

На правах рукописи



Фокина Карина Владимировна

**ФАЗО-РАЗРЕШАЮЩЕЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЁХМЕРНЫХ ВЕТРОВЫХ
ВОЛН**

Специальность 1.6.17 – Океанология

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург – 2024

Работа выполнена в Санкт-Петербургском филиале Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института океанологии им. П.П. Ширшова Российской академии наук

Научный руководитель: **Чаликов Дмитрий Викторович** доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник Лаборатории численных экспериментов по динамике океана Санкт-Петербургского филиала Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института океанологии им. П.П. Ширшова Российской академии наук

Официальные оппоненты: **Кудрявцев Владимир Николаевич**, доктор физико-математических наук, заведующий Лабораторией спутниковой океанографии Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Российский государственный гидрометеорологический университет»

Короткевич Александр Олегович, кандидат физико-математических наук, профессор Автономной некоммерческой образовательной организации высшего образования «Сколковский институт науки и технологий»

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова Российской академии наук»

Защита состоится «__» _____ 2024 г. в __ час. __ мин. на заседании диссертационного совета 24.1.090.02 при Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте океанологии им. П.П. Ширшова Российской академии наук по адресу: Нахимовский проспект, д. 36, г. Москва, 117997

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте <http://www.ocean.ru/disser/> Института океанологии им. П.П. Ширшова РАН.

Автореферат разослан «__» _____ 2024 года.

Ученый секретарь
Диссертационного совета
Кандидат физико-математических наук

Соловьев Дмитрий Александрович

Общая характеристика работы

Актуальность исследования. Ветровые волны представляют собой важный элемент динамики океана, который оказывает существенное влияние на деятельность человека на море. Большую важность представляет собой прогноз состояния волновой поверхности, что необходимо, например, для решения задач безопасности морской деятельности и рационального природопользования.

Важным практическим достижением в этом направлении стало создание спектральных прогностических моделей ветрового волнения, которые на сегодняшний день являются единственным инструментом, позволяющим описать эволюцию волнового поля для больших акваторий в течение длительного времени.

Однако спектральное описание волн содержит информацию лишь о распределении энергии по частотам и направлениям, но не о форме поверхности. Кроме того, все процессы, которые описывают эволюцию волн, происходят именно в физическом пространстве, поэтому для их описания нужны дополнительные алгоритмы, разработанные в более точных и детальных подходах, где волны рассматриваются как отдельные физические объекты. Таким подходом является математическое моделирование, основанное на динамических уравнениях и включающее явное воспроизведение морской поверхности и эволюции поля скоростей, называемое прямым или фазо-разрешающим моделированием.

Несмотря на ряд преимуществ, общим недостатком всех трёхмерных фазо-разрешающих моделей является их низкая производительность, поскольку все они разрешают вертикальную структуру волнового поля на основе трёхмерного уравнения для потенциала скорости.

Ранее разработанная трёхмерная модель потенциальных поверхностных волн Full Wave Model (далее FWM) основана на подходе, в котором было предложено разделить потенциал скорости на линейную и нелинейную компоненты. Линейная

компонента удовлетворяет уравнению Лапласа с известным аналитическим решением. Нелинейная составляющая в среднем на 1–2 порядка меньше линейной и для её нахождения используется трёхмерное эллиптическое уравнение, которое решается методом простых итераций. Такое разделение позволяет значительно сократить время работы модели. Однако такой подход все ещё требует больших вычислительных затрат в задачах долгосрочной эволюции волнового поля с высоким разрешением, что значительно ограничивает его применение. Исходя из этого, на основе модели FWM была разработана фазо-разрешающая модель Accelerated Wave Model (далее AWM), в которой трёхмерное эллиптическое уравнение для нелинейной компоненты потенциала скорости заменяется дополнительным поверхностным диагностическим уравнением, что позволяет свести задачу к двумерной и ускоряет процесс вычислений в несколько раз.

Применимость и точность модели AWM ранее была продемонстрирована в неполном объёме. Кроме того, модель AWM имеет много вариантов приложений, например, она может быть использована для объединения со спектральной моделью для увеличения объёма прогнозируемой информации.

В связи с этим целью настоящей работы является исследование дополнительных возможностей трёхмерного фазо-разрешающего моделирования волн, а именно, подтверждение применимости двумерного моделирования трёхмерных волн и проведение прикладных работ по созданию метода интерпретации спектрального прогноза волн, а также доработка трёхмерной модели для расширения области её применения.

Для достижения поставленной цели решались следующие задачи:

1. Провести численные эксперименты по трёхмерной и двумерной фазо-разрешающим моделям для исследования квазистационарного статистического режима морского волнения и доказательства идентичности моделей.

2. Провести длительные численные эксперименты по развитию волн под действием ветра с помощью модели AWM и оценить статистические характеристики волнового поля.
3. Разработать методику интерпретации результатов спектральной модели прогноза ветровых волн WAVEWATCH III (далее WW3) с помощью фазо-разрешающей модели волн AWM.
4. Модифицировать полную трёхмерную модель для условий конечной глубины.

Научная новизна исследования заключается в том, что в работе впервые на основе точной (FWM) и ускоренной (AWM) фазо-разрешающих моделей трёхмерных волн показано, что, при использовании соответствующей нормировки, статистические характеристики волнового поля (распределение вероятностей моментов высокого порядка) не зависят от степени развития волн. Впервые проведено объединение спектральной модели WW3 и ускоренной фазо-разрешающей модели AWM с целью расширения и уточнения информации, полученной в ходе спектрального прогноза волн. Трёхмерная фазо-разрешающая модель FWM впервые была модифицирована для моделирования динамики многомодового волнового поля в условиях конечной глубины.

Научная и практическая значимость работы. Полученные результаты о близости результатов двумерной модели AWM и трёхмерной модели FWM свидетельствуют о том, что двумерная модель является аналогом трёхмерной, обладая при этом большей вычислительной эффективностью. Такие результаты важны для дальнейшего использования модели AWM, которая, как показано, может эффективно и успешно использоваться как для моделирования многомодовой эволюции волнового поля, так и для различных практических приложений. Разработанная методика интерпретации информации, полученной на основе спектральной модели, может использоваться для усовершенствования технологии прогноза ветровых волн, что, в свою очередь, может способствовать повышению

безопасности морского транспорта и увеличить тем самым экономическую эффективность морских грузовых перевозок. Модифицированная версия трёхмерной фазо-разрешающей модели FWM для условий конечной глубины может в дальнейшем использоваться для исследования свойств волн на мелководье или применяться для моделирования эволюции ветровых волн для конкретной акватории при внесении в модель необходимых для этого изменений.

