

Щербаков Михаил Сергеевич

**Выбор орбит и алгоритмов управления инспекционным движением
малоразмерного космического аппарата**

2.5.16. Динамика, баллистика,
управление движением летательных аппаратов

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Работа выполнена на межвузовской кафедре космических исследований в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» (Самарский университет).

Научный руководитель:

Белоконов Игорь Витальевич, доктор технических наук, профессор, заведующий межвузовской кафедрой космических исследований Самарского университета.

Официальные оппоненты:

Клюшников Валерий Юрьевич, доктор технических наук, старший научный сотрудник, главный научный сотрудник акционерного общества «Центральный научно-исследовательский институт машиностроения», г. Королёв, Московская область;

Иванов Данил Сергеевич, кандидат физико-математических наук, доцент, старший научный сотрудник «Федерального государственного учреждения «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук», г. Москва.

Ведущая организация:

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «**Омский государственный технический университет**», г. Омск.

Защита состоится 15 ноября 2024 года в 10:00 на заседании диссертационного совета 24.2.379.03, созданного на базе федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева», по адресу: 443086, г. Самара, Московское шоссе, 34.

С диссертацией можно ознакомиться в научно-технической библиотеке и на сайте федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» https://ssau.ru/storage/pages/6491/file_668bbf5d6d0286.09903652.pdf.

Автореферат разослан «_____» сентября 2024 г.

Учёный секретарь
диссертационного совета
к.т.н., доцент

А. В. Крамлих

Общая характеристика работы

В работе рассматривается один из возможных типов группового полёта космических аппаратов (КА) – инспекционное движение, при котором малоразмерный космический аппарат (МКА) совершает периодический облёт некооперируемого КА (далее объект инспекции (ОИ)) в его орбитальной плоскости. К основным возмущающим факторам, влияющим на инспекционное движение на низких околоземных орбитах, относятся атмосферное торможение и нецентральность гравитационного поля Земли. Если ОИ совершает движение по высокоэллиптической орбите, то необходимо также учитывать притяжения Луны. Важным моментом является выбор начальных параметров орбитального движения для обеспечения пассивной инспекции, удовлетворяющей сформированным требованиям к траектории облёта ОИ на возможно большем интервале времени, что реализуется при максимальной близости орбитальных энергий ОИ и МКА. В этом случае создаются предпосылки для снижения потребных энергозатрат на проведение корректирующих манёвров по поддержанию инспекционного движения. Для поддержания инспекционного движения на длительных интервалах времени в работе предложены методика формирования стратегии поддержания длительной инспекции, использующая алгоритмы выбора параметров одноимпульсной коррекции на основе понятия оскулирующих траекторий относительного движения и методика выбора непрерывного оптимального закона управления на базе SDRE-технологии (State Dependent Riccati Equation). Одноимпульсная коррекция позволяет эффективно бороться с возмущением от нецентральности гравитационного поля Земли при отсутствии атмосферного торможения. Преимуществом одноимпульсных манёвров является простота их реализации. При движении на низких орбитах возрастает влияние атмосферного торможения, и в этом случае для поддержания инспекционного движения используется непрерывный закон управления, полученный с помощью SDRE-технологии, который может быть реализован с помощью электроракетных двигательных установок (ЭРДУ) МКА.

Совместное рассмотрение комплекса вопросов выбора номинальной инспекционной траектории МКА и поддержания инспекционного движения, учитывающих природу возмущающих факторов и возможности МКА, с учётом условия минимизации совокупных энергозатрат, является актуальной задачей.

Степень разработанности темы. Задачу обеспечения инспекционного движения некооперируемого объекта можно разделить на две подзадачи: выбор номинальной инспекционной траектории, подверженной минимальному влиянию внешних возмущений, и её поддержание с помощью корректирующих манёвров. Решение первой подзадачи позволяет уменьшить влияние возмущающих ускорений на инспекционную траекторию, что приводит к увеличению продолжительности времени пассивного инспекционного движения. В работе [H. Schaub, T. A. Kyle] показано, что при движении ОИ и МКА по компланарным орбитам одинаковой геометрии существует возможность значительно уменьшить влияние нецентральности поля притяжения Земли (влияние от второй зональной гармоники гравитационного потенциала, далее J_2). Небольшое количество работ посвящено выбору начальных условий инспекционного движения на эллиптических орбитах с учётом воздействия возмущающих факторов [Y. Chihabi, S. Ulrich]. Работы авторов G. Xu, D. Wang, J. Hamel, J. Lafontaine посвящены выбору начальных параметров относительного движения для обеспечения замкнутых инспекционных траекторий на эллиптических орбитах при использовании линеаризованных моделей относительного движения, что неизбежно приводит к погрешностям при рассмотрении задачи инспектирования ОИ в нецентральном поле притяжения. Кроме того, не исследовано влияние положения ОИ на орбите в момент формирования номинальной инспекционной траектории на характер пассивного относительного движения. Второй подзадачей обеспечения инспекционного движения является поддержание инспекционной траектории с помощью корректирующих манёвров. В работе [J. Xing, G. Tang, X. Xi, H. Li] предложен одноимпульсный алгоритм, основанный на методе неопределённых множителей Лагранжа. В работах, посвящённых исследованию одноимпульсных манёвров [P. Gurfil, J. Xing, G. Tang, X. Xi, H. Li], используется условие

минимизации разности орбитальных энергий ОИ и МКА, но не учитывается положение ОИ в момент приложения корректирующего импульса.

Авторами М. Sabatini, R. Volpe, G.B. Palmerini решается задача облёта некооперируемого объекта с помощью группы МКА, инспекционные траектории которых формируются с применением одноимпульсных манёвров, исходя из условия равенства орбитальных энергий. В работе [Д. С. Иванов, М. С. Кушнирук, М. Ю. Овчинников] для поддержания инспекционного движения рассмотрен алгоритм управления на основе линейно-квадратичного регулятора (далее LQR-технология) для борьбы с возмущениями от J_2 и атмосферным торможением. Улучшить качество непрерывного закона управления можно с помощью учёта нелинейности модели относительного движения при использовании матричного уравнения Риккати, зависящего от состояния системы путём преобразования исходной нелинейной системы в квазилинейную [L. Felicetti, G. B. Palmerini]. Авторами К. Schilling, М. Vijayan предлагается оптимальный непрерывный закон управления на основе SDRE-технологии для борьбы с возмущениями от J_2 . В работах по исследованию непрерывных законов управления для поддержания инспекционного движения [Н. Park, S. Park, К. Choi, Д. С. Иванов] не учитывается необходимость минимизации разности орбитальных энергий ОИ и МКА. Это приводит к появлению деформации инспекционной траектории даже без учёта воздействия возмущающих факторов.

Объектом исследования является движение МКА по облётной траектории относительно объекта инспекции на круговых и эллиптических орбитах.

Предметом исследования является совместный выбор условий формирования номинальной инспекционной траектории и разработка корректирующих манёвров для поддержания периодического облёта объекта инспекции.

Целью работы является разработка баллистического обеспечения инспекционного движения на протяжении миссии полёта путём совместного решения задач выбора параметров орбит, обеспечивающих длительное пассивное инспекционное движение, и формирования подходов к коррекции инспекционной траектории МКА, учитывающих выявленные особенности пассивной инспекции.

