

*На правах рукописи*



ЧЕРНИКОВ АНДРЕЙ ВЛАДИМИРОВИЧ

**РАЗВИТИЕ АНАЛИТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ РАСЧЕТА  
ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ГОФРИРОВАННЫХ ОБОЛОЧЕК  
В УПРУГОЙ СРЕДЕ С ОДНОСТОРОННИМИ СВЯЗЯМИ**

Специальность 2.1.9. Строительная механика

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Воронеж – 2024

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Воронежский государственный технический университет» (г. Воронеж).

Научный руководитель:

**Козлов Владимир Анатольевич**  
доктор физико-математических наук, доцент,  
кафедра «Строительной механики»,  
заведующий кафедрой

Официальные оппоненты:

**Овчинников Игорь Георгиевич**  
доктор технических наук, профессор, заслуженный  
деятель науки РФ, ФГБОУ ВО «Тюменский  
индустриальный университет», базовая кафедра АО  
«Мостострой-11», профессор (г. Тюмень)

**Колесников Александр Георгиевич**  
кандидат технических наук, доцент,  
ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный  
университет», кафедра «Уникальных зданий и  
сооружений», заведующий кафедрой (г. Курск)

Ведущая организация:

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«**Тульский государственный университет**» (г. Тула)

Защита состоится «05» июля 2024 года в 10.00 час. на заседании диссертационного совета 24.2.286.05 при ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет», по адресу: Россия, г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, д. 84, ауд. 101 бизнес-инкубатора.  
тел./факс: (473)271-53-21.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет» и на сайте ВГТУ <http://cchgeu.ru/>.

Автореферат разослан «07» мая 2024 г.

Ученый секретарь диссертационного совета



Макеев Алексей Иванович

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы исследования.** Конструкции и сооружения, выполненные из тонкостенных оболочек, имеют большую область практических приложений и находят широкое применение как в строительстве, так и в машиностроении. Одним из важных направлений использования оболочек в строительной сфере является создание высокоэффективных и экономичных подземных сооружений. Здесь они нашли применение в качестве водопропускных сооружений и путепроводов, а также как альтернатива малым мостам.

Для восприятия избыточного внешнего давления грунта в подземных тонкостенных оболочечных сооружениях применяются металлические гофрированные конструкции (МГК). А наиболее востребованным форм-фактором является цилиндрическая гофрированная оболочка. Использование МГК обусловлено рядом преимуществ, которыми она обладает по отношению к конструкциям, выполненным из бетона, железобетона или толстолистовой стали. Это легкость самой конструкции, технологичность и высокая скорость монтажа в условиях стройплощадки, возможность устраивать данные конструкции без специальных фундаментов. Всё это приводит к снижению стоимости конструкции, сокращению логистической нагрузки и сроков строительства. На примере сравнения железобетонной и металлической гофрированной водопропускных труб, в среднем, сметная стоимость строительства последней снижается на 31%, масса материала – на 94%, а трудоемкость строительства – на 57%. Особенно заметны эти преимущества в территориально отдаленных районах Крайнего Севера и Дальнего Востока.

Высокая экономичность и технологичность достигается за счет эффективного использования конструкции МГК совместно с окружающим грунтом. Здесь МГК представляет собой гибкую тонкостенную конструктивно-ортотропную оболочку с относительно небольшой поперечной жесткостью и сопротивляемостью внешним нагрузкам. А статическое равновесие обеспечивается при помощи упругого отпора грунта засыпки, повышающего несущую способность всей системы. При этом сама система является весьма чувствительной к различного рода дефектам, как заводским (неравномерная толщина стенки, начальные отклонения формы поперечного сечения) так и эксплуатационным (коррозия, размывание грунта основания и засыпки или его неоднородность). Наличие таких дефектов, выводящих систему из состояния статического равновесия, приводит к увеличению в структуре напряженно-деформированного состояния моментной составляющей, критичной для гофрированных тонкостенных оболочечных конструкций. Также они провоцируют возникновение слабо прогнозируемых расчетных ситуаций, связанных с потерей устойчивости и исчерпанием запаса прочности и жесткости как самой оболочки, так и грунтовой обоймы окружающей её.

Для использования всего потенциала тонкостенных цилиндрических гофрированных оболочек в упругой среде необходимо более глубокое внедрение этих конструкций в практику строительства. Для чего в свою очередь необходимо иметь достаточно надёжную методику расчета, которая учтёт все особенности данного типа конструкции (в том числе заводские и эксплуатационные дефекты), и позволит проектировать безопасные и долговечные сооружения. Из всего вышесказанного можно сделать вывод, что разработка и совершенствование методики расчета в данном направлении является важной и актуальной задачей.

**Степень разработанности темы исследования.** Пионерами в области расчета гофрированных оболочек в упругой среде можно считать В. К. Фельдта и Ф. К. Ясевича, которые в 1899–1901 г.г. предложили наиболее простые расчетные модели для гофрированных водопропускных труб. Также можно отметить вклад А. А. Герцога и В. И. Гнедовского, которые исследовали их прочность и коррозионную устойчивость. Важное место в развитии методик расчета подземных тонкостенных оболочек занимают методы расчета крепей горных выработок и обделок подземных сооружений. Данный тип конструкций подробно рассмотрен в работах Н. С. Булычева, Ю. С. Фролова и О. Е. Бугаевой. Позже в работах Л. М. Емельянова, С. В. Виноградова и В. М. Лисова, посвященным расчету подземных трубопроводов, были затронуты такие важные вопросы как: упругий характер взаимодействия оболочки с грунтом,

определение безотпорной зоны, учет изгибающего момента при оценке НДС. С развитием метода конечных элементов (МКЭ) значительно расширились возможности для моделирования, расчета и исследования оболочечных конструкций, в том числе подземных. Можно отметить работы таких авторов, как М. G. Katon, D. Beben, С. Нao, С. Б. Косицын, В. В. Алешин, В. В. Лалин. В развитии аналитических методов расчета подземных тонкостенных гофрированных оболочек наиболее уместно опираться на аппарат теории оболочек. В общей теории оболочек можно выделить наиболее известные работы А. Л. Гольденвейзера, В. В. Новожилова, В. З. Власова. А применительно к расчету МГК, теория оболочек стала находить применение сравнительно недавно, например, в работах И. А. Осокина, Г. И. Михасева и Т. И. Никоновой.

Одним из приоритетных направлений исследований в настоящее время является мониторинг эксплуатируемых подземных конструкций из МГК, правильная оценка их актуального состояния, учет различных дефектов и оценка надежности. Развитие в данном направлении позволит вывести большее количество сооружений на нормативный период эксплуатации, сократить расходы на содержание и повысить безопасность.

**Объектом исследования** являются тонкостенные цилиндрические гофрированные оболочки замкнутого сечения в упругой среде.

**Предмет исследования** — напряженно-деформированное состояние, несущая способность, устойчивость и надёжность гофрированных оболочек с различными дефектами под действием внешних нагрузок.

**Цель и задачи диссертационной работы.** Цель — совершенствование имеющихся методов расчета сооружений из гибких цилиндрических гофрированных оболочек.

На основе литературного обзора поставлены основные задачи исследования:

- разработка аналитической модели для определения напряженно-деформированного состояния цилиндрической гофрированной оболочки на основе полубезмоментной теории оболочек с учетом различных моделей упругого основания грунта и возможных дефектов;
- вывод удобной в прикладных вычислениях расчетной формулы для оценки устойчивости цилиндрической гофрированной оболочки с начальным прогибом;
- разработка нелинейного алгоритма оценки несущей способности;
- применительно к подземным гофрированным водопропускным трубам (МГТ), разработка вероятностной методики оценки надежности и численные исследования влияния разброса деформационных параметров грунта засыпки, геометрических и физико-механических параметров МГТ на её напряженно-деформированное состояние;
- проверка предлагаемых расчетных моделей, методик и алгоритмов в соответствии с результатами конечно-элементного моделирования;
- исследование несущей способности грунта основания МГТ, оценка устойчивости и возможности образования пластических зон в грунтовой обойме.

**Научная новизна работы** состоит в следующем:

- разработана аналитическая методика расчета для цилиндрических гофрированных оболочек на основе полубезмоментной теории с учетом одностороннего двухпараметрического основания;
- получена аналитическая формула, позволяющая использовать её для решения инженерных задач устойчивости ортотропных тонкостенных оболочек с начальным прогибом;
- выполнена качественная и количественная оценка различных моделей упругого основания и даны рекомендации по выбору наиболее подходящей модели для расчета тонкостенных гофрированных оболочек;
- на основе предложенной аналитической методики расчета разработан нелинейный алгоритм оценки несущей способности;
- разработана в стохастической постановке вычислительная схема для оценки надёжности подземных тонкостенных гофрированных труб с различными дефектами применительно к эксплуатируемым МГТ.

**Теоретическая значимость** заключается в следующем:

- предложены уточнённые аналитические методы расчета, позволяющие повысить точность определения НДС, несущей способности и устойчивости цилиндрических

гофрированных оболочек в упругой среде;

- выполнены следующие исследования: влияние модуля деформации грунта на НДС оболочки, влияние толщины упругого слоя на НДС оболочки, учет скорости затухания осадок упругого основания по глубине и её влияние на НДС оболочки;

- предложена вероятностная методика оценки надежности сооружений в виде гофрированных оболочек, уложенных в грунт;

- получены аналитические зависимости влияния разброса деформационных параметров грунта засыпки и геометрических и физико-механических параметров МГТ на её напряженно-деформированное состояние, на примере металлической гофрированной водопропускной трубы (МГТ);

- исследована несущая способность упругого основания и возможность образования пластических зон в грунтовой обойме вблизи гофрированной оболочки, с применением численного моделирования методом конечных элементов.

**Практическая значимость.** На основе проведенных исследований разработана прикладная методика для расчета напряженно-деформированного состояния и несущей способности металлических гофрированных водопропускных труб (МГТ), учитывающая влияние наиболее опасных дефектов. Проведен анализ эксплуатационных и заводских дефектов МГТ. А также разработан алгоритм для вероятностной оценки надежности эксплуатируемых гофрированных водопропускных труб.

На базе этого сформулированы рекомендации по мониторингу актуального состояния водопропускных сооружений, которые направлены на профилактику развития серьезных дефектов и позволят увеличить фактический срок службы данных сооружений.

Расчетные методики могут быть рекомендованы для использования проектными организациями как при проектировании новых конструкций, так и для оценки эксплуатационной надежности существующих водопропускных систем.

Помимо этого, область применения предложенных расчетных методик можно распространить на любые системы, состоящие из тонкостенных цилиндрических ортотропных оболочек, работающих под внешним давлением. Например, вакуумные паропроводы, подкрепленные кольцами жесткости.

**Методология и методы исследования.** В работе реализован ряд теоретических и практических исследований. В теоретической части был выполнен анализ и последующее моделирование гофрированной оболочки на примере водопропускной конструкции с эксплуатационными дефектами на базе современных методов и подходов строительной механики и теории упругости. Вычисления проводились с использованием программного комплекса MathCad. Также было выполнено численное моделирование изучаемого объекта на основе конечно-элементных расчетных схем с использованием лицензионных программных средств (MIDAS GTS NX). В практической части выполнены измерения эксплуатируемой водопропускной конструкции и проведен всесторонний анализ полученных данных.

#### **Положения, выносимые на защиту.**

1. Методика определения напряженно-деформированного состояния цилиндрических гофрированных оболочек в упругой среде (одностороннее двухпараметрическое упругое основание) на основе полубезмоментной теории, учитывающая эксплуатационный дефект размытия грунтового основания.

2. Результаты анализа различных моделей упругого основания, наилучшим образом подходящих для моделирования цилиндрических гофрированных оболочек.

3. Расчетная аналитическая формула, имеющая прикладное инженерное применение для задачи устойчивости ортотропных тонкостенных оболочек с начальным прогибом.

4. Нелинейный алгоритм оценки несущей способности сооружения гофрированной водопропускной трубы на базе полубезмоментной теории оболочек, учитывающий влияние упругого отпора грунта и реализованный с учетом требований ОДМ 218.2.001-2009.