Методология и методы научного исследования. Исследование основано на методах математического моделирования, а именно, в работе используется трёхмерная фазо-разрешающая модель поверхностных потенциальных волн FWM, основанная на полных уравнениях потенциальной динамики жидкости со свободной поверхностью и её ускоренная версия –двухмерная фазо-разрешающая модель AWM.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Показана близость результатов, полученных по точной трёхмерной (FWM) и ускоренной (AWM) фазо-разрешающим моделям на основе сравнения статистических и спектральных характеристик волнового поля для квазистационарного волнового режима и развивающегося волнового поля.
2. На основе длительных численных экспериментов по ускоренной фазо-разрешающей модели показана малая зависимость безразмерных статистических характеристик волнового поля от степени развития волн.
3. Разработана методика, объединяющая спектральную и фазо-разрешающую модели. Установлено, что для волнового поля, рассчитанного по разработанной методике, вероятность появления высоких волн и высокого эксцесса на порядок выше, чем для волнового поля, полученного в результате спектрального прогноза.
4. Представлена версия трёхмерной фазо-разрешающей модели FWM для условий конечной глубины. Установлено что модель применима для

моделирования динамики многомодового волнового поля для глубины не меньше, чем $0,1$ длины волны пика.

Достоверность научных результатов и выводов. Полученные в работе результаты рассчитаны с помощью численной модели, основанной на точных уравнениях гидродинамики, что можно считать показателем их достоверности. Кроме того, проведённая тщательная валидация модели трёхмерных волн FWM была опубликована в ряде высокорейтинговых журналов. Достоверность результатов также подтверждается масштабными численными экспериментами, где показано совпадение результатов точной трёхмерной модели FWM и ускоренной модели AWM. Полученные результаты опубликованы в рецензируемых российских изданиях, неоднократно докладывались на конференциях и обсуждались на семинарах.

Апробация работы. Основные результаты работы были представлены на заседании Учёного совета Физического направления ИО РАН (январь 2024 г., г. Москва) и на заседании Учёного совета СПбФ ИО РАН (январь 2024 г., г. Санкт-Петербург). Отдельные результаты докладывались на VI Всероссийской конференции с международным участием «Гидрометеорология и экология. Достижения и перспективы развития 2022» имени Л. Н. Карлина (декабрь 2022), на VII Всероссийской конференции молодых учёных «Комплексные исследования Мирового океана 2023» (май 2023), на VIII конференции молодых учёных и специалистов «Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики» (МАГ-2023) (октябрь 2023), на II Международной научно-практической конференции «Гидрометеорология и физика атмосферы: современные достижения и тенденции развития» (март 2024). Результаты также были апробированы участием в конкурсе научных работ студентов и аспирантов Санкт-Петербурга в области океанологии за 2023 г. (декабрь 2023 г.)

Личный вклад автора. Автором лично: проведён подробный анализ существующих подходов к фазо-разрешающему моделированию ветровых волн;

осуществлена модификация модели FWM для условий конечной глубины; проведены численные эксперименты по сравнению моделей FWM и AWM, проанализированы и описаны полученные результаты; подготовлены к публикации и представлены на научных конференциях и семинарах полученные результаты. Автор также принимал участие в проекте Российского Научного Фонда (№ 22–21–00139), в рамках которого коллективно разрабатывалась новая методика интерпретации спектрального прогноза и осуществлялась его реализация.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации опубликованы в 7 печатных изданиях, в том числе в 3-х рецензируемых журналах из списка ВАК, 4-х тезисах докладов на конференциях.

Объем и структура работы. Полный объем диссертации составляет 103 страницы, в том числе 26 рисунков и 2 таблицы. Список литературы содержит 141 наименование. Диссертационная работа включает введение, четыре главы, заключение, список цитируемой литературы.

Содержание работы

Во **Введении** обосновывается актуальность исследования, формулируются цель и задачи работы, приведена общая характеристика работы: научная новизна, практическая значимость, положения, выносимые на защиту, достоверность, апробация, личный вклад, публикации по теме диссертации.

Глава 1 посвящена обзору научной литературы по существующим подходам к численному моделированию ветрового волнения. Все численные модели волн можно разделить на две основные группы: фазо-разрешающие и спектральные (основанные на статистическом описании волн). В **разделе 1.1** приведена классификация подходов к фазо-разрешающему моделированию ветровых волн, которая включает в себя методы, основанные на решении уравнения Лапласа, бессеточные методы, методы дискретизации объема, метод HOS (Higher-Order Spectral Method). Приведено детальное описание каждого из подходов, указаны их

достоинства и недостатки, обоснована необходимость использования нового ускоренного подхода для моделирования динамики многомодового волнового поля. В разделе 1.2 кратко рассматривается история развития спектральных моделей. Описание включает в себя модели первого, второго и третьего поколений, анализ их основных особенностей и ограничений.

В Главе 2 в разделе 2.1 приведено описание точной трёхмерной модели потенциальных волн FWM, которое дополнено подробным описанием вывода основных уравнений модели (уравнение Лапласа для потенциала скорости, кинематическое и динамическое граничные условия), записанных в неортогональной нестационарной системе координат, и описанием методов их численного решения. В разделе 2.2 приведено описание ускоренной модели AWM, которая основана на следующих особенностях формулировки: 1) трёхмерное эллиптическое уравнение, записанное для поверхности, даёт дополнительное диагностическое условие для расчёта вертикальной скорости на поверхности, содержащее как вертикальную скорость, так и её вертикальную производную; 2) вертикальную скорость на поверхности можно представить как сумму линейной составляющей и нелинейной поправки, которая на 1–2 порядка меньше полной вертикальной скорости; 3) вертикальная скорость и её вертикальная производная могут быть локально связаны в физическом пространстве. Такой подход преобразует трёхмерную формулировку задачи в двухмерную.

В разделе 2.3 представлены результаты проверки точности ускоренной модели AWM. Проверка модели осуществлялась на основе сравнения результатов численных экспериментов по моделям FWM и AWM с идентичными начальными условиями для случая квазистационарного волнового поля.

В результате проведённых экспериментов были проанализированы спектральные поля возвышения поверхности, притока энергии, диссипации за счёт обрушения, диссипации хвостовой части спектра, баланса энергии (представлен на рисунке 1, панель 1) и вертикальной скорости (представлена на рисунке 1, панель

2). Все спектры были переведены в полярную систему координат (r, θ) ($r=|k|$ – модуль волнового числа, θ – угол) и затем проинтегрированы по углу. Каждая серая кривая на представленных ниже рисунках рассчитана для отдельного волнового поля (мгновенное значение), полученного по полной трёхмерной модели FWM. Все значения спектров на рисунках представлены в безразмерном виде.

