

На правах рукописи



Китаев Илья Николаевич

**НЕЛИНЕЙНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ
ПЛАЗМЕННЫХ ВОЛНАХ: ОБРАТНЫЕ ВОЛНЫ, ПОТОКИ
ЧАСТИЦ, ДВУХТОНОВЫЕ ВОЛНЫ И САМОБИЕНИЯ**

Специальность 1.3.3 – Теоретическая физика

Автореферат

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Саров 2024

Работа выполнена в Федеральном государственном унитарном предприятии
РОССИЙСКОМ ФЕДЕРАЛЬНОМ ЯДЕРНОМ ЦЕНТРЕ
Всероссийском научно-исследовательском институте экспериментальной
физики (ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ»)

Научный руководитель: **Дубинов Александр Евгеньевич**
доктор физико-математических наук, доцент,
главный научный сотрудник,
ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», г. Саров

Официальные оппоненты: **Кузелев Михаил Викторович**
доктор физико-математических наук, профессор,
Московский государственный университет
имени М.В. Ломоносова, г. Москва

Рыскин Никита Михайлович
доктор физико-математических наук, профессор,
главный научный сотрудник,
Саратовский филиал Института радиотехники и
электроники им. В.А. Котельникова Российской
академии наук, г. Саратов

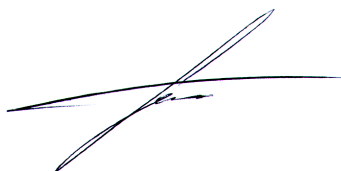
Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное
учреждение науки Объединенный институт
высоких температур Российской академии наук
(ОИВТ РАН)

Защита диссертации состоится **1 марта 2024 г. в 14 ч 00 мин** на заседании
диссертационного совета 24.1.481.01 на базе Института космических
исследований Российской академии наук по адресу: г. Москва,
ул. Профсоюзная, д. 84/32, ИКИ РАН, подъезд 2 (конференц-зал).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИКИ РАН и на сайте
<http://www.iki.rssi.ru/diss/2023/kitaev.htm>

Автореферат разослан ____ января 2024 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета
24.1.481.01,
к. ф.-м. н



Ткаченко Алексей Юрьевич

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

БВ – боковая волна;
ИЗ-солитон – ионно-звуковой солитон;
ИЗВ – ионно-звуковая волна;
ИЦР-метод – метод ионно-циклотронного резонанса;
КдВ – Кортвег- де Вриз;
ЛВ – ленгмюровская волна;
ЛОВ – лампа обратной волны;
ОВ – обратная волна;
ПА-солитон – пыле-акустический солитон;
ПАВ – пыле-акустическая волна;
eh-плазма – электрон-дырочной плазме полупроводников;
ei-плазма – электрон-ионная плазма;
eid-плазма – запыленная электрон-ионная плазма;
eii-плазма – электрон- бионная плазма;
eiid-плазма – запыленная многокомпонентная плазма.

Общая характеристика работы

Актуальность работы

Поиск и изучение новых явлений и закономерностей, существующих в нелинейных волновых процессах в плазме и плазмоподобных средах, а также их теоретическое описание представляют собой важную задачу для современной теоретической физики, физики плазмы, радиофизики, астрофизики, физики конденсированного состояния.

Основные цели диссертационной работы лежат в русле этой важной задачи.

К настоящему времени мировое число оригинальных исследований по нелинейным волнам в плазме перевалило за несколько десятков тысяч. Представление о разнообразии и богатстве нелинейных волновых процессов в плазме можно получить, например, из книг [1–5] и обзоров [6–8].

В диссертации рассматриваются только электростатические волны в плазме, такие как электронные плазменные – ленгмюровские волны (ЛВ); ионно-звуковые волны (ИЗВ) и пыле-акустические волны (ПАВ), причем акцент исследований делался на трёх мало изученных аспектах этих волн:

- вопрос о существовании и свойствах обратных и боковых электростатических волн в плазме;
- вопрос о существовании и свойствах потоков частиц, переносимых электростатическими волнами;
- вопрос о профилях и характере распространения электростатических волн в квантово-вырожденной плазме.

Обратными волнами (ОВ) называют волны, в которых фазовая и групповая скорости направлены в противоположные стороны, а боковые волны (БВ) – волны, в которых фазовая и групповая скорости направлены под произвольным

углом друг к другу. При этом угол между фазовой и групповой скоростями называют углом сноса волны. Значение и области применения ОВ велики: например, в ЛОВ (карсинотронах) в вакуумной СВЧ-электронике [9,10] и в технологиях маскирующих покрытий [11,12]. БВ рассматривали в оптике кристаллов [13]. К началу работы над диссертацией вопрос о существовании ОВ и БВ в плазменных электростатических волнах даже не поднимался.

Свойства потоков частиц, переносимых электростатическими волнами в плазме, к началу работы над диссертацией были исследованы недостаточно. Например, известна работа [14], из которой следует отсутствие электронных потоков в гармонических ЛВ малой амплитуды. Но нелинейные теории ИЗВ и ПАВ, основанные на анализе эволюционных уравнений типа Кортевега-де Вриза (КдВ), давали существование нелинейных потоков частиц в кноидальных волнах и солитонах [15–18]. Однако известно, что эволюционные уравнения являются приближенными и применимы только для волн малой амплитуды, поэтому для волн произвольной амплитуды этот вопрос был открытым.

В последние десятилетия расширился интерес к волновым процессам в квантовой плазме применительно к плазме твердого тела и к плотной плазме компактных астрофизических объектов [19–22]. Как правило, для описания нелинейных волн в квантовой плазме используются уравнения динамики частиц, включающие квантовый член Бома, уравнение состояния вырожденного газа частиц и иногда слагаемое, описывающее обменное взаимодействие. Для решения обычно применялись методы решения, основанные или на сведении уравнений задачи к приближенному эволюционному уравнению типа КдВ [23], или на анализе псевдопотенциала Сагдеева [24]. Отметим, что квантовый член Бома уничтожает гамильтоновость исходной системы уравнений, поэтому применимость метода Сагдеева в случае квантовой плазмы становится некорректной.

Из указанного выше вытекает необходимость и актуальность исследований, выполненных в настоящей диссертации.

Цели работы

1. Развитие линейной и нелинейной теорий электростатических обратных и боковых ЛВ, ИЗВ и ПАВ в плазме.
2. Развитие нелинейной теории ионных и пылевых потоков, возникающих в нелинейных ИЗВ и ПАВ произвольной амплитуды.
3. Развитие линейной и нелинейной теорий ЛВ и ИЗВ в квантовой плазме без учёта обменного взаимодействия и продольных электростатических волн в квантовой электронно-дырочной плазме с учётом обменного взаимодействия.

Научная новизна исследования

1. Развита линейная и нелинейная теории электростатических волн в плазме, в которой имеется направленное движение одной из компонент. Впервые обоснована возможность существования в такой плазме электростатических ОВ и БВ. В частности, теоретически показано, что ЛВ в нейтрализованном

электронном потоке, ИЗВ в плазме, в которой существует ионный поток, и ПАВ в пылевой плазме, в которой пылинки однонаправлено движутся, могут принимать форму ОВ и БВ. Найденны условия существования ОВ и БВ в указанных волнах. Вычислены профили нелинейных периодических ИЗВ и ПАВ.

2. Развита нелинейная теория потоков ионов в ИЗВ в многокомпонентных плазмах и пылевых потоков в периодических и солитонных ПАВ путем точного решения уравнений многожидкостной газодинамики плазмы. Впервые показано, что при определенных условиях нелинейные ИЗВ в плазме с двумя сортами ионов могут переносить ионные потоки в противоположные стороны.
3. Развита линейная и нелинейная теория ЛВ и ИЗВ в квантовой плазме, а также продольных электростатических волн в квантовой полупроводниковой электронно-дырочной плазме. Во всех случаях обнаружены двухтоновый характер волн и явление самобиений. Впервые дана интерпретация причины возникновения эффекта двухтоновости.