Для достижения поставленной цели были решены следующие **задачи**:

1. Исследование влияния начальных траекторных параметров относительного движения МКА и начального положения объекта инспекции в абсолютной геоцентрической системе координат в момент формирования пассивной номинальной инспекционной траектории на продолжительность нахождения МКА в заданной допустимой области отклонений параметров движения в нецентральной поле притяжения Земли.
2. Разработка алгоритма выбора начальных траекторных параметров относительного движения МКА и начального аргумента широты объекта инспекции для формирования номинальной инспекционной траектории, обеспечивающих продолжительный пассивный облёт объекта инспекции на круговых орбитах и орбитах малой эллиптичности в нецентральной поле притяжения Земли.
3. Разработка алгоритма выбора начальных траекторных параметров относительного движения МКА и начального аргумента широты объекта инспекции для формирования номинальной инспекционной траектории, обеспечивающих продолжительный пассивный облёт объекта инспекции на высокоэллиптических орбитах (орбита типа Молния, геопереходная орбита) в нецентральной поле притяжения Земли с учётом возмущающего воздействия со стороны Луны.
4. Разработка алгоритма выбора параметров одноимпульсной коррекции на основе понятия оскулирующих траекторий относительного движения, позволяющей поддерживать инспекционное движение в нецентральной поле притяжения Земли.
5. Разработка методики обеспечения пребывания МКА в допустимой области пространства относительно ОИ в нецентральной поле притяжения Земли на протяжении длительного интервала времени.

6. Разработка методики выбора оптимального непрерывного закона управления для поддержания номинального инспекционного движения на основе SDRE-технологии в условиях влияния атмосферного торможения с учётом особенностей пассивной инспекции (стремление к обеспечению равенства орбитальных энергий МКА и ОИ) и возможностей, существующих ЭРДУ МКА.

Методы исследования. Методы механики полёта и динамики относительного движения КА в условиях действия возмущений от гравитационного поля Земли и торможения атмосферой, численные методы решения дифференциальных уравнений, метод статистического моделирования, метод динамического программирования Беллмана.

Научная новизна работы заключается в следующем:

1. Выявлено влияние аргумента широты ОИ на продолжительность нахождения траектории пассивного облёта в допустимой области отклонений от номинальной траектории при формировании пассивного инспекционного движения в нецентральной поле притяжения Земли на круговых орбитах, орбитах малой и большой эллиптичности.
2. Предложен подход к выбору параметров пассивного инспекционного движения в нецентральной поле притяжения на круговых орбитах и орбитах малой эллиптичности, на которых атмосферным торможением можно пренебречь, отличающийся от известных одновременным выбором не только характеристик номинальной траектории движения МКА относительно инспектируемого объекта, но и момента времени формирования самой инспекционной траектории. Разработан алгоритм определения начальных траекторных параметров движения МКА и начального аргумента широты объекта инспекции для реализации инспекционного движения, обеспечивающий длительную пассивную инспекцию при движении в нецентральной поле притяжения Земли.
3. Предложенный подход выбора параметров пассивного инспекционного движения распространён на ОИ, двигающиеся по высокоэллиптическим орбитам (орбита типа Молния, геопереходная орбита) в нецентральной поле притяжения Земли с учётом возмущающего воздействия со стороны Луны.
4. Введено понятие оскулирующей траектории относительного движения, на основе которого предложен алгоритм выбора параметров одноимпульсной коррекции, отличающийся от существующих формированием новой номинальной инспекционной траектории, исходя из выполнения условия равенства орбитальных энергий ОИ и МКА в текущий момент времени.
5. Предложена методика, основанная на применении развитого алгоритма выбора параметров одноимпульсной коррекции и выявленных закономерностях пассивного инспекционного движения, позволяющая поддерживать процесс инспектирования на длительном интервале времени.
6. Для орбит, на которых атмосферное торможение оказывает основное влияние, разработана методика поддержания номинальной инспекционной траектории, отличающаяся от существующих выполнением условий обеспечения близости орбитальных энергий МКА и ОИ в момент окончания корректирующего манёвра и учитывающая возможности существующих электроракетных двигательных установок МКА. В предложенной методике выбор оптимального непрерывного закона управления осуществляется с использованием SDRE-технологии.

Достоверность результатов обеспечивается обоснованностью принятых допущений в математических моделях. Полученные результаты в области формирования начальных параметров движения согласуются с результатами авторов Н. Schaub, Kyle T., а полученные законы управления согласуются с результатами авторов Д. С. Иванов, М. Sabatini, R. Volpe, G. V. Palmerini, P. Gurfil.

Практическая значимость. Полученные результаты могут быть использованы при баллистическом проектировании миссий, в которых используется инспекционное движение космических аппаратов.

Теоретическая значимость. Результаты работы вносят вклад в методологию выбора начальных орбитальных структур, сохраняющих стабильность в нецентральной поле

притяжения в заданной окрестности номинального периодического относительного движения, а также в обосновании способов и алгоритмов поддержания выбранного относительного движения в зависимости от типа учитываемых возмущений.

Реализация результатов работы. Полученные результаты диссертационной работы использованы в НИР, выполненной в рамках проекта 0777-2020-0018, финансируемого из средств государственного задания победителям конкурса научных лабораторий образовательных организаций высшего образования, подведомственных Минобрнауки России. Результаты исследований используются в учебном процессе Самарского университета.

Публикации и апробация работы. По теме диссертации опубликовано 17 работ. В том числе две статьи опубликованы в изданиях, рекомендованных ВАК России, и шесть статей – в научных изданиях, индексируемых базой Scopus.

Основные положения работы докладывались на XII Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (г. Уфа, 2019 г.), на XXVII-XXX Санкт-Петербургских международных конференциях по интегрированным навигационным системам (г. Санкт-Петербург, 2020-2023 гг.), на международных семинарах «Навигация и управление движением», (г. Самара, 2020 г., Саратов, 2022 г.), на Четвёртом и Пятом Российских симпозиумах по наноспутникам с международным участием RusNanoSat (г. Самара, 2021, 2023 гг.).

Личный вклад автора. Все результаты, представленные в диссертации, получены автором самостоятельно или при его непосредственном участии.

Положения, выносимые на защиту:

1. Результаты численного моделирования пассивного инспекционного движения, подтверждающие определяющее влияние аргумента широты объекта инспекции при формировании инспекционного движения на круговых орбитах, орбитах малой и большой эллиптичности на продолжительность осуществления пассивной инспекции в нецентральной области притяжения Земли до нарушения условия допустимой деформации инспекционной траектории.
2. Алгоритм выбора начальных траекторных параметров движения МКА и начального аргумента широты объекта инспекции для реализации инспекционного движения на круговых орбитах и орбитах малой эллиптичности, обеспечивающий длительную пассивную инспекцию при движении в нецентральной области притяжения Земли.
3. Алгоритм выбора параметров пассивного инспекционного движения на высокоэллиптических орбитах (орбита типа Молния, геопереходная орбита) с учётом возмущающего воздействия со стороны Луны, обеспечивающий длительную пассивную инспекцию при движении в нецентральной области притяжения Земли.
4. Алгоритм выбора параметров одноимпульсной коррекции на основе понятия оскулирующих траекторий относительного движения, позволяющей поддерживать инспекционное движение в нецентральной области притяжения Земли.
5. Методика обеспечения пребывания МКА в допустимой области пространства относительно объекта инспекции в нецентральной области притяжения Земли на протяжении длительного интервала времени.
6. Методика поддержания номинальной инспекционной траектории на основе выбора оптимального непрерывного закона управления с использованием SDRE-технологии в условиях влияния атмосферного торможения с учётом особенностей пассивной инспекции и возможностей существующих электроракетных двигательных установок МКА.