5. Вероятностная методика оценки надежности сооружения гофрированной водопропускной трубы на действие статических нагрузок.

6. Результаты исследования устойчивости упругого основания и возможности

образования пластических зон в грунтовой засыпке МГТ, которые получены на основе численного моделирования методом конечных элементов.

**Степень достоверности и апробация результатов.** Достоверность результатов, научных положений, выводов и рекомендаций, представленных в диссертационной работе, обоснована достаточным объемом теоретических и численных исследований, выполненных в процессе изучения сооружений из гофрированных оболочек в упругой среде. Аналитические расчеты, предложенные модели и алгоритмы основываются на непротиворечивых положениях в области строительной механики и теории оболочек. Численные расчеты выполнены с использованием сертифицированного программного комплекса MIDAS GTS NX, основой которого является метод конечных элементов, корректность которого является доказанной.

**Апробация работы.** Результаты исследований и основные положения диссертационной работы были представлены на следующих научных конференциях:

- Международные научно-технические конференции «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики». – Воронеж, 11–13 декабря 2019 г.; 13–15 декабря 2021 г.

- VIII Международный симпозиум «Актуальные проблемы компьютерного моделирования конструкций и сооружений». – Тамбов, 17–21 мая 2023 г.

- Ежегодные научно-технические конференции профессорско-преподавательского состава ФГБОУ ВО «ВГТУ». – Воронеж, 2020, 2021, 2022, 2023 гг.

**Публикации.** Содержание диссертационной работы изложено в 12 публикациях, из них 10 в изданиях, рекомендованных ВАК РФ для публикации материалов диссертационных исследований.

**Структура и объем работы.** Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, выводов, библиографического списка и приложений. Общий объем работы составляет 171 страницу. Диссертация содержит 35 таблиц, 63 рисунка, список литературы, включающий 153 использованных источников, 1 приложение.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обоснована актуальность темы диссертационной работы, сформулированы цель и задачи исследований, раскрыта научная новизна, практическая и теоретическая значимость работы, а также описаны методология и методы исследования и положения, выносимые на защиту.

**Первая глава.** В первой главе выполнено исследование состояния вопроса. Произведен анализ применяемых методов расчета конструкций гофрированных оболочек в упругой среде и выполнен обзор этапов развития методов проектирования, расчета и строительства тонких оболочек в упругой среде на примере гофрированных водопропускных труб. Определены наиболее слабоизученные, актуальные и перспективные направления исследований.

**Вторая глава.** Во второй главе предлагается методика аналитического расчета подземных гибких цилиндрических гофрированных оболочек в пространственной постановке на основе полубезмоментной теории оболочек с возможностью моделирования эксплуатационных дефектов. Производится анализ различных моделей упругого оснований, наиболее подходящих для расчета подземных оболочек и описывается алгоритм внедрения их в расчет. Классифицируются и описываются способы моделирования эксплуатационных дефектов.

Полубезмоментная теория оболочек впервые была предложена В. З. Власовым и в дальнейшем получила развитие в монографиях В. В. Новожилова, В. Л. Бидермана, С. В. Бояршинова, Н. В. Колкунова, Н. А. Алфутова, В. И. Самуля.

Компоненты внутренних усилий приведены на рис. 1. Компоненты перемещений:  $u$  — продольное;  $v$  — окружное;  $w$  — радиальное. В расчетной модели принята цилиндрическая система координат, приведенная к безразмерной

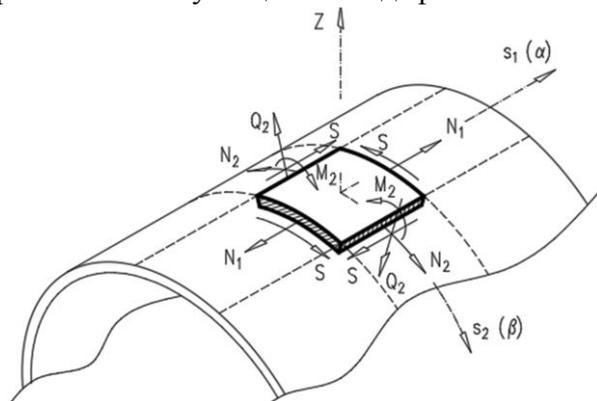


Рисунок 1 – Компоненты внутренних усилий расчетной модели

через коэффициент пропорциональности, равный радиусу  $R$  срединной поверхности оболочки:  $\alpha = s_1 / R$ ,  $\beta = s_2 / R$ .

Принятые гипотезы: гипотезы Кирхгофа — Лява; оболочка считается тонкой:  $h / R \leq 0,05$ ; оболочка считается длинной:  $L \gg R$ ; характер изменения основных функций в продольном направлении полагается существенно более плавным, чем в окружном:  $\partial^2 f / \partial \alpha^2 \ll \partial^2 f / \partial \beta^2$ .

Запишем основное уравнение полубезмоментной теории в развернутом виде:

$$\frac{\partial^4 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \alpha^4} + \frac{D}{R^2 E h} \left( \frac{\partial^8 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^8} + 2 \cdot \frac{\partial^6 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^6} + \frac{\partial^4 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^4} \right) = \frac{R^3}{E h} F(\alpha, \beta), \quad (1)$$

где  $R$  — радиус срединной поверхности оболочки;  $h$  — толщина стенки;  $E$  — модуль упругости;  $D$  — цилиндрическая жесткость;  $F(\alpha, \beta)$  — функция нагрузки, разложенная на продольную, окружную и радиальную составляющие  $f_1(\alpha, \beta)$ ,  $f_2(\alpha, \beta)$ ,  $f_3(\alpha, \beta)$  соответственно:

$$F(\alpha, \beta) = -\frac{\partial f_1(\alpha, \beta)}{\partial \alpha} + \frac{\partial f_2(\alpha, \beta)}{\partial \beta} + \frac{\partial^2 f_3(\alpha, \beta)}{\partial \beta^2}. \quad (2)$$

Уравнение (1) служит для отыскания функции  $\Phi(\alpha, \beta)$ , через которую выражаются перемещения и основные внутренние усилия:

$$u = \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \alpha}; \quad v = -\frac{1}{R} \cdot \frac{\partial \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta}; \quad w = \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial^2 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^2}; \quad N_1 = \frac{E h}{R^2} \cdot \frac{\partial^2 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \alpha^2} \quad (3)$$

$$N_2 = R \cdot f_3(\alpha, \beta) - \frac{D}{R^4} \cdot \frac{\partial^2 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^2} \cdot \left( \frac{\partial^4 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^4} + \frac{\partial^2 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^2} \right); \quad M_2 = -\frac{D}{R^3} \cdot \left( \frac{\partial^4 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^4} + \frac{\partial^2 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^2} \right).$$

Чтобы учесть влияние упругого основания грунта, предлагается ввести дополнительное слагаемое к функции нагрузки (2), запишем её в следующем виде:

$$F(\alpha, \beta) = -\frac{\partial f_1(\alpha, \beta)}{\partial \alpha} + \frac{\partial f_2(\alpha, \beta)}{\partial \beta} + \left( \frac{\partial^2 f_3(\alpha, \beta)}{\partial \beta^2} + \frac{\partial^2 f_3'(\alpha, \beta)}{\partial \beta^2} \right), \quad (4)$$

где  $f_3'(\alpha, \beta)$  — компонент дополнительной нагрузки, соответствующий воздействию упругого основания. Для двухпараметрического упругого основания описывается выражением:

$$f_3'(\alpha, \beta) = k_2 \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} - k_1 \cdot w, \quad (5)$$

где  $k_1$ ,  $k_2$  — коэффициенты деформируемости, первый характеризует работу упругого основания на сжатие, второй — на сдвиг.

Данное выражение определяет величину упругого воздействия, связывая его с радиальными перемещениями  $w$ . Коэффициенты деформируемости представляют собой две интегральные характеристики, где вторая отвечает за распределяющую способность основания.

С учетом (4) и (5) правая часть уравнения (1) становится зависимой от радиального перемещения  $w$ . Для раскрытия подобной связи, автором предлагается определить  $w$  через функцию  $\Phi(\alpha, \beta)$ . Подставляем выражение для  $w$  из (3) в (5), затем (5) в (4). После всех преобразований перепишем основное уравнение полубезмоментной теории (1):

$$\frac{\partial^4 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \alpha^4} + \frac{D}{R^2 E h} \left( \frac{\partial^8 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^8} + 2 \cdot \frac{\partial^6 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^6} + \frac{\partial^4 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^4} \right) - \frac{R^2}{E h} \left( k_2 \cdot \frac{\partial^6 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^6} - k_1 \cdot \frac{\partial^4 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^4} \right) = \frac{R^3}{E h} \left( -\frac{\partial f_1(\alpha, \beta)}{\partial \alpha} + \frac{\partial f_2(\alpha, \beta)}{\partial \beta} + \frac{\partial^2 f_3(\alpha, \beta)}{\partial \beta^2} \right). \quad (6)$$

где третье слагаемое в левой части получено автором и учитывает упругий отпор грунта.

Решение уравнения выполняется вариационным методом Канторовича — Власова. Интегрирование производится в рядах. Основная функция и функция нагрузки раскладываются в тригонометрический ряд с учетом симметрии. Подставляя разложения в (6), дифференцируя по угловой переменной  $\beta$ , после преобразований получим обыкновенное дифференциальное уравнение для  $\Phi_n(\alpha)$ , которое соответствует  $n$ -му члену разложения основной функции  $\Phi(\alpha, \beta)$ :

$$\frac{d^4 \Phi_n(\alpha)}{d\alpha^4} + \left( n^4 (n^2 - 1)^2 \frac{D}{R^2 E h} + (k_2 \cdot n^6 + k_1 \cdot n^4) \frac{R^2}{E h} \right) \Phi_n(\alpha) = \frac{R^3}{E h} \left( -\frac{df_{1n}(\alpha)}{d\alpha} + n \cdot f_{2n}(\alpha) - n^2 \cdot f_{3n}(\alpha) \right)$$

Данное уравнение приводится к известному виду для задачи балки на упругом основании:

$$\frac{d^4 \Phi_n(\alpha)}{d\alpha^4} + 4 \cdot j_n^4 \cdot \Phi_n(\alpha) = \frac{R^3}{E h} \left( -\frac{df_{1n}(\alpha)}{d\alpha} + n \cdot f_{2n}(\alpha) - n^2 \cdot f_{3n}(\alpha) \right), \quad (7)$$

где  $f_{2n}(\alpha)$ ,  $f_{3n}(\alpha)$  — коэффициенты для  $n$ -го члена разложения нагрузки (определяются по ф. Эйлера),  $j_n$  — приведенный коэффициент перед  $\Phi_n(\alpha)$ , где второе слагаемое в подкоренном выражении соответствует упругому взаимодействию с грунтом засыпки:

$$j_n = \sqrt[4]{\frac{n^4 (n^2 - 1)^2}{48(1 - \mu^2)} \cdot \frac{\bar{h}^3}{R^2 h} + \frac{(k_2 \cdot n^6 + k_1 \cdot n^4) \cdot R^2}{4 \cdot E h}}.$$

Общее и частное решения для (7) с использованием функций А. Н. Крылова имеют вид:

$$\Phi_n(\alpha) = \Phi_n^0 + C_1 \cdot K_1(j_n \alpha) + C_2 \cdot K_2(j_n \alpha) + C_3 \cdot K_3(j_n \alpha) + C_4 \cdot K_4(j_n \alpha); \quad \Phi_n^0 = \frac{F_n(\alpha)}{4 \cdot j_n^4} \cdot \frac{R^3}{E h}. \quad (8)$$

где  $C_{1-4}$  — постоянные интегрирования;  $K_{1-4}$  — функции А. Н. Крылова.