Научная и практическая значимость работы

Результаты диссертационного исследования, среди которых обоснование существования электростатических обратных и боковых ЛВ, ИЗВ и ПАВ в плазме, вычисление точных значений ионных и пылевых потоков, переносимых ИЗВ и ПАВ произвольной амплитуды, и физическая интерпретация двухтонового характера и явления самобиений ЛВ и ИЗВ в квантовой плазме, представляют интерес для фундаментальной физики плазмы, радиофизики.

Практическая ценность полученных результатов может заключаться в следующем:

- доказательство существования ИЗВ в форме ОВ открывает принципиальную возможность создания плазменной ЛОВ ионно-звукового типа;
- обоснование возникновения контр-направленных потоков ионов в ИЗВ в плазме с двумя сортами ионов даёт принципиальную возможность новой ИЗВ-технологии масс-сепарации ионов в плазме;
- установление двухтонового характера электростатических волн и явления самобиений в квантовой плазме открывает перспективу новых полупроводниковых волновых приборов.

Достоверность результатов

Достоверность результатов диссертационной работы подтверждается корректностью использованных аналитических методов и их численной реализации, обеспечивается использованием и модификацией широко известных, надёжно зарекомендовавших себя постановок исходных задач, а также положительными рецензиями на статьи, опубликованными в ведущих российских и зарубежных журналах.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Рассчитаны нелинейные профили и групповые скорости обратных и боковых волн, в виде которых ленгмюровские, ионно-звуковые и пыле-акустические возмущения могут распространяться при определенных, теоретически вычисленных условиях.
2. Вычислены потоки ионов и пылевой поток, которые могут переноситься нелинейными периодическими и солитонными ионно-звуковыми и пыле-акустическими волнами произвольной амплитуды. Теоретически доказано, что одна из мод ионно-звуковой волны в плазме с двумя сортами ионов может переносить потоки ионов в противоположные стороны.
3. Теоретически доказано, что в квантовой плазме ленгмюровские и ионно-звуковые волны могут существовать в двухтоновой форме.

Личный вклад автора

Все результаты, приведенные в диссертации, получены лично автором. Им был осуществлен математический вывод и анализ всех формул, построение графиков. Постановка задач, обсуждение методов их решения и интерпретация полученных результатов проведены совместно с научным руководителем.

Апробация работы

Основные результаты, представленные в диссертации, докладывались на научных семинарах РФЯЦ ВНИИЭФ и ИКИ РАН и научных конференциях:

1. 21 научная конференция «Нижегородская сессия молодых учёных», май 2016 г., п. Морозовский, Нижегородская обл.
2. 22 научная конференция «Нижегородская сессия молодых учёных», май 2017 г., п. Морозовский, Нижегородская обл.
3. 16 научно-техническая конференция «Молодёжь в науке», октябрь 2017 г., г. Саров, Нижегородская обл.
4. 17 научно-техническая конференция «Молодёжь в науке», октябрь 2018 г., г. Саров, Нижегородская обл.
5. 20 международная конференция «Харитоновские научные чтения», март 2018 г., г. Саров, Нижегородская обл.

Публикации

Результаты исследований изложены в 14 публикациях в научных журналах, включенных в список ВАК и/или входящих в мировые индексы цитирования (SCOPUS, Web of Science).

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, трёх глав и заключения. Полный объём диссертации составляет 155 страниц с 53 рисунками. Список литературы содержит 184 наименований.

Диссертационная работа была поддержана фондом развития теоретической физики и математики “Базис” с 2019 по 2023 гг. (грант № 19-1-5-58-1 для аспирантов).

Содержание работы

В **первой главе** диссертации развита теория электростатических ОВ и БВ в плазме и обосновывается 1-ое положение, выносимое на защиту.

В **разделе 1.1** представлено краткое введение. В **разделе 1.2** рассмотрена возможность существования электронных плазменных ОВ и БВ в нейтрализованном электронном потоке. В **пункте 1.2.1** записана система уравнений, описывающая динамику электронного газа. После стандартной процедуры линеаризации системы получено дисперсионное уравнение для ЛВ:

$$\omega(k_x, k_y) = k_x v_{0e} + \omega_{pe} \sqrt{1 + \lambda_{De}^2 (k_x^2 + k_y^2)}. \quad (1.1)$$

в котором обозначено, ω – частота, k_x, k_y – компоненты волнового вектора в декартовой системе координат, v_{0e} – скорость электронного потока, $\omega_{pe} = \sqrt{4\pi n_{0e} e^2 / m_e}$ – электронная плазменная частота, $\lambda_{De} = \sqrt{k_B T_e / 4\pi n_{0e} e^2}$ – электронная длина Дебая, k_B – постоянная Больцмана, e и m_e – заряд и масса электрона, n_{0e} – невозмущенная концентрация электронов, T_e – их температура.

Дисперсионное уравнение (1.1) представляет собой уравнение поверхности в пространстве с координатами $\{\omega; k_x; k_y\}$, которые показаны на Рис. 1.1.

На рис. 1.1б видно, что существует зона отрицательного наклона касательной к поверхности, что доказывает существование ОВ.

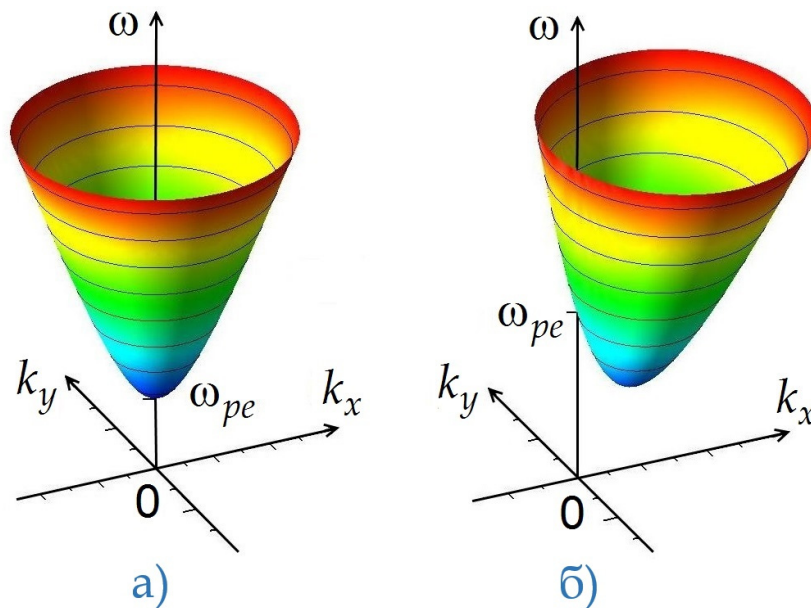


Рис. 1.1. Дисперсионные поверхности для ЛВ в декартовых координатах $\{k_x, k_y, \omega\}$:

а) при $v_{0e} = 0$; б) при $v_{0e} \neq 0$.

Выражения для фазовой и групповой скоростей и для косинуса угла сноса найдены в пункте 1.2.2.

В разделе 1.3 представлена нелинейная теория обратных и боковых ИЗВ в *ei*-плазме с однонаправлено движущимися ионами.

В пункте 1.3.1 получено дисперсионное соотношение для ИЗВ в плазме в одномерной постановке задачи, анализ которого установил наличие режима ОВ для значений скорости упорядоченного движения ионов v_{0i} из диапазона $V_1 > |v_{0i}| > V_2$ с границами

$$V_1 = 4\omega_{pi}\lambda_{Di}\sqrt{\frac{\delta(\delta\sqrt{4\delta+3}+2\delta+1)}{(\sqrt{4\delta+3}+2\delta)^3}}, \quad (1.2)$$

$$V_2 = \omega_{pi}\lambda_{Di}, \quad (1.3)$$

где $\delta = \lambda_{Di}/\lambda_{De}$, $\omega_{pi} = \sqrt{4\pi n_{0i}e^2/m_i}$ – электронная плазменная частота, $\lambda_{Di} = \sqrt{k_B T_i / 4\pi n_{0i}e^2}$ – ионная длина Дебая, m_i – масса иона, n_{0i} – невозмущенная концентрация ионов, T_i – их температура.