Соответствие паспорту специальности. Область исследования соответствует паспорту научной специальности 2.5.16. Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов по пунктам: п. 5. «Создание методов анализа и проектирования траекторий одиночных летательных аппаратов, а также группы ЛА»; п. 6. «Разработка алгоритмов автономного и дистанционного управления траекторией ЛА, а также однородных и разнородных группировок ЛА».

Структура и объём диссертации. Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка литературы из 60 наименований. Общий объём диссертации составляет 124 страницы.

Основное содержание работы

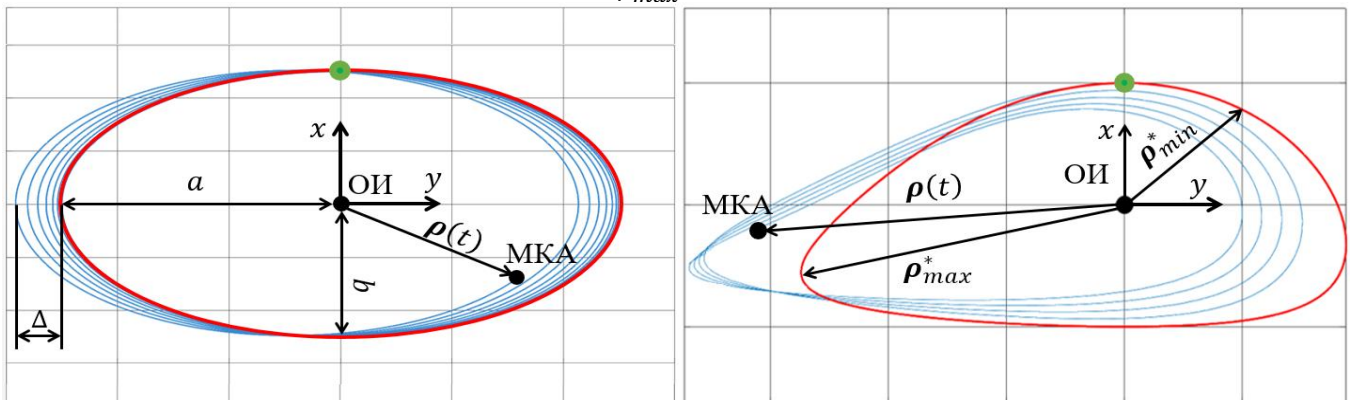
Во **введении** описывается постановка и цель решаемой задачи, раскрывается актуальность темы, степень её разработанности и методы исследования. Приведены научная новизна и практическая значимость. Указаны список публикаций и апробация работы.

В **первой главе** приведены математические модели относительного движения, учитывающие воздействия возмущающих факторов. Применительно к рассматриваемой задаче формализованы условия допустимого смещения инспекционной траектории и оценки времени их нарушения (время технической устойчивости). Сформулированы задачи поддержания инспекционного движения.

Рассматривается движение МКА по инспекционной траектории, в результате которого совершается облёт некооперируемого ОИ. Инспекционное движение рассматривается в орбитальной системе координат (ОСК), начало координат которой связано с центром масс ОИ (ось x направлена по радиус-вектору ОИ, ось y лежит в плоскости орбиты и направлена в сторону орбитального движения, а ось z дополняет систему координат до правой). В качестве возмущающих факторов рассматриваются нецентральность гравитационного поля Земли (J_2), атмосферное торможение и притяжение Луны (для высокоэллиптических орбит). На рисунке 1 показан процесс деформации инспекционной траектории при движении ОИ по круговой или слабоэллиптической орбите ($e = 0 \dots 0,05$) и высокоэллиптической орбите (ВЭО). Красным и синим цветом показаны соответственно номинальная и возмущённая инспекционные траектории, зелёная точка определяет положение МКА в начальный момент времени. Оценка возмущения инспекционной траектории проводится с помощью условия допустимой деформации, определяющей предельное относительное изменение возмущённой траектории относительно номинальной траектории, соответствующей условию равенства орбитальных энергий ОИ и МКА. Условие допустимой деформации определяется выражением:

$$\bar{\Delta}(i_0, \theta_0, p_0, e_0, \rho_0^*, \dot{\rho}_0^*) \leq \bar{\Delta}_{max}, \quad (1)$$

где i_0, θ_0, p_0, e_0 – наклонение, аргумент широты, фокальный параметр и эксцентриситет орбиты ОИ в начальный момент времени; $\rho(t)$ – вектор текущего положения МКА; $\rho_0^*, \dot{\rho}_0^*$ – векторы начального положения и скорости МКА в ОСК, соответствующие номинальной инспекционной траектории, $\rho_{max}^*, \rho_{min}^*$ – векторы координат наиболее и наименее удалённых от ОИ точек номинальной инспекционной траектории (характерные размеры). Если ОИ движется по круговой или слабоэллиптической орбите, то $\bar{\Delta} = \Delta/a$. В случае движения ОИ по ВЭО $\bar{\Delta}$ рассчитывается по формуле: $\bar{\Delta} = \frac{|\rho(t) - \rho_{max}^*|}{\rho_{max}^*}$.



а) Круговая орбита ОИ

б) ВЭО ОИ

Рисунок 1 – Деформация инспекционной траектории

Интервал времени, на котором соблюдается условие (1) (при $\bar{\Delta}_{max} = 0,05$) в работе называется временем технической устойчивости t^* . Область допустимого нахождения МКА на протяжении инспекционной миссии описывается с помощью концентрических сфер, имеющих радиусы ρ_{max} и ρ_{min} , величины которых определяются исходя из особенностей

миссии (ρ_{min} – предельное допустимое сближение, ρ_{max} – предельное допустимое удаление). На протяжении всей миссии необходимо чтобы МКА находился в области допустимого нахождения относительно ОИ:

$$\rho_{max} > \rho(t) > \rho_{min}, t \in [0, T], \quad (2)$$

где T – продолжительность инспекционной миссии.

В работе решается задача совместного выбора вектора начальной скорости относительного движения МКА $\dot{\rho}_0^*$ (исходя из условия равенства орбитальных энергий ОИ и МКА) и начального положения ОИ на своей орбите (θ_0), которые обеспечивают максимальную продолжительность времени технической устойчивости t^* в зависимости от начального положения МКА ρ_0^* с учётом возмущающего воздействия от J_2 . Для реализации инспекционного движения на интервале времени, превышающем t^* , необходимо проводить корректирующие манёвры, позволяющие поддерживать выполнение условия инспекционного движения. В работе учитывается ограничение на величину и направление приложения корректирующего воздействия, которое обусловлено возможностями двигательной установки и системы ориентации МКА. Для борьбы с возмущением от J_2 в последующих главах работы предложена методика обеспечения пребывания МКА в допустимой области пространства (с использованием алгоритма одноимпульсной коррекции на основе понятия оскулирующих траекторий относительного движения), а при учёте аэродинамического торможения развита методика выбора оптимального непрерывного закона управления с использованием SDRE-технологии.

Во **второй главе** проведён анализ пассивного возмущённого инспекционного движения. Разработан алгоритм выбора начальных траекторных параметров движения МКА и начального положения ОИ на орбите, обеспечивающих максимальное значение t^* . Проведена оценка влияния погрешностей в определении начальных траекторных параметрах движения МКА и начальном положении ОИ на продолжительность пассивной инспекции.