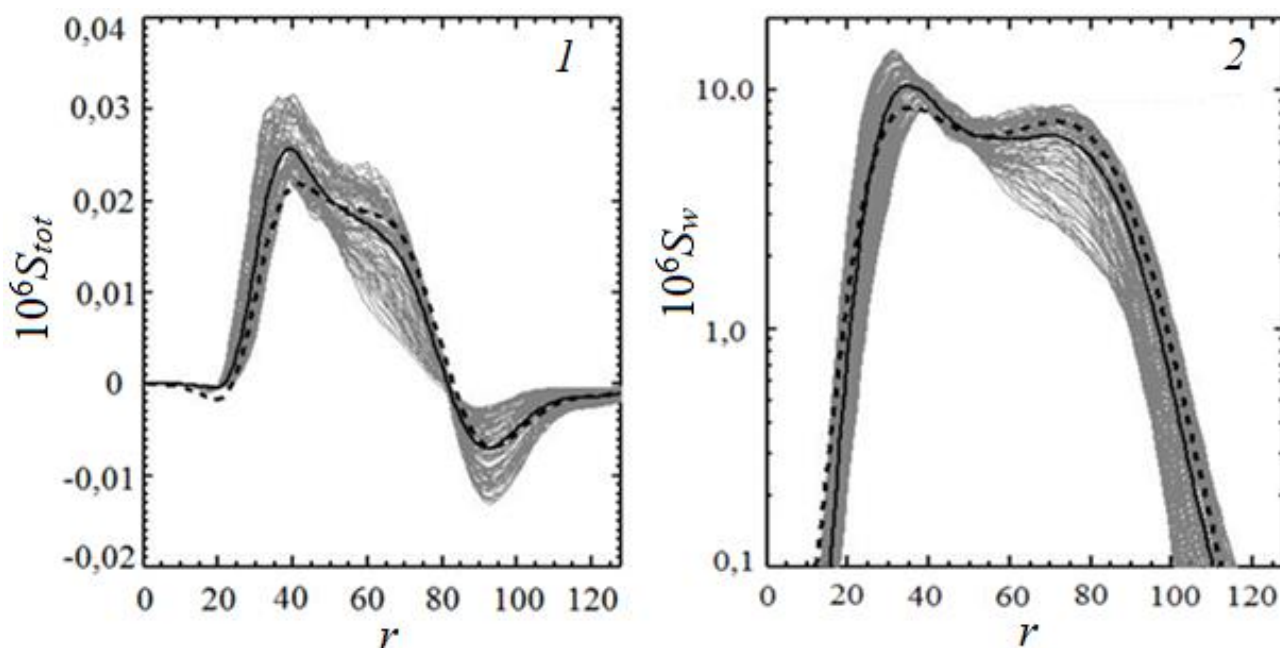


Рисунок 1 – Одномерные спектры: 1) баланса энергии $10^6 S_{tot}(r)$; 2) вертикальной скорости на поверхности $10^6 S_w(r)$. Серые кривые – спектры, рассчитанные для каждого отдельного одномерного поля по модели FWM (всего 100 кривых). Сплошная кривая – усредненный спектр по всем 100 полям, полученным по модели FWM, пунктирная кривая – то же для модели AWM

Расхождения между результатами, полученными по двум моделям, находятся в пределах дисперсии каждой характеристики, поэтому их нельзя считать существенными. Отмечено, что двухмерная модель в точности повторяет все особенности форм спектров, воспроизведенных полной трехмерной моделью. Можно сделать вывод о том, что рассматриваемая двухмерная модель способна с хорошей точностью воспроизводить различные спектральные характеристики волнового поля со скоростью примерно на два порядка выше, чем у модели, основанной на прямом решении трехмерного уравнения Лапласа. Полученные

результаты позволяют сделать вывод о возможности дальнейшего использования ускоренной модели AWM в качестве аналога трехмерной модели FWM.

В **Главе 3** приводятся дополнительные доказательства эффективности ускоренного двухмерного подхода. На основе длительных численных экспериментов для развивающегося волнения, помимо основных интегральных и спектральных характеристик, анализируются статистические характеристики (распределение вероятности для поля возвышения и вертикальной скорости), полученные по модели AWM и дополненные расчетами по полной трехмерной модели FWM.

В **разделе 3.1** проанализирована эволюция интегральных характеристик волнового поля с учетом неадиабатических эффектов. Модель AWM интегрировалась с высоким разрешением 513×257 мод в течение времени $\tau = 6000$ с шагом $\Delta\tau = 0,01$. Начальные условия задавались спектром JONSWAP для обратного возраста волны $U/c_p = 1$ (U – скорость ветра на высоте 10 метров, C_p – фазовая скорость волны пика) с максимумом на волновом числе $k_p = 120$.

На рисунке 2 показана эволюция основных интегральных характеристик волнения. На протяжении всего вычислительного периода полная энергия (*кривая б*) выросла более чем в 45 раз. Баланс энергии (*кривая 4*) стремится к нулю, начиная с момента $\tau = 6000$, поэтому энергия в этот же момент времени становится постоянной. Значения средневзвешенного волнового числа k_w уменьшались от $k_w = 160$ до $k_w = 24$ (*кривая 7*) за счет нелинейных взаимодействий. Диссипация энергии в высокочастотной части спектра (*кривая 2*) вносит минимальный вклад в общий баланс энергии, но этот вид диссипации обеспечивает вычислительную устойчивость. Диссипация за счет обрушения волн (*кривая 3*) компенсирует большую часть притока энергии (*кривая 1*), при этом баланс энергии остается положительным, но уменьшается по мере приближения энергии к стационарному состоянию.