В пункте 1.3.2 рассмотрены боковые ИЗВ в плазме, в которой ионы однонаправленно движутся. В рамках линейной теории выведено двумерное дисперсионное соотношение для ИЗВ и показано, что в системе возможны ОВ и БВ.

$$\omega(k_x, k_y) = \omega_{pi} \sqrt{\frac{k_x^2 + k_y^2}{k_x^2 + k_y^2 + \lambda_{De}^{-2}} + \lambda_{Di}^2 (k_x^2 + k_y^2)} + v_{0i} k_x. \quad (1.4)$$

В пункте 1.3.3 развита нелинейная теория ОВ и БВ, она базируется на выводе и анализе псевдопотенциала Сагдеева. Вычислены нелинейные профили обратной и боковой ИЗВ. Найдено, что профили ОВ и БВ неразличимы от профилей обычной прямой ИЗВ. Указанные волны можно различить только по кинематическим характеристикам.

В разделе 1.4 рассмотрены обратные ПАВ в пылевой *eid*-плазме, в которой пылинки однонаправленно движутся.

Получено дисперсионное соотношение для ПАВ:

$$\omega = \omega_{pd} \sqrt{\frac{k^2}{k^2 + \lambda_{De}^{-2} + \lambda_{Di}^{-2}} + \lambda_{Dd}^2 k^2} + kv_{0d}. \quad (1.5)$$

в котором обозначено, v_{0d} – скорость потока пылинок, $\omega_{pd} = \sqrt{4\pi n_{0d}q_d^2/m_d}$ – плазменная частота пыли, $\lambda_{Dd} = \sqrt{k_B T_d / 4\pi n_{0d}q_d^2}$ – длина Дебая пыли, q_d и m_d

– средний электрический заряд пылинок и их масса, n_{0d} – невозмущенная концентрация пылинок, T_d – их температура.

Найден диапазон фазовых скоростей, где реализуется режим ОВ: $V_1 > |v_{0d}| > V_2$ с границами

$$V_1 = 4\omega_{pd}\lambda_{Dd} \sqrt{\frac{\lambda_{Dd}^2 \sqrt{4\lambda_{Dd}(\lambda_{De}^{-2} + \lambda_{Di}^{-2})^{1/2} + 3} + \frac{2\lambda_{Dd}^2}{\lambda_{De}^2 + \lambda_{Di}^2} + \lambda_{Dd} \sqrt{\lambda_{De}^{-2} + \lambda_{Di}^{-2}}}{\left[\sqrt{4\lambda_{Dd}(\lambda_{De}^{-2} + \lambda_{Di}^{-2})^{1/2} + 3} + 2\lambda_{Dd}(\lambda_{De}^{-2} + \lambda_{Di}^{-2})^{1/2} \right]^3}}, \quad (1.6)$$

$$V_2 = \omega_{pd}\lambda_{Dd}. \quad (1.7)$$

Значения граничных скоростей V_1 и V_2 (1.6) и (1.7) находятся следующим образом: V_1 есть минимальный тангенс угла наклона касательной к кривой 1 или минимальная групповая скорость для кривой 1 на рис.1.2, а V_2 – тангенс угла наклона коротковолновой асимптоты кривой 1.

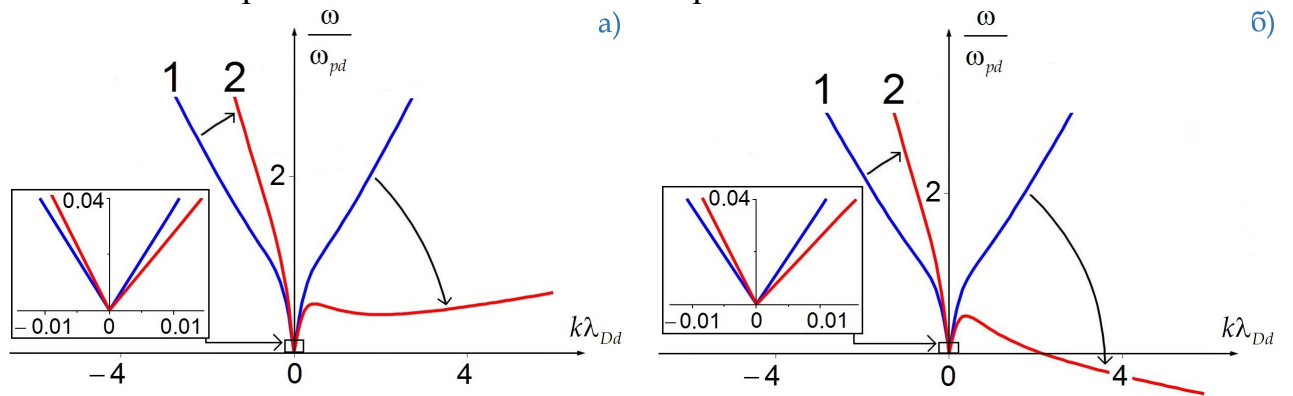


Рис. 1.2. Дисперсионные кривые для ПАВ (везде кривая 1 – для плазмы с неподвижными пылинками; кривая 2 – для плазмы с пылевым потоком; дугообразные стрелки показывают направления поворота кривых, врезки показывают изменение линейных ПАВ при повороте): а) – при $V_2 > v_{0i} > V_1$; б) – при $v_{0i} > V_2$.

Развитая в **разделе 1.4** нелинейная теория ОВ базируется на выводе и анализе псевдопотенциала Сагдеева. Вычислены нелинейные профили обратных ПАВ. Найденно, что профили обратной ПАВ неразличимы от профилей обычной прямой ПАВ. Обратную ПАВ можно различить по направлению движения гребней волны.

В **разделе 1.5** сформулированы основные результаты **первой главы**.

Вторая глава диссертации посвящена средним за период потокам частиц в нелинейных плазменных акустических волнах произвольной амплитуды. В существующих по данной тематике работах [15–17,25–27] рассматривались потоки ионов в плоских кноидальных ИЗВ, как решения соответствующих эволюционных уравнений типа КдВ. Однако потоки описываются выражениями 2-го и более высокого порядка малости.

Во **второй главе** вычислены средние за период ионные и пылевые потоки, возникающие в нелинейных ИЗВ и ПАВ произвольной амплитуды, не прибегая к приближенным разложениям. Здесь обосновывается 2-ое положение, выносимое на защиту. В **разделе 2.1** представлено краткое введение.

Рассмотрены ИЗВ для следующих моделей плазмы: ei -плазмы с холодными ионами в **разделе 2.2**, eii -плазмы с двумя сортами тёплых положительно заряженных ионов в **разделе 2.3**, пылевой $eiid$ -плазмы в **разделе 2.4** и ПАВ в пылевой eid -плазме в **разделе 2.5**.

Получено, что в первой из моделей поток ионов направлен в сторону, противоположную фазовой скорости нелинейной ИЗВ. В eii -плазме существуют два типа ИЗВ, быстрая и медленная. Найдено, что в быстрой волне потоки обоих сортов ионов двигаются против волны, а в медленной – потоки ионов направлены в противоположные стороны. Данный результат даёт возможность разработки новой технологии масс-сепарации ионов в плазме.

В $eiid$ -плазме процесс сепарации ионов может быть в несколько раз интенсифицирован, по сравнению с eii -плазмой.

Для увеличения ионного потока следует увеличивать степень асимметрии псевдопотенциальной ямы. Термин «сверхнелинейная волна» введен в употребление на стр. 135 [30] при рассмотрении модифицированного уравнения КдВ. В работах [8,28,29] рассмотрены сверхнелинейные ИЗВ произвольной амплитуды.