Граничные условия на торцах оболочки принимаются в смешанной форме — статические и кинематические:  $v_n = 0$ ;  $N_{1n} = 0$ . После составления и решения системы уравнений получим следующие выражения для постоянных интегрирования:

$$C_1 = -\frac{F_n}{4 \cdot j_n^4} \cdot \frac{R^3}{E h}; \quad C_2 = \frac{F_n}{4 \cdot j_n^4} \cdot \frac{R^3}{E h} \cdot \xi_2; \quad C_3 = 0; \quad C_4 = -\frac{F_n}{4 \cdot j_n^4} \cdot \frac{R^3}{E h} \cdot \xi_4, \quad (9)$$

где  $\xi_2$  и  $\xi_4$  — коэффициенты, полученные автором в ходе преобразований:

$$\xi_2 = \frac{\text{sh}(\lambda) - \sin(\lambda)}{\text{ch}(\lambda) + \cos(\lambda)}; \quad \xi_4 = 2 \cdot \frac{\text{sh}(\lambda) + \sin(\lambda)}{\text{ch}(\lambda) + \cos(\lambda)}, \quad \text{где } \lambda = j_n \frac{L}{R}.$$

Опустив промежуточные преобразования, окончательно запишем выражение для основной функции полубезмоментной теории, которое получено автором для оболочки в упругой среде:

$$\Phi(\alpha, \beta) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{F_n}{4 \cdot j_n^4} \cdot \frac{R^3}{E h} \cdot (1 - K_1(j_n \alpha) + \xi_2 \cdot K_2(j_n \alpha) - \xi_4 \cdot K_4(j_n \alpha)) \cdot \cos(n\beta). \quad (10)$$

Используя (10), определим и запишем выражения для перемещений и основных внутренних усилий в тонкостенной гофрированной оболочке, уложенной в грунте.

$$u = \sum_{n=2}^N \frac{F_n}{4 \cdot j_n^3} \cdot \frac{R^2}{E h} \cdot (4 \cdot K_4(j_n \alpha) + \xi_2 \cdot K_1(j_n \alpha) - \xi_4 \cdot K_3(j_n \alpha)) \cdot \cos(n\beta), \quad (11)$$

$$v = -\sum_{n=2}^N n \cdot \frac{F_n}{4 \cdot j_n^4} \cdot \frac{R^2}{E h} \cdot (1 - K_1(j_n \alpha) + \xi_2 \cdot K_2(j_n \alpha) - \xi_4 \cdot K_4(j_n \alpha)) \cdot \cos(n\beta), \quad (12)$$

$$w = -\sum_{n=2}^N n^2 \cdot \frac{F_n}{4 \cdot j_n^4} \cdot \frac{R^2}{E h} \cdot (1 - K_1(j_n \alpha) + \xi_2 \cdot K_2(j_n \alpha) - \xi_4 \cdot K_4(j_n \alpha)) \cdot \cos(n\beta), \quad (13)$$

$$N_1 = \sum_{n=2}^N F_n \cdot \frac{R}{j_n^2} \cdot \left( K_3(j_n \alpha) - \xi_2 \cdot K_4(j_n \alpha) - \frac{\xi_4}{4} \cdot K_2(j_n \alpha) \right) \cdot \cos(n\beta), \quad (14)$$

$$N_2 = \sum_{n=2}^N \left( R \cdot f_{3n}(\alpha) - \frac{n^4 (1 - n^2)}{12(1 - \mu^2)} \cdot \frac{1}{R} \cdot \frac{F_n}{4 \cdot j_n^4} \cdot \frac{\bar{h}^3}{h} \cdot (1 - K_1(j_n \alpha) + \xi_2 \cdot K_2(j_n \alpha) - \xi_4 \cdot K_4(j_n \alpha)) \right) \cdot \cos(n\beta) \quad (15)$$

$$M_2 = -\sum_{n=2}^N \frac{n^2 (n^2 - 1)}{12(1 - \mu^2)} \cdot \frac{F_n}{4 \cdot j_n^4} \cdot \frac{\bar{h}^3}{h} \cdot (1 - K_1(j_n \alpha) + \xi_2 \cdot K_2(j_n \alpha) - \xi_4 \cdot K_4(j_n \alpha)) \cdot \cos(n\beta) \quad (16)$$

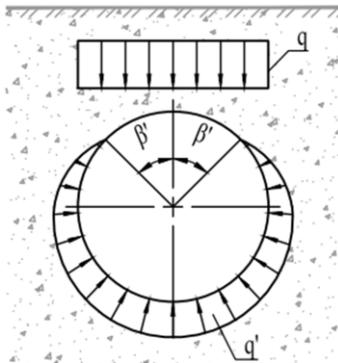


Рисунок 2 – Схема нагрузки

Схема нагрузки для гибких гофрированных оболочек, уложенных в грунт представлена на рис. 2. Она состоит из активной нагрузки  $q$  и реактивного сопротивления грунта  $q'$ .

Активная нагрузка – равномерно распределенное по поперечнику оболочки давление грунта засыпки от собственного веса и от подвижной нагрузки. Заданная интенсивность поверхностной нагрузки  $q$  раскладывается на нормальную  $q_n$  и тангенциальную  $q_t$  составляющие, которые подставляются в ф. Эйлера для расчета  $f_{2n}$ , и  $f_{3n}$ :

$$q_n(\beta) = q \cdot \cos^2(\beta); \quad q_t(\beta) = \frac{1}{2} \cdot q \cdot \sin(2\beta).$$

Реактивное сопротивление грунта связано с перемещением поверхности оболочки в упругом массиве грунта и было учтено ранее. Особенностью работы гибких подземных труб является формирование безотпорной зоны. На рис. 2 безотпорная зоны представлена центральным углом  $2\beta'$ . Для учета одностороннего характера работы упругого основания на этом участке на интенсивность упругого отпора накладывается следующее условие:

$$f_3'(\alpha, \beta) = k_2 \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} - k_1 \cdot w \text{ при } w > 0; \quad f_3'(\alpha, \beta) = 0 \text{ при } w \leq 0.$$

Остановимся подробнее на определении коэффициентов  $k_1$ ,  $k_2$  для двухпараметрического однослойного упругого основания. Рассмотрим несколько вариантов их записи.

*Модель Пастернака.* Коэффициент  $k_1$  представляет собой вертикальную нагрузку массива грунта единичной площади и высотой  $h_{тр}$ , который соответствует единичной осадке на поверхности основания. Коэффициент  $k_2$  определяется как интенсивность силы сдвига на поверхности основания от единичного угла поворота.

$$k_1 = \frac{E_{тр}}{h_{тр} \cdot (1 - \mu_{тр}^2)}; \quad k_2 = \frac{E_{тр} \cdot h_{тр}}{6 \cdot (1 + \mu_{тр})}. \quad (17)$$

*Модель Леонтьева — Власова.* Получена из расчетной модели на базе общего вариационного метода. Для описания осадок упругого основания используется не линейная, а гиперболическая функция. Применима для моделирования основания большой мощности.

$$k_1 = \frac{E_{тр}}{h_{тр} \cdot (1 - \mu_{тр}^2)} \cdot \psi_1; \quad k_2 = \frac{E_{тр} \cdot h_{тр}}{6 \cdot (1 + \mu_{тр})} \cdot \psi_2, \quad (18)$$

где  $\psi_1$ ,  $\psi_2$  — постоянные коэффициенты полученные из принятой функции распределения осадок, позволяющие учесть упругие свойства грунта основания,

$$\psi_1 = \frac{k_s h_{тр}}{2} \cdot \frac{\text{sh}(k_s h_{тр}) \cdot \text{ch}(k_s h_{тр}) + k_s h_{тр}}{\text{sh}^2(k_s h_{тр})}; \quad \psi_2 = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{k_s h_{тр}} \cdot \frac{\text{sh}(k_s h_{тр}) \cdot \text{ch}(k_s h_{тр}) - k_s h_{тр}}{\text{sh}^2(k_s h_{тр})},$$

где  $k_s$  — коэффициент, характеризующий быстроту затухания осадок по глубине.

*Модель Горбунова-Посадова.* В своей монографии он, используя формулу осадок Н. М. Герсеванова, получил первый коэффициент из предположения, что достаточно тонкий слой упругого основания покоится на жестком несжимаемом основании, и не может перемещаться вдоль него в процессе нагружения. Дополняя его выражением для  $k_2$  из (17) получим:

$$k_1 = \frac{(1 - \mu_{тр}) \cdot E_{тр}}{h_{тр} \cdot (1 + \mu_{тр})(1 - 2\mu_{тр})}; \quad k_2 = \frac{E_{тр} \cdot h_{тр}}{6 \cdot (1 + \mu_{тр})}. \quad (19)$$

Далее для удобства будем именовать этот вариант записи моделью Горбунова-Посадова. В формулах (17)-(19) модуль деформации  $E_{тр}$  и коэффициент Пуассона  $\mu_{тр}$  определяются как:

$$E_{тр} = \frac{E_0}{1 - \mu_0^2}; \quad \mu_{тр} = \frac{\mu_0}{1 - \mu_0},$$

где  $E_0$ ,  $\mu_0$  — модуль деформации и коэффициент Пуассона материала грунта основания.

Для исследования предложенных моделей грунтового основания выполним расчет НДС подземной гофрированной тонкостенной оболочки. Расчетная модель реализована в ПК Mathcad. Расчетное сечение оболочки –  $0,5L$ . Исходные данные для расчета представлены в табл. 1. Результаты расчета в табл. 2 и на эпюрах на рис. 3-5. Безотпорная зона с небольшим разбросом определена в интервале  $82 - 84$  градуса.

Таблица 1 – Исходные данные для расчета

$R$	$h$	$L$	$J_{\text{гофр}}$	$E$	$\mu$	$H$	$\gamma_{\text{гр}}$	$E_{\text{гр}}$	$\mu_{\text{гр}}$	$h_{\text{гр}}$
мм	мм	м	$\text{м}^4/\text{м}$	МПа	–	м	$\text{кН}/\text{м}^3$	кПа	–	м
600	2	14,0	$3,2 \times 10^{-7}$	210000	0,3	5,0	19,0	15000	0,27	$2R$

где  $H$  и  $\gamma_{\text{гр}}$  — высота насыпи и удельный вес грунта засыпки соответственно.

