

На правах рукописи

Китаев Александр Евгеньевич

**Аналитическое представление характеристик
твердотельных приборов и схем на их основе**

Специальность 2.2.2 - Электронная компонентная база микро- и
наноэлектроники, квантовых устройств

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Нижний Новгород - 2024

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского».

Научный руководитель: **Оболенский Сергей Владимирович**, профессор, доктор технических наук, профессор кафедры квантовой радиофизики и электроники радиофизического факультета ННГУ им. Н.И. Лобачевского

Официальные оппоненты: **Васильевский Иван Сергеевич**, доктор физико-математических наук, доцент, федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», профессор кафедры физики конденсированных сред, ведущий научный сотрудник Центра радиофотоники и свч-технологий Института нанотехнологий в электронике, спинтронике и фотонике;

Крылов Владимир Павлович, доктор технических наук, доцент, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых», профессор кафедры «Электроника, приборостроение и биотехнические системы» Института информационных технологий и электроники, руководитель научно-образовательного центра "CALS в электронике";

Ведущая организация: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования **Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина).**

Защита состоится 16 октября 2024 г. в 14-00 ч. на заседании диссертационного совета 24.2.340.01 при Нижегородском государственном университете им. Н.И. Лобачевского по адресу: 603022, г. Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23, корп. 3, ауд. 227 (Конференц-зал).

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке и на сайте Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского (адрес на сайте ННГУ: diss.unn.ru/1438).

Автореферат разослан « ____ » _____ 2024 г.

Ученый секретарь диссертационного совета 24.2.340.01

кандидат физико-математических наук

Марычев Михаил Олегович

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность и степень разработанности темы исследования:

Сейчас, в первой половине двадцатых годов XXI века, так же, как и в предшествующие десятилетия, большая часть используемых в промышленности активных радиотехнических элементов - это твердотельные приборы, главным образом полупроводниковые. Для успешной разработки электронных схем, использующих любые элементы (не только активные), необходимо иметь информацию об их свойствах, в частности – о функциональных зависимостях одних параметров от других. Помимо часто используемого графического способа представления такой информации, удобным и достаточно универсальным является формульный способ - в виде математического выражения. Известны относительно простые теоретические модели, позволяющие записать аналитические выражения для характеристик некоторых твердотельных приборов. Примеры таких выражений: формула Шокли для полупроводникового диода и формулы Эберса-Молла, описывающие характеристики биполярного транзистора. Недостатком этих моделей является то, что в расчет не принимается внутреннее сопротивление электронных приборов. Существуют и более сложные модели, например, модель Гуммеля-Пуна для биполярного транзистора, учитывающая дополнительные параметры (в число которых входят внутренние сопротивления). Модель Гуммеля-Пуна (как и один из вариантов модели Эберса-Молла – передаточная модель) обычно используется для численных расчетов, в том числе в программах компьютерного моделирования. Однако представляет интерес не только проведение точных численных расчетов, но и аналитическое решение уравнений, следующих из модели, для описания поведения хотя бы наиболее простых схем, в состав которых входят изучаемые элементы. Эти схемы при дальнейшем развитии теории могут рассматриваться как «подсистемы» в более сложных устройствах. Для аналитического решения

уравнений необходимо наличие подходящих функций, изученных и протабулированных. К сожалению, математика не всегда может их предоставить.

Конечно, учесть все значимые параметры при таком решении задачи трудно. Но возможность описать физический процесс или работу устройства посредством аналитических формул является важным достоинством теории, даже если при этом берутся в расчет лишь наиболее существенные черты физического явления. Такое описание позволяет более удобно и наглядно исследовать зависимость явления от параметров и подобрать подходящие режимы работы.

Кроме полупроводникового диода и биполярного транзистора (которые известны уже несколько десятков лет) разрабатываются и новые твердотельные приборы. В 2008 году был получен и исследован первый экспериментальный образец мемристора – нового дискретного радиотехнического элемента (он был теоретически предсказан раньше - в семидесятых годах XX века).

Многообещающие применения мемристивных устройств и их интеграция с комплементарными структурами «металл-окисел-полупроводник» (КМОП) делают весьма актуальным изучение электрических цепей, в состав которых мемристоры входят наряду с обычными дискретными элементами. При математическом моделировании работы этих приборов, обладающих свойством гистерезиса, приходится использовать численные расчеты. Но подходы, примененные для описания диодных и транзисторных схем, также оказываются полезными и при описании схем с мемристорами (применение пороговых функций, а также функции Ламберта).

Цели и задачи диссертационной работы:

Целью работы является изучение характеристик твердотельных приборов и применение полученных выражений к моделированию радиотехнических схем, в состав которых входят эти приборы.