Для обеспечения движения МКА по замкнутой инспекционной траектории в центральном поле притяжения необходимо выполнить условие равенства орбитальных энергий ОИ и МКА:

$$\Delta E = E_{ои} - E_{мка} = 0. \quad (3)$$

Разность орбитальных энергий (3) определяется как разность интегралов энергий ОИ и МКА, рассчитанных в момент оскуляции, нулевое значение которой соответствует выполнению условия периодичности относительного движения в центральном поле притяжения. Формирование номинальной инспекционной траектории в общей орбитальной плоскости, отвечающей условию (3), обеспечивается с помощью выбора начальной скорости движения МКА ($\dot{\rho}_0^*$), проекции которой рассчитаны по формулам:

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = \frac{y_0 \dot{\theta}_0}{2} \\ \dot{y}_0 = -\dot{\theta}_0(r_0 + x_0) - \sqrt{\dot{\theta}_0^2 r_0^2 - (\dot{x}_0 - \dot{\theta}_0 y_0) \left[(\dot{x}_0 - \dot{\theta}_0 y_0) + 2\dot{\theta}_0 r_0 \frac{e_0 \sin(\theta_0 - \omega_{\pi 0})}{1 + e_0 \cos(\theta_0 - \omega_{\pi 0})} \right]} - \\ - 2 \left(\frac{\mu}{r_0} - \frac{\mu}{((r_0 + x_0)^2 + y_0^2 + z_0^2)^{\frac{3}{2}}} \right) - \dot{z}_0^2 \\ \dot{z}_0 = \dot{z}(0) \end{cases}, \quad (4)$$

где $\omega_{\pi 0}$ – начальное значение аргумента перицентра орбиты ОИ, μ – гравитационный параметр Земли.

Инспекционная траектория МКА, начальные условия которой удовлетворяют соотношениям (4), принимается за номинальную инспекционную траекторию в центральном поле притяжения. Установлено, что при движении ОИ по круговым и слабо эллиптическим орбитам, номинальная инспекционная траектория имеет форму, близкую к эллипсу Хилла. При движении ОИ по высокоэллиптической орбите инспекционная траектория имеет сложную форму.

Проведён сравнительный анализ деформации инспекционных траекторий под действием трёх возмущающих факторов по отдельности: нецентральность гравитационного поля Земли J_2 , атмосферное торможения, и притяжение Луны. В результате проведённого исследования была выявлена высокая зависимость продолжительности t^* (при учёте влияния J_2) от θ_0 . В качестве примера на рисунке 2

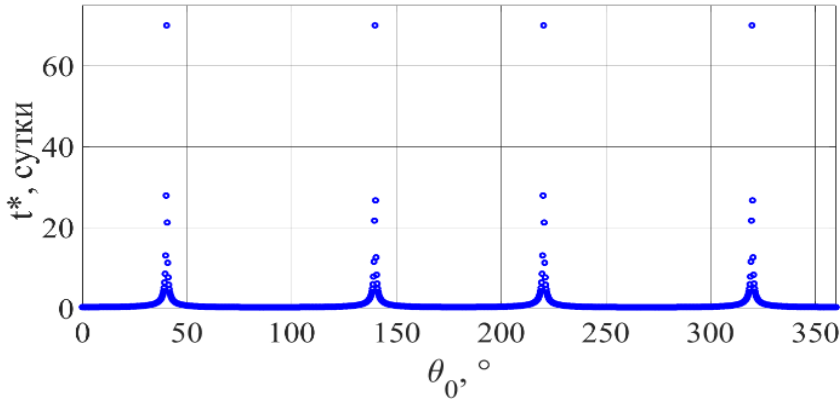


Рисунок 2 – Зависимость t^* от θ_0 на круговой орбите

(далее θ_0^*), которые приводят к существенному увеличению продолжительности t^* , что соответствует возникновению длительного пассивного инспекционного движения. Последующее исследование показало, что этот эффект возникает при отсутствии в начальный момент времени радиальной проекции гравитационного ускорения, порождаемого второй зональной гармоникой гравитационного поля. Поэтому выбор аргумента широты в момент формирования номинальной инспекционной траектории θ_0^* необходимо производить в соответствии с соотношениями:

$$\theta_{0_{1-2}}^* = \arcsin\left(\pm \frac{1}{\sqrt{3} \cdot \sin(i_0)}\right), \theta_{0_{3-4}}^* = \pi - \arcsin\left(\pm \frac{1}{\sqrt{3} \cdot \sin(i_0)}\right), i_0 \in [35,27^\circ; 144,73^\circ]. \quad (5)$$

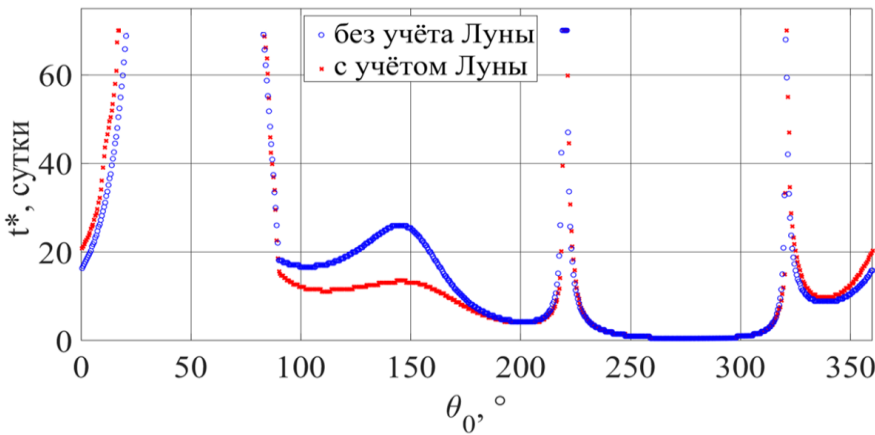


Рисунок 3 – Зависимость t^* от θ_0 для ВЭО Молния

($H_{оп} = 497$ км, $i_0 = 63,4^\circ$, $e_0 = 0,74$, $\omega_{оп} = 270^\circ$, $\Omega_0 = 0^\circ$). Начальные параметры движения Луны относительно Земли соответствует её положению на 30 января 2023 года в полночь. Из рисунка 3 следует, что тенденция зависимости t^* от θ_0 сохраняется, также существуют четыре области, в которых наблюдается значительное увеличение продолжительности t^* . Экстремумы этих областей соответствуют θ_0^* , рассчитанным по формулам (5), а их различие объясняется несимметричностью формы инспекционной траектории, порождаемой условием (4). Притяжение Луны вызывает, как правило снижение, продолжительности t^* , но в ряде случаев наблюдается и обратный эффект, когда притяжение Луны компенсирует влияние J_2 .