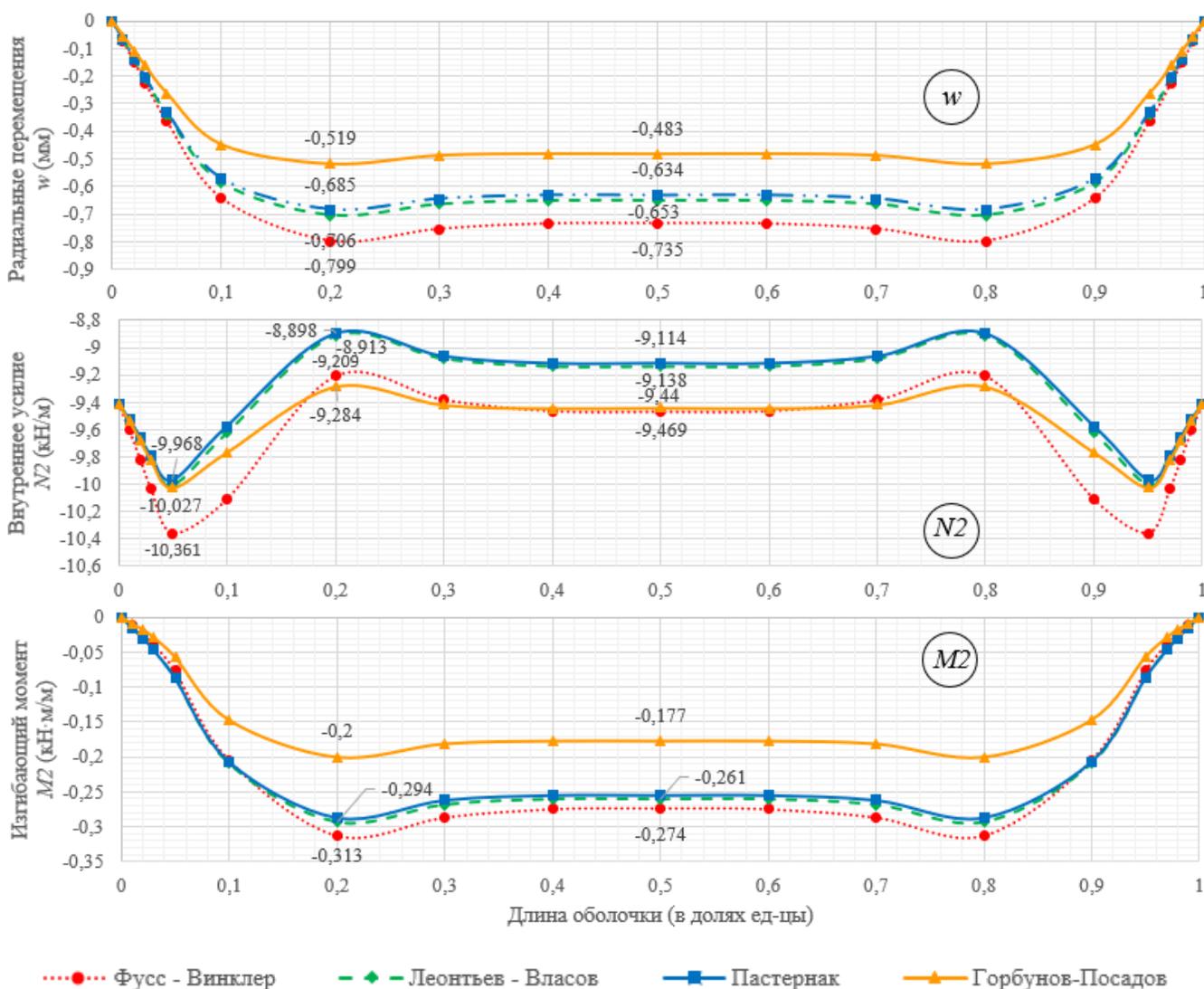


Таблица 2 – Коэффициенты деформируемости упругого основания

Коэффициенты деформируемости	Модель упругого основания			
	Фусса — Винклера	Пастернака	Леонтьева — Власова	Горбунова-Посадова
$k_1$ ( $\text{кН}/\text{м}^3$ )	19685,039	15619,651	16177,640	23829,258
$k_2$ ( $\text{кН}/\text{м}^3$ )	2273,033	2362,205	1986,818	2362,205

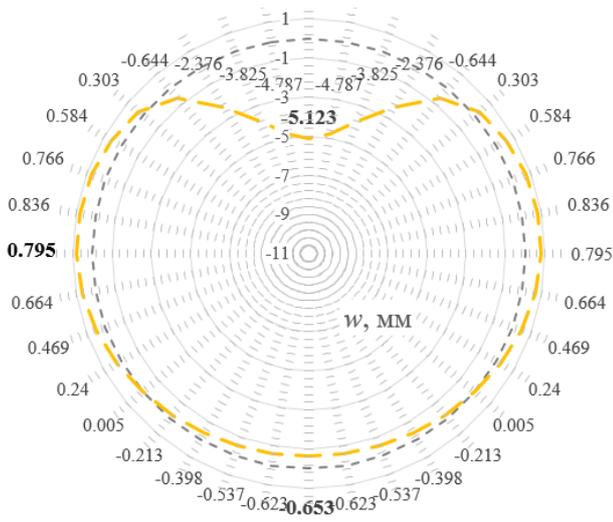


Рисунок 4 – Эпюры перемещений ( $w$ ) для модели Леонтьева — Власова.

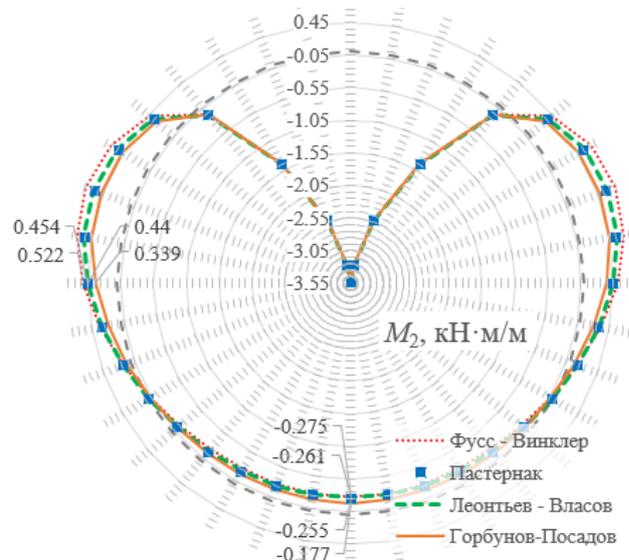


Рисунок 5 – Сводная эпюра ( $M_2$ ) для различных моделей

Важным параметром является толщина упругого слоя  $h_{гр}$ . Как отмечалось ранее, модель Пастернака и Горбунова-Посадова в отличие от модели Леонтьева – Власова может применяться только для тонкого упругого слоя. Проверим справедливость данных ограничений к расчету подземных гофрированных оболочек на базе полубезмоментной теории. Проведем расчет, варьируя толщину упругого слоя от  $h_{гр} = R$  до  $h_{гр} = 8R$ . Результаты расчетов на рис. 6.

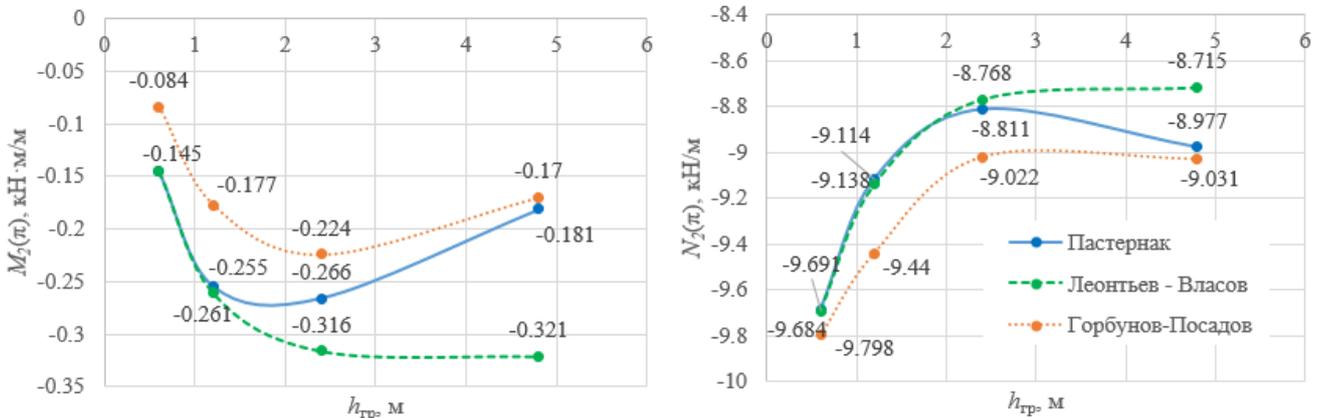


Рисунок 6 – Графики зависимости ( $N_2$ ) и ( $M_2$ ) от толщины упругого слоя  $h_{гр}$  для зоны лотка

В моделях Пастернака и Горбунова-Посадова по достижению определенной толщины основания  $h_{гр} (\approx 4R)$  наблюдается обратный рост зависимостей для компонентов НДС, что противоречит физическому смыслу увеличения мощности упругого слоя. Модель Леонтьева — Власова демонстрирует изменение компонентов НДС по нелинейному затухающему закону с увеличением  $h_{гр}$ . Это наиболее точно описывает затухающий характер распределяющей способности грунтового основания. Разница в перемещениях по моделям Пастернака и Леонтьева — Власова составила: при  $h_{гр} = R$  – 0,2%, а при  $h_{гр} = 8R$  – 43,8%.

На примере металлических гофрированных водопропускных труб (МГТ) рассмотрим учет дефекта размыва грунтового основания и проанализируем его влияние на НДС. Моделирование размыва осуществляется путем введения разрыва размером  $l_p$  в эпюре опорного воздействия под основанием трубы. Разрывная эпюра с учетом размыва принимается численно эквивалентной эпюре без учета размыва. Пример вымывания грунтового основания под гофрированной водопропускной трубой и предлагаемая схема нагрузки изображены на рис. 7 и 8.



Рисунок 7 – Пример размыва основания

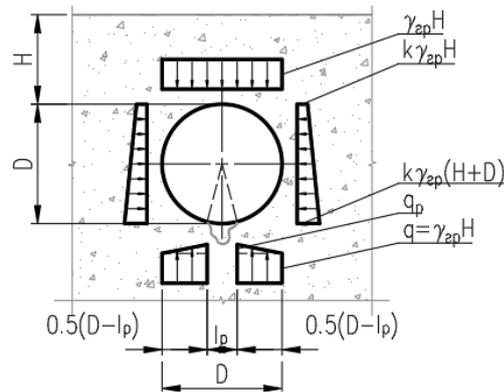


Рисунок 8 – Схема нагрузки с учетом размыва

Выражения для нормальной и тангенциальной составляющей опорного воздействия на нижнюю половину трубы с учетом полученного автором коэффициента размыва имеют вид:

$$q_n(\beta) = q \cdot \cos^2(\beta) \cdot k_p(\beta); \quad q_t(\beta) = \frac{1}{2} \cdot q \cdot \sin(2\beta) \cdot k_p(\beta). \quad (20)$$

где  $k_p(\beta)$  — коэффициент размыва основания, для определения опорного воздействия:

$$k_p(\beta) = 1 + \frac{2 \cdot l_p}{2 \cdot R - l_p} \cdot \frac{R \cdot (1 - \cos(\beta))}{R - 0,5 \cdot l_p}. \quad (21)$$

Для исследования влияния размыва основания на НДС оболочки выполнена серия расчетов, где варьировалась величина участка размыва ( $l_p$ ) в интервале от 0 до  $0,4R$  с шагом  $0,1R$ . Результаты расчета представлены на рис. 9.

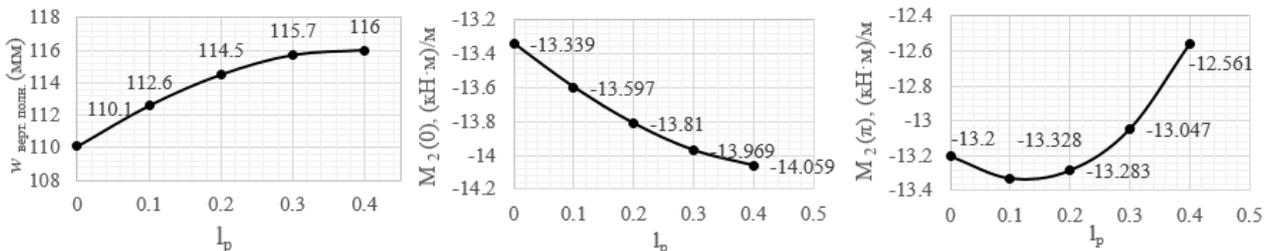


Рисунок 9 – Зависимость перемещений и изгибающих моментов от величины участка размыва

Увеличение вертикального прогиба носит затухающий характер. Изгибающий момент  $M_2$  в замке трубы монотонно возрастает, в области лотка трубы возрастает по мере увеличения участка размыва до  $0,15R$  после чего начинает стремительно уменьшаться. По всей видимости, границы участка размыва, являются локальными концентраторами для моментной составляющей и при небольшой зоне размыва (до  $0,15R$ ) они располагаются близко к участку лотка и способствуют увеличению изгибающего момента, а при размыве более чем  $0,15R$ , границы отдаляются от исследуемой зоны лотка достаточно далеко, чтобы перестать оказывать влияние на напряженно-деформированное состояние в данной точке поперечного сечения.

**Третья глава.** В третьей главе предлагаются методы оценки предельных состояний подземных гофрированных оболочек, опирающиеся на аппарат полубезмоментной теории. Для оценки устойчивости гофрированных оболочек обладающих начальной эллиптичностью выводится прикладная расчетная формула. А для оценки по первой и второй группе предельных состояний предлагается алгоритм нелинейного расчета несущей способности.

Оценка устойчивости оболочки производится на основе статического критерия Л. Эйлера с применением полубезмоментной теории В. З. Власова. Определение критического состояния в точке бифуркации равновесных форм сводится к отысканию собственных чисел и соответствующих им векторов линейных дифференциальных уравнений. Собственные числа описывают критические нагрузки, а векторы – форму потери устойчивости.