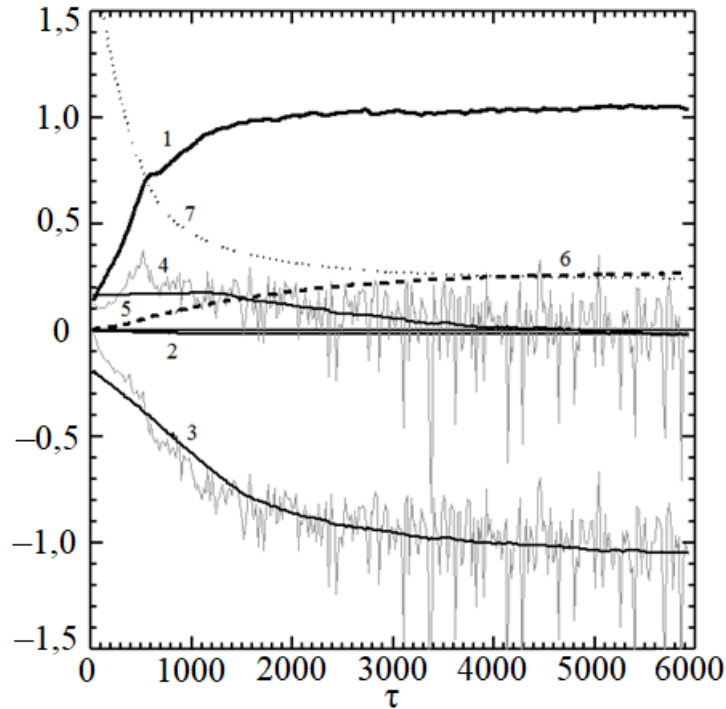


Рисунок 2 – Эволюция полученных по модели АWM безразмерных интегральных характеристик (по вертикальной оси): 1) приток энергии от ветра, 2) диссипация хвостовой части спектра, 3) диссипация за счёт обрушения, 4) баланс энергии, 5) нелинейные взаимодействия; τ – безразмерные единицы времени (по горизонтальной оси). Значения каждой из характеристик умножены на 10^8 . Кривая 6 показывает изменение полной энергии $10^6 E$, кривая 7 – взвешенное спектром волновое число $10^{-2} k_w$. Серые кривые показывают мгновенные значения

Интегральный эффект нелинейных взаимодействий (кривая 5) практически равен нулю, несмотря на то, что часть энергии покидает расчетную область за счет этих взаимодействий. Результаты свидетельствуют о том, что ускоренная модель АWM способна воспроизводить развитие и последующую стабилизацию волнения.

В разделе 3.2 анализируются одномерные спектральные поля в полярных координатах для развивающегося волнения. Поскольку объём полученной таким образом информации слишком велик для представления, одномерные спектры были усреднены по каждому из 6 периодов с примерно равными приращениями полной энергии (рисунок 3).

В течение первых двух периодов происходила наиболее быстрая трансформация волновых спектров (*панель 1*), которая связана с ростом энергии и смещением спектра в сторону низких волновых чисел. Спектры притока энергии (*панель 2*) и скорости диссипации за счет обрушения (*панель 3*) полностью определяются формой волнового спектра и максимум диссипации всегда приходится на максимум волнового спектра.

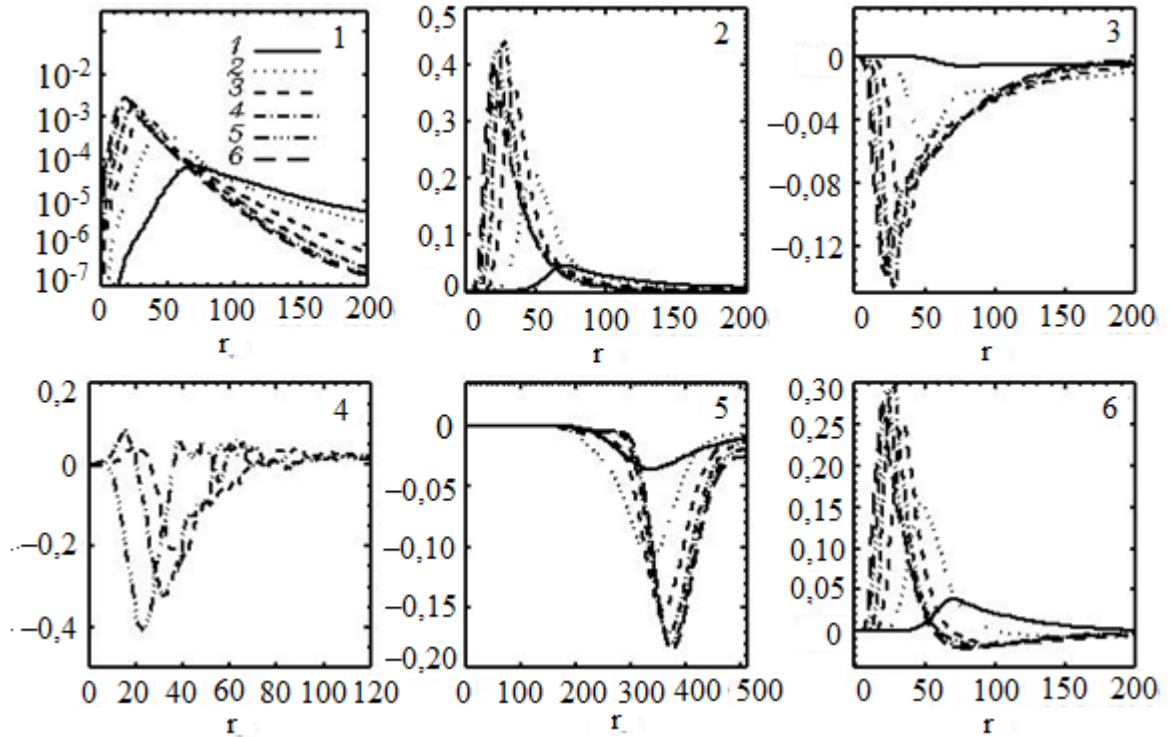


Рисунок 3 – Одномерные спектры (по вертикальной оси): 1) возвышения поверхности $10^9 S(r)$, 2) притока энергии $10^9 S_i(r)$, 3) диссипации за счёт обрушения волн $10^9 S_b(r)$, 4) нелинейных взаимодействий $10^9 S_n(r)$, 5) диссипации хвостовой части спектра $10^{11} S_t(r)$, 6) баланса энергии $10^9 S_{tot}(r)$. Разные типы линий соответствуют разным временным отрезкам, каждый из которых оканчивается на время: 1 – $\tau=500$; 2 – $\tau=900$; 3 – $\tau=1600$; 4 – $\tau=2300$; 5 – $\tau=3800$; 6 – $\tau=6000$

Кривые для нелинейных взаимодействий (*панель 4*) имеют две особенности: отток энергии выше волнового пика и приток энергии ниже него, что обеспечивает смещение пика спектра в сторону низких волновых чисел. Диссипация хвостовой части спектра (*панель 5*) соответствует физическому процессу поглощения нелинейного потока энергии, направленного в область высоких волновых чисел.

Спектр баланса энергии (*панель б*) представляет собой демонстрацию эффекта «перекрытия», при котором энергия на средних волновых числах не увеличивается, а уменьшается с ростом разгона на фоне роста полной энергии.