На основе анализа полученных результатов предложен алгоритм выбора начальных траекторных параметров движения МКА и начального положения объекта инспекции,

приведены результаты расчётов продолжительности пассивной инспекции t^* для параметров орбиты ОИ $H_0 = 500$ км, $i_0 = 51,6^\circ$. Начальные траекторные параметры относительного движения МКА принимались равными $\rho_0^*(5 \text{ км}, 0,0)$ и $\dot{\rho}_0^*$ (рассчитывалось по формуле (3)). Начальный аргумент широты θ_0 варьировался от 0 до 360° . Из рисунка 2 следует, что существуют такие значения θ_0

Также было проведено исследование продолжительности t^* в зависимости от θ_0 при реализации инспекционного движения относительно ОИ, двигающегося по высокоэллиптической орбите (ВЭО) типа Молния и геопереходной орбите (ГПО). В качестве примера на рисунке 3 приведены результаты моделирования для инспекционного движения на ВЭО Молния

состоящий из следующих этапов. При движении ОИ по круговой орбите вначале выбирается вектор начального положения МКА в ОСК (ρ_0^*), исходя из требований миссии, а затем выбирается начальное орбитальное положение ОИ (θ_0^*), рассчитанное с помощью (5), которое задаёт момент времени формирования инспекционного движения. Далее рассчитывается начальная скорость движения МКА ($\dot{\rho}_0^*$), используя выражение (4), которое учитывает выполнение условия равенства орбитальных энергий ОИ и МКА. При рассмотрении инспекционного движения на ВЭО подход к выбору начального орбитального положения ОИ будет отличаться от предложенного. Необходимо проанализировать продолжительность пассивной инспекции t^* в зависимости от начальных траекторных параметров движения МКА и положения ОИ на орбите (θ_0) с учётом притяжения Луны (которое определяется её начальным положением) и выбрать такой аргумент широты ОИ θ_0 , при котором продолжительность t^* будет максимальной.

Проведено исследование влияния случайных ошибок при формировании начальных траекторных параметров движения МКА на продолжительность пассивной инспекции t^* с учётом J_2 и влияния Луны (при движении ОИ по ВЭО). Величины погрешностей начальных траекторных параметров определяются возможностями спутниковой радионавигационной системы ГЛОНАСС. Результаты моделирования показали, что погрешности формирования начальных параметров относительного движения заметно сокращают продолжительность пассивного инспекционного движения.

В третьей главе разработан алгоритм одноимпульсной коррекции на основе понятия оскулирующей траектории относительного движения и методика обеспечения пребывания МКА в допустимой области пространства относительно ОИ (2) на протяжении всей инспекционной миссии. Под оскулирующей траекторией относительного движения понимается замкнутая инспекционная траектория, которая была бы возможна, если с текущего момента времени МКА и ОИ совершали движение в центральном поле притяжения и начальные условия относительного движения МКА удовлетворяли условию равенства их орбитальных энергий (3). Для каждого момента времени (координат возмущённого инспекционного движения) существует своя оскулирующая траектория относительного движения.

Рассмотрен случай, когда на инспекционное движение оказывает влияние только ускорение от второй зональной гармоники J_2 , что допустимо для высот больше 600 км (на более низких орбитах необходимо учитывать возмущение от атмосферы). Оскулирующие траектории относительного движения, которые формируются в момент времени, когда аргумент широты ОИ принимает значения $\theta_{0_{1-4}}^*$ являются предпочтительными, так как в соответствии с результатами второй главы при этом обеспечивается максимальная продолжительность t^* . Основная идея алгоритма одноимпульсной коррекции состоит в изменении вектора скорости относительного движения после нарушения условия (1) таким образом, чтобы для текущих значений координат вектора относительного положения МКА вектор скорости относительного движения приобретал значения, соответствующие оскулирующей траектории относительного движения, которая должна находиться в области (2). После приложения корректирующего импульса в качестве номинальной инспекционной траектории рассматривается принятая оскулирующая траектория, для которой в дальнейшем контролируется выполнение условия (1).

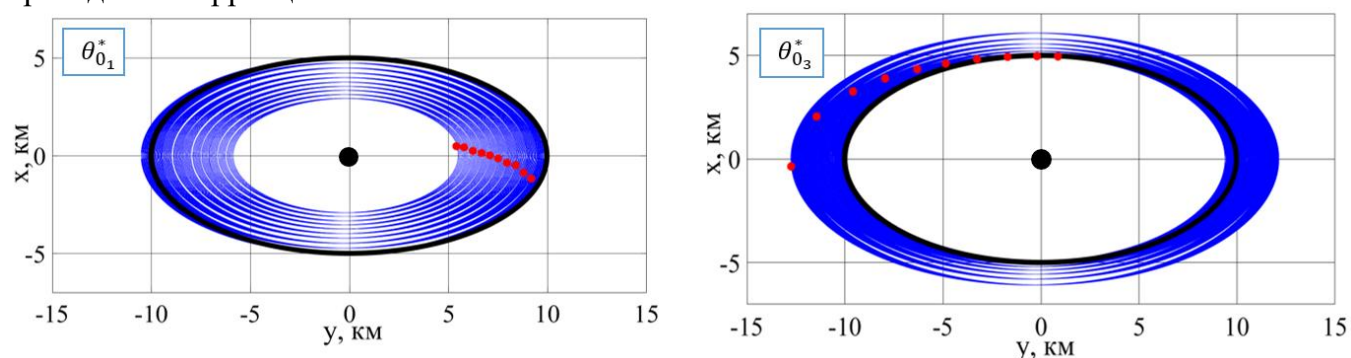
Основные этапы алгоритма выбора параметров одноимпульсной коррекции заключаются в следующем: выполняется прогнозирование движения МКА и ОИ с одновременным расчётом параметров движения МКА относительно ОИ до момента возникновения нарушения условия (1); на следующем витке орбиты ОИ в моменты времени, соответствующие аргументам широты $\theta_{0_j}^*, j = \overline{1,4}$, рассчитываются параметры возмущённой траектории относительного движения МКА $\rho_B(\theta_{0_j}^*), \dot{\rho}_B(\theta_{0_j}^*, \rho_B(\theta_{0_j}^*))$; для совокупности $\rho_B(\theta_{0_j}^*)$ рассчитывается набор векторов скорости $\tilde{\rho}_j(\theta_{0_j}^*, \rho_B(\theta_{0_j}^*))$, соответствующих

оскулирующим траекториям относительного движения для четырёх моментов времени, отвечающих аргументам широты θ_{01-4}^* ОИ с использованием соотношений (4), вытекающих из условия равенства орбитальных энергий ОИ и МКА в центральном поле притяжения; из сформированного набора оскулирующих траекторий относительного движения для проведения одноимпульсной коррекции выбирается такая траектория, у которой характерные размеры (ρ_{max}^* , ρ_{min}^*) имеют минимальное отличие от характерных размеров номинальной инспекционной траектории, то есть фиксируется то положение ОИ на орбите θ_{0k}^* , при достижении которого будет проводиться коррекция траектории МКА и соответствующий ему вектор состояния МКА $\tilde{\rho}_k(\theta_{0k}^*, \rho_B(\theta_{0k}^*))$; для выбранного положения ОИ на орбите θ_{0k}^* и вектора состояния МКА на возмущённой орбите $\rho_B(\theta_{0k}^*), \dot{\rho}_B(\theta_{0k}^*, \rho_B(\theta_{0k}^*))$, рассчитывается вектор корректирующего импульса ΔV для придания траекторным параметрам движения МКА значений, соответствующих выбранной оскулирующей траектории относительного движения по формуле:

