}^{cr} = \mathbf{n} : (\mathbf{z} - \mathbf{z}^{in}) = \mathbf{n} : (\nabla \mathbf{v}^T - \boldsymbol{\omega} - \mathbf{z}^{in})$, где \mathbf{z}^{in} – скорость неупругих деформаций; \mathbf{y}^{cr} – коротационная производная тензора напряжений Коши; \mathbf{n} – тензор (четвертого ранга) упругих свойств. Представлены условия согласования ОС масштабных уровней, с использованием которых получены выражения для упругой и неупругой составляющих меры скорости деформаций.

Третья глава посвящена построению модификации двухуровневой модели неупругого деформирования моно- и поликристаллов, основанной на несимметричной теории упруговязкопластичности. Освещены вопросы построения геометрически нелинейных определяющих соотношений, основанных на физически обоснованном разложении движения.

В п. 3.1 приведена связь закона Гука в конечных величинах с законом Гука в скоростной форме. Для случая, когда для материала может быть сформулировано гиперупругое уравнение, исследована связь определяющих соотношений в виде гиперупругого $\mathbf{y} = \mathbf{n} : \mathbf{e}$ и гиполупругого $\mathbf{y}^{cr} = \mathbf{n} : \mathbf{e}^{cr}$ законов, где \mathbf{y} – тензор напряжений Коши, \mathbf{e} – в общем случае произвольная индифферентная мера деформированного состояния; символ $(\square)^{cr}$ обозначает коротационную производную. Показана эквивалентность этих законов при условии, что подвижная система координат, используемая при переходе к скоростной форме соотношений, связана с материалом, в силу чего в этой системе компоненты тензора \mathbf{n} остаются постоянными.

В п. 3.2 представлено разложение движение на квазитвердое и деформационное на мезоуровне. Суть данного разложения заключается в следующем: наряду с кристаллографической системой координат (КСК) $Oy^1y^2y^3$ с базисом \mathbf{q}_i вводится жесткая декартова ортогональная подвижная система координат (ПСК_К) $Ox^1x^2x^3$ с ортонормированным базисом \mathbf{k}_i , в отсчетной конфигурации совпадающая с КСК и связанная с КСК в течение всего процесса деформирования. Связь осуществляется следующим образом: оси Oy^1 и Ox^1 считаются совпадающими в каждый момент времени (вектор \mathbf{k}_1 направлен вдоль вектора \mathbf{q}_1); вектор \mathbf{k}_2 в каждый момент деформирования располагается в плоскости Oy^1y^2 . Зная в каждый момент времени положение векторов \mathbf{k}_1 , \mathbf{k}_2 , легко определяется положение третьего базисного вектора ПСК: $\mathbf{k}_3 = \mathbf{k}_1 \times \mathbf{k}_2$. В заключение параграфа дается связь

компонент тензора спина ω ПСК_К с компонентами тензора упругой составляющей градиента скорости перемещений.

В п. 3.3 обсуждаются геометрически нелинейные определяющие соотношения и проблема разложения движения на квазитвердое и деформационное на макроуровне. Одной из основных проблем построения геометрически нелинейных ОС является не выполнение принципа независимости от выбора системы отсчета (которому можно легко удовлетворить множеством мощности континуум способов замены $\dot{\mathbf{Y}}$ на индифферентную конвективную или коротационную производную тензора напряжений Коши \mathbf{Y}), а физически обоснованное выделение в общем произвольном движении деформируемой среды составляющей, отвечающей за движение тела как жесткого целого. В связи с этим выявлена необходимость введения подвижной системы координат (ПСК), которая при наложении чисто жесткого движения будет воспроизводить именно это движение; в этом случае скорость изменения любых анализируемых величин относительно ПСК будет независимой от выбора системы отсчета. Отмечается, что наиболее часто используемой коротационной производной в определяющих соотношениях механики сплошных сред является производная Яуманна $\mathbf{Y}^J = \dot{\mathbf{Y}} - \mathbf{W} \cdot \mathbf{Y} + \mathbf{Y} \cdot \mathbf{W}$, основанная на следствии из теоремы Коши-Гельмгольца о разложении движения. В этом случае получаемое ОС удовлетворяет принципу независимости от выбора системы отсчета, однако физическое обоснование подобных соотношений, как правило, даже не обсуждается. В качестве альтернативы существующим способам разложения движения на макроуровне предлагается способ (гипотеза Γ_Ω), основанный на условии согласования определяющих соотношений макро- и мезоуровней, в соответствии с которым спин квазитвердого движения на макроуровне равен среднему значению спинов элементов мезоуровня $\mathbf{\Pi} = \langle \mathbf{\pi} \rangle$.