В разделе 3.3 предполагается, что изменчивость статистических характеристик волнения может оказаться значительно меньше при применении соответствующего масштабирования. Полагается, что высота значительной волны H_s – это новый масштаб длины, характеризующий энергию. В разделе 3.4 были проанализированы статистические характеристики развивающегося волнения, в качестве которых рассматривается распределение вероятностей четырёх статистических моментов (средняя величина Av , дисперсия Var , асимметрия Sk и эксцесс Ku). Распределение вероятностей для четырёх моментов поля возвышения, рассчитанных для шести последовательных безразмерных периодов, использованных в подписи для рисунка 3, представлены на рисунке 4. После нормировки на H_s все кривые поля возвышения за разные периоды времени накладываются друг на друга. Все значения на рисунке 4 представлены в безразмерном виде.

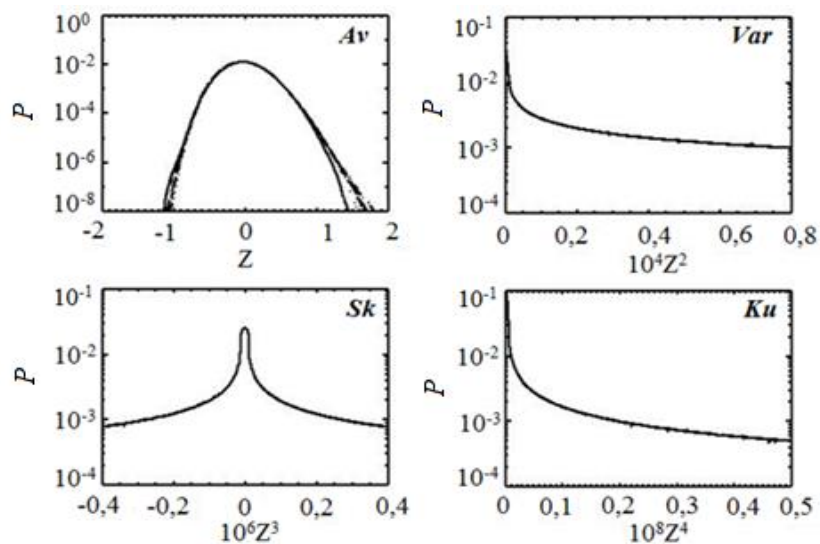


Рисунок 4 – Распределение вероятностей P четырёх моментов поля возвышения Z^n ($n = 1, 2, 3, 4$), $Z = \eta H_s^{-1}$ (η – возвышение, H_s – высота значительной волны) для шести последовательных периодов, использованных в подписи для рисунка 3

Распределение вероятностей для четырёх моментов поля вертикальной скорости w показано на рисунке 5. Как видно, для такой сложной характеристики, как поверхностная вертикальная скорость также наблюдается совпадение всех кривых на графиках. Все значения на рисунке 5 представлены в безразмерном виде.

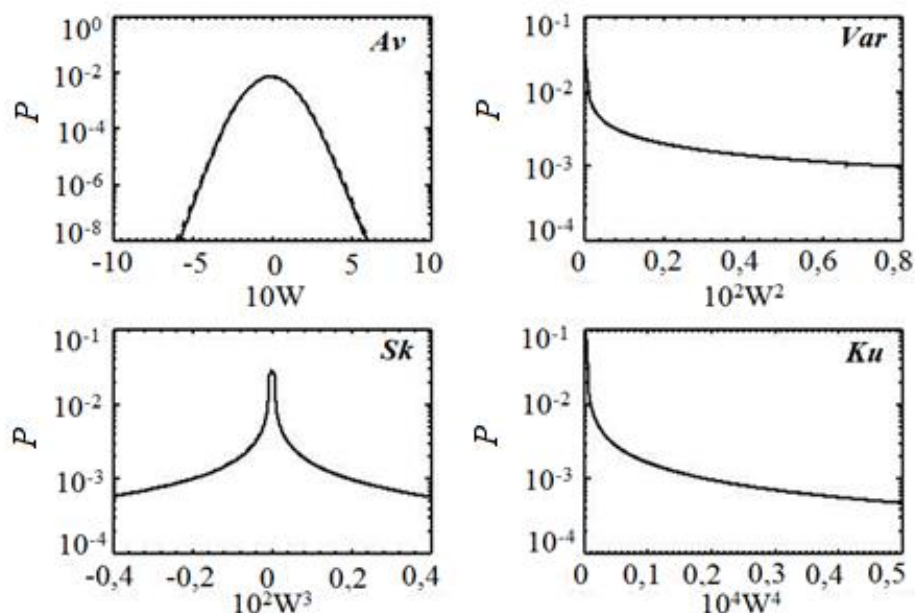


Рисунок 5 – Распределение вероятностей P для четырёх моментов поля вертикальной скорости W^n ($n=1,2,3,4$), $W = wH_s^{-1/2}$ (w – вертикальная скорость, H_s – высота значительной волны) для шести последовательных периодов, использованных в подписи для рисунка 3

Таким образом, на примере первых четырёх моментов поля возвышения и вертикальной скорости, воспроизведённых фазо-разрешающей моделью AWM, показано, что после введения нормировки масштабom H_s распределение моментов оказывается практически не зависящим от разгона и от положения спектра, т.е. от волнового числа пика спектра k_p . Такие результаты указывают на независимость безразмерных статистических характеристик волнового поля от степени развития волн, несмотря на изменение энергии в несколько раз. Универсальность распределения первых моментов для полей возвышения и вертикальной скорости

не предопределяет таковую для моментов других порядков, которые гораздо более чувствительны к деталям.

Независимость статистических характеристик волнового поля от степени развития волн была также проверена на основе дополнительных длительных расчетов по полной трехмерной модели FWM. Результаты по модели FWM показали полное сходство с результатами, полученными по модели AWM, что подтверждает применимость модели для воспроизведения статистической структуры и динамики многомодового волнового поля в предположении о периодичности с удовлетворительной точностью.

В **Главе 4** приведён пример практического использования ускоренной модели AWM и показана возможность расширения трехмерной модели FWM.

В **разделе 4.1** описана разработанная методика интерпретации спектрального прогноза волн с помощью фазо-разрешающей модели. Спектральная информация о волнении может быть представлена в виде мгновенного волнового поля. Из такого спектра невозможно извлечь сведения об экстремальных волнах и о других более тонких статистических характеристиках. Высота экстремальных волн в таком поле занижается в 1.5–2 раза. Для оперативного прогноза и инженерных целей такой информации оказывается недостаточно. Полученная по спектральным моделям информация может быть расширена путем объединения спектральной и фазо-разрешающей моделей. В работе такое объединение показано для спектральной модели WW3 и фазо-разрешающей модели AWM.

