*На правах рукописи*

**ЖУКОВ ПЕТР ИГОРЕВИЧ**

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА НЕСТАЦИОНАРНОГО НАГРЕВА ТВЕРДОГО ТЕЛА С НЕЯВНОЙ АДАПТАЦИЕЙ К ЕГО ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИМ ПАРАМЕТРАМ

Специальность 1.2.2. Математическое
моделирование, численные методы и комплексы программ (технические науки)

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Старый Оскол – 2023

Работа выполнена на кафедре автоматизированных и информационных систем управления им. Ю.И. Еременко Старооскольского технологического института им. А.А. Угарова (филиала) ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский технологический университет «МИСИС» (СТИ НИТУ «МИСИС»).

| | |
|---|---|
| **Научный руководитель:** | **Глущенко Антон Игоревич**, доктор технических наук, доцент, ФГБУН Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук, ведущий научный сотрудник лаборатории «Адаптивных и робастных систем им. Я.З. Цыпкина»; |
| **Официальные оппоненты:** | **Затонский Андрей Владимирович**, доктор технических наук, профессор, Березниковский филиал ФГАОУ ВО «Пермский национальный исследовательский политехнический университет», заведующий кафедрой «Автоматизации технологических процессов»; |
| | **Канарейкин Александр Иванович**, кандидат технических наук, ФГБОУ ВО «Российский государственный геологоразведочный университет им. Серго Орджоникидзе», доцент кафедры общей физики; |
| **Ведущая организация:** | ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный технический университет». |

Защита диссертации состоится «25» декабря 2023 года в 12-00 часов на заседании диссертационного совета 24.2.323.01, в ФГБОУ ВО «Липецкий государственный технический университет» по адресу: 398035, г. Липецк, ул. Московская, д.30.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Липецкий государственный технический университет» или на сайте www.stu.lipetsk.ru.

Автореферат разослан «01» ноября 2023 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета 24.3.323.01 — И.А. Седых
д.т.н., доцент

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы исследования**. Моделирование нагрева твердых тел различной геометрии в среде высоких температур на сегодняшний день находит свое применение в различных областях науки и техники в виде численных методов решения задачи нестационарной теплопроводности. Частным случаем применения подобных моделей является использование их для описания нагрева поверхностей твердых тел из сталей и материалов близких к ней по теплофизическим параметрам. Предполагается, что такие модели могут обладать прогностической функцией, которую можно использовать для повышения энергоэффективности тепловых процессов, происходящих в промышленных печах. Примеры такого использования можно найти в работах Б.Н. Парсункина, С.М. Андреева, Е.Ю. Мухиной, Д.А. Кургосова, Ю.М. Зубарева, Silvia Maria Zanoli, Crescenzo Pepe и др. Примеры применения моделей нестационарной теплопроводности в других областях можно найти в работах А.В. Острик, Д.Н. Николаева, А.А. Черпунова, В.С. Зарубина, Г.Н. Кувыркина М.Р. Федяевского, П.Д. Алексеева, Ю.Л. Леухина, Р.В. Чернухина, Н.Ю. Дударевой, П.В. Литвинова и др.

В основе моделирования нестационарной теплопроводности чаще всего лежит одноименное дифференциальное уравнение, представленное в двумерной постановке (реже – в трехмерной) с граничными условиями III-го рода. Оно устанавливает однозначное соответствие между дивергенцией температурного поля по сечению твердого тела и градиентом изменения температуры во времени для нелинейного теплообмена на его границе. Численные методы решения задач на основе такого дифференциального уравнения базируются на идее дискретизации непрерывных температурных полей в твердом теле таким образом, чтобы оно могло быть описано конечным набором точек. Решению прямых и обратных задач теплопроводности численными методами посвящены работы А.А. Самарского, О.М. Алифанова, Э.Я. Рапопорта, Ю.Э. Плешивцевой, А.Н. Дилигенской, Л.М. Ожерелковой, А.Ф. Албу, В.И. Зубова, В.И. Панферова, А.Б. Бирюкова, Liqiu Wang, Elie Hachem James V. Beck, Keith A. Woodbury, Zhendong Shang, John Billingham и др.