Действующая нагрузка в момент предельного равновесия системы принимается близкой к равномерному сжатию, и представляется как результат совместного действия активного давления и упругого отпора грунта, что подтверждается исследованиями. Для получения однородного уравнения, описывающего потерю устойчивости оболочки из основного уравнения (1), используется прием фиктивной нагрузки. Условия равновесия составляются для деформированного элемента оболочки. Поэтому произведения докритических внутренних усилий ( $f_1^0, f_2^0, f_3^0$ ) на соответствующие изменения кривизн ( $\chi_1, \chi_2, \chi_3$ ) входят в уравнение равновесия в виде фиктивной нормальной нагрузки  $f_\Phi(\alpha, \beta)$ :

$$f_\Phi(\alpha, \beta) = \chi_1 \cdot f_1^0 + \chi_2 \cdot f_2^0 + \chi_3 \cdot f_3^0, \quad (22)$$

где 
$$\chi_1 = \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2}; \chi_2 = \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta} + \frac{1}{2R} \cdot \left( \frac{\partial u}{R \partial \beta} - \frac{\partial v}{\partial \alpha} \right); \chi_3 = \frac{1}{R^2} \cdot \left( \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} + w \right);$$

$$f_1^0 = -\frac{Q}{2\pi R}; f_2^0 = -\frac{M}{2\pi R^2}; f_3^0 = -q \cdot R.$$

Учитывая характер внешней нагрузки, действующей на подземные гофрированные оболочки, рассмотрим только нормальную составляющую от фиктивной нагрузки. И раскрывая радиальные перемещения  $w$  через (3) получим:

$$f_\Phi(\alpha, \beta) = \chi_3 \cdot f_3^0 = -q \cdot \frac{1}{R} \cdot \left( \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} + w \right) = -q \cdot \frac{1}{R^2} \cdot \left( \frac{\partial^4 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^4} + \frac{\partial^2 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^2} \right), \quad (23)$$

*Описание методики учета влияния начальных прогибов.* В (23) докритическим внешним усилием является радиальная нагрузка  $q$ , которая действует на недеформированную оболочку. То есть оболочка находится в безмоментном исходном состоянии. В реальных же условиях всегда имеет место отклонение формы поперечного сечения от исходной, или проще говоря начальный прогиб  $w_0$  (рис. 10). Это особенно актуально для тонкостенных оболочек достаточно большого диаметра. Начальная эллиптичность поперечного сечения формирует исходное моментное состояние оболочки. Автором предлагается следующая методика учета влияния начальных прогибов при оценке устойчивости оболочек.

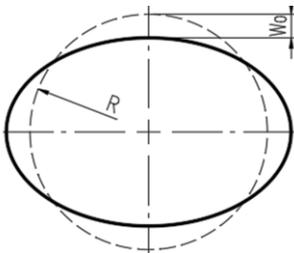


Рисунок 10 – Схема оболочки с начальной эллиптичностью

Предположим, что для достижения состояния с прогибом  $w_0$ , к оболочке требуется приложить некоторое радиальное усилие  $q_0$ . Данная нагрузка, эквивалентная начальному прогибу  $w_0$ , позволит опосредованно учесть начальное несовершенство формы поперечного сечения оболочки. Перепишем выражение (23), дополнив его данным параметром:

$$f_\Phi(\alpha, \beta) = -(q + q_0) \cdot \frac{1}{R^2} \cdot \left( \frac{\partial^4 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^4} + \frac{\partial^2 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^2} \right), \quad (24)$$

Теперь выразим  $q_0$  через величину начального прогиба  $w_0$ . Для этого воспользуемся выражением для радиальных перемещений (13), которое получено автором ранее. Ограничим ряд первым членом  $N = 2$ , полагая что начальная погиб оболочки описывается формой деформирования с двумя полуволнами (рис. 10). А в функции нагрузки оставим только радиальную составляющую. Тогда выражение (13) примет вид:

$$w_0 = 4 \cdot \frac{q_0}{j_2^4} \cdot \frac{R^2}{Eh} \cdot (1 - K_1(j_2\alpha) + \xi_2 \cdot K_2(j_2\alpha) - \xi_4 \cdot K_4(j_2\alpha)), \quad (25)$$

где 
$$j_2 = \sqrt[4]{\frac{3}{(1-\mu^2)} \cdot \frac{\bar{h}^3}{R^2 h}}, \xi_2 = \frac{\text{sh}(\lambda) - \sin(\lambda)}{\text{ch}(\lambda) + \cos(\lambda)}; \xi_4 = 2 \cdot \frac{\text{sh}(\lambda) + \sin(\lambda)}{\text{ch}(\lambda) + \cos(\lambda)}; \lambda = j_2 \frac{L}{R}.$$

Выражая из (25) величину эквивалентного давления  $q_0$  получим:

$$q_0 = w_0 \cdot \frac{3 \cdot E \bar{h}^3}{4 \cdot R^4 (1-\mu^2)} \cdot \frac{1}{(1 - K_1(j_2\alpha) + \xi_2 \cdot K_2(j_2\alpha) - \xi_4 \cdot K_4(j_2\alpha))}, \quad (26)$$

Для удобства дальнейших преобразований, обозначим множители при  $w_0$ , как  $K_{w_0}$ :

$$q_0 = w_0 \square K_{w_0}, \quad (27)$$

Положив в основном уравнении (1)  $f_1(\alpha, \beta)$ ,  $f_2(\alpha, \beta)$  равными нулю, и заменив  $f_3(\alpha, \beta)$  на полученное значение фиктивной нагрузки  $f_\Phi(\alpha, \beta)$  (24) с учетом (27) запишем:

$$\frac{\partial^4 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \alpha^4} + \frac{D}{R^2 Eh} \left( \frac{\partial^8 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^8} + 2 \cdot \frac{\partial^6 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^6} + \frac{\partial^4 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^4} \right) + (q + w_0 \cdot K_{w_0}) \cdot \frac{R}{Eh} \cdot \left( \frac{\partial^6 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^6} + \frac{\partial^4 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^4} \right) = 0, \quad (28)$$

Для решения однородного уравнения (28) как и ранее, используем вариационный метод Канторовича — Власова. Интегрирование производится в рядах. Будем иметь следующее уравнение для  $n$ -го члена разложения функции  $\Phi(\alpha, \beta)$ :

$$\frac{d^4 \Phi_n(\alpha)}{d\alpha^4} + \left( n^4 (n^2 - 1)^2 \frac{D}{R^2 Eh} - n^4 (n^2 - 1) \cdot (q + w_0 \cdot K_{w_0}) \cdot \frac{R}{Eh} \right) \Phi_n(\alpha) = 0. \quad (29)$$

Запишем полученное уравнение в следующем виде:

$$\frac{d^4 \Phi_n(\alpha)}{d\alpha^4} - j_n^4 \cdot \Phi_n(\alpha) = 0, \quad (30)$$

где 
$$j_n^4 = n^4 (n^2 - 1)^2 \frac{D}{R^2 Eh} - n^4 (n^2 - 1) \cdot (q + w_0 \cdot K_{w_0}) \cdot \frac{R}{Eh}, \quad (31)$$

Выражение (31), с учетом принятых ранее граничных условий, после всех преобразований, позволяет определить собственные значения давления  $q_n$ :

$$q_n = \frac{j_{\min}^4}{n^4 (n^2 - 1)} \cdot \frac{Eh}{R} + (n^2 - 1) \frac{D}{R^3} - w_0 \cdot \frac{3 \cdot Eh^3}{4 \cdot R^4 (1 - \mu^2)} \times \frac{1}{(1 - K_1(j_2 \alpha) + \xi_2 \cdot K_2(j_2 \alpha) - \xi_4 \cdot K_4(j_2 \alpha))}, \text{ где } n = 2, 3, \dots \quad (32)$$

Стоит заметить, что при отсутствии начального прогиба  $w_0$ , третье слагаемое в (32), полученное автором, обращается в нуль, а выражение приобретает вид известной формулы Р. Саусвелла для устойчивости цилиндрической оболочки. Критическое давление  $q_{кр}$  определяется минимизацией выражения (32) по  $n$ . На рис. 11 представлен пример диаграммы зависимости критической нагрузки от собственных чисел  $n$  и ближайшая форма потери устойчивости.

Выполним численное исследование устойчивости подземной гофрированной оболочки с начальной эллиптичностью по формуле (32). Рассмотрим оболочки диаметрами 0,8; 1,0; 1,2; 1,5; 1,8; 2,0; 2,2; 2,5 м; длиной 14 м; с толщиной стенки 2 мм и погонным моментом инерции  $1,91E-007 \text{ м}^4/\text{м}$ . Начальный прогиб зададим в процентах от величины диаметра оболочки. Рассмотрим три ситуации с начальным прогибом равным 1%, 3% и 5%. Результаты расчетов на рис. 12.

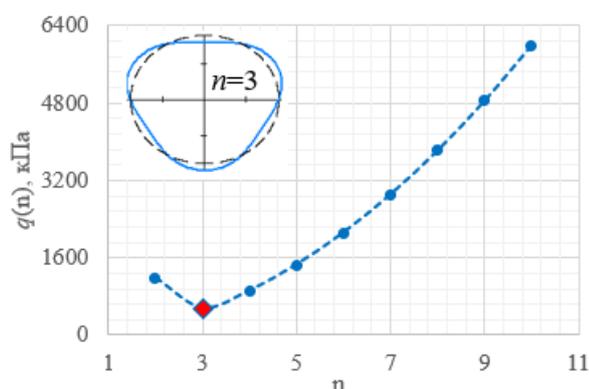


Рисунок 11 – Определение

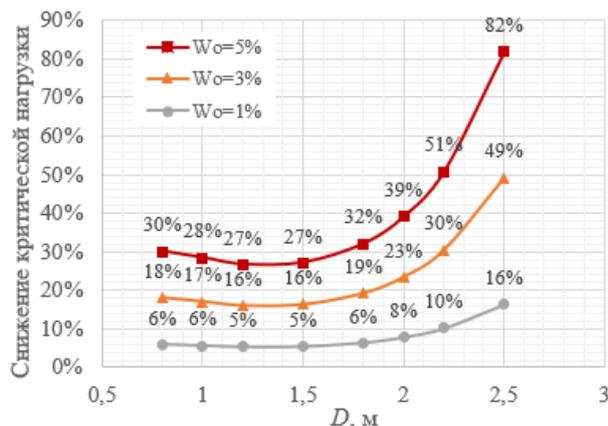


Рисунок 12 – Снижение устойчивости гофри-

Нелинейный алгоритм расчета несущей способности реализован на основе аналитической методики расчета (2 глава) и рекомендаций нормативных документов. Он позволяет оценить предельную нагрузку, которую способна воспринять конструкция подземной гофрированной оболочки до наступления первого или второго предельного состояния, а также возникающие при этом перемещения и внутренние усилия в расчетном сечении оболочки. В качестве переменной принимается величина нагрузки  $q$ .

Критерии наступления предельного состояния. Для первого предельного состояния в п. 6.2.6 ОДМ 218.2.001-2009 дается ограничение на возникновение пластических деформаций в материале оболочки. Для второго предельного состояния в п. 6.1.4 ОДМ 218.2.001-2009 дано ограничение по перемещениям: изменения вертикального и горизонтального диаметров не должны превышать 5% при диаметре оболочки до 3 м, и 3% – при диаметре более 3 м.

Предварительным условием остановки является наступление первого предельного состояния. Полученные в результате расчета перемещения проверяются по второму предельному состоянию и в случае превышения предельных значений производится пересчет предельной нагрузки. В алгоритме реализована однопараметрическая оптимизация поиска. В ходе каждой итерации при изменении нагрузки  $q$  производится пересчет границ отпорной и безотпорной зон.