Для достижения цели диссертации поставлены следующие задачи:

- 1) Вывести аналитическое выражение для тока через полупроводниковый диод, учитывающее наличие его внутреннего сопротивления и разработать алгоритм для оценки параметров, входящих в данное выражение.
- 2) Используя тот факт, что биполярный транзистор является комбинацией двух $p-n$ переходов, получить аналитические выражения для его характеристик (учитывающие наличие внутренних сопротивлений этих переходов).
- 3) Получить выражения для токов в основных разновидностях усилительных схем, использующих биполярные транзисторы. Сравнить результаты расчета по этим выражениям с экспериментом, а также с результатами моделирования в компьютерной системе «OrCAD».
- 4) Провести расчет нелинейных генераторных устройств, в состав которых входят данные усилительные схемы.
- 5) Исследовать и математически описать последовательное соединение нового радиотехнического элемента мемристора с традиционными дискретными элементами - резистором, полупроводниковым диодом, конденсатором и катушкой индуктивности.

Объектом исследования являются твердотельные приборы: полупроводниковые диоды, биполярные транзисторы и мемристоры, а также схемы, использующие биполярные транзисторы и мемристоры.

Предметом исследования являются зависимости токов в этих полупроводниковых приборах от напряжений (характеристики диодов и транзисторов, а также мемристоров и участков цепей, в которых мемристоры соединены последовательно с каким-то из традиционных дискретных элементов).

Метод исследования. Для решения поставленных задач использовалась математическая теория одной из специальных функций (функции Ламберта), пакет символьной математики (Wolfram Mathematica), а также система компьютерного моделирования OrCAD Lite.

Научная новизна работы.

1. Представлены аналитические формулы для коллекторного тока усилителя на основе включения транзистора с общим эмиттером (описывающие и режим отсечки, и усилительный режим, и режим насыщения). В этих формулах используется специальная функция Ламберта. Также представлены формулы для характеристик биполярного транзистора (при учете внутреннего сопротивления $p-n$ переходов), использующие эту же функцию. Это дает возможность составить математическую модель (с использованием аналитических формул) и для самого усилителя, и для устройств, куда усилитель входит в качестве подсистемы с целью более глубокого понимания работы схем и оптимизации их параметров.

2. Предложена процедура оценки параметров диода, опирающаяся на метод наименьших квадратов. Обычно этот метод применяется при подборе параметров линейных функций. Здесь же подобный метод использован для случая логарифмической зависимости. Упоминания в литературе о таком варианте метода наименьших квадратов автору неизвестны. Применение этой методики дает возможность оценки внутренних параметров диода на основе наборов экспериментальных данных.

3. Составлены и исследованы дифференциальные уравнения для транзисторного симметричного триггера и для мультивибратора. В известной автору научной литературе подобных уравнений нет. Такой способ описания устройств дает возможность привлечь к исследованиям хорошо разработанный математический аппарат теории дифференциальных уравнений.

4. Также с использованием полученной автором характеристики для усилителя на основе включения транзистора с общим эмиттером (при наличии эмиттерной стабилизации) составлено дифференциальное уравнение для транзисторного аналога генератора Ван-дер-Поля (являющееся нелинейным уравнением второго порядка). Получены численные решения, соответствующие гармоническому режиму, режиму с сильными нелинейными искажениями и квазихаотическому режиму.

Исследованы другие усилительные устройства, в состав которых в качестве подсистемы входит усилитель на основе включения транзистора с общим эмиттером (в том числе двухтактные усилители). Новизна одного из рассмотренных устройств подтверждена патентом на полезную модель (N 192244).

5. Составлены системы дифференциальных и конечных уравнений, описывающие последовательное соединение нового радиотехнического элемента мемристора (который считается прибором, управляемым напряжением) с другими дискретными элементами - резистором, полупроводниковым диодом, конденсатором и катушкой индуктивности. Получены численные решения этих уравнений (при этом для моделирования мемристора использовались пороговые функции, делающие численный расчет более удобным и быстрым).

6. В систему уравнений, описывающую последовательное соединение мемристора и полупроводникового диода, добавлено уравнение, описывающее возможный механизм формовки мемристора.

Теоретическая и практическая значимость полученных в работе результатов заключается в следующем:

-полученные формулы могут быть полезны для расчетов исследованных устройств в разных режимах (при этом учитывается нелинейность приборов). Важно иметь в виду: разница между током через полупроводниковый диод,

вычисленным с помощью стандартной формулы Шокли, и током, вычисленным при учете внутреннего сопротивления диода, резко растет при увеличении приложенного напряжения. Поэтому уже при небольшом превышении прямого напряжения над величиной, примерно равной 0.6 В для кремниевых диодов, эти токи (вычисленные с помощью разных формул) отличаются в разы и десятки раз. Естественно, заход в область больших прямых напряжений, где отношение токов стремится к бесконечности, ограничен применимостью этих моделей – диод может просто разрушиться. То же самое касается коллекторного тока усилителя на основе включения транзистора с общим эмиттером: ток, вычисленный с учетом явления насыщения в разы меньше, чем ток, экспоненциально зависящий от напряжения база-эмиттер (без учета внутреннего сопротивления переходов транзистора и сопротивления резисторов, входящих в состав усилителя).