Основной проблемой численных методов для задачи нестационарной теплопроводности в условиях высоких температур является необходимость учитывать изменения от температуры таких теплофизических параметров нагреваемого твердого тела как плотность ($\rho$), теплоемкость ($c$) и теплопроводность ($\lambda$). На сегодняшний день эта задача решается при помощи внешних моделей, описывающих динамику изменения этих параметров “явно”. (“явная” адаптация к теплофизическим характеристикам нагреваемого твердого тела). У него имеется ряд недостатков, связанных, например, с ситуацией получения таких внешних моделей для групп материалов со схожими теплофизическими характеристиками. Внешние модели групповой “явной” адаптации влияют на алгоритмическую сложность и точность численного решения задачи. Кроме того, имеется практический аспект сложности получения таких внешних моделей для отдельных частных случаев нестационарного нагрева в высоких температурах. Наконец, нетривиальность данной проблеме придает необходимость также адаптировать модель “явно” к условиям теплообмена на границе твердого тела. Что в случае граничных условий III-го рода означает нахождение значения коэффициента теплообмена в каждый момент времени. Это наиболее нетривиальная проблема из перечисленных.

Ввиду данного факта в последнее время растет популярность подходов, которые предполагают, что уравнение нестационарного нагрева для ситуации высоких температур можно аппроксимировать, используя статистику, отражающую параметры протекающего теплового процесса. При таком подходе задача численного решения дифференциального уравнения заменяется на задачу регрессионного анализа, конечной целью которой является установить зависимость между температурой уже нагретого твердого тела и статистическими данными, отражающими, как именно оно нагревалось (время нагрева, температура и другие параметры). Построению таких статистических моделей для различных частных случаев посвящены работы И.Г. Самарина, С.М. Андреева, Б.Н. Парсункина, Е.Ю. Мухиной, М.Ж. Богатова, С.И. Чибизовой, Silvia Maria Zanoli, Crescenzo Pepe и др.

Качественным отличием статистических моделей является эффект неявной адаптации к теплофизическим характеристикам нагреваемого твердого тела и условиям теплообмена на его границах. Под неявной адаптацией здесь понимается возможность таких моделей восстанавливать необходимые динамики изменения теплофизических параметров от температуры из скрытых зависимостей, отраженных в статистике. Несмотря на то, что подобные модели в частных случаях показывают относительно высокую точность, они имеют ряд недостатков. Во-первых, они построены по принципу черного ящика и не отражают физических принципов протекания процесса нагрева. В результате модель отвечает на вопрос о температуре по итогам нагрева, но не может прогнозировать температуру тела после $N$ минут нагрева. Во-вторых, для формирования эффекта неявной адаптации потребуется в каждом отдельном случае подобрать достаточно сложную внутреннюю структуру модели. При этом на сегодняшний день существуют только эвристические рекомендации по выбору этой структуры, что делает сам процесс получения такой модели нетривиальной задачей.

Предполагается, что эффект неявной адаптации можно перенести на математическую модель нестационарной теплопроводности. Такие модели обладают известной структурой и отражают физические принципы протекания процесса нагрева.

Таким образом, важной **практической задачей** является разработка проблемно-ориентированного программного комплекса, реализующего численный метод решения задачи нестационарной теплопроводности для граничных условий III-го рода с неявной адаптацией и гарантирующего, что алгоритмическая сложность и точность получаемого решения будет не ниже относительно классического метода с явной групповой адаптацией. **Научная задача** заключается в разработке математической модели и численного метода решения задачи нестационарной теплопроводности, способных неявно адаптироваться к теплофизическим параметрам нагреваемого твердого тела и теплообмену на его границе, опираясь на статистические сведения о нестационарном нагреве, соответствующем граничным условиям III-го рода.