Для реализации алгоритма дополним модель расчетом внутренних напряжений. Запишем выражения для продольных  $\sigma_1(\beta)$  и окружных  $\sigma_2(\beta)$  напряжений для изотропной оболочки:

$$\sigma_1(\beta) = \frac{N_1(\beta)}{h} + \frac{12 \cdot M_1(\beta)}{h^3} z; \quad \sigma_2(\beta) = \frac{N_2(\beta)}{h} + \frac{12 \cdot M_2(\beta)}{h^3} z,$$

где  $z$  – координата расчетной точки по толщине оболочки.

Адаптируем данные выражения с учетом принятых ранее гипотез к расчету подземных гофрированных оболочек: оболочка является ортотропной, изгибающий момент учитывается только в поперечном направлении. И принимая во внимание, что максимальные усилия имеют место на гранях оболочки  $z = \pm h/2$ , получим:

$$\sigma_1(\beta) = \frac{N_1(\beta)}{h}; \quad \sigma_2(\beta) = \frac{N_2(\beta)}{h} + \frac{6 \cdot M_2(\beta)}{h^2}. \quad (33)$$

Для расчета эквивалентных напряжений  $\sigma_q(\beta)$  воспользуемся 4-й гипотезой прочности Губера-Мизеса-Генки, радиальными напряжениями  $\sigma_3(\beta)$  в силу малости пренебрегаем:

$$\sigma_q(\beta) = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ (\sigma_1(\beta) - \sigma_2(\beta))^2 + (\sigma_2(\beta) - \sigma_3(\beta))^2 + (\sigma_3(\beta) - \sigma_1(\beta))^2 \right]}. \quad (34)$$

Блок-схема алгоритма представлена на рис. 14. Выполним численные исследования несущей способности подземной гофрированной оболочки. Исходные данные приняты по табл. 1. Расчет произведен для различных диаметров (0,5; 0,8; 1,0; 1,2; 1,5; 1,8; 2,0; 2,5; 3,0 м) в соответствии с прил. В ОДМ 218.2.001-2009, а также по предложенному алгоритму. Результаты приведены на рис. 13.

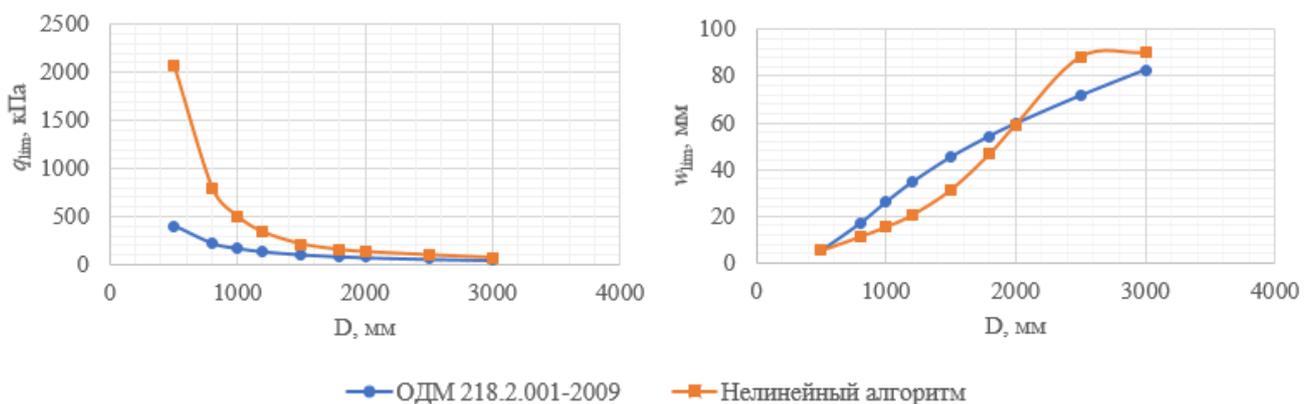


Рисунок 13 – График зависимости предельной нагрузки  $q_{lim}$  (слева) и предельного уменьшения вертикального диаметра  $w_{lim}$  (справа) от диаметра оболочки

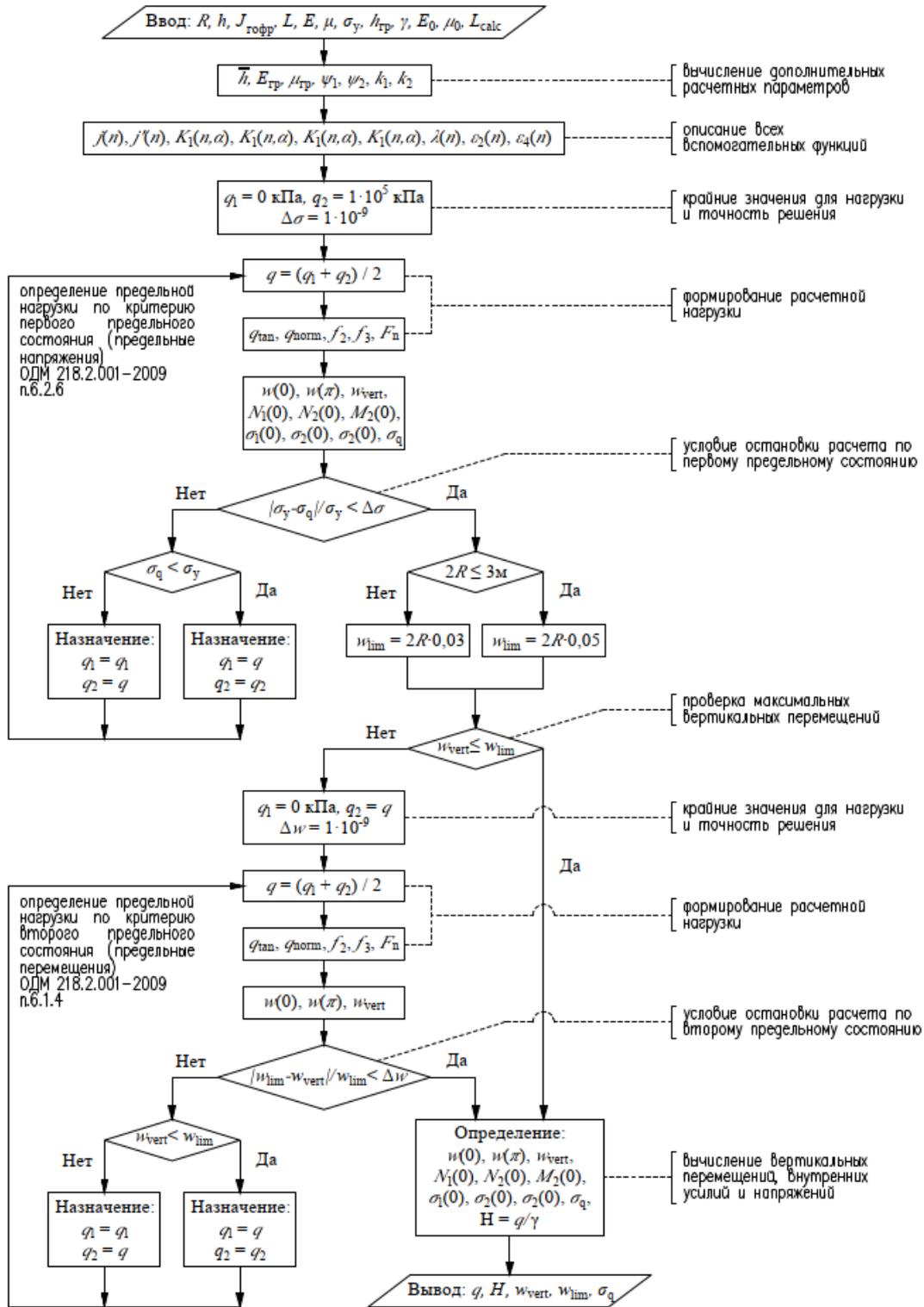


Рисунок 14 – Блок-схема алгоритма расчета несущей способности

**Четвертая глава.** С использованием положений теории вероятности и теории надежности строительных конструкций, описывается методика оценки надежности для эксплуатируемых и проектируемых конструкций из тонких гофрированных оболочек, уложенных в грунт. Методика адаптирована к металлическим гофрированным водопропускным трубам (МГТ), учитывает разброс геометрических характеристик оболочки и деформационных характеристик грунта.

Для анализа надежности МГТ, необходимо определить вероятность её отказа, заключающуюся в появлении в ней предельного состояния первого рода. Расчет вероятности отказа осуществляется из условия прочности с использованием метода статистических испытаний в соответствии с положениями теории надежности и теории риска. Выполняется многократный расчет несущей способности, где для каждого повторения случайным образом генерируются значения всех исходных параметров. Далее определяются характеристики распределения параметров прочности и нагрузки и производится расчет численных показателей надежности сооружения.

В качестве параметра прочности принимается предельная внешняя нагрузка  $q_{lim}$ , определяемая по формуле В.1.2 ОДМ 218.2.001-2009 из условия предельного статического равновесия системы «грунт – оболочка» и в развернутом виде выглядит следующим образом:

$$q_{lim} = \left( 1 + \frac{12,1 \cdot 10^{-4} \cdot D \cdot \sqrt{E_{гр}}}{\sqrt{W}} \right) \cdot \left( 0,032 \cdot 10^6 \cdot \frac{W}{D^2} \right) \cdot 100, \quad (35)$$

где  $D$  – диаметр МГТ по средней линии гофров, см;  $W$  – момент сопротивления продольного сечения на единицу длины, см<sup>3</sup>/см,  $E_{гр}$  – модуль деформации грунта, кгс/см<sup>2</sup>.

Момент сопротивления является обобщенным геометрическим параметром сечения МГТ, который учитывает в себе такие характеристики, как толщину гофрированной оболочки, длину, высоту и форму гофры. Флуктуации данных геометрических характеристик учитываются непосредственно коэффициентом вариации момента сопротивления. Для грунта же важное значение имеют модуль деформации, угол внутреннего трения, удельное сцепление. Однако учет последних двух параметров не оказывает существенного влияния на результаты расчета МГТ.

Все параметры в (35) принимаются случайными величинами с распределением, отвечающим закону Гаусса. Для генерации вектора исходных значений определяются параметры случайной величины: коэффициент вариации –  $v$ , среднеквадратическое отклонение –  $\sigma$  и математическое ожидание –  $m$ . Математическое ожидание равняется номинальным значениям исходных параметров, которые являются центрами рассеивания. Коэффициенты вариации показывают степень изменчивости случайных значений. В общем смысле определяются из анализа статистических данных. Для практических целей их можно определить по имеющимся данным об изменчивости. Стандарты случайных величин определяются следующим образом:

$$\sigma_D = m_D \cdot v_D, \quad \sigma_W = m_W \cdot v_W, \quad \sigma_{E_{гр}} = m_{E_{гр}} \cdot v_{E_{гр}}. \quad (36)$$

На основании полученных выборок исходных параметров размером  $N$ , выполняется многократный расчет предельного давления по формуле (35) и формируется вектор предельных значений внешней нагрузки  $\overline{q_{lim}}$ . Из анализа которого определяются числовые характеристики параметра прочности МГТ: математическое ожидание  $m_{q_{lim}}$ , дисперсия  $D_{q_{lim}}$ , стандарт  $\sigma_{q_{lim}}$ .

$$m_{q_{lim}} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N q_{lim i}, \quad D_{q_{lim}} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (m_{q_{lim}} - q_{lim i})^2, \quad \sigma_{q_{lim}} = \sqrt{D_{q_{lim}}}. \quad (37)$$

где  $q_{lim i}$  – частные значения предельной нагрузки, для отдельных  $i$ -х вычислений многократного расчета несущей способности; а размер выборки ( $N$ ) определяется по критерию стабилизации основных параметров случайных величин генерируемого вектора.

Далее определяются числовые характеристики параметра нагрузки. Нагрузочный эффект выражается через суммарную расчетную внешнюю нагрузку  $q$ . Коэффициенты вариации для нагрузки  $v_{qi}$  вычисляются через нормативные коэффициенты надёжности  $\gamma_{fi}$ . Математические ожидания  $m_{qi}$  для действующих постоянных и временных нагрузок определяются из их расчетных значений по отдельности, после чего для них определяются среднеквадратические отклонения  $\sigma_{qi}$ , и далее суммарное математическое ожидание  $m_q$  и стандарт  $\sigma_q$ .

$$v_{qi} = \frac{\gamma_{fi} - 1}{1,64}, \quad m_{qi} = \frac{q_i}{1 + 1,64 \cdot v_{qi}}, \quad \sigma_{qi} = m_{qi} \cdot v_{qi}, \quad m_q = \sum m_{qi}, \quad \sigma_q = \sqrt{\sum \sigma_{qi}^2}. \quad (38)$$

где  $q_i$  – компонент  $i$ -й расчетной постоянной или временной нагрузки.

