

Юй Вэйцзе

Формирование периодических орбит космического аппарата с солнечным парусом в окрестности точки либрации L2 системы Земля-Луна

2.5.16. Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Самара - 2024

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» (Самарский университет) на кафедре динамики полёта и систем управления.

Научный руководитель:

Старинова Ольга Леонардовна, доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой динамики полёта и систем управления.

Официальные оппоненты:

Родников Александр Владимирович, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры мехатроники и теоретической механики федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)»;

Поляхова Елена Николаевна, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент математико-механического факультета федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет».

Ведущая организация:

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт космических исследований Российской академии наук (ИКИ РАН), г. Москва.

Защита состоится 15 ноября 2024 г. в 12:00 часов на заседании диссертационного совета 24.2.379.03, созданного на базе федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева», по адресу: 443086, г. Самара, Московское шоссе, 34.

С диссертацией можно ознакомиться в научно-технической библиотеке и на сайте федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева»: https://ssau.ru/storage/pages/6509/file_66d01ca1776580.91420011.pdf

Автореферат разослан

Учёный секретарь
диссертационного совета
к.т.н., доцент

Крамлих Андрей Васильевич

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

В диссертации проводится исследование вопросов формирования, поддержания и осуществления выведения на искусственные периодические орбиты космических аппаратов (КА) с солнечным парусом (СП) лежащие в окрестности точки либрации L2 системы Земля-Луна.

Актуальность темы исследования.

В ближайшем будущем исследование и освоение Луны, особенно её обратной стороны и полярных областей, станет приоритетом космических программ. Для успешного выполнения программ необходимы системы связи и навигации. Естественные орбиты вокруг точки L2 системы Земля-Луна, такие как орбиты Лиссажу, Ляпунова и гало-орбиты, часто выбираются для функционирования таких систем. Однако искусственные периодические орбиты, включая резонансные и цилиндрические орбиты вокруг точки L2, полнее удовлетворяют специфические потребности различных миссий, хотя и требуют постоянного расхода топлива для их поддержания. Использование КА с СП позволяет избежать расхода топлива и продлить срок их функционирования. Путём выбора параметров СП, можно создавать искусственные орбиты с различными геометрическими параметрами, а также осуществлять выведение и поддержание КА на эти орбиты.

Большинство исследований посвящены созданию искусственных орбит КА с СП в системе Солнце-Земля. Это связано с тем, что в системе Земля-Луна относительное положение Солнца постоянно изменяется и не синхронизируется с движением КА на орбите, что усложняет управление траекторией КА с СП, поскольку управляющее ускорение зависит от положения Солнца. Исследователи сталкиваются с такими проблемами, как низкая вычислительная эффективность методик формирования орбит, недостаточная исследованность зависимости характеристик искусственных орбит от проектных параметров СП, низкая робастность и адаптируемость известных алгоритмов поддержания орбит КА с СП. Кроме того, отсутствуют эффективные методики формирования программного управления для выведения КА с СП на искусственные орбиты. Таким образом, можно утверждать, что недостаточно развитая методическая база сдерживает создание таких систем. Поэтому разработка методик и вычислительных процедур для формирования и поддержания искусственных орбит для КА с СП, а также перелётов на них является актуальной научной задачей.

Степень разработанности.

В окрестностях точек либрации было развёрнуто множество успешно функционирующих КА. Большинство из них находятся в окрестностях точек либрации системы Солнце-Земля. Примеры таких КА включают исследователь комет ISEE-3 (НАСА), солнечная и гелиосферная обсерватория SOHO (НАСА и ЕКА) и космический телескоп James Webb (НАСА, ЕКА и ККА). Китайский спутник-ретранслятор Queqiao 1 является первым и единственным на данный момент КА, который успешно выполняет длительные задачи в окрестности точки L2 системы Земля-Луна. Методика формирования управления для операций КА с традиционными двигателями в окрестностях точек либрации относительно хорошо изучена.

Однако количество успешно завершённых проектов с СП, выполнивших задачи запуска, развёртывания и контролируемого полёта, ограничено. Японский проект IKAROS является первым КА с СП, успешно выполнившим все эти задачи. В последние годы были представлены новые научные достижения в области применения СП для управления полётом КА. В работах J. Simo, H. Baoyin, C.R. McInnes, Е. Н. Поляховой, S. Gong, J. Bookless, E. Tresaco, О.Л. Стариновой и J. Heiligers исследованы методы формирования орбит КА с СП. Среди них S. Gong, J. Simo, C. R. McInnes и J. Heiligers изучали орбиты в системе Земля-Луна. В работах J. Bookless, A. Farrés, C. Gao, E. Morrow, Z. Lou, J. D. Biggs, C.R. McInnes, C. Circi, S. Firuzi, О.Л. Стариновой и S. Gong исследованы методы поддержания орбит КА с помощью СП с помощью таких алгоритмов управления, как управление с линейно-квадратичным регулятором, адаптивное управление в скользящем режиме и управление с прогнозирующими моделями. В работах В. Wie, J. Mu, S. Gong, M. Macdonald, C.R. McInnes и О.Л. Стариновой исследованы методы управления полётом КА с помощью СП, используя принцип максимума Понтрягина, метод продолжения, метод коллокации и метод динамического программирования. Анализ этих исследований показал необходимость разработки более универсальных, адаптивных и эффективных методик и вычислительных процедур формирования, поддержания и управления полётом КА с СП.

Целью исследования является разработка методик и вычислительных процедур для формирования, поддержания и осуществления выведения на искусственные периодические орбиты, которые могут быть созданы за счёт светового давления в окрестности точки либрации L2 системы Земля-Луна.

Объектом исследования является управляемое движение КА с СП по искусственным периодическим орбитам в окрестности точки либрации L2 системы Земля-Луна.

Предметом исследования являются методики и вычислительные процедуры формирования, поддержания и осуществления выведения на искусственные периодические орбиты в окрестности точки либрации L2 системы Земля-Луна КА с СП.