На первом этапе с помощью модели WW3 были сгенерированы волновые спектры. В качестве атмосферного воздействия задаются поля скорости ветра на 10 м, поля влажности и температуры на 2 м из модели атмосферной циркуляции WRF, в которой использовалось три последовательно вложенных сетки с разрешением 90 км, 30 км и 10 км. В модели WW3 задавались следующие параметры: горизонтальное пространственное разрешение – 10 км, угловое разрешение – 72 направления с шагом 5 градусов, спектральное разрешение – 50 частот на

неравномерной сетке с переменным шагом, увеличивающимся на множитель 1,06, начиная от 0,08 Гц (что соответствует длине волны 243 м) до 1,65 Гц (что соответствует длине волны 0,53 м). Для генерации начальных и боковых граничных условий использовался реанализ NCEP. В качестве начальных условий задавалось отсутствие волнения.

По модели WW3 были проведены расчеты эволюции волнового спектра в Балтийском море за период с 1 мая по 30 ноября 2014 г. Было выбрано 5 модельных узлов, для которых сохранялись волновые спектры, их координаты и глубины представлены в Таблице 1.

Таблица 1 – Координаты и значения глубины для пяти выбранных точек, в которых сохранялись поля спектральной плотности

Номер точки	Широта	Долгота	Глубина, м
1	62,6 с.ш.	18,9 в.д.	174,5
2	57,4 с.ш.	20,2 в.д.	216,9
3	58,7 с.ш.	18,3 в.д.	268,6
4	59,42 с.ш.	23,36 в.д.	97,0
5	54,8 с.ш.	19,3 в.д.	109,7

Полученные спектры были разделены на группы, каждая из которых соответствовала следующим диапазонам H_s : от 1 до 1,5, от 1,5 до 2, от 2 до 2,5, от 2,5 до 3, от 3 до 3,5 и от 3,5 до 4 метров. В каждой группе выбирались только те поля, направление пика плотности в которых отличались друг от друга на 30 градусов и более. Таким образом, из базы полей спектральной плотности было выбрано 49 полей.

На следующем этапе объединения моделей были сгенерированы начальные условия для фазо-разрешающей модели AWM. С этой целью была проведена трансформация двумерных спектров модели WW3, заданных в полярных координатах (ϕ, r) (ϕ – направление, r – частота), в равномерную сетку волновых чисел (k, l) . Переход между полярной и регулярной сетками осуществлялся с

помощью линейной интерполяции. При интерполяции сохранялась такая интегральная характеристика, как высота значительной волны, т.е. полная потенциальная энергия. Разрешение в обеих моделях в Фурье-пространстве составило 129×129 мод.

Следующий этап генерации начальных условий заключался в масштабировании и дискретизации этого поля в терминах Фурье-коэффициентов для возвышения поверхности и поверхностного потенциала скорости. В качестве масштаба длины L принималась длина наибольшей волны, которая составляет $L = 243,7$ м. Спектральная плотность в модели WW3 имеет размерность $[m^2]$, поэтому в системе координат регулярных волновых чисел это поле необходимо разделить на квадрат масштаба длины.

Фурье-коэффициенты возвышения поверхности вычисляются как

$$h_{k,l} = a_{k,l} \Theta_{k,l}, \quad h_{-k,-l} = a_{k,l} \Theta_{-k,-l}, \quad (1)$$

где k и l – компоненты вектора волнового числа $|k|$, амплитуда $a_{k,l}$ рассчитывается через спектральную плотность $S_{k,l}$:

$$a_{k,l} = (2S_{k,l})^{1/2}. \quad (2)$$

В спектральных моделях не воспроизводится динамика свободной поверхности, поэтому потенциал скорости на поверхности воспроизводился на основе линейной теории

$$\varphi_{k,l} = \omega_{k,l}^{-1} h_{-k,-l}, \quad \varphi_{-k,-l} = -\omega_{k,l}^{-1} h_{k,l} \quad (3)$$

где $\omega_{k,l} = (k^2 + l^2)^{1/4}$ – частота.

Модель далее интегрировалась во времени в течение порядка 100 периодов волны пика спектра.

В подразделе 4.1.3. представлены результаты интерпретации волнового спектра. Анализ рассчитанной максимальной высоты волны в начальных условиях (расчёты по модели WW3) и в конечных условиях (расчёты по модели AWM)

показал, что в 12 из 49 случаев высота максимальной волны существенно не изменилась, в 12 случаях высота максимальной волны уменьшилась по сравнению с исходной, в остальных 25 случаях обнаружено заметное увеличение высоты максимальной волны. Увеличение повторяемости высоких волн происходит на фоне сохранения полной энергии.

На рисунках *ба* и *бб* представлены исходное и интерполированное поле спектральной плотности. Поле в пространстве регулярных волновых чисел визуально более растянуто в сравнении со спектральной плотностью в полярной системе координат, так как сетка в ней неравномерна по радиусу. Значения высоты значительной волны для обоих полей одинаковы. Все значения на рисунках *ба* и *бб* представлены в безразмерном виде.

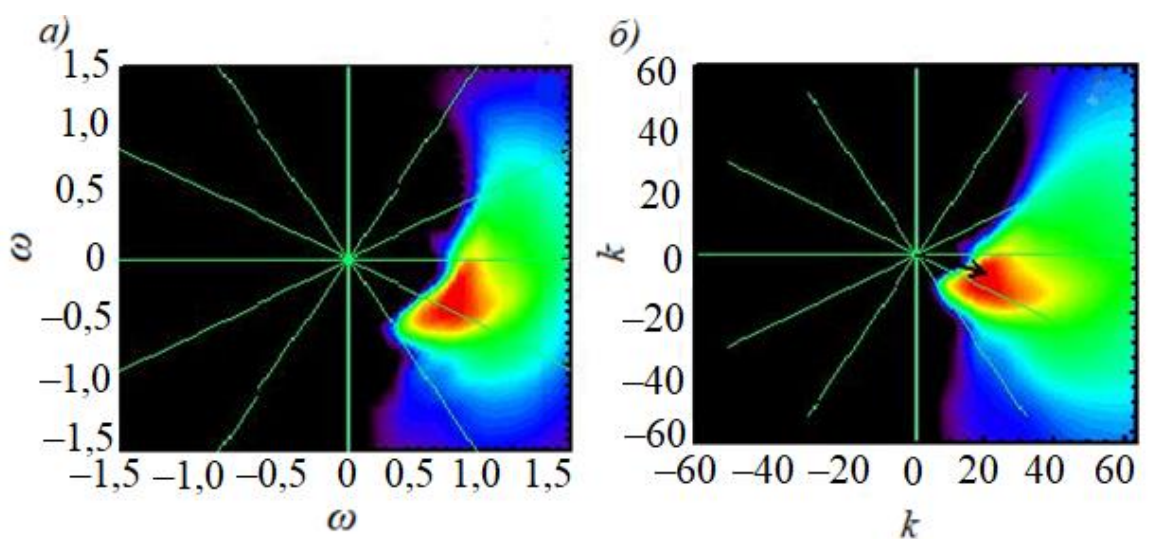


Рисунок 6 – Поле спектральной плотности по результатам интерпретации волнового спектра WW3 с помощью модели AWM: а) в полярной системе координат (ϕ, ω) , где ϕ – направление (представлено зелёными лучами, проведёнными через каждые 30 градусов), ω – частота. К значениям частоты приписан знак фазовой скорости, которая направлена от центра к значению спектра); б) в пространстве регулярных волновых чисел k .