-рассмотренные примеры устройств, для которых проводились расчеты, после доработки сами по себе могут оказаться полезными в качестве узлов радиоэлектронной аппаратуры.

Достоверность полученных результатов подтверждается сравнением с экспериментальными данными и с результатами компьютерного моделирования в системе «OrCAD».

Положения, выносимые на защиту:

1) Формула для коллекторного тока усилителя на основе включения транзистора с общим эмиттером в случае отсутствия эмиттерной стабилизации (а также ее обобщения при учете сопротивлений в цепи эмиттера и базы).

2) Приближенные выражения для напряжения входного сигнала усилителя на основе включения транзистора с общим эмиттером, соответствующие границам усилительного режима.

3) Алгоритм для нахождения параметров, входящих в формулу вольт-амперной характеристики полупроводникового диода при учете омического сопротивления его внутренней области.

4) Дифференциальные уравнения для симметричного триггера и мультивибратора, их исследование и численное решение (для мультивибратора). Трансцендентное уравнение общего вида для нахождения состояний равновесия триггера.

5) Системы дифференциальных и конечных уравнений, описывающих последовательное соединение мемристора, управляемого напряжением, с другими дискретными элементами: резистором, полупроводниковым диодом, катушкой индуктивности и конденсатором.

Апробация результатов. Основные положения диссертационной работы обсуждались на конференциях в Нижегородском университете им. Н.И.Лобачевского (XX, XXV и XXVII Научные конференции по радиофизике) и в МИРЭА (конференции «Интерматик» в 2016 и 2018 годах). Доклады на конференции «Интерматик» были отмечены дипломами.

Исследования, на основе которых написана (в соавторстве) статья [А9], выполнены в рамках научной программы Национального центра физики и математики (направление № 9 «Искусственный интеллект и большие данные в технических, промышленных, природных и социальных системах»).

Публикации. По тематике диссертации опубликованы статьи в журналах, входящих в перечень ВАК:

А1. *Китаев А.Е.* Аналитическое представление характеристик биполярных транзисторов //Радиотехника 2017 N10 С.189-194.

A2. *Китаев А.Е.* Использование метода наименьших квадратов для подбора параметров вольт-амперной характеристики диода //Труды НГТУ им. Р.Е.Алексеева 2018 N2 С.30-34.

A3. *Китаев А.Е.* Математическое моделирование процессов в транзисторных усилителях и генераторах //Нелинейный мир 2018 N4 С.41-44.

A4. *Китаев А.Е.* Приложение функции Ламберта к расчету некоторых транзисторных схем //Нелинейный мир 2018 N5 С.16-22.

A5. *Китаев А.Е.* Патент на полезную модель (N 192244)

A6. *Китаев А.Е.* Сравнение различных подходов к моделированию транзисторных усилителей //Радиотехника 2020 N1 С.74-80.

A7. *Китаев А.Е.* Вычисление границ усилительного режима и некоторые сопутствующие вопросы теории усилителя с общим эмиттером //Радиотехника 2020 N10 С.70-77.

A8. *Китаев А.Е.* Дифференциальные уравнения для триггера и мультивибратора //Радиотехника и электроника 2021 T66 N5 С. 483-489.

A9. *Китаев А.Е., Белов А.И., Гусейнов Д.В., Михайлов А.Н.* Последовательное соединение мемристора с другими дискретными элементами: резистором, полупроводниковым диодом, катушкой индуктивности и емкостью //Радиотехника и электроника 2023 T68 N3 С.295-304.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Глава 1: Дан краткий обзор развития теоретических моделей биполярного транзистора (начиная с уравнений Эберса-Молла).

Глава 2: Если рассмотреть внутреннее устройство полупроводникового диода (см. рисунок 1) и учесть конечные геометрические размеры прибора, то становится ясно, что в объеме полупроводникового материала могут существовать акустические волны (фононы) и дефекты кристаллической

решетки, на которых рассеиваются электроны и дырки. Следовательно, диод должен обладать омическим сопротивлением, которое можно охарактеризовать параметром R (так же, как и сопротивление обычного резистора). Также омическим сопротивлением должна обладать и внутренняя часть биполярного транзистора. Самый простой случай – это симметричный транзистор, у которого мы пренебрежем сопротивлением базы, считая, что сопротивление коллекторного перехода равно R (как и сопротивление эмиттерного перехода). В более сложном случае учитываются различные сопротивления коллектора, эмиттера и базы.