Для достижения поставленной цели требуют решения следующие **задачи**:

1. Разработка математических моделей движения КА в системе Земля-Луна и анализ особенностей его движения в рамках круговой ограниченной задачи трёх тел, характеристик естественных периодических орбит и свойств интеграла Якоби.

2. Разработка методик и вычислительных процедур для формирования искусственных периодических орбит КА с СП в окрестности точки L2 системы Земля-Луна, включая резонансные орбиты, сформированные на базе естественных орбит Ляпунова и гало-орбит, и цилиндрические орбиты, полученные на базе аналитических решений линеаризованных уравнений движения.

3. Анализ зависимости характеристик сформированных искусственных периодических орбит от углов установки паруса, начального относительного положения Солнца и проектных параметров СП.

4. Разработка методики и вычислительной процедуры для поддержания орбит КА с СП, оснащённых устройством регулировки отражательной способности.

5. Разработка методик и вычислительных процедур выведения КА с СП с естественных периодических орбит на искусственные периодические орбиты.

Методы решения. Для решения поставленных задач применяются методы небесной механики, методы современной теории управления, методы оптимального управления, методы вычислительной и высшей математики.

Область исследования соответствует п. 1 «Разработка и совершенствование математических моделей, используемых для описания движения и управления летательным аппаратом на различных режимах полёта», п. 5 «Создание методов анализа и проектирования траекторий одиночных летательных аппаратов, а также группы ЛА» и п. 17 «Совершенствование методов анализа и оптимизации орбитальных структур спутниковых систем, их обслуживания и эксплуатации» направлений исследований паспорта научной специальности 2.5.16. Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов.

Научная новизна полученных результатов.

1. Разработаны методики и вычислительные процедуры формирования искусственных периодических орбит на основе линеаризации динамических

уравнений КА с СП в окрестности точки L2 системы Земля-Луна и использования метода множественной стрельбы.

2. Разработаны методика и вычислительная процедура определения управления для поддержания орбит КА с СП на основе адаптивного управления в скользящем режиме с учётом особенностей движения системы Солнце-Земля-Луна.

3. Разработаны методики и вычислительные процедуры оптимизации программы управления выведением КА с СП на искусственные периодические орбиты с использованием естественных периодических орбит в качестве начального приближения.

Теоретическая значимость.

1. Разработаны методики формирования искусственных периодических орбит КА с СП.

2. Разработана методика поддержания орбит КА с СП с учётом особенностей движения системы Солнце-Земля-Луна.

3. Разработаны методики оптимизации программы управления выведением КА с СП на искусственные периодические орбиты с лучшей сходимостью и устойчивостью в решении задач оптимизации.

Практическая значимость.

1. Получены зависимости характеристик сформированных искусственных периодических орбит от углов установки паруса, начального относительного положения Солнца и проектных параметров КА с СП.

2. Получены зависимости минимальной длительности перелёта от начальных условий на опорных орбитах, положения целевой точки и начального положения КА.

Положения, выносимые на защиту.

1. Методики и вычислительные процедуры формирования искусственных периодических орбит КА с СП в окрестности точки либрации L2 системы Земля-Луна, включая резонансные и цилиндрические орбиты.

2. Зависимости характеристик искусственных периодических орбит от углов установки паруса, начального относительного положения Солнца и проектных параметров КА с СП.

3. Методика и вычислительная процедура определения управления для поддержания орбит КА с СП, оснащённых устройством регулировки отражательной способности с учётом особенностей движения системы Солнце-Земля-Луна.

4. Методики и вычислительные процедуры оптимизации программы управления выводением КА с естественных периодических орбит на искусственные периодические орбиты с помощью СП.

5. Результаты анализа зависимости минимальной длительности перелёта от начальных условий на опорных орбитах, положения целевой точки и начального положения КА.

Апробация результатов. Основные научные положения и результаты работы докладывались и обсуждались на 20-й международной конференции «Авиация и космонавтика» (г. Москва, 2021 г), XIII всероссийском съезде по теоретической и прикладной механике (г. Санкт-Петербург, 2023 г), XLVIII академических чтениях по космонавтике «Королевские чтения» (г. Москва, 2024 г).

Достоверность полученных результатов обеспечивается корректным применением методов небесной механики, математики, классических вычислительных методов, апробированных методов теории оптимального управления и согласованностью полученных результатов с известными результатами по исследованию движения в рамках задачи трёх тел.

Личный вклад автора. Все научные результаты и результаты, вынесенные на защиту, получены автором самостоятельно. Автором самостоятельно проведены теоретические исследования и вычислительные эксперименты, подтверждающие основные положения, выводы и рекомендации. Все публикации по работе подготовлены автором самостоятельно или при его определяющем участии.

Основные публикации. По теме диссертационной работы опубликовано четыре работы, в том числе две статьи опубликованы в изданиях, входящих в список, рекомендованный ВАК России.

Структура и объём диссертации. Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка литературы (84 наименования). Объём работы составляет 110 страниц, содержит 48 рисунков и 10 таблиц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы исследования, описана степень её разработанности, определены цели и задачи, представлены используемые методы исследования, приведены результаты диссертации, содержащие научную новизну, и описана их теоретическая и практическая значимость, описаны выносимые на защиту результаты, оценена степень достоверности, даны сведения о публикациях и апробациях работы.

В первой главе рассматриваются основные аспекты движения КА с СП в окрестности точки либрации L2 системы Земля-Луна. Описано развитие технологий СП, включая ключевые проекты и современные конструкции СП. Проанализированы исследования движения КА в окрестности точки L2, типичные задачи и методики. Введены уравнения воздействия светового давления на СП (рисунок 1), включающие ускорение КА с идеальным отражающим СП:

$$\mathbf{a}_c = \frac{\mathbf{F}^{\text{отр}}}{m} = \kappa (\mathbf{r}_c \mathbf{n})^2 \mathbf{n} \quad (1)$$

и ускорение КА с СП с управляемой отражательной способностью (рисунок 2):

$$\mathbf{a}_c = \frac{u\mathbf{F}^{\text{пог}} + (1-u)\mathbf{F}^{\text{отр}}}{m} = \kappa \left[\frac{u}{2} (\mathbf{r}_c \mathbf{n}) \mathbf{r}_c + (1-u) (\mathbf{r}_c \mathbf{n})^2 \mathbf{n} \right], \quad (2)$$

где $\mathbf{F}^{\text{отр}}$ и $\mathbf{F}^{\text{пог}}$ – силы, создаваемые отражённым и поглощённым светом; κ – величина номинального ускорения КА; \mathbf{r}_c – вектор направления солнечного света; \mathbf{n} – вектор направления нормали СП, определяемый углами установки α и γ (рисунок 3); u – коэффициент отражения, изменяющийся в зависимости от площади включения жидкокристаллических (ЖК) - панелей.