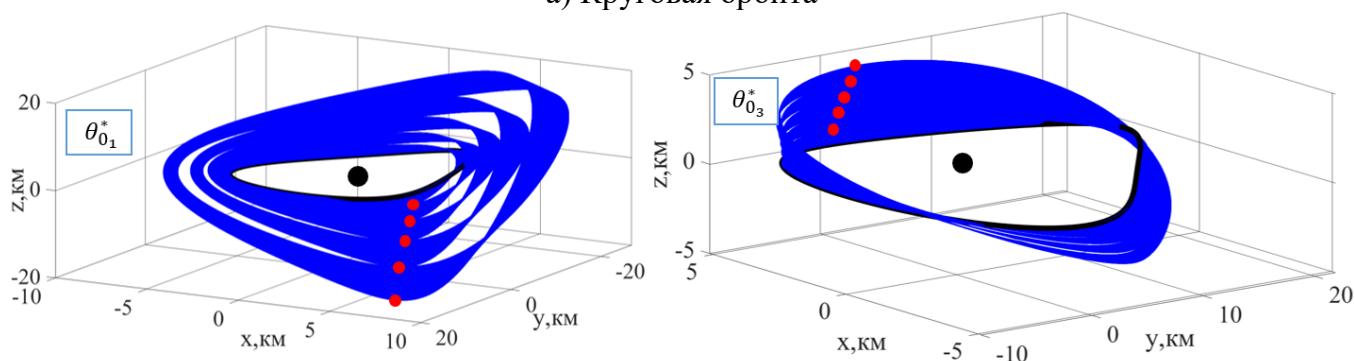
$$\Delta V(\theta_{0k}^*, \rho_B(\theta_{0k}^*)) = \dot{\rho}_B(\theta_{0k}^*, \rho_B(\theta_{0k}^*)) - \tilde{\rho}_k(\theta_{0k}^*, \rho_B(\theta_{0k}^*)), \quad (6)$$

где $\dot{\rho}_B(\theta_{0k}^*, \rho_B(\theta_{0k}^*))$ и $\tilde{\rho}_k(\theta_{0k}^*, \rho_B(\theta_{0k}^*))$ – векторы скорости МКА при движении по возмущённой и обновлённой инспекционной траекториям в точке приложения ΔV .

Выполненное исследование полученных оскулирующих траекторий показало, что в зависимости от выбора положения ОИ (θ_0^*) в соответствии с (5) при движении по круговой орбите можно как увеличивать, так и уменьшать размер инспекционной траектории МКА с помощью корректирующих импульсов ΔV . При движении ОИ по ВЭО характерные размеры инспекционной траектории увеличиваются и наблюдается её внеплоскостное смещение. В качестве примера на рисунке 4 показан процесс изменения размера инспекционной траектории при движении ОИ по круговой и ВЭО Молния в зависимости от аргумента широты ОИ в момент проведения коррекции ($\theta_{01}^*, \theta_{03}^*$). Чёрным цветом изображена начальная инспекционная траектория, подвергающаяся коррекции, а синим – результаты многократного проведения коррекции при принятом значении аргумента широты ОИ, красными точками отмечены места проведения коррекции.



а) Круговая орбита



б) ВЭО Молния

Рисунок 4 – Изменение размера и формы инспекционной траектории

Исходя из полученных результатов была разработана методика обеспечения пребывания МКА в допустимой области пространства относительно объекта инспекции в нецентральной области притяжения Земли на протяжении длительного интервала времени, предполагающая многократное использование разработанных алгоритмов с учётом выявленных особенностей изменений оскулирующих траекторий относительного движения. На первом этапе методики формируется номинальная инспекционная траектория в зависимости от типа орбиты ОИ с помощью предложенного алгоритма совместного выбора начальных траекторных параметров движения МКА и начального положения ОИ (глава 2). Далее моделируется инспекционное движение до нарушения условия (1) и используется соответствующий алгоритм расчёта параметров одноимпульсной коррекции, переводящий МКА на оскулирующую траекторию относительного движения, которая находится внутри области, ограниченной концентрическими сферами (2). При рассмотрении инспекционного движения на ВЭО алгоритм выбора параметров одноимпульсной коррекции изменяется при нарушении предельного допустимого удаления МКА относительно ОИ (правая граница (2)). В этом случае проводится прогнозирование возмущённого инспекционного движения (на протяжении орбитального витка ОИ), для каждой точки которого определяется своя оскулирующая траектория относительного движения. Выбор оскулирующей траектории относительного движения, на которую будет переведён МКА, основывается на выполнении двух условий – минимальности отличий её характерных размеров от характерных размеров исходной номинальной инспекционной траектории и не нарушении (2). При этом оскулирующие траектории относительного движения, соответствующие $\theta_{0_{1-4}}^*$ являются предпочтительными.

Приведены результаты исследования возможности поддержания инспекционного движения наноспутником (НС) SamSat-M (формат CubeSat 3U), разрабатываемого в Самарском университете. НС SamSat-M оснащён электротермической двигательной установкой, которая использует спиртоводную смесь в качестве рабочего тела, способной формировать дискретные корректирующие импульсы ΔV величиной от 0,2 до 0,4 м/с в зенит, не чаще одного раза за виток орбитального движения ОИ. Запас рабочего тела позволяет создавать общую суммарную характеристическую скорость 50 м/с. Исходные данные для моделирования: орбита ОИ круговая ($H_o = 500$ км, $i_o = 51,6^\circ$, $\theta_0 = \theta_0^*$). Начальные траекторные параметры движения НС определяются векторами ρ_0^* (5 км, 0,0) и $\dot{\rho}_0^*$ (рассчитан по формуле (4)). В качестве возмущающего фактора учитывается ΔJ_2 . Результаты моделирования показали, что при использовании импульса $\Delta V = 0,2$ м/с смещение инспекционной траектории замедляется, но не останавливается. Если необходимо, чтобы ОИ сохранялся в центре инспекционной траектории, то целесообразно использовать импульс $\Delta V = 0,3$ м/с. При использовании $\Delta V = 0,4$ м/с инспекционное движение эффективно поддерживается на протяжении более 14 суток, после чего происходит переход НС на нерасчётную траекторию относительного движения.

В четвёртой главе разработан оптимальный закон управления на базе метода динамического программирования Беллмана с использованием SDRE-технологии и нелинейной модели относительного движения. Выполнено исследование и обоснован вид функционала при формировании оптимального закона управления. Проведено сравнение оптимальных законов управления, полученных с помощью SDRE- и LQR-технологий и сформированы рекомендации по применению ЭРДУ МКА, из числа существующих на рынке, для реализации инспекционных миссий. Предложена методика поддержания номинальной инспекционной траектории на основе выбора оптимального непрерывного закона управления с использованием SDRE-технологии.

При наличии разности баллистических коэффициентов ОИ и МКА ($\Delta\sigma$) атмосферное торможение становится доминирующим возмущающим фактором при реализации инспекционного движения на низких околоземных орбитах. В этом случае для поддержания инспекционного движения целесообразно использовать непрерывный закон управления. Для

выбора оптимального закона управления на базе SDRE-технологии используется нелинейная модель движения МКА в ОСК:

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\dot{\theta}\dot{y} - \dot{\theta}^2(r+x) + \frac{\dot{\theta}^2 r^3}{((r+x)^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}(r+x) = u_x \\ \ddot{y} + 2\dot{\theta}\dot{x} - \dot{\theta}^2 y + \frac{\dot{\theta}^2 r^3}{((r+x)^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}y = P_y + u_y \end{cases}, \quad (7)$$

где $P_y = \rho_a \dot{r}^2 \Delta\sigma$ – описывает влияние атмосферного торможения, ρ_a – плотность атмосферы, u_x и u_y – проекции управляющего ускорения (двухканальное управление).