**Цель работы и задачи исследования.** Цель диссертационного исследования заключается в разработке математической модели и численного метода решения задачи нестационарной теплопроводности, способных неявно восстанавливать динамику изменения теплофизических характеристик нагреваемого твердого тела и условий теплообмена на его границах, используя статистические сведения о нестационарном нагреве, соответствующем граничным условиям III-го рода.

Для достижения поставленной цели были выделены следующие **задачи**.

1) Проанализировать существующие численные методы решения задачи нестационарной теплопроводности, позволяющие строить модели нагрева в среде высоких температур с граничными условиями III-го рода.

2) Рассмотреть классический численный метод решения задачи нестационарной теплопроводности с граничными условиями III-го рода. Изучить его структуру и определить каким именно образом происходит решение задачи адаптации такой модели “явным” образом.

3) Рассмотреть статистические методы, которые заменяют решение задачи нестационарной теплопроводности на восстановление зависимости температуры нагретого твердого тела по статистике его нагрева.

4) Разработать и исследовать математическую модель и численный метод решения задачи нестационарной теплопроводности с неявной адаптацией к теплофизическим параметрам твердого тела и условиям теплообмена на его границе путем комбинирования подходов, рассмотренных в (2) и (3).

5) Разработать проблемно-ориентированный программный комплекс для предложенных в (4) математической модели и численного метода неявной адаптации. Апробировать предложенные модель, численной метод и программный комплекс на распространенном частном случае нестационарного нагрева твердых тел из стали в промышленных печах. Выполнить сравнение предложенного численного метода и математической модели с моделями из (2) и (3).

**Научная новизна.** В диссертации получены следующие результаты, характеризующиеся научной новизной.

1) Предложена математическая модель нестационарной теплопроводности в двумерной постановке для граничных условий III-го рода, отличающаяся от существующих решений тем, что изменения теплофизических параметров нагреваемого твердого тела и коэффициента теплообмена на его границе восстанавливается неявно из статистических данных о процессе нагрева, сохраняя при этом интерпретируемую структуру модели.

2) Предложен численный метод, обеспечивающий упомянутой модели неявную адаптацию к теплофизическим параметрам нагреваемого тела и условиям теплообмена на его границах, отличающийся от известных решений коэффициентных обратных задач теплопроводности (ОЗТ) заменой теплофизических параметров на безразмерные настраиваемые коэффициенты, их равномерной дискретизацией по всему времени жизни модели и

формализацией законов настройки этих параметров на основе модели стохастического градиентного спуска для случая граничных условий III-го рода.

3) Предложен универсальный проблемно-ориентированный программный комплекс моделирования процесса нестационарного теплопереноса с граничными условиями III-го рода, отличающийся от имеющихся программных средств алгоритмической реализацией упомянутого численного метода неявной адаптации по статистическим данным и применением модульной гексагональной архитектуры объектно-ориентированного программирования (ООП).

**Теоретическая значимость работы.** Предложен альтернативный подход к решению обратной коэффициентной задачи нестационарной теплопроводности с граничными условиями III-го рода. Его суть заключается в замене её решения на задачу поиска оптимальных коэффициентов модели в каждой точке дискретного времени жизни на основе статистических данных о процессе нагрева и формализованных законов настройки этих коэффициентов по известной температуре уже нагретого твердого тела. **Практическая значимость** результатов диссертационного исследования заключается в реализации численного метода такой неявной адаптации в универсальном программном комплексе и его апробации на частном случае нестационарного нагрева твердых тел из стали в промышленных печах пламенного режима нагрева, для которого характерны условия III-го рода.

**Объект исследования.** Нестационарный нагрев твердых тел в среде высоких температур с граничными условиями III-го рода, отражающими конвективно-радиационный теплообмен на границе твердого тела.

**Предмет исследования.** Численные методы и алгоритмы решения задачи нестационарной теплопроводности, методы “явной” адаптации и решения коэффициентных обратных задач нестационарной теплопроводности.

**Методы исследования.** Инструменты численного моделирования на основе теории разностных схем, подходы к решению коэффициентных обратных задач нестационарной теплопроводности, методы статистического анализа, анализа сложности и устойчивости алгоритмов. При создании программного комплекса применен гексагональный объектно-ориентированный подход.