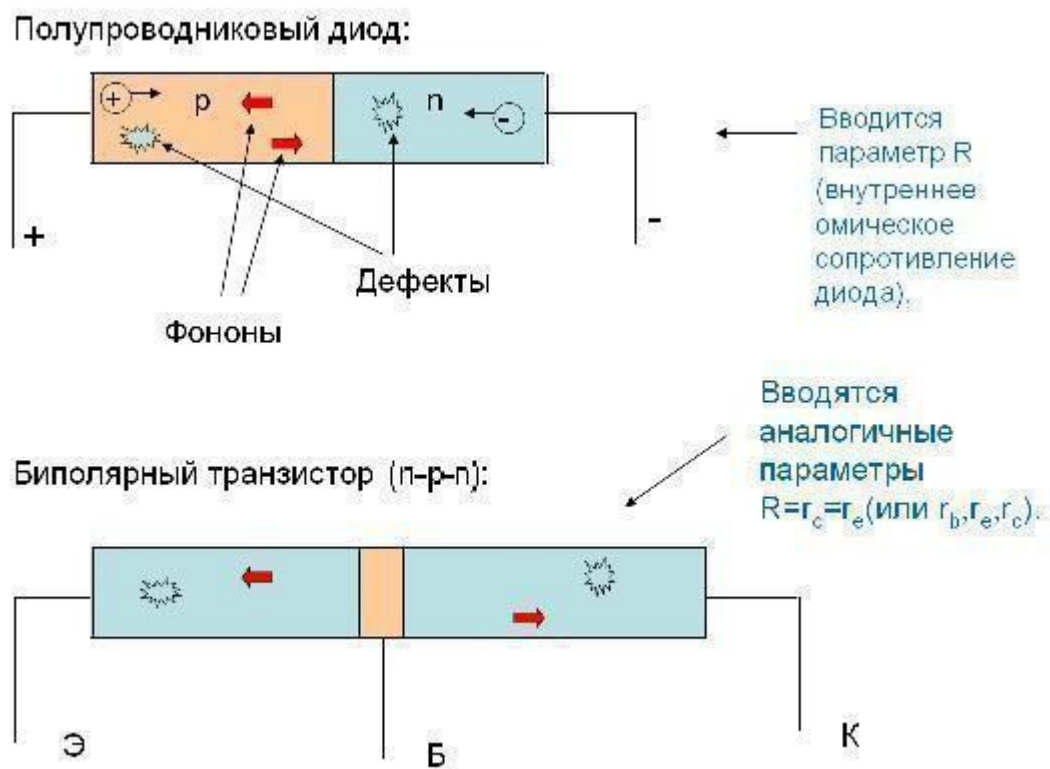


Рис. 1. Структура полупроводникового диода и биполярного транзистора.

Если учесть конечное сопротивление диода (можно считать, что этим сопротивлением обладает резистор, последовательно соединенный с идеальным диодом), ток через реальный диод выражается следующей формулой:

$$I = I_s \left(e^{\frac{U - IR}{V_t}} - 1 \right). \quad (2.1)$$

Здесь I – ток через диод, U – напряжение на реальном диоде, I_s – ток насыщения, V_t – температурный потенциал. Это – неявное выражение для тока (ведь ток входит и в левую, и в правую часть выражения). Для того, чтоб получить явное выражение для тока, нужно использовать специальную функцию Ламберта $W(z)$ (начиная с 80-х годов прошлого века она включена в состав некоторых приложений символьной математики – см. [1]):

$$I = D(U) = -I_s + \frac{V_t}{R} W \left(e^{\frac{U}{V_t}} I_s \frac{R}{V_t} e^{I_s \frac{R}{V_t}} \right). \quad (2.2)$$