На рисунке 7 показано распределение вероятности для поля возвышения и для третьего момента поля возвышения, характеризующего заостренность гребней. Как можно видеть, для конечного поля вероятность появления высоких волн и

высокого эксцесса примерно на порядок выше, чем в начальном поле, полученном по модели WW3.

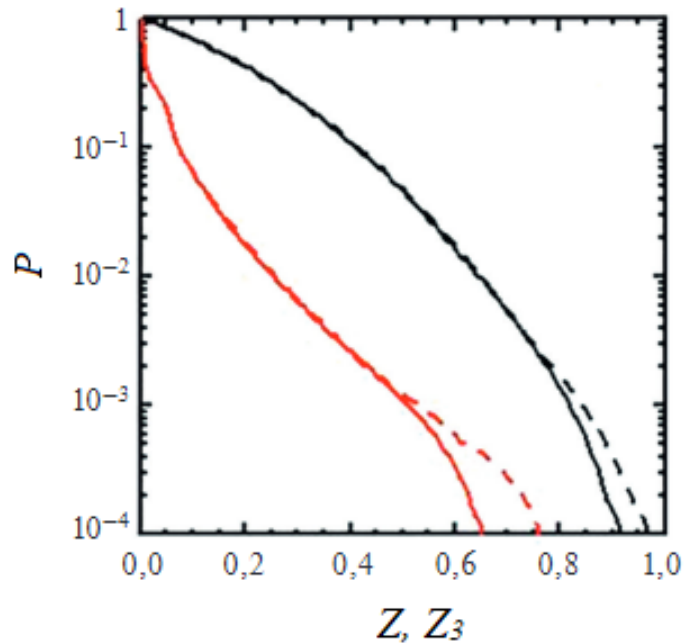


Рисунок 7– Повторяемость P , рассчитанная для безразмерного поля возвышения поверхности Z (где $Z = \eta H_s^{-1}$, η – возвышение, H_s – высота значительной волны) (чёрные кривые) и безразмерного третьего момента поля возвышения поверхности Z_3 ($Z_3 = \bar{\eta}^3 H_s^{-1}$) (красные кривые). Сплошные кривые относятся к начальному полю, пунктирные – к концу интегрирования

Полученные в результате работы модели волновые поля, в которых выработаны нелинейные свойства, сравнивались с начальными условиями, которые являются линейной суперпозицией волн. Сравнение показало, что в поле, полученном в конце эксперимента, вероятность появления высоких волн больше, волны в этом поле обладают более заостренными гребнями и плоскими подошвами, чем волны в поле начальных условий. Таким образом, переработанное фазоразрешающей моделью поле имеет более реальные черты, чем поле, полученное на основе линейной суперпозиции волнового спектра.

В разделе 4.2. приводится модификация описанной во второй главе трехмерной модели FWM для условий конечной глубины. Расширение применимости модели на случай конечной глубины основано на модификации решения уравнения Лапласа для линейной компоненты потенциала скорости на глубокой воде, которое заменяется на решение для волн на конечной глубине:

$$\bar{\Phi}(\xi, \vartheta, \zeta, \tau) = \sum_{k,l} \bar{\varphi}_{k,l}(\tau) \frac{\cosh(|k|(\zeta + H_w))}{\cosh(|k|H_w)} \Theta_{k,l}, \quad (4)$$

где H_w – глубина, $\Theta_{k,l}$ – базовые функции разложения Фурье, $\bar{\varphi}_{k,l}$ – коэффициенты Фурье аналитической компоненты потенциала на поверхности.

Поверхностная скорость волн на конечной глубине представлена как

$$\bar{\Phi}_\zeta = |k| \bar{\varphi}_{k,l} \tanh(|k|H_w) \Theta_{k,l}. \quad (5)$$

Уменьшение глубины области практически не влияет на вертикальный профиль нелинейной компоненты потенциала, так как она уменьшается с глубиной быстрее, чем линейная, и меньше на 1–2 порядка, поэтому в модели все изменения вносятся только для линейной компоненты. Необходимо также учитывать, что модель применима для процессов, в которых возмущения поверхности намного меньше значений глубины.

Начальные условия задавались спектром JONSWAP для обратного возраста волны $U/c_p = 1$ и максимумом на волновом числе $k_p = 13$. Модель FWM интегрировалась с шагом по времени $\Delta\tau = 0.01$ при двух вариантах разрешения: 1) $M_x = 256$ и $M_y = 2$; 2) $M_x = 256$ и $M_y = 32$ мод в направлении x и y , число вертикальных уровней составило $L_w = 30$.

Было проведено 9 экспериментов, в каждом из которых глубина задавалась по формуле $H_w = \frac{L_p}{m}$, где $L_p = 2\pi/k_p$ – длина волны пика, $m = 1, 2, 3 \dots 9$. Таким образом, безразмерное значение глубины H_w изменялось в диапазоне от 0,05 до 0,48.

Для каждого запуска модели был проведен расчет дисперсионного соотношения для глубоководных условий ($\omega^2 = k$, где ω и k – частота и волновое число соответственно) и для волн на произвольной глубине ($\omega^2 = k \tanh(kH_w)$). Для каждого эксперимента были также рассчитаны значения частоты методом наименьших квадратов на основе поля возвышения:

$$\bar{\omega}_{k,l} = \frac{\sum(\eta_{-k,-l}\dot{\eta}_{k,l} - \eta_{k,l}\dot{\eta}_{-k,-l})}{\sum(\eta_{k,l}^2 + \eta_{-k,-l}^2)}, \quad (6)$$

где $\dot{\eta}_{k,l} = \omega_{k,l}\eta_{k,l}$ – скорость эволюции индивидуальной амплитуды, при этом индексы с положительным знаком относятся к действительной части комплексного представления, с отрицательным – к мнимой части.