Суть концепции заключается в том, чтобы создать условия для формирования в профиле псевдопотенциала Сагдеева двух или нескольких локальных минимумов, разделенных локальными максимумами. В этом случае асимметрия псевдопотенциала становится весьма значительной. На практике, этого можно добиться путем добавления в плазму тяжелой пылевой фракции. На рис. 2.1 приведены профили физических величин в медленной сверхнелинейной волне, на котором колебания ионов двух сортов противофазны.

На рис. 2.2 показана зависимость средних ионных потоков от амплитуды возмущения для медленной ИЗВ. Видно, что потоки разных сортов ионов имеют противоположные знаки, их зависимости имеют скачки, соответствующие переходу в сверхнелинейный режим, а величины потоков имеют существенно большие значения, чем для чистой eii -плазмы.

Таким образом, показано, что разделение ионов в многокомпонентной плазме целесообразно проводить в режиме сверхнелинейной медленной ИЗВ.

В **разделе 2.5** была развита нелинейная теория ПАВ, в рамках которой было показано существование дозвуковых периодических ПАВ и сверхзвуковых ПА-солитонов. Вычислены средние за период потоки пылинок в периодической ПАВ и в последовательности ПА-солитонов. Найдено, что поток пылинок в периодической ПАВ направлен против фазовой скорости ПАВ и, наоборот, поток пылинок переносится солитонами в направлении своего движения.

В **разделе 2.6** сформулированы основные результаты **второй главы**.

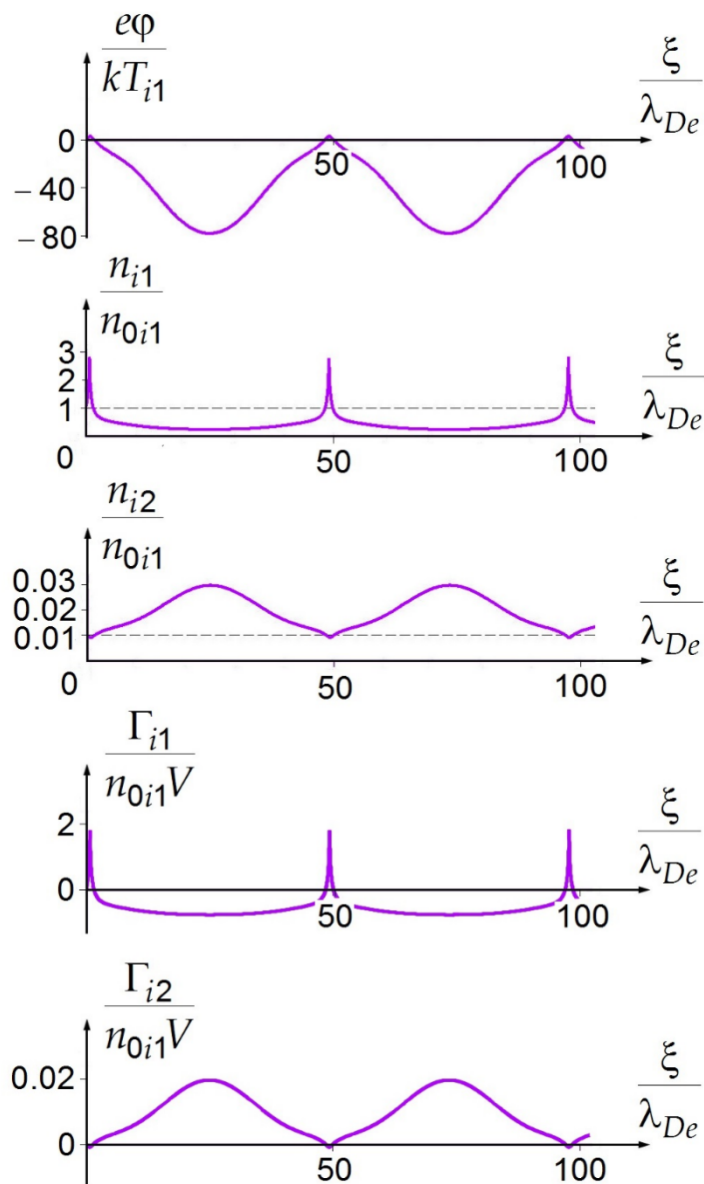


Рис. 2.1. Профили физических величин в медленной сверхнелинейной периодической ИЗВ в *eiid*-плазме.

В третьей главе диссертации развита теория нелинейных двухтоновых волн в квантовой плазме, в том числе явление самобиений. В этой главе обосновывается 3-е положение, выносимое на защиту. Метод теоретического описания нелинейных волн в квантовой плазме основан на анализе и решении системы газодинамических уравнений для каждого сорта частиц, в которых уравнение движения ионов содержит газодинамический член, вычисляемый из уравнения состояния вырожденного ферми-газа, и член, представляющий собой так называемую квантовую силу Бома [31] и выведенный из уравнения Шредингера [32]. Эту силу можно воспринимать как специфическую квантовую добавку к уравнению состояния ферми-газа, объединяя её с газодинамическим членом, или как квантовую добавку к классическому газодинамическому давлению [33].

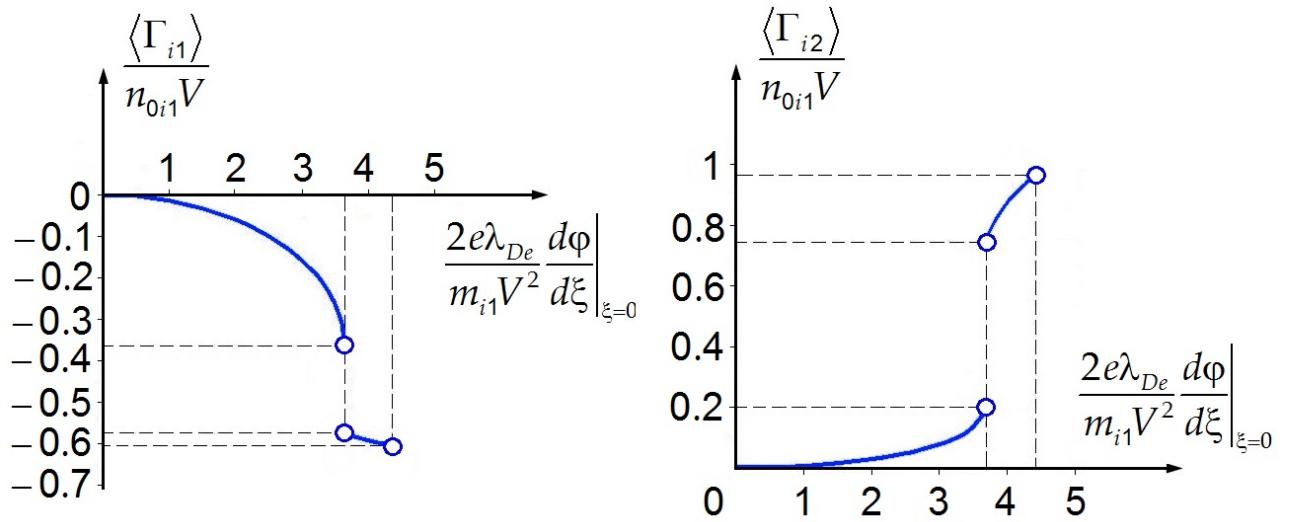


Рис. 2.2. Зависимости средних за период ионных потоков в медленной периодической ИЗВ от напряженности возмущающего поля в $eiid$ -плазме.