П. 3.4 посвящен выявлению физического смысла неголономной меры деформированного состояния \mathbf{E} , получаемой коротационным интегрированием меры $\mathbf{Z} = \nabla \mathbf{V}^T - \mathbf{\Pi}$, и меры \mathbf{e} на мезоуровне, получаемой интегрированием $\mathbf{z} = \nabla \mathbf{v}^T - \mathbf{\pi}$. Было показано, мера \mathbf{e} имеет вполне ясный физический смысл: в каждый момент деформирования t разность $\mathbf{e}(t) - \mathbf{e}(0)$ равна сумме по всем системам скольжения кристаллита произведений накопленных сдвигов на базисные диады данных СС. Ввиду невозможности получения аналитического выражения для меры \mathbf{E} была проведена серия численных экспериментов [8]. Для меры \mathbf{E} было показано, что для всех рассмотренных типов нагружения (осадка, сдвиг, два сдвига в различных плоскостях) её значение с погрешностью не более 2% равно среднему значению сумм по всем системам скольжения произведений накоплен-

ных сдвигов на базисные диады всех кристаллитов, составляющих представительный макрообъем.

В п. 3.5 представлен алгоритм реализации модели для описания нагружения представительно объема, определенного в терминах подвижной системы координат (ПСК), которая считается связанной с материалом и испытывающей квазитвердое движение соответственно выбранной гипотезе о разложении движения. Получена связь градиентов полных и относительных скоростей перемещений $\mathbf{Z} = \nabla \mathbf{V}^T - \mathbf{Ш}$. Из соотношений модели следует, что спин квазитвердого движения ПСК $\mathbf{\Omega}$ определяется как внутренней микроструктурой материала (типом решетки, ориентациями кристаллитов, скоростями сдвигов), так и градиентом полных скоростей перемещений. Показано, что определение полного движения $\nabla \mathbf{V}^T$ по заданному \mathbf{Z} возможно лишь с точностью до антисимметричного тензора, соответствующего приносимой в квазитвердое движение ПСК составляющей от $\nabla \mathbf{V}^T$. При этом все движения $\nabla \mathbf{V}^T$ относительно ЛСК, отличающиеся на антисимметричный тензор, являются эквивалентными (по деформационным воздействиям). В связи с этим при нагружении в терминах ПСК (по известному движению \mathbf{Z}) используется специально разработанный алгоритм определения одного из эквивалентных движений. Далее по определенному в лабораторной системе координат кинематическому воздействию вычисляется отклик поликристаллического агрегата и спин подвижной системы координат.

Четвертая глава содержит изложение алгоритма численной реализации, описание и анализ результатов численных экспериментов по нагружению представительного объема поликристаллического материала с ОЦК решеткой по траекториям различной степени сложности в случае малых и больших градиентов перемещений.

В п. 4.1 изложен алгоритм для реализации в численных или натуральных экспериментах нагружения представительно объема по траектории произвольной степени сложности, заданной в терминах как ЛСК, так и ПСК. Представленный алгоритм позволяет численно реализовать нагружение выборки кристаллитов (с известной кристаллической решеткой и системами скольжения) по произвольным траекториям, определенным в терминах как ЛСК, так и ПСК.

П. 4.2 содержит постановку и результаты решения задачи идентификации и верификации параметров модели для материала Ст45, имеющего ОЦК решетку; задача идентификации ставится и решается как соответствующая проблема оптимизации. При этом ряд параметров считался известным: значения упругих модулей, скорость сдвига при достижении критического напряжения сдвига, началь-

ные критические напряжения в системах скольжения. В результате решения задачи оптимизации были получены значения искомых параметров, при которых отклонение интенсивностей напряжений в численных и натуральных экспериментах не превышало 6%, что показано на рис. 1.