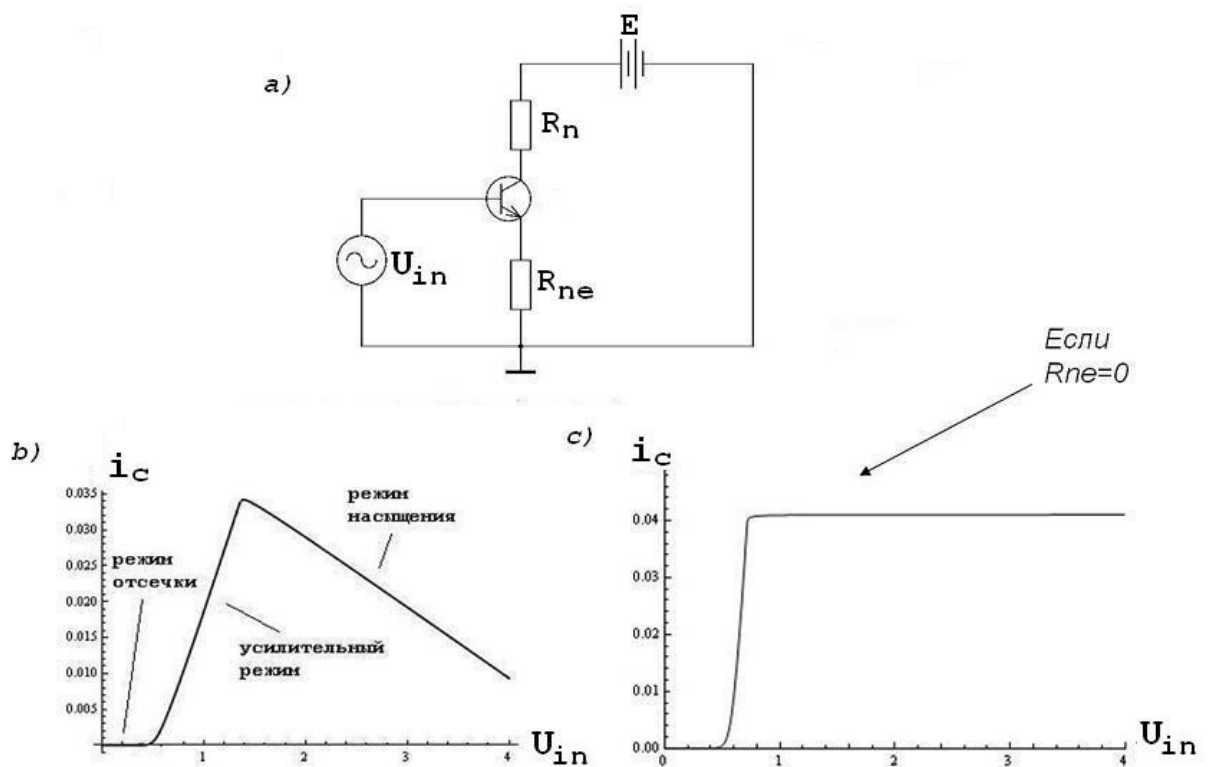


Рис. 2. Схема усилителя на основе включения транзистора с общим эмиттером (а), графики для коллекторного тока, зависящего от входного напряжения U_{in} , которые можно получить экспериментальным путем (b - при наличии стабилизирующего сопротивления в цепи эмиттера, с – при его отсутствии).

Отметим, что последовательное соединение диода, подчиняющегося формуле Шокли, и резистора рассматривалось ранее в [2] и [3]. Была получена формула, сходная с выражением (2.2). В той формуле учитывалось сопротивление внешнего резистора, а не внутреннее сопротивление диода.

Эта же функция Ламберта оказывается полезной при получении выражения для коллекторного тока усилителя на основе включения транзистора с общим эмиттером (см. рисунок 2а). В нижней части рисунка 2 приведены примерные графики, показывающие зависимость коллекторного тока i_c от входного напряжения. Рисунок 2b соответствует случаю, когда в эмиттерной цепи присутствует стабилизирующее сопротивление R_{ne} . Рисунок 2c соответствует случаю, когда эмиттер заземлен (в этом случае входное напряжение совпадает с напряжением база-эмиттер U_{be}). В известной автору литературе формул, аппроксимирующих характеристику усилителя на основе включения транзистора с общим эмиттером в трех режимах его работы, нет. Выражение (для заземленного эмиттера), учитывающее нелинейный характер устройства и описывающее все три режима его работы, которое представлено в диссертации, имеет следующий вид:

$$i_c = \alpha D_0(U_{be}) - D_2(\alpha D_0(U_{be})(R + R_n) - (E - U_{be})). \quad (2.3)$$

«Диодные» функции D_0 и D_2 расшифровываются следующим образом:

$$D_0(x) = -I_s + \frac{\varphi}{R} W\left(e^{\frac{x}{\varphi}} I_s \frac{R}{\varphi} e^{I_s \frac{R}{\varphi}}\right) \quad (2.4)$$

и

$$D_2(x) = -I_s + \frac{\varphi}{R(1 + \frac{1}{\alpha}) + R_n} W\left(e^{\frac{x}{\varphi}} I_s \frac{R(1 + \frac{1}{\alpha}) + R_n}{\alpha} e^{I_s \frac{R(1 + \frac{1}{\alpha}) + R_n}{\varphi}}\right). \quad (2.5)$$

Здесь E – напряжение источника питания, R_n – сопротивление нагрузки в цепи коллектора, R – сопротивление одного из $p-n$ переходов (транзистор считается симметричным), $\varphi = nV_t$ (учтен коэффициент неидеальности n), параметр α – коэффициент передачи тока.