Математическая модель в отклонениях может быть записана в виде:

$$\Delta\ddot{X} = A(\Delta X^*) \cdot \Delta X + B \cdot u_{\text{опт}}(\Delta X, \Delta X^*), \quad (8)$$

где матрица $A(\Delta X^*)$ отражает нелинейность модели относительного движения (7), ΔX – вектор отклонений траекторных параметров, рассчитанный с учётом влияния атмосферы и управляющего воздействия (текущая возмущённая траектория) и траекторными параметрами движения по номинальной инспекционной траектории; ΔX^* – вектор отклонений траекторных параметров, рассчитанный как разности между прогнозируемыми траекторными параметрами возмущённой инспекционной траектории без управляющего воздействия ($X_{\text{прог}}$) и параметрами движения для номинальной инспекционной траектории, движение по которой необходимо поддерживать ($X_{\text{ном}}$):

$$\Delta X^* = X_{\text{прог}} - X_{\text{ном}}. \quad (8')$$

Критерий качества записывается в виде квадратичного функционала:

$$\begin{aligned} J(\Delta X, u_{\text{опт}}(\Delta X, \Delta X^*)) &= K \cdot \Delta X(t_k)^T \cdot F \cdot \Delta X(t_k) + \\ &+ \int_{t_0}^{t_k} u_{\text{опт}}(\Delta X(t), \Delta X^*(t))^T \cdot R \cdot u_{\text{опт}}(\Delta X(t), \Delta X^*(t)) dt \rightarrow \min \end{aligned} \quad (9)$$

где t_0, t_k – начальный и конечный момент времени управления инспекционным движением; $\Delta t = (t_k - t_0)/N$ – интервал между смежными моментами времени решения уравнения Риккати, определяющий частоту пересчёта закона управления; N – частота пересчёта закона управления; $t_j = t_0 + j \cdot \Delta t$ – момент времени j -ого пересчёта закона управления ($j = 1, \dots, N-1$); F – положительно полуопределённая квадратная матрица весовых коэффициентов размерности 4×4 ; R – положительно определённая квадратная матрица весовых коэффициентов; K – коэффициент, определяющий взаимную значимость слагаемых квадратичного критерия качества. Исследование показало целесообразность исключения из математической модели критерия качества слагаемого, учитывающего интегральные отклонения траекторных параметров от номинальной инспекционной траектории, что приводит к уменьшению отклонений в конечный момент времени.

Выбор функционала в форме (9) с акцентом на терминальную составляющую, обусловлен необходимостью минимизировать отличие орбитальных энергий ОИ и МКА в конечный момент времени, что, как показано во второй и в третьей главах, обеспечивает достижение необходимых условий периодического движения (3).

В этом случае закон оптимального управления будет иметь вид:

$$u_{\text{опт}}(\Delta X, \Delta X^*) = -R^{-1} B^T k(\Delta X^*) \Delta X, \quad (10)$$

где матрица $k(\Delta X^*)$ – находится в результате решения матричного дифференциального уравнения типа Риккати на текущем интервале времени формирования управления $[t_j, t_k]$:

$$\frac{dk(\Delta X^*)}{dt} = -k(\Delta X^*) A(\Delta X^*) - A(\Delta X^*)^T k(\Delta X^*) + k(\Delta X^*) B R^{-1} B^T k(\Delta X^*), \quad (11)$$

с граничным условием $k(t_k) = F$.

На основе выбранного оптимального непрерывного закона управления с использованием SDRE-технологии предложена методика поддержания номинального инспекционного движения:

1. Выбор коэффициента значимости K квадратичного критерия качества (9), позволяющий минимизировать различие векторов траекторных параметров возмущённой и номинальной

инспекционных траекторий для достижения близости орбитальных энергий ОИ и МКА в конечный момент времени.

2. Моделирование возмущённого движения с помощью системы уравнений (7) на j -ом интервале $t \in [t_j, t_{j+1}]$, ($j = 0 \dots N - 1$).

3. Вычисление вектора отклонений траекторных параметров без учёта управляющего воздействия $\Delta X^*(t_j)$, решая систему уравнений (8').

4. Вычисление вектора отклонений траекторных параметров $\Delta X(t_j)$ с учётом управляющего воздействия (10), решая систему уравнений (8).

5. Решение матричного уравнения Риккати (11), в котором матрица $A(\Delta X^*)$ вычисляется в соответствии с решением, найденным в п.3, и нахождение $k(\Delta X^*)$, $t \in [t_j, t_k]$.

6. Моделирование управляемого инспекционного движения в соответствии с уравнениями (7) и вычисление управляющего воздействия $u_{\text{опт}}(\Delta X, \Delta X^*)$ в соответствии с (10), $t \in [t_j, t_k]$.

7. Периодический пересчёт закона управления (п.3 - п.6) осуществляется до достижения конечного времени управления инспекционным движением ($t = t_k$).

Было проведено обширное параметрическое исследование по сравнению оптимальных законов управления, найденных на базе LQR- и SDRE-технологий. Рассматривалось плоское движение наноспутника формата CubeSat 3U относительно МКС (далее ОИ) на протяжении одного орбитального периода при заданных начальных траекторных параметрах относительного движения НС (ρ_0^* и $\dot{\rho}_0^*$), $H_0 = 400$ км. Размер номинальной инспекционной траектории и частота пересчёта закона управления изменялись в широких пределах: $\rho_0^*(2 \dots 10 \text{ км}, 0)$; $\Delta t = \frac{1}{N} t_k$, $N = 4, 5, 6$. Для приведённых вариантов расчётов был подобран коэффициент значимости функционала $K = 10^{-4}$, исходя из условия минимизации в конечный момент времени разности энергий двух аппаратов. В качестве сравнительных параметров использовались затраты характеристической скорости V_x и разница орбитальных энергий ОИ и НС в конечный момент времени управляемого движения ($|\Delta E(t_k)|$). Параметрические исследования проводились в стохастической постановке с учётом погрешностей определения траекторных параметров НС, соответствующих использованию спутниковой радионавигации. В результате было установлено, что при использовании закона управления на базе SDRE-технологии существенно снижаются средние значения не только $|\Delta E(t_k)|$, но и V_x . В качестве примера, в таблице 1 приведены результаты обработки выборки из 1000 испытаний в виде средних значений $|\Delta E(t_k)|_{\text{ср}}$ и V_x при различной частоте пересчёта управления Δt , $\rho_0^*(5 \text{ км}, 0)$.
Таблица 1 – Средние значения $|\Delta E(t_k)|_{\text{ср}}$ и V_x

Δt	$\frac{1}{6} t_k$		$\frac{1}{5} t_k$		$\frac{1}{4} t_k$	
Технология	SDRE	LQR	SDRE	LQR	SDRE	LQR
$V_{x\text{ср}}$, м/с	0,51	2,29	0,41	5,36	0,27	6,8
$ \Delta E(t_k) _{\text{ср}}$, м ² /с ²	1600	2930	1320	5810	830	8410

В связи с возможными затруднениями создания управляющих ускорений по двум независимым каналам на борту НС исследован вариант использования одноканального непрерывного закона управления, найденного с использованием разработанной методики. Рассмотрено инспекционное движение НС SamSat-M, сохраняющего неизменную пространственную ориентацию вектора тяги ЭРДУ, с учётом влияния атмосферного торможения. Было показано, что постоянная ориентация вектора тяги по скорости движения не позволяет поддерживать инспекционное движение, что коррелируется с результатами импульсной коррекции в третьей главе, а ориентация вектора тяги по местной вертикали (в надир) позволяет реализовывать инспекционное движение. В таблице 2 приведены результаты использования существующих малоразмерных ЭРДУ при интервале пересчёта закона управления $\Delta t = \frac{1}{5} t_k$, в диапазоне высот $H_0 = 300 \dots 500$ км.