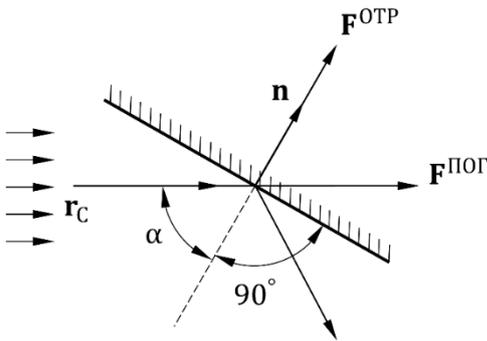


Рисунок 1 – Схема воздействия солнечного света на СП

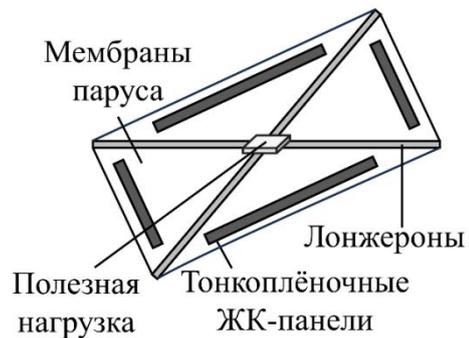


Рисунок 2 – Конструкция СП с управляемой отражательной способностью

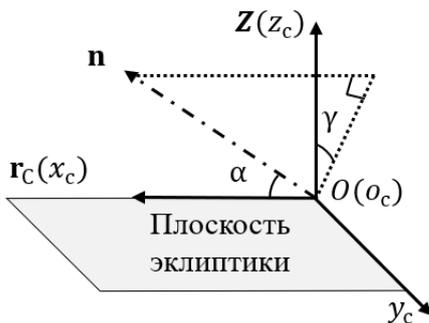


Рисунок 3 – Система координат для описания углов установки СП

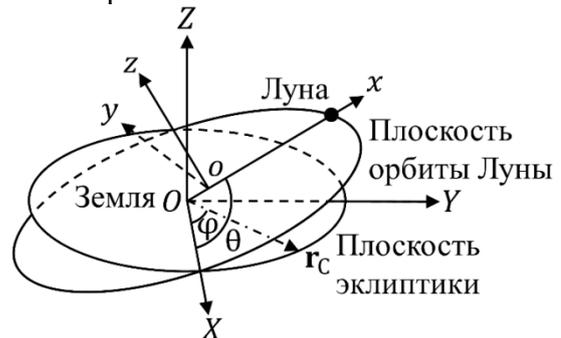


Рисунок 4 – Системы координат с учётом относительного движения Солнца, Земли и Луны

Введены уравнения движения КА в круговой ограниченной модели трёх тел:

$$\ddot{\mathbf{r}} + 2\boldsymbol{\omega}_л \times \dot{\mathbf{r}} = \nabla U(\mathbf{r}) + \mathbf{a}_c, \quad (3)$$

где \mathbf{r} – вектор положения КА в системе координат $oxuz$ (рисунок 4); $\boldsymbol{\omega}_L$ – угловая скорость движения Луны; $\nabla U(\mathbf{r})$ – псевдо-потенциальная функция. Размерные параметры времени, массы и длины определяются как $[T]=4,35$ сут, $[M]=6,01 \cdot 10^{24}$ кг, $[L]=3,84 \cdot 10^8$ м, соответственно. Рассмотрены характеристики точек либрации и интеграл Якоби. Описаны методики формирования естественных периодических орбит в окрестности точек либрации.

Во второй главе описываются разработанные методики и вычислительные процедуры формирования искусственных орбит, включая резонансные орбиты второго порядка и цилиндрические орбиты.

Резонансные орбиты второго порядка – это орбиты, длительность полёта по двум виткам которых равна периоду относительного движения Солнца вокруг системы Земля-Луна $T_C = 29,53$ сут. Они получены путём модификации орбит Ляпунова или гало с периодом $T_C / 2$ под воздействием постоянного солнечного давления. Резонансные орбиты, полученные из орбит Ляпунова, называются Ляпунов-конформными; из гало-орбит – гало-конформными. Существуют три фактора, влияющих на геометрические характеристики резонансных орбит: угол начального положения Солнца λ_0 , номинальное ускорение κ и угол установки паруса α_0 .

Влияние угла λ_0 делит резонансные орбиты на две группы с разными конфигурациями: а) Ляпунов-конформная первой конфигурации; б) гало-конформная первой конфигурации; в) Ляпунов-конформная второй-конфигурации; г) гало-конформная второй-конфигурации (рисунок 5).