Используя формулы (2.3)-(2.5), можно получить и выражение для напряжения коллектор-эмиттер:

$$U_{ce} = E - R_n (\alpha D_0(U_{be}) - D_2(\alpha D_0(U_{be})(R + R_n) - (E - U_{be}))). \quad (2.6)$$

График этой функции (в диссертации она названа «усилительной функцией») имеет вид резкого перепада от напряжения питания к почти нулевому значению. Использование подобных усилительных функций оказывается полезным при составлении уравнений, описывающих поведение устройств, в которых усилитель на основе включения транзистора с общим эмиттером входит в качестве подсхемы.

Результаты второй главы диссертации следующие. Представлено выражение, уточняющее формулу Шокли для вольт-амперной характеристики полупроводникового диода (см. формулу (2.2), в которой использована функция Ламберта W) и предложены аналитические выражения для характеристик биполярного транзистора (с использованием этой же функции). Показано, что с помощью данных соотношений можно произвести расчет усилителя на основе включения транзистора с общим эмиттером в ключевом и усилительном режиме (ключевой режим является «комбинацией» режима отсечки и режима насыщения). Получены аналитические формулы для

зависимости тока коллектора от входного напряжения (при этом учитывалось стабилизирующее сопротивление в цепи эмиттера, формула при отсутствии такого сопротивления уже приведена выше – (2.3)).

Метод наименьших квадратов применен для подбора параметров нелинейной модели полупроводникового диода: тока насыщения, температурного потенциала и внутреннего сопротивления диода (омического сопротивления области с меньшей концентрацией примесей). Последний параметр применяется в уравнении, уточняющем экспоненциальную формулу Шокли в области больших прямых токов, но рассмотренный метод применим и в случае равенства этого параметра нулю (когда уточненное выражение переходит в формулу Шокли).

Проведено сравнение полученных аналитических выражений для коллекторного тока различных вариантов транзисторного усилителя с экспериментальными данными и с результатами компьютерного моделирования в системе OrCAD.

В заключительных параграфах второй главы «диодная» функция, на основе которой записаны уравнения характеристик, представлена в форме, более удобной для расчета границ рабочего квазилинейного режима, а также для учета ряда дополнительных параметров, например сопротивления в цепи базы.

Глава 3: Рассмотрено применение приведенных в главе 2 формул к расчету ряда транзисторных схем. В том числе рассмотрены схемы, обладающих симметрией – двухтактный усилитель на комплементарной паре транзисторов и симметричный триггер. Приведены дифференциальные уравнения (и их численные решения) для мультивибратора. Описана новая модель двухтактного усилителя мощности.

Уравнения симметричного триггера в общем виде могут быть записаны следующим образом (для неизвестных функций y_1 , y_2 , которые представляют собой напряжения коллектор-эмиттер на выводах транзисторов триггера):

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = g(F(y_2) - y_1), \\ \frac{dy_2}{dt} = g(F(y_1) - y_2). \end{cases} \quad (3.1)$$

Здесь g – числовой параметр или функция, зависящая от y_1 в первом уравнении и от y_2 во втором (выражается через сопротивление, включенное в схему, и емкость p - n переходов транзистора: $g=I/RC$), а $F(y)$ – квазиступенчатая «усилительная» функция, имеющая вид перепада от большего значения к меньшему.

Общий вид уравнений мультивибратора (для неизвестных функций y_1, y_2, z_1, z_2):

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = g \left\{ (F(y_2 - z_2) - y_1) - \frac{R}{R_0} (y_1 - z_1 - E) \right\}, \\ \frac{dy_2}{dt} = g \left\{ (F(y_1 - z_1) - y_2) - \frac{R}{R_0} (y_2 - z_2 - E) \right\}, \\ \frac{dz_1}{dt} = -g_0 (z_1 - y_1 + E), \\ \frac{dz_2}{dt} = -g_0 (z_2 - y_2 + E). \end{cases} \quad (3.2)$$

Здесь g_0, R, R_0 и E – числовые параметры.

В качестве иллюстрации использования полученных выражений для генераторных схем составлено дифференциальное уравнение для транзисторного аналога генератора Ван-дер-Поля и произведено его численное решение.

Глава 4:

В заключительной главе диссертации рассматриваются новые дискретные радиотехнические элементы – мемристоры (резисторы с памятью). Сделан переход от часто используемых функций модели мемристора с переключением

порогового типа, которые задаются разными формулами при разных значениях параметра, к функциям, описываемым единой формулой (при этом использованы пороговые функции, чье поведение похоже на поведение «усилительных» функций, введенных в предыдущих главах).