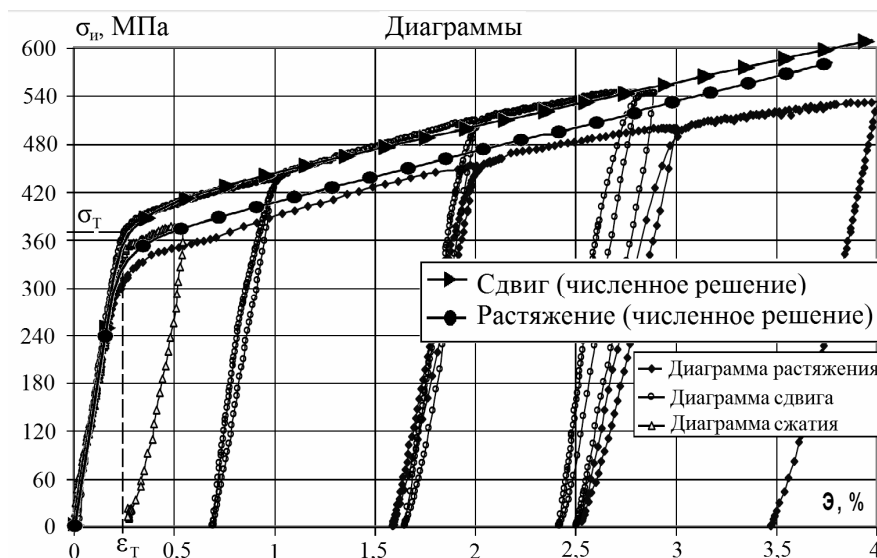


Рис. 1. Сопоставление численных и экспериментальных зависимостей интенсивности напряжений от деформаций при оптимальных значениях параметров модели

В п. 4.3 представлены результаты численных экспериментов и их сравнение с данными натуральных экспериментов в случае сложного нагружения при малых градиентах перемещений. Показано хорошее соответствие результатов численных и натуральных экспериментов в части векторных (образ процесса, запаздывание векторных свойств) и скалярных (интенсивности напряжений, нырок интенсивности напряжений при изломе траектории) характеристик процесса нагружения (рис. 2 и 3 соответственно).

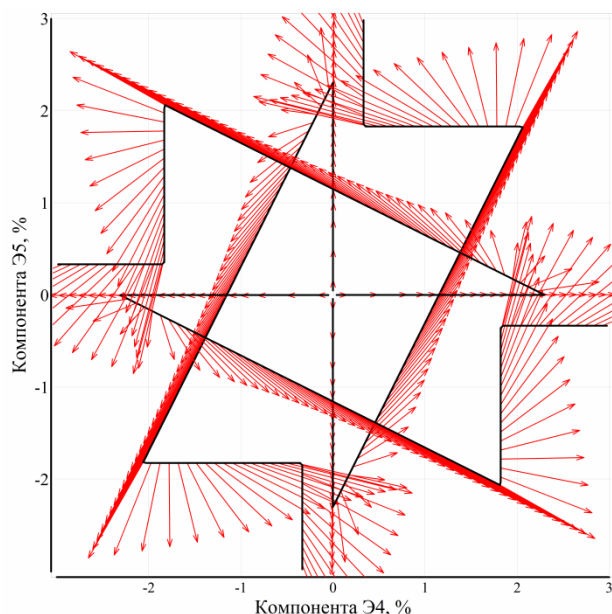


Рис. 2. Образы процесса нагружения для траекторий с одинаковой внутренней геометрией