В разделе 3.1 дано краткое введение. Раздел 3.2 посвящён ЛВ в холодной квантовой плазме. В пункте 3.2.1 выведено дисперсионное уравнение для ЛВ:

$$\omega^2 = \omega_{pe}^2 + \frac{v_{Fe}^2}{3} k^2 + \frac{H_e^2}{4} \lambda_{De}^4 \omega_{pe}^2 k^4, \quad (3.1)$$

в котором $H_e = \hbar \omega_{pe} / k_B T_{Fe}$ – электронный квантовый параметр, $v_{Fe} = (3\pi^2)^{1/3} n_{0e}^{1/3} \hbar / m_e$ – скорость Ферми электронного газа, $T_{Fe} = m_e v_{Fe}^2 / 2k_B$ – его температура Ферми, \hbar – постоянная Планка.

Установлено, что для любой фазовой скорости v_{ph} из диапазона $\sqrt{H_e \omega_{pe}^2 \lambda_{De}^2 + v_{Fe}^2 / 3} < v_{ph} < \infty$, нижняя граница которого найдена, как минимум функции $v_{ph}(k)$, существуют два синхронных (бегущих с одинаковой фазовой скоростью) решения для ЛВ, отличающихся частотой и длиной волны, и также возможна суперпозиция этих двух решений (2 точки пересечения луча, выходящего из начала координат с дисперсионной кривой). Именно отсюда следует двухтоновость стационарных ЛВ в квантовой плазме.

В рамках нелинейной теории в пункте 3.2.2 выведено нелинейное обыкновенное дифференциальное уравнение 4-го порядка относительно концентрации электронов, его численное решение показало, что на обычные, сходные с классическими, электронные колебания накладывается мелкомасштабный квантовый ленгмюровский дребезг, обязанный квантовой силе Бома. Обнаружено явление самобиений ЛВ.

ЛВ в тёплой квантовой плазме рассмотрены в разделе 3.3. В пункте 3.3.1 приведена краткая справка о безынтегральной форме уравнения состояния тёплого вырожденного ферми-газа.

Линейная теория ЛВ в тёплой квантовой плазме на качественном уровне будет полностью эквивалентна теории для ЛВ в холодной квантовой плазме. Количественное отличие наблюдается только в коэффициенте при k^2 в дисперсионном соотношении (3.1). Для случая тёплых электронов он будет иметь вид:

$$V_{warm}^2 = \frac{k_B T_e}{m_e} \frac{\text{Li}_{3/2} \left[-\exp \left(\frac{\mu_{0e}}{k_B T_e} \right) \right]}{\text{Li}_{1/2} \left[-\exp \left(\frac{\mu_{0e}}{k_B T_e} \right) \right] + \frac{\mu_{0e}}{k_B T_e} \text{Li}_{-1/2} \left[-\exp \left(\frac{\mu_{0e}}{k_B T_e} \right) \right]}, \quad (3.2)$$

где μ_{0e} – невозмущённый химический потенциал электронов, $\text{Li}_\nu(x)$ – полилогарифм, определяемый как $\text{Li}_\nu(x) = \sum_{k=1}^{\infty} x^k / k^\nu$.

Изменения, следовательно, затронут и диапазон скоростей, где реализуются двухтоновые ЛВ: $V_{\min} < V < \infty$, $V_{\min}^2 = \hbar \omega_{pe} / m_e + V_{warm}^2$.

В пункте 3.3.2 выведено нелинейное обыкновенное дифференциальное уравнение 4-го порядка относительно химического потенциала электронов, анализ которого приводит к аналогичному результату, что и для ЛВ в холодной квантовой плазме в пункте 3.2.2.

В разделе 3.4 рассмотрены нелинейные ИЗВ в вырожденной квантовой плазме. В пункте 3.4.1 обсуждены главные особенности ИЗВ в классической электрон-ионной плазме. В результате линейного анализа в пункте 3.4.2 выведено дисперсионное соотношение:

$$\omega^2 = \frac{\omega_{pi}^2 \lambda_{De}^2 k^2}{1 + \lambda_{De}^2 k^2} + \frac{v_{Fi}^2}{3} k^2 + \frac{9 H_i^2}{16} \lambda_{Di}^4 \omega_{pi}^2 k^4. \quad (3.3)$$

в котором обозначено, $\lambda_{Di,e}^2 = (2/3) k_B T_{Fi,e} / 4\pi n_{0i,e} e^2$ – квадраты ионной и электронной длин Дебая, соответственно, $H_i = \hbar \omega_{pi} / k_B T_{Fi}$ – ионный квантовый параметр, $v_{Fi} = (3\pi^2)^{1/3} n_{0i}^{1/3} \hbar / m_i$ – скорость Ферми ионного газа, $T_{Fi} = m_i v_{Fi}^2 / 2k_B$ – его температура Ферми.

На рис. 3.1 показан график дисперсионной зависимости (3.3). Физическая природа колебаний на последнем участке дисперсионной кривой иная, нежели в классической плазме. Согласно выводам [20], здесь существенный вклад дают квантовые колебания свободных от взаимодействия с плазмой частиц, в данном случае ионов.

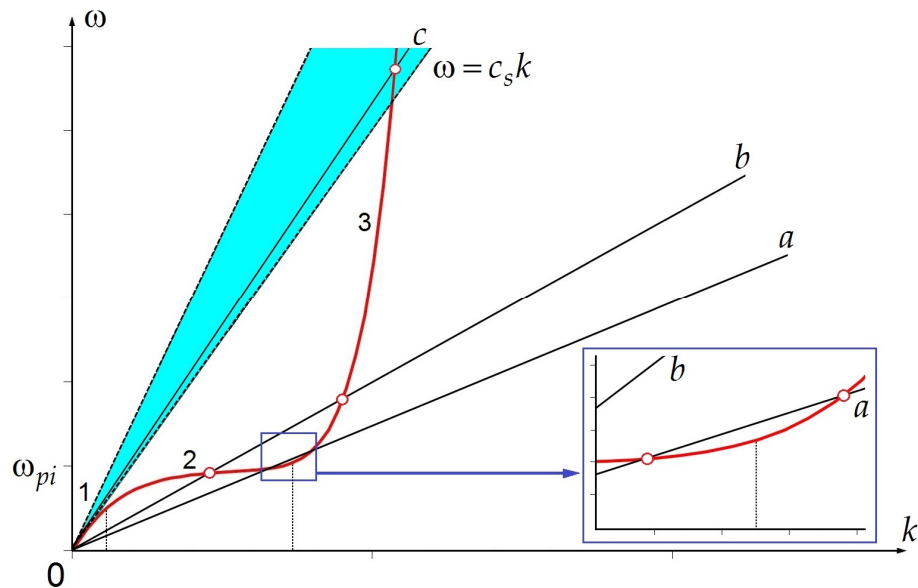


Рис. 3.1. Дисперсионная кривая ИЗВ в квантовой плазме: цифрами обозначено: 1 – участок ионного звука, 2 – участок ионно-плазменных колебаний, 3 – параболический участок, буквами a , b , c обозначены наклонные, для которых ниже получены численные решения, закрашенная область соответствует диапазону фазовых скоростей солитонов.

Границей между участками 2 и 3 можно условно назвать точку с минимальной фазовой скоростью. Минимальная скорость определена по наклону луча, вышедшего из начала координат и касательного к дисперсионной кривой. Значение минимальной фазовой скорости:

$$V_{i,\min} = \omega_{pi} \lambda_{Di} \sqrt{\frac{3H_i}{2} + 1 - \frac{9H_i^2}{16} \frac{\lambda_{Di}^2}{\lambda_{De}^2}}. \quad (3.4)$$

Из рис. 3.1 видно, что любой луч, вышедший из начала координат под углом, соответствующим диапазону фазовых скоростей $V_{i,\min} < V < c_s$, где c_s – скорость ионного звука, обязательно пересечет дисперсионную кривую дважды (лучи a и b). Следовательно, периодические дозвуковые ИЗВ в квантовой плазме всегда являются двухтоновыми, то есть периодические ИЗВ представляют собой синхронную суперпозицию либо линейных ИЗВ (с участка 1 дисперсионной кривой), либо ионно-плазменных колебаний (с участка 2) со свободными квантовыми ионными колебаниями (участок 3).