**Выносятся на защиту** следующие основные положения.

1) Математическая модель нестационарной теплопроводности, восстанавливающая динамику изменения теплофизических параметров нагреваемого твердого тела и коэффициента теплообмена на его границе неявно из статистических данных нагрева.

2) Численный метод на основе метода градиентного спуска, обеспечивающий упомянутой выше модели неявную адаптацию при помощи замены непрерывных теплофизических коэффициентов на безразмерные настраиваемые параметры, равномерно дискретизированные по всему времени жизни модели, с формализованным законом их настройки для граничных условий III-го рода.

3) Универсальный проблемно-ориентированный программный комплекс моделирования процесса нестационарного теплопереноса с

граничными условиями III-го рода, реализующий упомянутый численный метод с применением модульной гексагональной архитектуры ООП.

**Достоверность** научных результатов подтверждается корректным использованием математического аппарата, методов математического моделирования, численных методов, а также проведенными в достаточном объеме вычислительными экспериментами и успешной апробацией выносимых на защиту моделей и методов на наиболее распространенном случае нестационарного нагрева твердых тел из стали в промышленных проходных печах, а также сравнительным анализом полученных результатов с экспериментальными данными; обсуждением основных положений диссертации на семинарах и научных конференциях.

**Соответствие паспорту специальности.** Содержание диссертационной работы соответствует следующим пунктам паспорта специальности 1.2.2. – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

1. Численный метод на основе метода градиентного спуска, обеспечивающий упомянутой выше модели неявную адаптацию на основе решения задачи многопараметрической оптимизации методом стохастического градиентного спуска – **п.2** «Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий».
2. Универсальный проблемно-ориентированный программный комплекс моделирования процесса нестационарного нагрева с граничными условиями III-го рода, реализующий упомянутый численный метод с применением модульной гексагональной архитектуры ООП – **п.3** «Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента».
3. Математическая модель нестационарной теплопроводности с неявной адаптацией – **п.8** «Комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента».

**Реализация и внедрение результатов работы.** Полученные практические результаты и разработанное программное обеспечение используется в системе оптимизации расхода топлива печей нагрева АО Оскольский электрометаллургический комбинат (ОЭМК) им. А.А. Угарова. На компоненты математического и программного обеспечения получены свидетельства о регистрации программ для ЭВМ. Результаты исследования используются в учебном процессе СТИ НИТУ «МИСИС» в рамках образовательной программы по направлению 09.03.02 «Информационные системы и технологии» при выполнении курсовых работ по дисциплине «Программирование на языках высокого уровня».

**Публикации.** Основные результаты диссертационного исследования опубликованы в 17 научных работах, в том числе 4 – в ведущих рецензируемых журналах из Перечня ВАК, 4 – в изданиях, индексируемых в Scopus, 5 – в трудах Всероссийских и Международных конференций, получено 4 свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ.

**Личный вклад автора**. Все результаты, изложенные в диссертации, получены автором самостоятельно. В работах, опубликованных в соавторстве [1 - 17], лично соискателю принадлежат следующие результаты: [1] – предложенная в диссертации математическая модель и численный метод нестационарной теплопроводности с неявной адаптацией; в [2] – анализ алгоритмической сложности и вывод критериев устойчивости предложенного численного метода; в [3-4] – математическая модель нестационарной теплопроводности и статистические модели аппроксимации уравнения нестационарной теплопроводности для частного случая нагрева стали; в [5-8] – математическая формализация и синтез предлагаемых моделей, подготовка данных, апробация, численные эксперименты; в [9-12] – разработка архитектуры и программного кода лицензируемого программного обеспечения; в [13-17] – постановка задачи, разработка решений и синтез математических моделей.