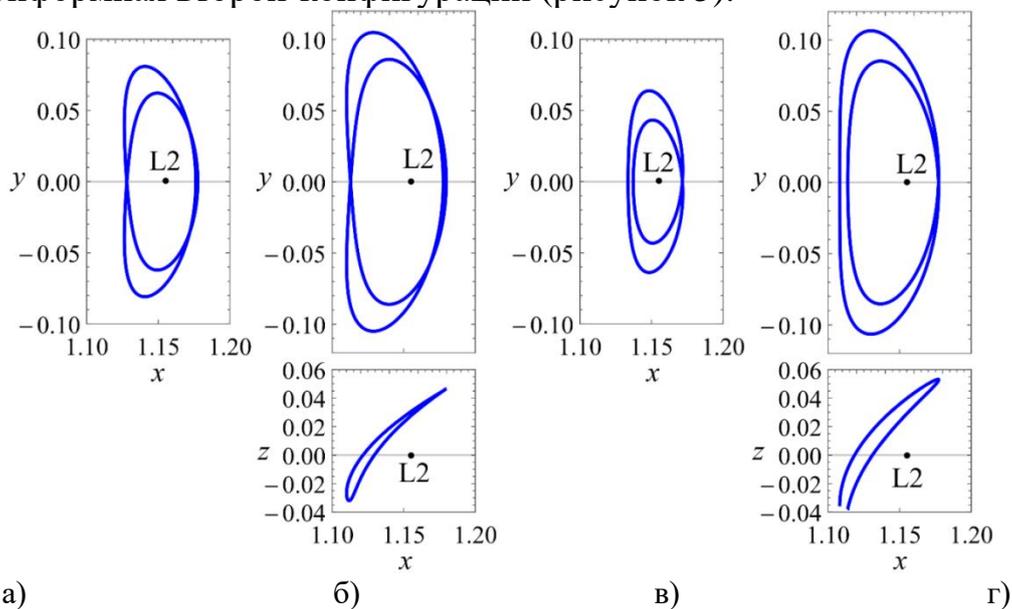


Рисунок 5 – Резонансные орбиты второго порядка при разных углах начального положения Солнца ($\kappa=0,02$; $\alpha_0 = 0^\circ$)

Величина κ определяет смещение резонансных орбит относительно естественных орбит. Разным типам, конфигурациям и виткам (или полувиткам) орбит соответствуют различные максимальные отклонения при одинаковых условиях (рисунок 6).

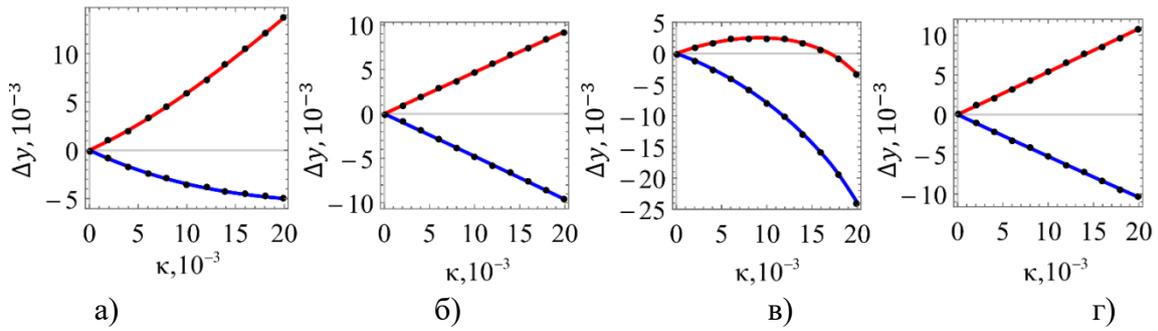


Рисунок 6 – Зависимости максимальных смещений в направлении Y относительно естественных орбит от величины номинального ускорения $\kappa=0\dots 0,02$ ($\alpha_0 = 0^\circ$)

Значение угла установки α в основном определяет смещение резонансных орбит относительно естественных орбит в направлении оси z . Максимальные смещения в направлении оси z получают при значениях угла установки паруса $\alpha = \pm 35,26^\circ$ (рисунок 7).

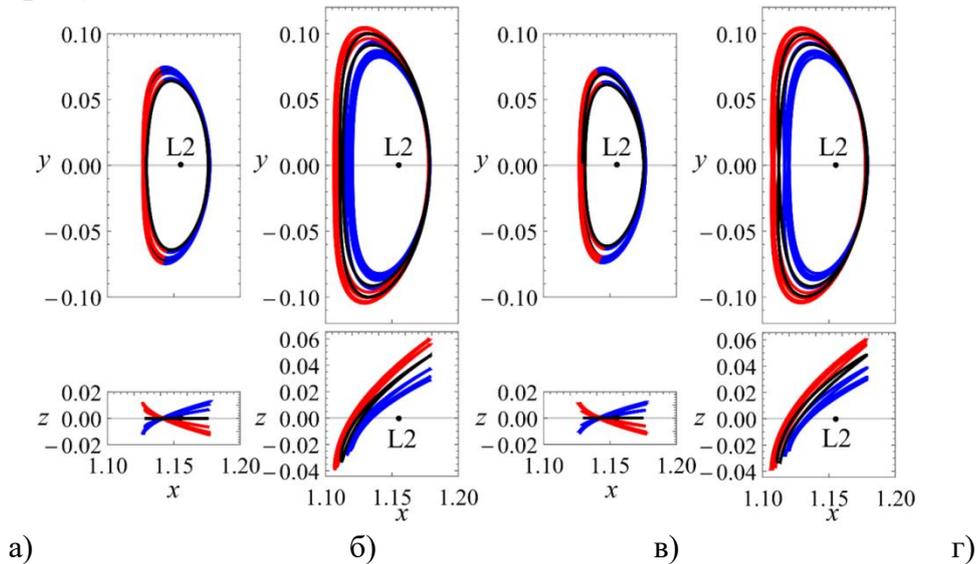


Рисунок 7 – Резонансные орбиты второго порядка при разных углах установки α_0 ($\kappa=0,008$)

Цилиндрические орбиты – это орбиты, которые полностью расположены под или над плоскостью лунной орбиты на определённой высоте (рисунок 8). Они получены путём нахождения аналитических решений линеаризованных уравнений движения вблизи точки либрации в уравнении (4).