Видно, что любой луч, вышедший на рис. 3.1 из начала координат под углом, соответствующим сверхзвуковой скорости, обязательно пересечет дисперсионную кривую на параболическом 3-м участке. Это означает, что и на ИЗ-солитоны обязательно должны наложиться свободные квантовые ионные колебания.

В рамках нелинейной теории в пункте 3.4.3 получена система обыкновенных дифференциальных уравнений. Результаты её численного решения для трёх характерных случаев представлены на рис. 3.2, 3.3, 3.4, и, в частности, на рис. 3.2 можно видеть явление самобиений ИЗВ.

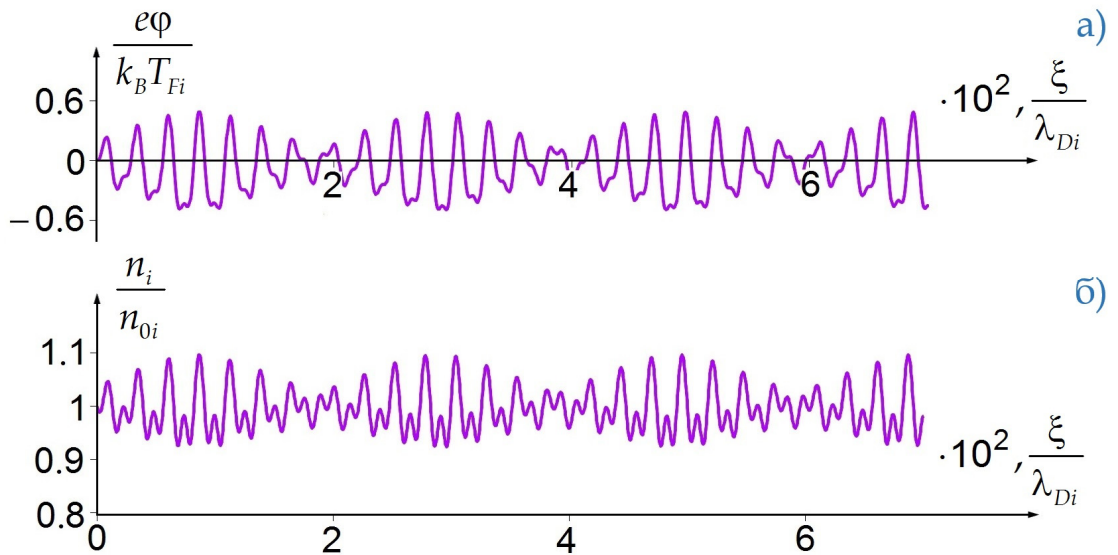


Рис. 3.2. Профили физических величин в ИЗВ в квантовой плазме в виде самобиений ИЗВ и свободных квантовых колебаний ионов: а) профиль электрического потенциала в волне; б) профиль концентрации ионов в волне.

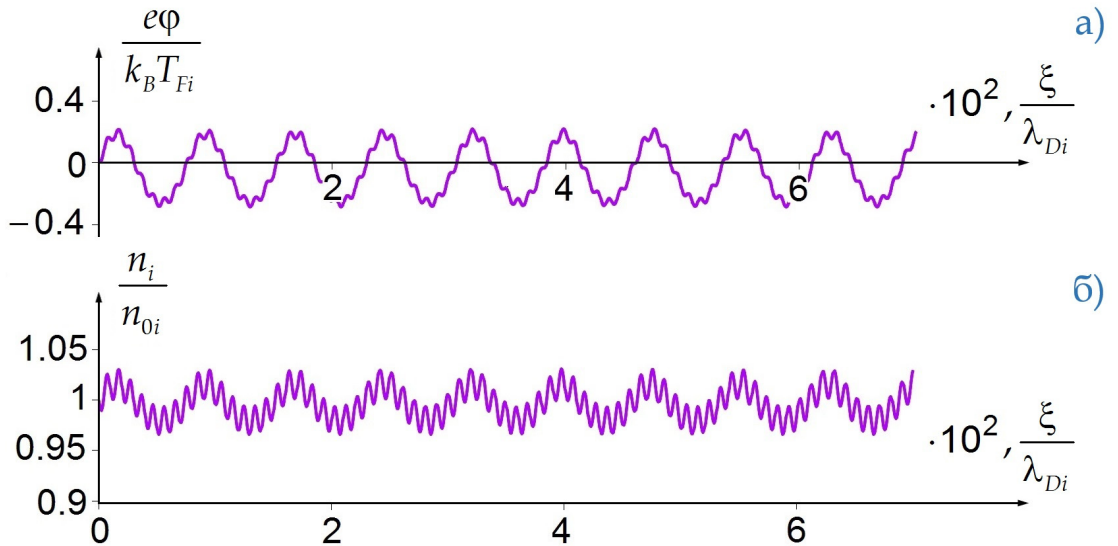


Рис. 3.3. Профили физических величин в ИЗВ в квантовой плазме в виде суперпозиции ИЗВ и свободных квантовых колебаний ионов: а) профиль электрического потенциала в волне; б) профиль концентрации ионов в волне.

В разделе 3.5 исследованы продольные электростатические волны в квантовой полупроводниковой eh - плазме с учётом вырожденности электронов и дырок, а также с учётом обменного взаимодействия. В рамках линейной теории в пункте 3.5.1 найдено, что дисперсионная кривая продольных волн имеет две ветви – плазмонную и фононную.

$$\omega^2 = \frac{1}{2} \left(\omega_{pe}^2 + \omega_{ph}^2 + \frac{V_{Fe}^2}{3} k^2 + A_e k^2 + A_h k^2 + \frac{V_{Fh}^2}{3} k^2 + \frac{\hbar^2 k^4}{4m_e^2} + \frac{\hbar^2 k^4}{4m_h^2} \pm \sqrt{\Delta} \right) \quad (3.5)$$

с дискриминантом

$$\Delta = \left(\omega_{pe}^2 - \omega_{ph}^2 + \frac{V_{Fe}^2}{3} k^2 - \frac{V_{Fh}^2}{3} k^2 + A_e k^2 - A_h k^2 + \frac{\hbar^2 k^4}{4m_e^2} - \frac{\hbar^2 k^4}{4m_h^2} \right)^2 + 4\omega_{pe}^2 \omega_{ph}^2, \quad (3.6)$$

в котором применены следующие обозначения плазменных частот, скоростей Ферми и обменных коэффициентов, имеющих размерность квадрата скорости, соответственно:

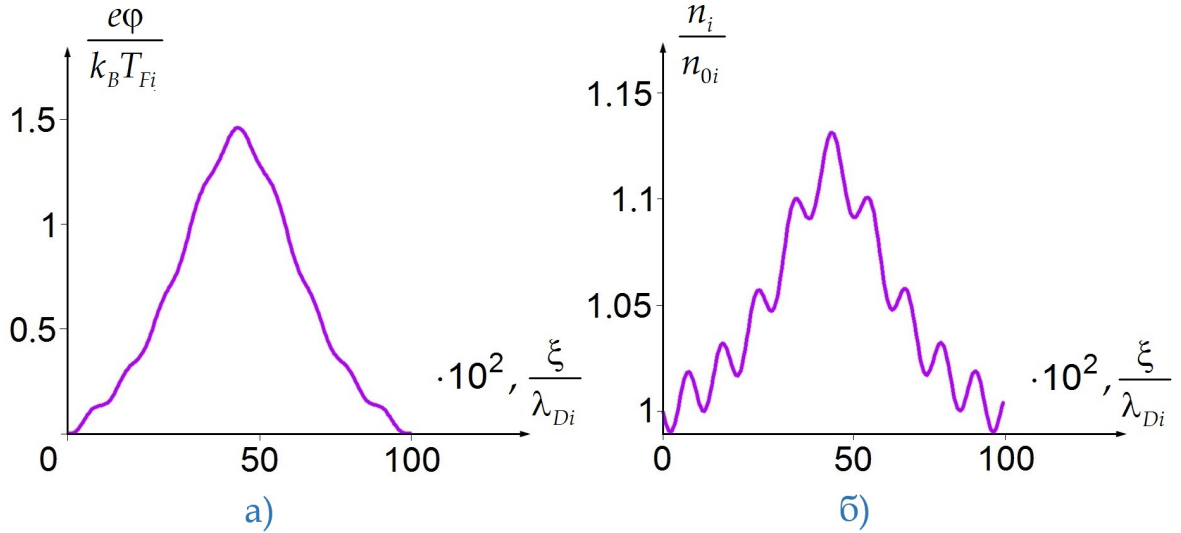


Рис. 3.4. Профили физических величин в ИЗВ в квантовой плазме в виде суперпозиции ИЗ-солитона и свободных квантовых колебаний ионов: а) профиль электрического потенциала в волне; б) профиль концентрации ионов в волне.