Таблица 2 – Затраты V_x и значение $|\Delta E(t_k)|$ при использовании различных ЭРДУ

H_0 , км	300		400		500	
ЭРДУ ($u_{x_{max}}$, мм/с ²)	V_x , м/с	$ \Delta E(t_k) $, м ² /с ²	V_x , м/с	$ \Delta E(t_k) $, м ² /с ²	V_x , м/с	$ \Delta E(t_k) $, м ² /с ²
RIT 10 EVO (1,1)	1,7	1700	0,44	1640	0,7	190
СНТ (0,22)	0,7	3140	0,32	720	0,7	190
У-М1 (0,17)	0,6	4360	0,27	270	0,7	190
ВЕТ-1mN (0,02)	0,1	7900	0,06	940	0,04	60
$u_x = 0$	-	8410	-	1440	-	330

Проведённое исследование показало принципиальную возможность поддержания инспекционного движения при использовании одноканального закона управления с учётом возможностей существующих ЭРДУ для МКА.

В **заключении** сформулированы основные результаты работы:

1. В ходе проведённого численного моделирования была выявлена высокая чувствительность продолжительности пассивного инспекционного движения t^* (на котором выполняется условие допустимой деформации инспекционной траектории) к выбору начального значения аргумента широты объекта инспекции. Установлено, что продолжительность пассивного движения более 70 суток достигается при формировании инспекционной траектории в момент нахождения объекта инспекции в тех точках орбиты, где отсутствует слагаемое проекции гравитационного ускорения (отвечающее за нецентральность гравитационного поля) в радиальном направлении. При выборе инспекционных траекторий на высокоэллиптических орбитах необходимо учитывать возмущающее влияние со стороны Луны, которое может как снижать продолжительность пассивного движения, так и увеличивать его. Установлено, что погрешности в начальных параметрах движения МКА оказывают основное влияние на продолжительность пассивного инспекционного движения t^* по сравнению с другими возмущающими факторами.
2. На основе выявленных закономерностей деформации инспекционной траектории был разработан алгоритм выбора начальных траекторных параметров относительного движения МКА и начального аргумента широты объекта инспекции, позволяющий реализовывать длительное пассивное инспектирование на круговых орбитах и орбитах малой эллиптичности при учёте второй зональной гармоники потенциала поля притяжения.
3. На основе предложенного подхода к выбору параметров инспекционного движения на круговых и слабоэллиптических орбитах и с учётом особенностей деформации инспекционных траекторий был разработан алгоритм выбора начальных траекторных параметров относительного движения МКА и начального аргумента широты объекта инспекции, позволяющий реализовывать длительное пассивное инспектирование на высокоэллиптических орбитах (орбиты типа Молния, геопереходная орбита) с учётом возмущающего воздействия со стороны Луны.
4. Разработан алгоритм выбора одноимпульсной коррекции на основе понятия оскулирующей траектории относительного движения, позволяющий поддерживать инспекционное движение с учётом особенностей МКА и учитывающий выявленные закономерности обеспечения продолжительной пассивной инспекции при влиянии второй зональной гармоники потенциала поля притяжения.
5. На основе алгоритма выбора начальных траекторных параметров относительного движения МКА и начального аргумента широты объекта инспекции и алгоритма выбора одноимпульсной коррекции на основе понятия оскулирующей траектории относительного движения предложена методика обеспечения пребывания МКА в допустимой области пространства относительно ОИ в нецентральной области притяжения Земли на протяжении длительного интервала времени.
6. Разработана методика поддержания инспекционного движения на основе алгоритма выбора оптимального непрерывного закона управления с использованием SDRE-технологии в условиях влияния атмосферного торможения. Использование оптимального закона управления на базе SDRE-технологии позволяет значительно уменьшить отклонения возмущённой инспекционной траектории от номинальной и снизить затраты характеристической скорости на поддержание инспекционного движения в близкой окрестности номинальной траектории по сравнению с применением закона управления, сформированном на базе LQR-технологии. Выполненное

исследование по выбору вида квадратичного критерия качества для случая непрерывного управления подтвердило правильность подхода, основанного на минимизации отличия орбитальных энергий ОИ и МКА, которое было использовано при импульсном маневрировании. Предложенная методика была использована при реализации инспекционного движения с применением ЭРДУ МКА. В связи с тем, что МКА, как правило, имеет односопловую двигательную установку, а реализация двухканального управления требует непрерывное изменение во времени не только величины тяги, но и её ориентации, в диссертационной работе показана возможность поддержания инспекционного движения при использовании одноканального закона управления с учётом ограничения на величину и направление приложения управляющего воздействия.

Основное содержание работы опубликовано в изданиях, входящих в перечень ВАК:

1. Белоконов, И.В. Стратегия импульсного маневрирования для поддержания квазипериодического инспекционного движения наноспутника / И.В. Белоконов, Е.В. Халецкая, М.С. Щербаков // Космонавтика и ракетостроение. – 2022. – №2 (125). – С 112-124.
2. Щербаков, М.С. Исследование возможности применения оскулирующих эллипсов относительного движения в задаче инспекции космических объектов / М.С. Щербаков, С.А. Медведев // Труды «НПЦАП» Системы и приборы управления. – 2023. – № 2 (64). – С. 42-50.

В изданиях, индексируемых в базе Scopus:

3. Avariaskin, D.P. Studying problems on choosing stable orbits of nanosatellites to provide passive and periodic relative trajectories / D.P Avariaskin, M.S. Shcherbakov // Journal of Physics: Conference Series. – 2020. – Vol. 1536. – 8 p.
4. Belokonov, I.V. Choosing the Motion Initial Conditions, Ensuring the Technical Sustainability of Spacecraft Formation Flight / I.V. Belokonov, M.S. Shcherbakov // 27th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, ICINS 2020. – 2020. – 4 p.
5. Shcherbakov, M.S. Investigation and selection of a functional in the problem of synthesis of an optimal control law providing inspection motion / M.S. Shcherbakov, A.V. Ananov, D.P. Avariaskin // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2020. – Vol. 984. – 9 p.
6. Belokonov, I.V. Development of a Single-Axis Control Law Based on SDRE-Technology for Inspection Motion of Two Nanosatellites / I.V. Belokonov, M.S. Shcherbakov // 28th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, ICINS 2021. – 2021. – 5 p.
7. Belokonov, I.V. Investigation of a Single-Axis Control Algorithm for the Inspection Motion of a Gravitationally Stabilized Nanosatellite / I.V. Belokonov, M.S. Shcherbakov, D.P Avariaskin // 29th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, ICINS 2022. – 2022. – 5 p.
8. Belokonov, I.V. Selection of Conditions for Ensuring Long-Term Passive Inspection in the Close Vicinity of a Spacecraft in a Highly Elliptical Orbit / I.V Belokonov, M.S. Shcherbakov, S.A. Medvedev // 30th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, ICINS 2023. – 2023. – 4 p.