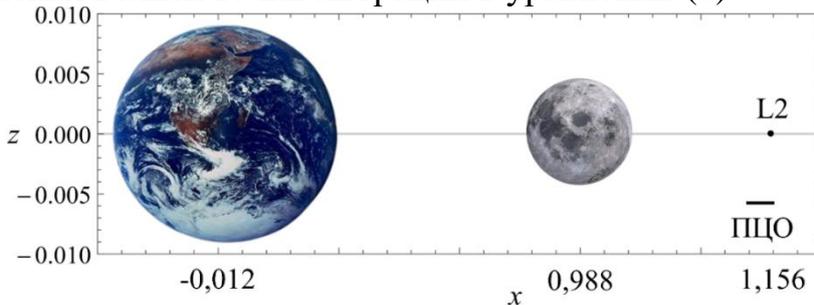


Рисунок 8 – Расположение Земли, Луны и периодической цилиндрической орбиты (ПЦО)

$$\begin{cases} \ddot{\xi} - 2\dot{\eta} = U_{xx}\xi + a_x \\ \dot{\eta} + 2\dot{\xi} = U_{yy}\eta + a_y \\ \ddot{\zeta} = -U_{zz}\zeta + a_z \end{cases}, \quad (4)$$

где $[\xi \ \eta \ \zeta]^T$ – отклонение от точки L2; $[U_{xx} \ U_{yy} \ U_{zz}]^T$ – частные производные функции $\nabla U(\mathbf{r})$ в направлениях x , y и z ; $[a_x \ a_y \ a_z]^T$ – компоненты ускорения.

Условия для получения цилиндрических орбит с максимальной величиной смещения под южным полюсом Луны:

$$\alpha_0 \approx 35,26^\circ, \quad \gamma_0 = 180^\circ. \quad (5)$$

При условиях (5) получены квазипериодические цилиндрические орбиты (рисунок 9):

$$\begin{cases} \xi(t) = \xi_0 \cos \lambda + \xi_2 \sin \theta \\ \eta(t) = \eta_0 \sin \lambda + \eta_2 \cos \theta \\ \zeta(t) = \zeta_0 + \zeta_1 \sin \varphi \end{cases} \quad (6)$$

При пренебрежении углом между плоскостью орбиты Луны и плоскостью эклиптики получается периодические цилиндрические орбиты (рисунок 9):

$$\begin{cases} \xi(t) = \xi_0 \cos \lambda \\ \eta(t) = \eta_0 \sin \lambda \\ \zeta(t) = \zeta_0 \end{cases} \quad (7)$$

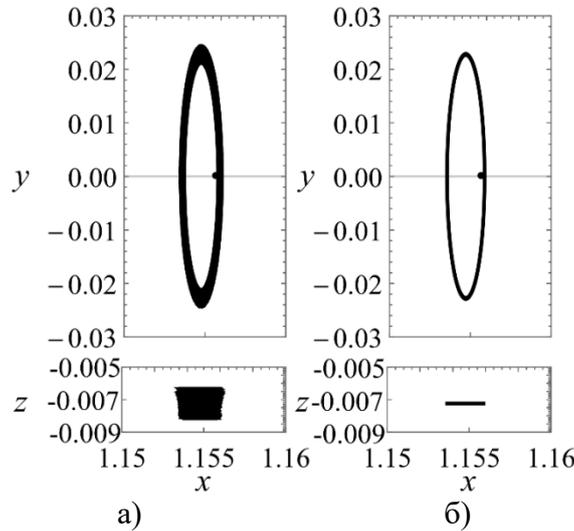


Рисунок 9 – Квазипериодическая (а) и периодическая (б) цилиндрические орбиты под южным полюсом Луны

В третьей главе описываются разработанные методика и вычислительная процедура поддержания искусственных орбит на основе управления в скользящем режиме. Введённые допущения и линеаризация уравнений движения при формировании искусственных периодических орбит приводит к наличию неучтённых возмущающих факторов:

$$\Delta \mathbf{a} = \ddot{\mathbf{r}}_0 + 2\boldsymbol{\omega}_L \times \dot{\mathbf{r}}_0 - \nabla U(\mathbf{r}_0) - \mathbf{a}_c, \quad (8)$$

где \mathbf{r}_0 – вектор положения на искусственной периодической орбите без учёта возмущений. В методе управления в скользящем режиме изменяются переменные управления СП α , γ и u , так, чтобы заставить систему двигаться по скользящему сечению. Изменение проекций возмущающих ускорений и переменных управления СП при поддержании искусственных орбит на рисунке 10: (а) для гало-конформной резонансной орбиты с параметрами $\alpha_0 = 0^\circ$, $\gamma_0 = 180^\circ$ и $u_0 = 0,15$; (б) для цилиндрической квазипериодической орбиты с параметрами $\alpha_0 = 35,26^\circ$, $\gamma_0 = 180^\circ$ и $u_0 = 0,1$; (в) для цилиндрической периодической орбиты с параметрами $\alpha_0 = 35,26^\circ$, $\gamma_0 = 180^\circ$ и $u_0 = 0,2$.