$$\omega_{pe,ph}^2 = \frac{4\pi e^2 n_{0e,h}}{m_{e,h}}; \quad (3.7)$$

$$V_{Fe,Fh} = (3\pi^2)^{1/3} \frac{\hbar}{m_{e,h}} n_{0e,h}^{1/3}; \quad (3.8)$$

$$A_{e,h} = \frac{a_1 e^2 n_{0e,h}^{1/3}}{3m_{e,h} \varepsilon_L} \left(1 + \frac{a_2 a_3}{1 + a_3 a_{e,h}^* n_{0e,h}^{1/3}} \right). \quad (3.9)$$

В (3.9) использованы обозначения [34,35]: $a_{e,h}^* = \varepsilon_L \hbar^2 / (m_{e,h} e^2)$, ε_L – линейная диэлектрическая постоянная полупроводника, $a_1 = 0.985$, $a_2 = 0.034$, $a_3 = 18.37$.

В (3.5) знак плюс перед квадратным корнем соответствует оптической (плазмонной) ветви, для которой электроны и дырки колеблются в волне противофазно, а знак минус – акустической (фононной) ветви, для которой электроны и дырки колеблются в волне синфазно.

Найдено выражение для критической частоты отсечки для плазменных колебаний,

$$\omega = \sqrt{\omega_{pe}^2 + \omega_{ph}^2}, \quad (3.10)$$

а также выражение для скорости звука для акустических колебаний.

$$c_s = \sqrt{\frac{2\omega_{pe}^2 V_{Fh}^2 + \omega_{ph}^2 V_{Fe}^2 + 3\omega_{pe}^2 A_h + 3\omega_{ph}^2 A_e}{3(\omega_{pe}^2 + \omega_{ph}^2)}}. \quad (3.11)$$

Показано, что плазменная волна всегда существует в виде суперпозиции двух составляющих, имеющих разный период и длину волны. В рамках нелинейной теории в **пункте 3.5.2** получены два нелинейных решения, одно из которых имеет форму простой суперпозиции двух составляющих волны, а другое — имеет форму самобиений.

В **заключении** приведены основные результаты работы.

РАБОТЫ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Публикации в журналах, включенных в список ВАК и/или входящих в мировые индексы цитирования (SCOPUS, Web of Science):

- 1*. Dubinov A.E., **Kitayev I.N.** Non-linear Langmuir waves in a warm quantum plasma // *Physics of Plasmas*. 2014. V. 21. № 10. P. 102105-1-7.
- 2*. Dubinov A.E., **Kitayev I.N.** Nonlinear multiplicative ion-plasma oscillations // *Physics of Wave Phenomena*. 2014. V. 22. № 1. P. 52-55.
- 3*. Dubinov A.E., **Kitayev I.N.** New solutions of the Zakharov's equation system for quantum plasmas in form nonlinear bursts lattice // *Physics of Plasmas*. 2014. V. 21. № 2. P. 022309-1-5.
- 4*. Дубинов А.Е., **Китаев И.Н.** Двухцветные ленгмюровские волны в вырожденной квантовой плазме // *Физика Плазмы*. 2015. Т. 41. № 6. С. 548-553 [Dubinov A.E., **Kitayev I.N.** Dichromatic Langmuir waves in degenerate quantum plasma // *Plasma Phys. Rep.* 2015. V. 41. № 6. P. 507-511].
- 5*. Dubinov A.E., **Kitayev I.N.** Two-tone ion-acoustic waves in degenerate quantum plasma // *Physics of Wave Phenomena*. 2015. V. 23. № 2. P. 122-128.
- 6*. Dubinov A.E., **Kitayev I.N.** Backward dust-acoustic waves // *Physics of Plasmas*. 2016. V. 23. № 10. P. 104503-1-3.
- 7*. Dubinov A.E., **Kitayev I.N.** Двухтоновые нелинейные электростатические волны в квантовой электронно-дырочной плазме полупроводников // *Физика и Техника Полупроводников*. 2017. Т. 51. № 1. С. 18-21 [Dubinov A.E., **Kitayev I.N.** Two-tone nonlinear electrostatic waves in the quantum electron-hole plasma of semiconductors // *Semiconductors*. 2017. V. 51. № 1. P. 14-17].
- 8*. Dubinov A.E., **Kitayev I.N.** Backward ion-acoustic waves in plasma with unidirectional ion flow // *Contrib. Plasma Phys.* 2017. V. 57. № 9. P. 373-376.

- 9*. Dubinov A.E., **Kitayev I.N.** Can ion-acoustic waves in plasma be backward waves? // *Physics of Wave Phenomena*. 2017. Vol. 25. № 2. P. 137–139.
- 10*. Dubinov A.E., **Kitayev I.N.** Backward and sideward waves of space charge in neutralized electron flux // *IEEE Transaction on Plasma Science*. 2018. V. 46. № 8. P. 2831–2833.
- 11*. Дубинов А.Е., **Китаев И.Н.** Нелинейная теория обратных и боковых ионно-звуковых волн в плазме с однонаправленно движущимися ионами // *ЖТФ*. 2020. Т. 90. № 1. с. 53–58 [Dubinov A.E., **Kitayev I.N.** Nonlinear theory of backward and oblique ion-acoustic waves in plasma with unidirectionally moving ions // *Technical Physics*. 2020. V. 65. № 1. P. 48–53].
- 12*. Dubinov A.E., **Kitayev I.N.** Nonlinear periodic backward dust acoustic waves // *Planetary and Space Science*. 2021. V. 195. № 1. P. 105142-1–6.
- 13*. Dubinov A.E., **Kitayev I.N.**, Kolotkov D.Yu. The separation of ions and fluxes in nonlinear ion-acoustic waves // *Physics of Plasmas*. 2021. V. 28. № 8. P. 083702-1–11.
- 14*. Дубинов А.Е., **Китаев И.Н.** Пылевые потоки в нелинейных пыле-акустических волнах в плазме // *Теплофизика Высоких Температур*. 2023. Т. 61. № 1. с. 11–17.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Davidson R.C. *Methods in nonlinear plasma theory* // NY and London: Academic press, 356 p. (1972).
- Kono M., Škorić M.M. *Nonlinear physics of plasmas* // NY: Springer, 552 p. (2010). DOI: [10.1007/978-3-642-14694-7](https://doi.org/10.1007/978-3-642-14694-7)
- Медведев Ю.В. *Нелинейные явления при распадах разрывов в разреженной плазме* // М.: Физматлит, 343 с. (2012).
- Цытович В.Н. *Нелинейные эффекты в плазме* // М.: Наука, 286 с. (1967).
- Vladimirov S.V., Tsyтович V.N., Popel S.I., Khakimov F.Kh. *Modulation interactions in plasmas* // Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 543 p. (1995).
- Веденов А.А., Велихов Е.П., Сагдеев Р.З. *Нелинейные колебания разреженной плазмы* // *Ядерный синтез*. Т. 1. № 2. С. 82–100 (1961).
- Shukla P.K., Mamun A.A. *Solitons, shocks and vortices in dusty plasmas* // *New J. Phys.* V.5. P. 17.1–17.37 (2003). DOI: [10.1088/1367-2630/5/1/317](https://doi.org/10.1088/1367-2630/5/1/317)
- Dubinov A.E., Kolotkov D.Yu. Above the weak nonlinearity: super-nonlinear waves in astrophysical and laboratory plasmas // *Rev. Mod. Plasma Phys.* V.2, № 2. P. 1–48 (2018). DOI: [10.1007/s41614-018-0014-9](https://doi.org/10.1007/s41614-018-0014-9)
- Гершензон Е.М., Голант М.Б., Негирев А.А. Савельев В.С. *Лампы обратной волны миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов волн* // под ред. Н. Д. Девяткова // М.: Радио и связь, 136 с. (1985).
- Abubakirov E.B., Denisenko A.N., Fuks M.I., Kolganov N.G., Kovalev N.F., Petelin M.I., Savelyev A.V., Schamiloglu E., Soluyanov E.I., Yastrebov V.V. *An X-band gigawatt amplifier* // *IEEE Trans. Plasma Sci.* V. 30, № 3, P. 1041–1052 (2002). DOI: [10.1109/TPS.2002.801601](https://doi.org/10.1109/TPS.2002.801601)
- Capolino F. *Applications of Metamaterials* // Boca Raton-London-NY: CRC Press, Taylor & Francis Group, 762 p. (2009). DOI: [10.1201/9781420054248](https://doi.org/10.1201/9781420054248)