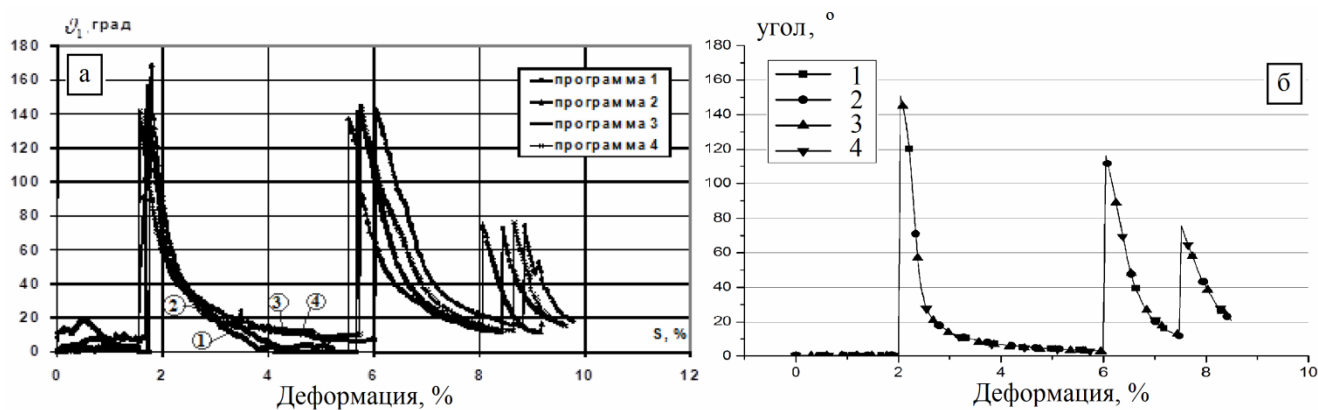


Рис. 3. Сравнение экспериментальной (а) и численной зависимостей (б) угла между вектором напряжений и касательной к траектории

В п. 4.4 приведены результаты численных экспериментов для ряда траекторий различной степени сложности при больших градиентах перемещений, заданных в терминах подвижной системы координат (ПСК). Показано, что при реализации нагружения по траектории, заданной в терминах ПСК, траектория в лабораторной системе координат (ЛСК), в которой происходит непосредственное нагружение, существенно отличается от заданной в ПСК как внутренней геометрией, так и размерностью пространства, в которое она вложена. В связи с этим выявлены сложности реализации произвольной траектории нагружения, заданной в терминах ПСК, предложены пути возможного решения. Было подтверждено выполнение постулата изотропии А.А. Ильюшина в терминах ПСК с различной степенью точности в случаях принятия различных гипотез о разложении движения на макроуровне.

В заключении сформулированы основные результаты диссертационной работы:

1. На основе проведенного обзора существующих моделей, применяемых для описания деформирования поликристаллических материалов при больших градиентах перемещений, были выявлены недостатки, связанные с учетом геометрической нелинейности, к которым, в частности, относятся проблема выделения квазитвердого движения и обоснование физического смысла неголономной меры деформированного состояния.
2. Предложена модификация двухуровневой конститутивной модели, основанной на упруговязкопластической физической теории пластичности, позволяющая описывать нагружение представительного объема поликристаллического материала по произвольным траекториям деформаций в случае больших градиентов перемещений.

3. Предложен возможный вариант решения проблемы разложения движения на квазитвердое и деформационное на мезо- и макроуровнях. На мезоуровне предложена модель, основанная на введении жесткой подвижной системы координат, связанной с одним из кристаллографических направлений и материальной площадкой, содержащей его. На макроуровне спин квазитвердого вращения определяется условиями согласования определяющих соотношений различных масштабных уровней.
4. Показана эквивалентность гипопругого и гиперупругого законов при условии, что в подвижной системе координат, используемой при переходе к скоростной форме соотношений, сохраняется неизменность компонент тензора свойств \mathbf{n} в базисе введенной ПСК.
5. Предложен алгоритм реализации нагружения, заданного в терминах подвижной системы координат, связанной материалом, по траекториям деформаций с произвольной внутренней геометрией.
6. Получено удовлетворительное соответствие результатов численного моделирования результатам натуральных экспериментов по сложному нагружению в случае малых градиентов перемещений. При больших градиентах перемещений проведена проверка выполнения постулата изотропии А.А. Ильюшина в терминах лабораторной и подвижной систем координат в случае принятия различных гипотез о разложении движения.

Основные публикации по теме диссертации

1. **Трусов П.В., Волегов П.С., Янц А.Ю. Описание внутризеренного и зернограничного упрочнения моно- и поликристаллов// Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Физико-математические науки. – 2010. –№2. – С.110-119.**
2. **Трусов П.В., Волегов П.С., Янц А.Ю. Несимметричная физическая теория пластичности для описания эволюции микроструктуры поликристаллов // Физическая мезомеханика. – Томск: ИФПМ СО РАН, 2011, Т.14, №1. – С. 19-31. (Trusov P.V., Volegov P.S., Yants A.Yu. Asymmetric crystal plasticity theory for the evolution of polycrystal microstructures// Physical Mesomechanics. – Volume 15, Issues 1-2, January-April, 2012. – Pp. 58-68.(База цит.WoS))**