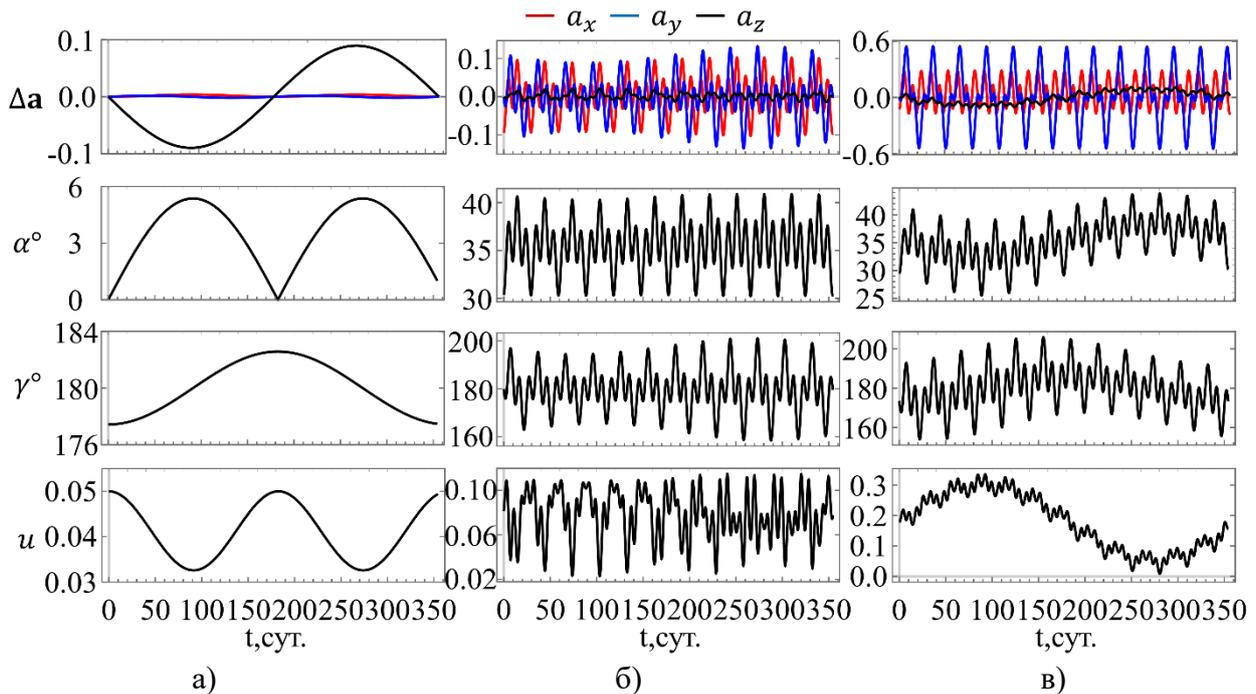


Рисунок 10 – Изменение проекций возмущающих ускорений и переменных управления СП при поддержании разных искусственных орбит

В четвёртой главе описываются разработанные методики и вычислительные процедуры управления выведением с естественных орбиты на искусственные резонансные и цилиндрические орбиты. Положение целевой точки на искусственных орбитах зависит от положения Солнца и времени начала движения. Следовательно, задача перелёта на искусственные орбиты эквивалентна задаче стыковки двух КА. Цель оптимизации – минимизация времени перелёта (мин-ВП). В методике используется решение задачи о максимальной точности выведения на орбиту (мак-ТВ) в качестве начального приближения для решения задачи об оптимальном быстродействии.

Уравнение состояния:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{f}(\mathbf{X}, \mathbf{a}, t) = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{r}} \\ \dot{\mathbf{v}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{g}(\mathbf{r}) + \mathbf{h}(\mathbf{v}) + \mathbf{a}_c(\alpha, \gamma, u, t) \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{r}) = \nabla U(\mathbf{r}), \quad \mathbf{h}(\mathbf{v}) = -2\boldsymbol{\omega}_D \times \mathbf{v},$$

где $\mathbf{X}(t) = [\mathbf{r}(t) \quad \mathbf{v}(t)]^T$ – вектор состояния движения КА.

Для задачи оптимизации с критерием мак-ТВ целевая функция представляет собой

$$J_{\text{мак-ТВ}} = \frac{1}{2} \left(\mathbf{D} [\mathbf{X}(t_f) - \mathbf{X}_f(t_f)] \right)^2, \quad (10)$$

где \mathbf{D} – весовая матрица компонентов состояния; $\mathbf{X}_f(t)$ – вектор состояния точки на целевой орбите; t_f – конечный момент перелёта. Согласно принципу максимума Понтрягина функция Гамильтона, уравнения сопряжённых переменных, и граничные условия представляют собой

$$\begin{aligned} H &= \lambda_r^T \mathbf{v} + \lambda_v^T [\mathbf{g}(\mathbf{r}) + \mathbf{h}(\mathbf{v}) + \mathbf{a}_c(\alpha, \gamma, u, t)], \\ \dot{\lambda}_r &= -\frac{\partial \mathbf{g}^T(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{r}} \lambda_v, \quad \dot{\lambda}_v = -\lambda_r - \frac{\partial \mathbf{h}^T(\mathbf{v})}{\partial \mathbf{v}} \lambda_v, \\ \mathbf{X}(t_0) &= \mathbf{X}_0, \quad \begin{bmatrix} \lambda_r(t_f) \\ \lambda_v(t_f) \end{bmatrix}^T = \mathbf{D} [\mathbf{X}(t_f) - \mathbf{X}_f(t_f)]. \end{aligned} \quad (11)$$

Для задачи оптимизации с критерием мин-ВП целевая функция представляет собой

$$J_{\text{мин-ВП}} = \int_{t_0}^{t_f} 1 dt. \quad (12)$$

Согласно принципу максимума Понтрягина функция Гамильтона, уравнения сопряжённых переменных, граничные условия и условия трансверсальности представляют собой

$$\begin{aligned} H &= \lambda_r^T \mathbf{v} + \lambda_v^T [\mathbf{g}(\mathbf{r}) + \mathbf{h}(\mathbf{v}) + \mathbf{a}_{\text{CB}}(\alpha, \gamma, u, t)] + 1, \\ \dot{\lambda}_r &= -\frac{\partial \mathbf{g}^T(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{r}} \lambda_v, \quad \dot{\lambda}_v = -\lambda_r - \frac{\partial \mathbf{h}^T(\mathbf{v})}{\partial \mathbf{v}} \lambda_v, \\ \mathbf{X}(t_0) &= \mathbf{X}_0, \quad \mathbf{X}(t_f) = \mathbf{X}_f(t_f), \\ H(t_f) &= -\lambda_r^T(t_f) \dot{\mathbf{r}}_f(t_f) + \lambda_v^T(t_f) \dot{\mathbf{v}}_f(t_f). \end{aligned} \quad (13)$$

Оптимальные переменные управления СП α^* , γ^* и u^* для обеих задач оптимизации представляют собой

$$\begin{aligned} \alpha^* &= \alpha \left| \min \lambda_v^T \mathbf{a}_c, \quad \gamma^* = \tan^{-1} \frac{\lambda_{v2}}{\lambda_{v3}}, \quad u^* = \frac{u_{\text{мак}} - u_{\text{мин}}}{2} \text{sign}(S) + \frac{u_{\text{мак}} + u_{\text{мин}}}{2}, \\ S &= \frac{\lambda_{v1}}{2} \cos \alpha - \cos^2 \alpha [\lambda_{v1} \cos \alpha + \sin \alpha (\lambda_{v2} \sin \gamma^* + \lambda_{v3} \cos \gamma^*)], \end{aligned} \quad (14)$$

где $u_{\text{мак}}$ и $u_{\text{мин}}$ – максимальное и минимальное значения коэффициента отражения, определяемые проектными параметрами КА с СП.