Количественную оценку надёжности удобно производить по характеристике безопасности ( $\beta$ ) и логарифмическому показателю надёжности ( $\rho$ ). Допустимая нижняя граница  $\beta = 3$  ( $\rho = 2,9$  бел), что соответствует известному правилу трех стандартов для допустимых отклонений случайной величины. Вероятность разрушения при этом составит  $Q = 0,00135$ . Рекомендуемая верхняя граница  $\beta = 5$  ( $\rho = 6,5$  бел), поскольку значения превышающие данную величину соответствуют крайне малой вероятности разрушения  $Q = 0,0000003$ .

Характеристика безопасности  $\beta$  вычисляется из предположения, что прочность и нагрузка не коррелированы, и представляет собой число стандартов запаса прочности, укладываемых в запас прочности:

$$\beta = \frac{m_{q_{lim}} - m_q}{\sqrt{\sigma_{q_{lim}}^2 + \sigma_q^2}}. \quad (39)$$

Вероятность отказа  $Q$  вычисляется с помощью функции Лапласа из предположения, что полный запас прочности подчиняется нормальному закону распределения:

$$Q = \frac{1}{2} - \Phi_L(\beta), \quad \Phi_L(\beta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\beta \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx. \quad (40)$$

Логарифмический показатель надёжности  $\rho$ :

$$\rho = \lg(Q). \quad (41)$$

Выполним апробацию методики вероятностной оценки надёжности на примере реального объекта. Гофрированная водопропускная труба диаметром 1,8 м, толщиной 2,5 мм, уложена под насыпью высотой 1,5 м на 54 км трассы 20 ОП РЗ К В11-0 «Богучар – Кантемировка». Генерация вектора значений исходных параметров и многократный расчет несущей способности реализован в ПК MathCad. Число статистических испытаний  $N=1000$ . Гистограмма распределения для  $q_{lim}$  на рис. 15. Значения эксцесса составило: 0,031, коэффициента асимметрии: -0,154 (соответствуют нормальному распределению). Количественные показатели надёжности в табл. 3. Характеристика безопасности  $\beta$  составила 4,5. Что говорит о надёжности сооружения и крайне малой вероятности возникновения отказа в процессе эксплуатации.

Таблица 3 – Количественные показатели надёжности МГТ

$m_q$	$m_{q_{lim}}$	$\sigma_q$	$\sigma_{q_{lim}}$	$\beta$	$Q$	$H_q$	$\rho$	$k$
кПа	кПа	кПа	кПа	–	–	–	бел	–
89,827	127,919	3,606	10,091	<b>4,536</b>	2,9E-006	10E-001	<b>5,543</b>	1,613

В рамках апробации методики также выполнено исследование изменчивости модуля деформации грунта ( $\nu_{E_{гр}}$ ) на надёжность водопропускного сооружения. Коэффициент вариации  $\nu_{E_{гр}}$  принимался в диапазоне от 0,05 до 0,30 с шагом 0,05. Результаты расчета количественных показателей надёжности представлены на рис. 16.

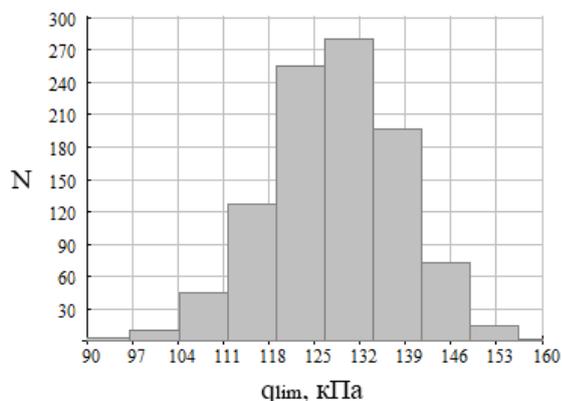


Рисунок 15 – Гистограмма распределения  $q_{lim}$

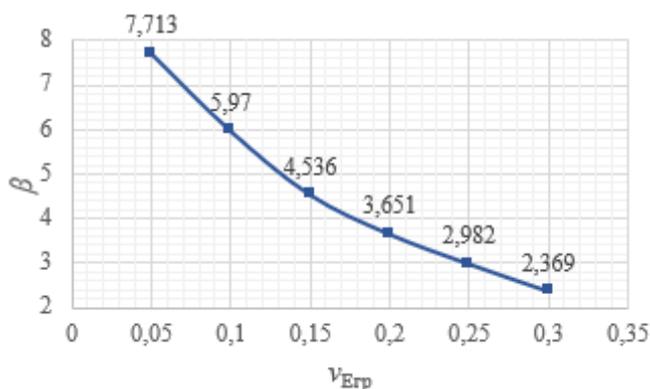


Рисунок 16 – Зависимость характеристики безопасности ( $\beta$ ) от ( $\nu_{E_{гр}}$ )

**Пятая глава.** Рассмотрены способы моделирования цилиндрической гофрированной оболочки, уложенной в грунт, на примере гофрированной водопропускной трубы (МГТ). Предложена методика моделирования безотпорной зоны МГТ в комплексе МКЭ; выполнена верификация метода расчета на базе полубезмоментной теории оболочек, описанного ранее в главах 2 и 3, а также исследовано образование пластических зон грунта засыпки.

Численный расчет выполнен в ПК Midas GTS NX. Рассмотрены две схемы: с полным моделированием грунтового массива и предлагаемая автором схема, где насыпь выше отпорной зоны представлена в виде эквивалентной нагрузки (рис. 17).

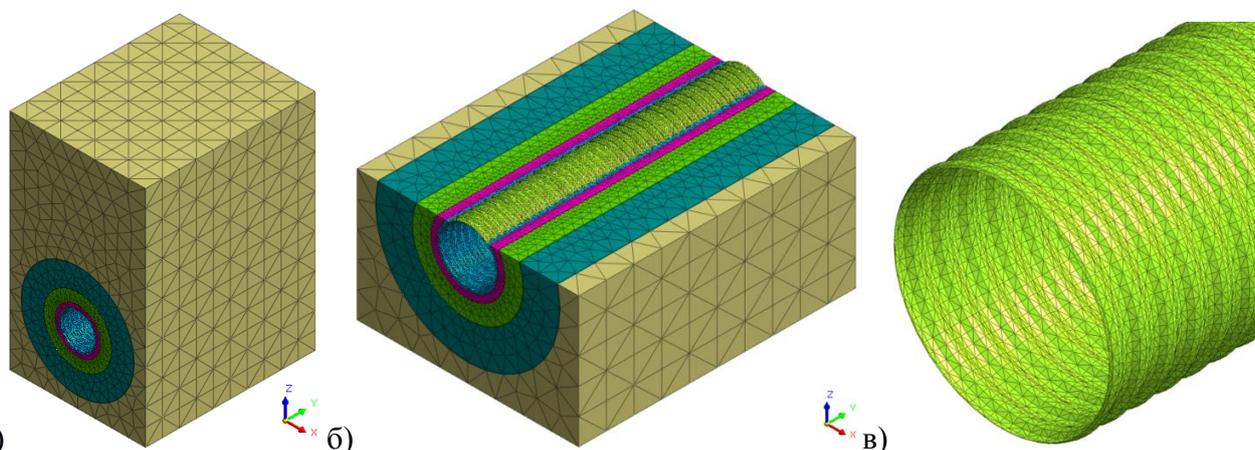


Рисунок 17 – а) схема с полной насыпью, б) схема с эквивалентной нагрузкой, в) фрагмент МГТ

Предложенная схема позволяет решить проблему моделирования безотпорного участка. Для этого также можно использовать односторонние связи в месте контакта оболочки и грунта. Однако не все КЭ комплексы обладают такими инструментами, также задача усложняется сложной формой гофрированной оболочки и высокой дискретизацией модели. Расчет выполнен для двух описанных моделей и по предложенной автором в главах 2 и 3 методике расчета подземных оболочек на базе полубезмоментной теории оболочек. Результаты на рис. 18.

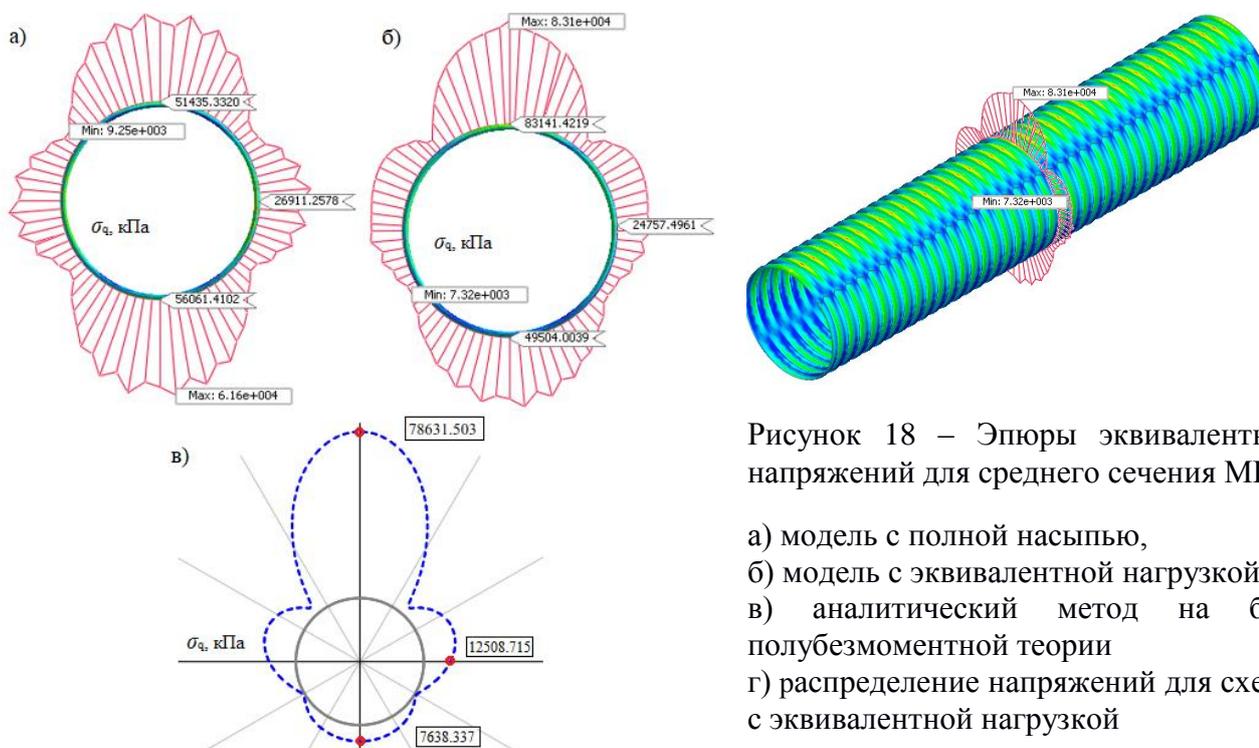


Рисунок 18 – Эпюры эквивалентных напряжений для среднего сечения МГТ:

- а) модель с полной насыпью,
- б) модель с эквивалентной нагрузкой,
- в) аналитический метод на базе полубезмоментной теории
- г) распределение напряжений для схемы с эквивалентной нагрузкой

Из анализа результатов видно, что для всех расчетных случаев (МКЭ и аналитический расчет) получены близкие значения для вертикальных перемещений (полное уменьшение вертикального диаметра МГТ) в диапазоне 6,1 – 6,8 мм.