3. Трусов П.В., Волегов П.С., Янц А.Ю., Двухуровневые модели поликристаллов: о разложении движения на макроуровне // *Физическая мезомеханика*. – Томск: ИФПМ СО РАН, 2013. – Т. 16, №5. – С. 17-23. (Trusov P.V., Volegov P.S., Yanz A.Yu. Two-scale models of polycrystals: Macroscale motion decomposition // *Physical Mesomechanics*. – Tomsk, Tomsk, 2014. – Vol. 17, Is. 2. – Pp. 116-122. (База цит. WoS))
4. Трусов П.В., Волегов П.С., Янц А.Ю., Двухуровневые модели поликристаллов: о независимости образа процесса нагружения представительного макрообъема // *Физическая мезомеханика*. – Томск: ИФПМ СО РАН, 2013. – Т. 16, №6. – С. 33-41. (Trusov P.V., Volegov P.S., Yanz A.Yu. Two-scale models of polycrystals: Independence of the loading process image of a representative macrovolume // *Physical Mesomechanics*. – Tomsk, Tomsk, 2014. – Vol. 17, Is. 3. – Pp. 190-198. (База цит. WoS))
5. Трусов П.В., Волегов П.С., Янц А.Ю., Двухуровневые модели поликристаллов: приложение к анализу сложного нагружения // *Физическая мезомеханика*. – Томск: ИФПМ СО РАН, 2013. – Т. 16, №6. – С. 43-50. (Trusov P.V., Volegov P.S., Yanz A.Yu. Two-scale models of polycrystals: Analysis of complex loading// *Physical Mesomechanics*. – Tomsk, 2014. – Vol. 17, Is. 4. – Pp. 349-355. (База цит. WoS))
6. Trusov P.V., Volegov P.S., and Yanz A.Yu. Two-level models of polycrystalline elastoviscoplasticity: Complex loading under large deformations // *Z. Angew. Math. Mech.* – 2015.– V. 95, N. 10.– Pp. 1067–1080. // DOI 10.1002/zamm.201400153 (База цит. WoS)
7. Трусов П.В., Волегов П.С., Янц А.Ю., Двухуровневые модели поликристаллов: приложение к оценке справедливости постулата изотропии Ильюшина в случае больших градиентов перемещений // *Физическая мезомеханика*. – Томск: ИФПМ СО РАН, 2015. – Т. 18, №1. – С. 23-37.
8. Трусов П.В., Янц А.Ю. О физическом смысле неголономной меры деформации // *Физическая мезомеханика*. – Томск: ИФПМ СО РАН. – 2015. – Т. 18, №2. – С. 13-21.
9. Волегов П.С., Янц А.Ю. Несимметричная физическая теория пластичности ГЦК-поликристаллов: особенности численной реализации некоторых схем деформирования // *Вестник ПГТУ. Механика*, 2011, №1. С. 200-211.
10. Янц А.Ю., Волегов П.С. Двухуровневая модель неупругого деформирования ГЦК-поликристалла // *Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика*. – 2011. – №5(9). С. 39-42.
11. Янц А.Ю., Трусов П.В., Волегов П.С. Двухуровневые модели поликристаллов: приложение к анализу макроскопических эффектов сложного нагруже-

ния// Вестник Пермского университета. Серия: Физика. – Вып. 4 (22). – 2012. – С. 193-197.

12. Волегов П.С., Янц А.Ю. Расчет напряженно-деформированного состояния представительного объема ГЦК–поликристалла. – Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2011611840 от 28.02.2011.
13. Янц А.Ю., Волегов П.С., Трусов П.В. Расчет образов процесса нагружения ГЦК-поликристаллов по произвольным траекториям ("Расчет ОП ГЦК"). – Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2013619701 от 20.12.2013.

Подписано в печать 2015 г.
Формат 60 x 90/16. Набор компьютерный.
Усл. печ. л. 1. Тираж 100 экз. Заказ №.

Отпечатано с готового оригинал-макета в типографии издательства
Пермского национального исследовательского политехнического университета.
Адрес: 614990, г. Пермь, пр-т Комсомольский, 29, к. 113. Тел. (342) 219-80-33