Сравнение дисперсионных соотношений для глубоководных условий и для волн на произвольной глубине представлено на рисунке 8 для разрешения 256×32 . Каждая панель соответствует определённому значению глубины H_w .

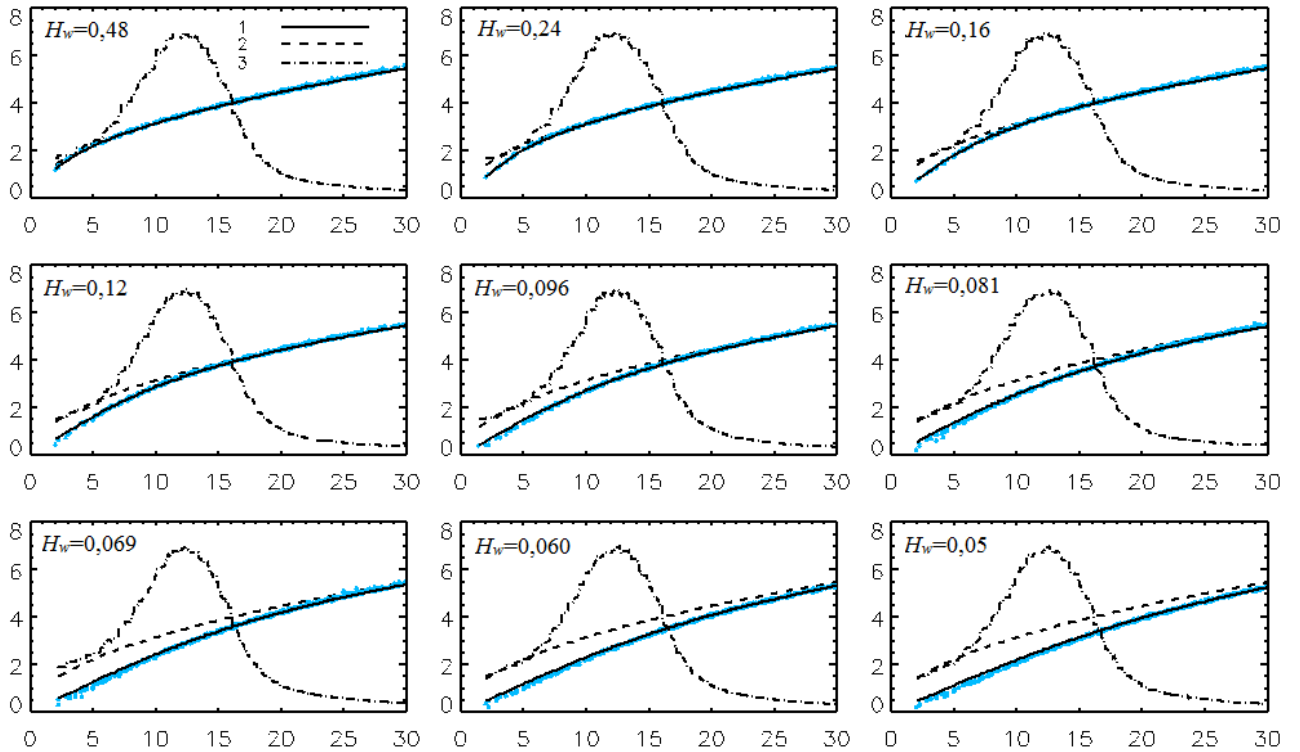


Рисунок 8 – Зависимость безразмерной частоты $\omega_{k,l}$ (по вертикальной оси) от безразмерного волнового числа k (по горизонтальной оси) для разрешения 256×32 . 1 – частота с учетом

глубины, 2 – частота без учета глубины, 3 – волновой спектр. Цветные точки – результаты расчетов частоты методом наименьших квадратов

Показано, что дисперсионное соотношение, рассчитанное для каждого значения глубины, выполняется с удовлетворительной точностью, что доказано совпадением значений частот, рассчитанных методом наименьших квадратов (показанных точками) с теоретической кривой, которая перекрыта точками. Точность сохраняется как при рассмотрении почти одномерных волн, так и волн, распространяющихся в разных направлениях. Отмечено, что полученная модификация модели позволяет воспроизводить эволюцию волн до глубины, равной $0,1L_p$ (длины волны пика).

В **Заключении** сформулированы основные результаты работы:

1. Проведено сравнение результатов численных экспериментов по точной трёхмерной модели FWM и ускоренной двумерной модели AWM для квазистационарного режима и развивающегося волнового поля. Близость полученных по двум моделям результатов позволила сделать вывод о возможности использования модели AWM в качестве ускоренной альтернативы модели FWM.
2. По результатам длительных численных экспериментов для развивающегося волнения, проведённых по модели AWM, была показана малая зависимость безразмерных статистических характеристик волнового поля от степени развития волн. Результаты подтверждены расчётами по трёхмерной модели FWM.
3. Разработана новая методика интерпретации результатов спектральной модели прогноза волн WW3 с помощью фазо-разрешающей модели волн AWM. Вероятность появления высоких волн при расчётах по предложенной методике оказалась на порядок выше, чем при расчётах по спектральной модели WW3.

4. Трёхмерная модель FWM была впервые модифицирована для моделирования волн на конечной глубине. Работоспособность модели подтверждена совпадением теоретических и модельных расчётов дисперсионного соотношения с достаточной точностью. Определено, что модель применима для моделирования динамики многомодового волнового поля для глубины не меньше, чем $0,1$ длины волны пика.

Список работ, опубликованных по теме диссертации

Статьи, опубликованные в изданиях из перечня ВАК:

1. **Фокина К.В.** Испытания ускоренной двухмерной модели поверхностных потенциальных волн / К.В. Фокина // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. – 2023. – Т. 16. – № 2. – С. 34–43. doi:10.59887/2073–6673.2023.16(2)-3
2. Чаликов Д.В. Интерпретация результатов расчетов со спектральной моделью прогноза волн с помощью фазо-разрешающей модели / Д.В. Чаликов, К.Ю. Булгаков, К.В. Фокина// *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. – 2023. – Т. 16. – № 2. – С. 21–33. doi:10.59887/2073–6673.2023.16(2)-2
3. **Фокина К.В.** Численное исследование статистических характеристик развивающегося волнения / К.В. Фокина, Д.В. Чаликов // *Russian Journal of Earth Sciences*. – 2024. – Т. 24. – ES2010. doi: 10.2205/2024es000878

Также по теме диссертации автором опубликовано 4 тезиса докладов на всероссийских конференциях.