Сравнивая две КЭ модели можно отметить, что для модели с эквивалентной нагрузкой напряжения в замке в 1,7 раз превышают напряжения в лотке трубы, 83141,422 кПа и 49504,004 кПа соответственно. Что объясняется наличием безотпорной зоны и качественно согласуется с экспериментальными данными.

Сопоставляя результаты аналитического расчета (полубезмоментная теория оболочек) с результатами конечно-элементного расчета можно отметить, что напряжения в замке трубы близки к значениям, которые получены для модели с фиктивной нагрузкой (78631,503 кПа – аналитический метод, 83141,422 кПа – КЭ расчет).

Также рассмотрено образование пластических зон в теле грунтовой засыпки. Произведен расчет схемы с полной насыпью в линейной и нелинейной постановках. Оценка предельного состояния производилась из условия прочности грунта в точке (элементарном объеме грунтового массива) по Мору – Кулону. Разница в расчетах напряженно-деформированного состояния МГТ по линейной и нелинейной теориям составила 3-6%. При этом размер пластических зон в ходе нелинейного расчета увеличился в 2,5-3 раза (рис. 19). Характер распределения пластических деформаций соответствует положению максимальных эквивалентных напряжений в грунтовой засыпке вблизи МГТ.

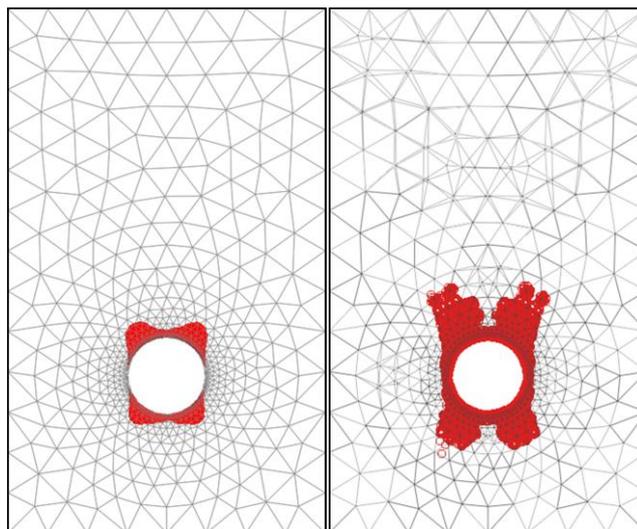


Рисунок 19 – Пластические зоны грунтовой засыпки (линейный и нелинейный расчет)

### Основные результаты и выводы

1. Разработан аналитический метод пространственного расчета НДС гибких гофрированных оболочек, уложенных в грунт, с использованием полубезмоментной теории оболочек. Для описания воздействия грунтового основания последовательно рассмотрены несколько различных моделей. Автором получены разрешающие уравнения для перемещений, основных внутренних усилий и напряжений в рядах. По результатам исследования влияния толщины упругого слоя на НДС оболочки рекомендовано использовать модель двухпараметрического упругого основания Леонтьева — Власова, которая свободна от ограничений по толщине упругого слоя благодаря использованию гиперболической функции осадок.

Предложена и апробирована методика оценки НДС подземных гофрированных оболочек с учетом размытия грунта основания. При увеличении зоны размытия (от 0 до  $0,4R$ ) увеличение вертикального прогиба носит затухающий характер и не превышает 5%; рост внутренних усилий наблюдается как в лотке, так и в замке оболочки.

2. Для оценки устойчивости подземных цилиндрических гофрированных оболочек с начальным прогибом автором получена прикладная расчетная формула. Поскольку учет начальных несовершенств не отражен в нормативном расчете устойчивости ОДМ 218.2.001-2009, она будет полезна для практических расчетов устойчивости водопропускных сооружений. Формула получена на основе полубезмоментной теории оболочек из вполне понятных физических предпосылок, учитывает ортотропный характер гофрированной оболочки, а также место расположения сечения рассматриваемого участка оболочки в продольном направлении (пространственная расчетная схема) и включает величину начального прогиба  $w_0$ .

Произведен анализ влияния начального прогиба на устойчивость гофрированной

оболочки. Рассмотрены оболочки различного диаметра, а начальная эллиптичность поперечного сечения принималась в интервале от 1% до 5% от диаметра. Из полученных результатов можно сделать следующие выводы: начальная эллиптичность в 1% оказывает незначительное влияние на устойчивость, тогда как прогиб в 5% снижает устойчивость практически на треть; снижение критической нагрузки для оболочек с начальной эллиптичностью составило от 6% до 30%, что хорошо согласуется с экспериментальными данными, где снижение критической нагрузки в следствие влияния начальной погиби находится в диапазоне 20 – 40%; для оболочек диаметром более 2 м наблюдается резкое снижение величины критического давления, что подтверждает тезис о высокой чувствительности тонких оболочек большого диаметра к начальным несовершенствам формы поперечного сечения. Из чего можно сделать вывод, что предложенная автором в данной работе формула оценки устойчивости для оболочек с начальной погибью может быть применима для оценки устойчивости подземных гофрированных оболочек с начальным прогибом.

3. Для оценки несущей способности цилиндрической гофрированной оболочки, уложенной в грунт по критериям прочности и жесткости автором предложен нелинейный алгоритм. Условия наступления предельного состояния установлены в соответствии с действующими рекомендациями для гофрированных водопропускных сооружений – ОДМ 218.2.001-2009.

4. Предложена методика вероятностной оценки надежности для конструкций из тонких гофрированных оболочек, уложенных в грунт. Методика адаптирована к металлическим гофрированным водопропускным трубам (МГТ), учитывает разброс геометрических характеристик оболочки и деформационных характеристик грунта и реализована на основе метода статистических испытаний.

Апробация методики была произведена на примере двух эксплуатируемых МГТ диаметром 1,8 м под насыпями 1,5 м и 4,3 м соответственно. Оба сооружения удовлетворяют нормативным расчетам на прочность и жесткость. Однако, для конструкции МГТ, уложенной под насыпью 4,3 м получены неудовлетворительно низкие значения показателей надежности, т.е. конструкция находится в области небезопасного и ненадежного режима эксплуатации. Из чего можно сделать вывод, что только лишь детерминированной оценки может быть недостаточно при расчете МГТ на прочность и необходимо дополнительно производить расчет надежности и оценку области безопасных состояний конструкции.

Проведено исследование зависимости надежности МГТ от разброса модуля деформации грунта. Для коэффициента вариации модуля деформации грунта равному 0,05 получена характеристика безопасности  $\beta = 7,713$ , что говорит о высокой надежности сооружения, а для коэффициента вариации 0,3 характеристика безопасности составила  $\beta = 2,369$  (ниже рекомендованного значения  $\beta = 3$ ). Такой разброс свидетельствует о достаточно сильном влиянии параметра изменчивости модуля деформации грунта  $\nu_{Егр}$  на надежность МГТ.

5. Выполнено моделирование МГТ в конечно-элементном комплексе Midas GTS NX и произведено сравнение двух вариантов пространственных расчетных схем: с полным моделированием насыпи объемными конечными элементами и, предложенная автором схема, с моделированием насыпи выше отпорной зоны МГТ в виде эквивалентной поверхностной нагрузки, для учета безотпорного участка в замковой зоне оболочки МГТ.

Также выполнено сопоставление результатов конечно-элементного расчета и аналитического расчета по предложенной автором методике на базе полубезмоментной теории оболочек. Для полного уменьшения вертикального диаметра МГТ получены близкие значения для всех расчетных схем: 6,1 – 6,8 мм. Напряжения в замковой части сечения МГТ, полученные аналитическим методом, соответствуют данным КЭ расчета по схеме с эквивалентной нагрузкой (78631,503 кПа и 83141,422 кПа (разница  $\approx 5\%$ )).

## Список публикаций по теме диссертации

### *Публикации в рецензируемых изданиях, рекомендованных ВАК РФ*

1. **Черников, А. В.** Определение напряженно-деформированного состояния гофрированных водопропускных труб с эксплуатационными дефектами на основе полубезмоментной теории оболочек / А. В. Черников, В. А. Козлов // Строительная механика и конструкции. – 2021. – № 2(29). – С. 12-28.
2. **Черников, А. В.** Вероятностная оценка надежности вакуумного трубопровода / А. В. Черников, В. С. Сафронов // Строительная механика и конструкции. – 2021. – № 2(29). – С. 38-47.
3. **Черников, А. В.** Краткий исторический обзор использования гофрированных водопропускных труб и их применение на современном этапе / А. В. Черников, В. А. Козлов // Строительная механика и конструкции. – 2021. – № 3(30). – С. 61-73. – DOI 10.36622/VSTU.2021.30.3.005.
4. **Черников, А. В.** Учет одностороннего упругого основания при расчете гофрированных водопропускных труб по полубезмоментной теории оболочек / А. В. Черников, В. А. Козлов // Строительная механика и конструкции. – 2022. – № 2(33). – С. 87-97. – DOI 10.36622/VSTU.2022.33.2.008.
5. **Черников, А. В.** Анализ и применение односторонних двухпараметрических моделей упругого основания к расчету гофрированных водопропускных труб / А. В. Черников, В. А. Козлов, О. В. Рябова // Научный журнал строительства и архитектуры. – 2022. – № 4(68). – С. 105-120. – DOI 10.36622/VSTU.2022.68.4.010.
6. **Черников, А. В.** Нелинейный алгоритм оценки несущей способности гофрированных водопропускных труб на основе теории оболочек / А. В. Черников, В. А. Козлов // Строительная механика и конструкции. – 2023. – № 1(36). – С. 75-83. – DOI 10.36622/VSTU.2023.36.1.008.
7. **Черников, А. В.** Зарубежный опыт проектирования и строительства гофрированных водопропускных труб / А. В. Черников, В. А. Козлов // Строительная механика и конструкции. – 2023. – № 1(36). – С. 84-92. – DOI 10.36622/VSTU.2023.36.1.009.
8. **Черников, А. В.** Вероятностная оценка надежности металлической гофрированной водопропускной трубы / А. В. Черников, В. С. Сафронов, В. А. Козлов // Строительная механика и конструкции. – 2023. – № 2(37). – С. 61-76. – DOI 10.36622/VSTU.2023.37.2.007.
9. **Черников, А. В.** Оценка устойчивости цилиндрических гофрированных водопропускных труб с начальным прогибом / А. В. Черников, В. А. Козлов // Строительная механика и конструкции. – 2023. – № 3(38). – С. 7-19. – DOI 10.36622/VSTU.2023.38.3.001.
10. **Черников, А. В.** Численный расчет гофрированных водопропускных труб с использованием МКЭ / А. В. Черников, В. А. Козлов // Строительная механика и конструкции. – 2024. – № 1(40). – С. 68-79. – DOI 10.36622/2219-1038.2024.40.1.006.

### *Публикации в иных изданиях*

11. **Черников, А. В.** Напряженно-деформированное состояние гофрированных водопропускных труб на одностороннем упругом основании на основе полубезмоментной теории оболочек / А. В. Черников, В. А. Козлов // Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики: Сб. тр. Международной научной конференции, Воронеж, 13–15 декабря 2021 года. – Воронеж: Изд-во "Научно-технические публикации", 2022. – С. 1345-1352.
12. **Черников, А. В.** Развитие методов моделирования и расчета металлических водопропускных сооружений из гофрированной стали / А. В. Черников, В. А. Козлов // Актуальные проблемы компьютерного моделирования конструкций и сооружений: Тезисы докладов VIII-го международного симпозиума, Тамбов, 17–21 мая 2023 года. – Тамбов: ИП Чеснокова А.В., 2023. – С. 185-186.

ЧЕРНИКОВ АНДРЕЙ ВЛАДИМИРОВИЧ

**РАЗВИТИЕ АНАЛИТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ РАСЧЕТА  
ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ГОФРИРОВАННЫХ ОБОЛОЧЕК  
В УПРУГОЙ СРЕДЕ С ОДНОСТОРОННИМИ СВЯЗЯМИ**

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Подписано в печать «03» мая 2024 г. Формат 60x84 1/16.  
Бумага писчая. Усл. печ. л. 1,0. Тираж 100 экз. Заказ № 120.

---

Отпечатано: отдел оперативной полиграфии  
Воронежского государственного технического университета  
394006 г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84