Существуют три фактора, влияющих на минимальную длительность выведения на искусственные орбиты: энергия опорной орбиты, разница фазового положения между КА и целевой точкой, и начальное фазовое положение КА. Энергия состояния КА и орбиты определяется значением интеграла Якоби:

$$C_J = 2U - v^2 + \mu(1 + \mu), \quad (15)$$

где v – скорость КА или точки на орбите; μ – постоянная гравитации системы Земля-Луна. Разница фазового положения определяется разницей во времени между КА и целевой точкой Δt_0 , проходящей через фазовый угол $\mathcal{G} = 0^\circ$. Начальное фазовое положение КА определяется временем $t_{0,КА}$, прошедшим после прохождения фазового угла $\mathcal{G} = 0^\circ$.

Для выведения КА на резонансные орбиты зависимости минимальной длительности перелёта t_{Π} от влияющих факторов показаны на рисунке 11: (а) для энергии опорной орбиты; (б) разницы фазового положения между КА и целевой точкой; (в) для начального фазового положения КА.

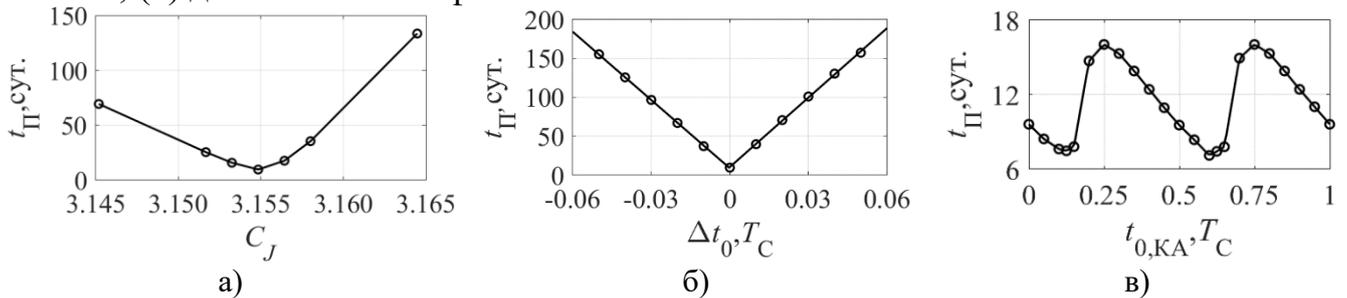


Рисунок 11 – Зависимости минимальной длительности перелёта t_{Π} от влияющих факторов для выведения КА на резонансные орбиты

Минимальная длительность перелёта КА на резонансные орбиты достигается, когда значение интеграла Якоби на опорной орбите равно среднему значению на целевой орбите, разница фазового положения $\Delta t_0 = 0$, и начальное фазовое положение КА равно $t_{0,КА} = 0,6T_C$. В этих условиях траектория перелёта и изменения переменных управления СП показаны на рисунке 12; ЦЛ – целевая орбита и точка на ней; ВЛ – орбита вылета и начальная точка на ней; ПР – траектория перелёта и конечная точка на ней.

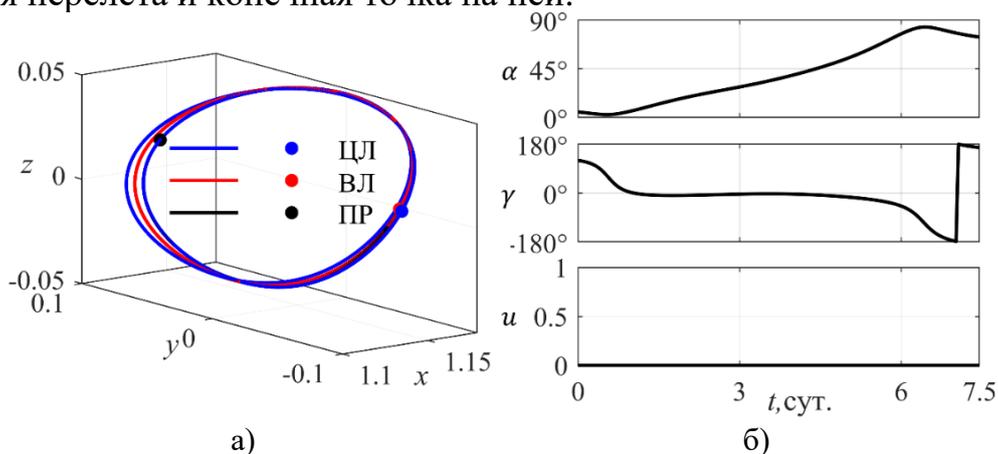


Рисунок 12 – Траектория перелёта (а) и изменения переменных управления СП (б) для выведения КА на резонансные орбиты

Для выведения КА на цилиндрические орбиты зависимости минимальной длительности перелёта t_{Π} от влияющих факторов показаны на рисунке 13.