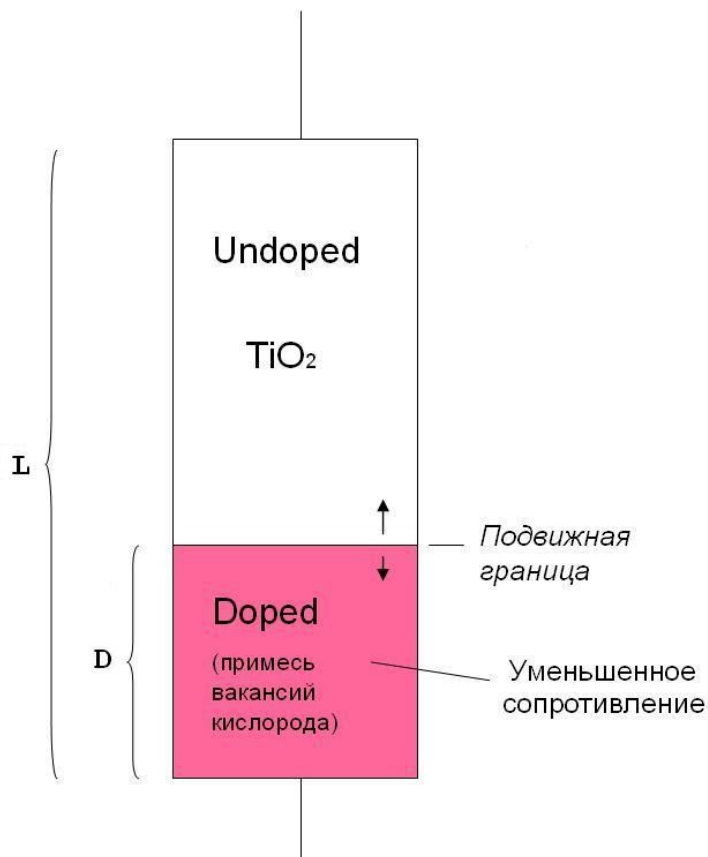


Рис. 3. Упрощенная структура мемристора.

Рассмотрим упрощенную модель мемристора (она показана на рисунке 3). Ее смысл сводится к тому, что часть объема прибора заполнена беспримесным материалом (например, двуокисью титана), а в другой части объема присутствуют примеси (например, вакансии кислорода). Материал с примесями обладает повышенной проводимостью. Граница между двумя частями прибора подвижна, и динамика ее дрейфа может определяться током, протекающим через прибор (для мемристора, управляемого током), или напряжением, приложенным к прибору (для мемристора, управляемого

напряжением). В этой модели внутренним параметром является отношение «примесной» длины D к полной длине прибора L .

Получили известность следующие общие уравнения [4] для мемристивных систем, управляемых напряжением (именно эти уравнения взяты за основу исследования, проведенного в диссертации):

$$I(t) = \frac{V(t)}{R(x, V)},$$
$$\frac{dx}{dt} = f(x, V). \quad (4.1)$$

Здесь $I(t)$ – ток, протекающий через мемристор, $V(t)$ – напряжение, приложенное к мемристор, x – внутренний параметр мемристора (или вектор-столбец внутренних параметров, если их несколько). Внутренний параметр x в диссертации считается долей длины мемристора, обладающей повышенной проводимостью (в соответствии с моделью, рассмотренной выше). Полное сопротивление мемристора R в этом случае можно выразить так:

$$R = R_{off} + (R_{on} - R_{off})x. \quad (4.2)$$

Смысл параметров R_{off} и R_{on} следующий: если бы прибор целиком был заполнен «беспримесным» материалом с низкой проводимостью, его сопротивление было бы R_{off} , в случае же заполнения материалом с примесью сопротивление было бы R_{on} ($R_{on} < R_{off}$). В правой части второго уравнения (4.1) стоит f – некоторая функция напряжения и внутреннего параметра (или же вектора внутренних параметров).

В качестве возможной функции состояния f в статье [5] приведена следующая функция, описываемая разными выражениями при различных значениях аргумента:

$$f(V, x) = \begin{cases} \alpha(V - V_{t+})(1 - x), & V > V_{t+}, \\ \beta(V - V_{t-})x, & V < V_{t-}, \\ 0, & V_{t-} < V < V_{t+}. \end{cases} \quad (4.3)$$

Здесь α, β – скорости переключения, V_{t+} и V_{t-} – пороги переключения (предполагается, что первый порог имеет положительное значение, а второй – отрицательное). В диссертации далее исследуется поведение электрических цепей с мемристором в том случае, когда аналогичные пороги переключения «сглажены». Функция f в этом случае следующая:

$$\begin{aligned} f(V, x) &= P_1(V - V_{t+})\alpha(V - V_{t+})(1 - x) + \\ &+ P_1(-(V - V_{t-}))\beta(V - V_{t-})x, \\ P_1(V) &= 0.5\operatorname{erf}(v_1V) + 0.5. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Здесь параметр v_1 определяет быстроту спада пороговой функции P_1 .