12. Дубинов А.Е., Мытарева Л.А. Маскировка материальных тел методом волнового обтекания // УФН. Т. 180. № 5. С. 475–501 (2010). DOI: [10.3367/UFNr.0180.201005b.0475](https://doi.org/10.3367/UFNr.0180.201005b.0475)
13. Агранович В.М., Гинзбург В.Л. Кристаллооптика с учётом пространственной дисперсии и теории экситонов // М.: Наука, 432 с. (1965).
14. Бухман Н.С. О магнитном поле ленгмюровских колебаний // ЖТФ. Т. 67, № 6. С. 140–141 (1997).
15. Tiwari R.S., Jain S.L., Chawla J.K. Ion acoustic cnoidal waves and associated nonlinear ion flux in a warm ion plasma // Phys. Plasmas. V. 14. № 2. P. 022106-1–9 (2007). DOI: [10.1063/1.2424428](https://doi.org/10.1063/1.2424428)
16. Прудских В.В. Ионно-звуковые кноидальные волны в пылевой плазме с критической плотностью пыли // Физика плазмы. Т. 35. № 8. С. 709–715 (2009).
17. Jain S.L., Tiwari R.S., Mishra M.K. Ion-acoustic cnoidal wave and associated non-linear ion flux in dusty plasma // Phys. Plasmas. V. 19. № 10. P. 103702-1–12 (2012). DOI: [10.1063/1.4757222](https://doi.org/10.1063/1.4757222)
18. Трухачев Ф.М., Васильев М.М., Петров О.Ф. Солитонные токи (обзор) // Теплофизика Высоких Температур. Т. 58. № 4. С. 563–583 (2020). DOI: [10.31857/S0040364420040158](https://doi.org/10.31857/S0040364420040158)
19. Haas F. Quantum Plasma. A Hydrodynamic Approach // NY: Springer, 221 p. (2011).
20. Кузелев М.В., Рухадзе А.А. О квантовом описании линейных кинетических свойств бесстолкновительной плазмы // УФН. Т. 169. № 6. С. 687–689 (1999). DOI: [10.3367/UFNr.0169.199906g.0687](https://doi.org/10.3367/UFNr.0169.199906g.0687)
21. Shukla P.K., Eliasson B. Colloquium: Nonlinear collective interactions in quantum plasmas with degenerate electron fluids // Rev. Mod. Phys. V. 83. № 3, P. 885–906 (2011). DOI: [10.1103/RevModPhys.83.885](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.83.885)
22. Haas F., Mahmood Sh. Linear and nonlinear waves in quantum plasmas with arbitrary degeneracy of electrons // Reviews of Modern Plasma Physics, V. 6. № 7. P. 1–40 (2022). DOI: [10.1007/s41614-022-00068-2](https://doi.org/10.1007/s41614-022-00068-2)
23. Haas F., Garcia L.G., Goedert J., Manfredi G. Quantum Ion-Acoustic Waves // Phys. Plasmas. V. 10. № 10. P. 3858–3866 (2003). DOI: <https://doi.org/10.1063/1.1609446>
24. Tribeche M., Ghebache S., Aoutou K., Zerguini T.H. Arbitrary Amplitude Quantum Ion-Acoustic Solitary Waves // Phys. Plasmas. V. 15. № 3. P. 033702-1–7 (2008). DOI: [10.3367/UFNr.0073.196104h.0701](https://doi.org/10.3367/UFNr.0073.196104h.0701)
25. Konno K., Mitsuhashi T., Ichikawa Y.H. Propagation of ion acoustic cnoidal wave // J. Phys. Soc. Japan. V. 46. № 6. P. 1907–1914 (1979). DOI: [10.1143/JPSJ.46.1907](https://doi.org/10.1143/JPSJ.46.1907)
26. Ur-Rehman H., Mahmood S. Dust-ion acoustic cnoidal waves and associated nonlinear ion flux in a nonthermal dusty plasma // Astrophys. & Space Sci., V. 361. № 1. P. 1–12 (2016). DOI: [10.1007/s10509-016-2882-1](https://doi.org/10.1007/s10509-016-2882-1)

27. Khalid M., Ata-ur-Rahman, Hadi F., Zeb A. Nonlinear ion flux caused by dust ion-acoustic nonlinear periodic waves in non-thermal plasmas // *Pramana – J. Phys.* V. 92. № 6. P. 86-1–7 (2019). DOI: [10.1007/s12043-019-1749-8](https://doi.org/10.1007/s12043-019-1749-8)
28. Дубинов А.Е., Колотков Д.Ю., Сазонкин М.А. Нелинейная теория ионно-звуковых волн в запыленной электрон-позитрон-ионной плазме // *ЖТФ*. Т. 82. № 5. С. 7–15 (2012).
29. Дубинов А.Е., Колотков Д.Ю., Сазонкин М.А. Сверхнелинейные волны в плазме // *Физика Плазмы*. Т. 38. № 10. С. 903–915 (2012).
30. Рыскин Н.М., Трубецков Д.И. Нелинейные волны // М.: Физматлит, 272 с. (2000).
31. Bohm D.A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of "Hidden" Variables. I // *Phys. Rev.* V. 85. № 2. P. 166–179 (1952). DOI: [10.1103/PhysRev.85.166](https://doi.org/10.1103/PhysRev.85.166)
32. Кузелев М.В., Рухадзе А.А. Методы теории волн в средах с дисперсией // М.: Физматлит, 270 с. (2007).
33. Владимиров С.В., Тыщецкий Ю.А. Об описании бесстолкновительной квантовой плазмы // *УФН*. Т. 181. № 12. С. 1313–1328 (2011). DOI: [10.3367/UFNr.0181.201112g.1313](https://doi.org/10.3367/UFNr.0181.201112g.1313)
34. Amin R.M. Modulation of electrostatic Langmuir waves in quantum electron-hole semiconductor plasmas // *Physica Scripta*, V. 90, iss. 1, p. 015601 (2015). DOI: [10.1088/0031-8949/90/1/015601](https://doi.org/10.1088/0031-8949/90/1/015601)
35. Stern F., Sarma S.D. Electron energy levels in GaAs-Ga $1-x$ Al x As heterojunctions // *Phys. Rev. B*, V. 30, iss. 2, pp. 840–848 (1984). DOI: [10.1103/PhysRevB.30.840](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.30.840)