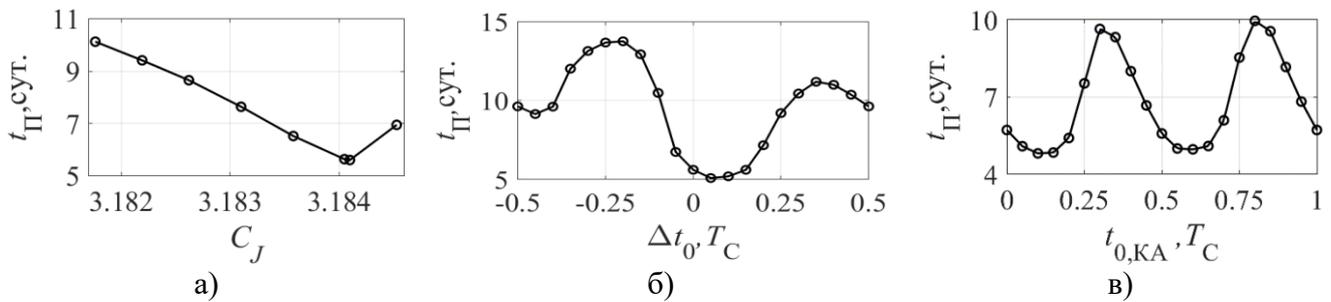


Рисунок 13 – Зависимости минимальной длительности перелёта $t_{\text{П}}$ от влияющих факторов для выведения КА на цилиндрические орбиты

Минимальная длительность перелёта КА на цилиндрические орбиты достигается, когда значение интеграла Якоби на опорной орбите больше среднего значения на целевой орбите, разница фазового положения $\Delta t_0 = 0,05T_C$, и начальное фазовое положение КА равно $t_{0, \text{КА}} = 0,1T_C$. В этих условиях траектория перелёта и изменения переменных управления СП показаны на рисунке 14.

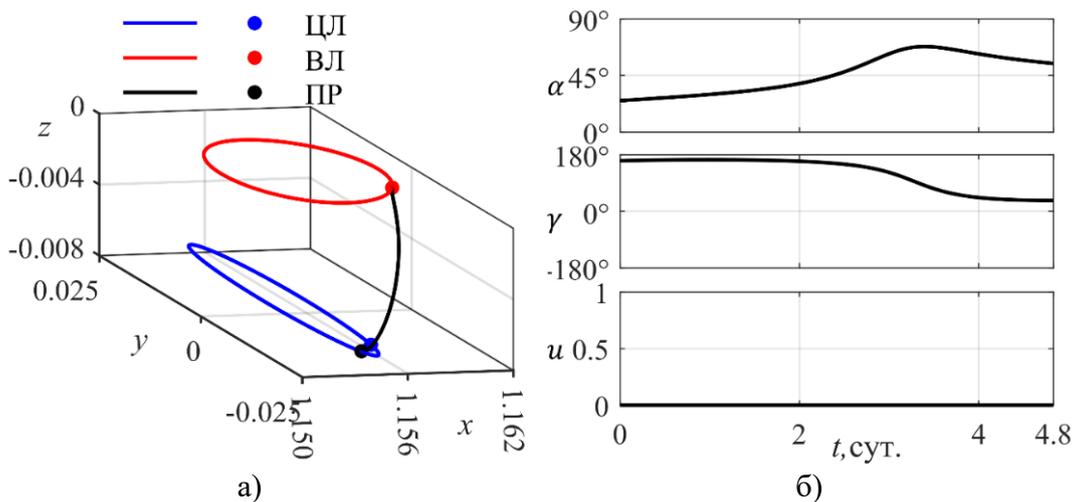


Рисунок 14 – Траектория перелёта (а) и изменения переменных управления СП (б) для выведения КА на цилиндрические орбиты

В заключении приведены основные результаты исследования:

1. Разработаны методики формирования искусственных периодических орбит для КА с СП в окрестности точки L2 системы Земля-Луна, включая резонансные и цилиндрические орбиты.

2. Проанализированы зависимости геометрических характеристик искусственных орбит от параметров СП и переменных управления. Комбинируя различные значения параметров, можно создавать разнообразные орбиты, адаптируемые к различным потребностям миссий.

3. Разработана методика поддержания искусственных орбит с помощью управления СП с учётом особенностей движения системы Солнце-Земля-Луна. Показано, что за счёт изменения параметров управления СП во времени можно компенсировать влияние неучтённых ранее факторов. Это обеспечивает возможность длительной работы КА с СП на таких орбитах.

4. Разработаны методики формирования оптимального управления выведением КА с СП с естественных орбит на искусственные орбиты. Это

решило проблемы низкой вычислительной эффективности и плохой адаптируемости существующих методов.

5. Проанализированы зависимости минимальной длительности выведения на искусственные орбиты от выбора опорных орбит и начального положения КА. Это может быть использовано для выбора наилучших естественных орбит и времени начала перелёта, обеспечивающих минимальную длительность выведения.

Список опубликованных работ по теме диссертации

Перечень работ, опубликованных в изданиях, рекомендованных ВАК:

1. **Юй, В.** Исследование цилиндрических орбит ниже южного полюса Луны вблизи точки L2 на основе солнечного паруса [Текст] / В. Юй, О.Л. Старинова // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2023. – Т. 24, № 12. – С. 652–659.
2. **Юй, В.** Характеристики резонансных орбит солнечных парусов вблизи точки L2 в системе Земля-Луна [Текст] / В. Юй, О.Л. Старинова // Вестник Московского авиационного института. – 2024. – Т. 31, № 2. – С. 155–163.

В прочих изданиях:

1. **Юй, В.** Характеристики периодических орбит солнечного паруса вблизи точки L2 в системе Земля-Луна [Текст] / В. Юй, О.Л. Старинова // XIII Всероссийский Съезд по теоретической и прикладной механике: Сборник тезисов докладов. В 4-х томах. – Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого. – 2023. – С. 658–661.
2. **Юй, В.** Исследование цилиндрических орбит космического аппарата с солнечным парусом под южным полюсом Луны [Текст] / В. Юй, О.Л. Старинова // Управление движением и навигация летательных аппаратов: сб. тр. XXVI Всерос. семинара по управлению движением и навигации летат. аппаратов / М-во науки и высш. образования Рос. Федерации, Самар. нац. исслед. ун-т им. С. П. Королева (Самар. ун-т) [и др.]; науч. ред.: О. Л. Старинова, В. И Куренков, В. Г. Шахов, В. А. Фролов, В. Ф. Павлов, Н. Ф. Банникова; отв. за вып. П. В. Фадеевков. – Самара: Изд-во Самар. ун-та. – 2023. – С. 96–105.