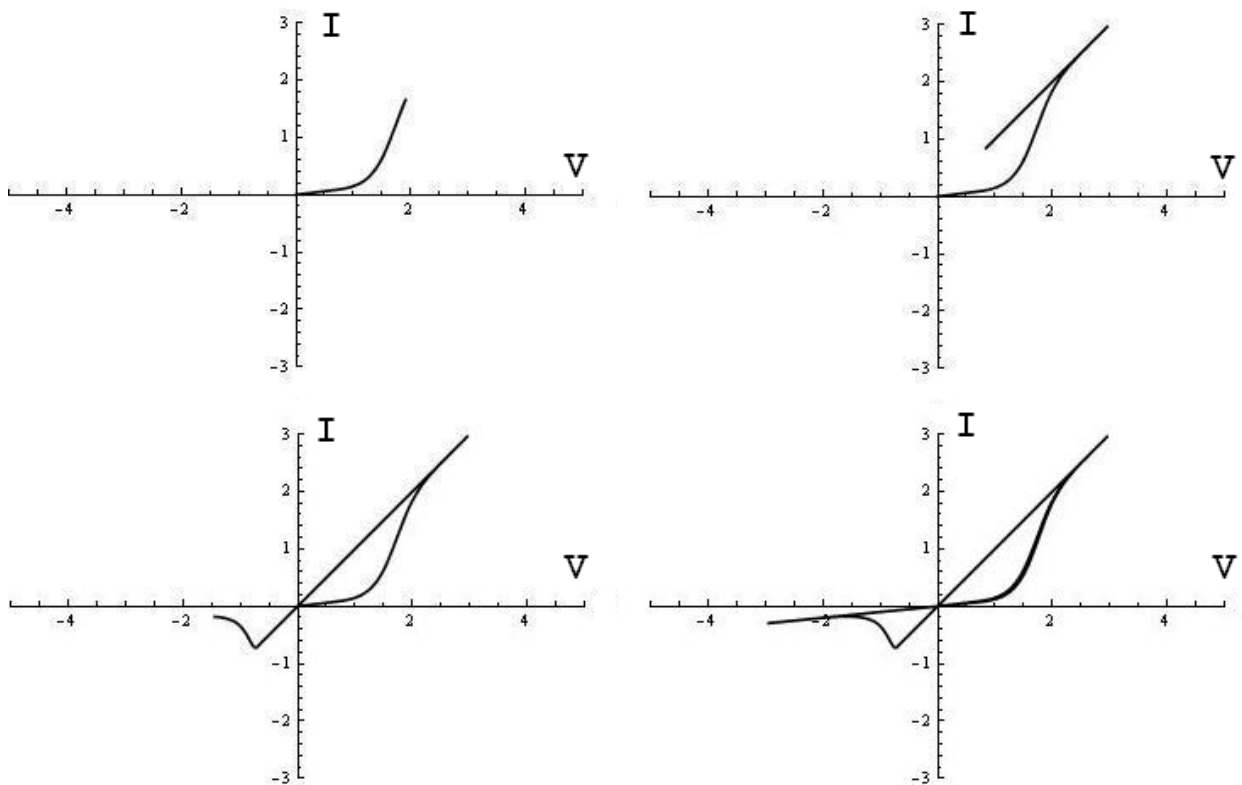


Рис. 4. Ток через мемристор – зависимость от напряжения. Графики заканчиваются в различные моменты времени.

Часть результатов численного моделирования одиночного мемристора приведена на рисунке 4 – мы видим «разворачивающую» во времени петлю гистерезиса.

В диссертации получены и численно решены системы уравнений для участков цепи, в которых мемристор включен последовательно с другими дискретными элементами – обычным резистором, полупроводниковым диодом, катушкой индуктивности и конденсатором. Для случая последовательного соединения мемристора и резистора проведено сравнение расчетных данных с экспериментом. Подробно исследован случай последовательного соединения мемристора и диода (с использованием диодной характеристики, которая рассмотрена в главе 2). Изложены предположения, касающиеся математического описания и физической интерпретации влияния процесса формовки на мемристивную систему.

В заключении подведены итоги работы: результаты расчетов близки к результатам экспериментов, предложенные формулы адекватно описывают работу рассмотренных радиотехнических схем.

Литература, использованная в автореферате:

1. Дубинов А. Е., Дубинова И. Д., Сайков С. К. W-функция Ламберта и ее применение в математических задачах физики. Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2006.
2. Banwell T. C. and Jayakumar A. Exact analytical solution for current flow through diode with series resistance //Electronics letters, vol. 36, pp. 291-292, 2000.
3. Vargas-Drechsler M. A. Analytical solutions of diode circuits, Maple application center, July 2005. available online at the electronic address.
4. Chua L.O., Kang S. // Proc. IEEE. 1976. V. 64. № 2. P. 209.
5. Guseinov D.V., Mikhaylov A.N., Pershin Y.P. // IEEE Trans. Circuits Syst. II. Express Briefs. 2022. V. 69. P. 1802.