**Апробация.** Основные результаты, полученные в диссертационной работе, докладывались и обсуждались на международных и всероссийских конференциях и форумах: 15-я Международная конференция «Intelligent Systems» (INTELS’22, Москва, 2022); 15-я Мультиконференция по проблемам управления (МКПУ-2022, Санкт-Петербург, 2022); International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy efficiency SUMMA (Липецк, 2020, 2021, 2022); конференция с международным участием «Системы автоматизации (в образовании, науке и производстве) AS'2022» (Новокузнецк, 2022); 2022 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM) (Сочи, 2022), XVII-XIX Всероссийская школа-конференция молодых ученых «Управление большими системами» (Москва, 2021; Челябинск, 2022, Воронеж, 2023); XVIII Всероссийская научно-практическая конференция «Современные проблемы горно-металлургического комплекса. Наука и производство» (Старый Оскол, 2021).

**Объем и структура работы.** Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения и двух приложений. Список использованной литературы содержит 112 наименований. Текст диссертации состоит из 151 страницы машинописного текста, включая 36 рисунков, 20 таблиц и 138 формул.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обоснована актуальность темы диссертационного работы, сформулированы цель и задачи исследования, определены научная новизна и практическая значимость результатов работы.

**В первой главе** рассматривается уравнение нестационарного теплопереноса в твердом теле (1) и приводится анализ его аналитического решения для одномерного случая с граничными условиями III-го рода:

$$\dot{T} = \alpha \cdot \nabla^2 T + F(\bullet). \tag{1}$$

Здесь $\nabla$ – это векторный дифференциальный оператор набла, T – температура нагреваемого материала, $\dot{T}$ – производная температуры нагреваемого материала по времени, °C, $F(\bullet)$ – функция, описывающая внутренние источники тепла; $\alpha=\lambda/(\rho\cdot c)$ – коэффициент температуропроводности. Данный дифференциальный закон устанавливает соответствие между градиентом температуры по времени и его дивергенцией по пространству. На примере рассмотренных аналитических решений делается вывод, что их поиск для многомерного оператора набла и нелинейных граничных условий неэффективен для практического применения.

Ввиду этого факта были рассмотрены численные методы решения краевых задач на основе (1) с нелинейными граничными условиями (например, граничными условиями III-го рода): 1) конечно-элементные методы (метод контрольных объемов и зональный метод); 2) конечно-разностные методы. В результате анализа этих методов были выявлены их основные достоинства и недостатки. На основе проведенного анализа всех плюсов и минусов численных методов, было решено остановиться на инструменте конечно-разностного моделирования для дальнейшего анализа.

Рассматривается (1) в двумерной постановке без внутренних источников:

$$\rho\cdot c\frac{\partial T}{\partial t}=\lambda\cdot\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right), \tag{2}$$

где $\rho$ – плотность, *кг/м*$^3$; $\lambda$ – теплопроводность, *Вт*/(*м·К*); $c$ – теплоемкость, *Дж*/(*кг·К*). Конечно-разностная модель на основе (2) строится путем замены непрерывных дифференциальных операторов на их конечно разностные аналоги, определенные в узлах пространственных и временных сетей:

$$\rho\cdot c\frac{T^{n+1}_{x_k,y_q=const}-T^{n}_{x_k,y_q=const}}{\tau}=\lambda\left(\frac{T^{n+1}_{x_{k+1}}-2\cdot T^{n+1}_{x_k}+T^{n+1}_{x_{k-1}}}{h_x^2}+\frac{T^{n+1}_{y_{q+1}}-2\cdot T^{n+1}_{y_q}+T^{n+1}_{y_{q-1}}}{h_y^2}\right), \tag{3}$$

где $T^{n+1}$ – температура на целом временном слое, *К*; $n\in[0,\ N]$ – это узел временной сети; $x_k\in[0,\ W]$ – узел пространственной сети вдоль Ox; $y_q\in[0,\ H]$ – узел пространственной сети вдоль *Oy*; *W*, *H* – количество узлов пространственных сетей; *N* – количество узлов временной сети; $h_x$ и $h_y$ – шаги это по пространственным сетям вдоль *Ox* и *Oy* соответственно. Как правило, модель на основе (3) расщепляют относительно *Ox* и *Oy* на две локально-одномерные:

$$\begin{cases}\rho\cdot c\dfrac{T^{n+\frac{1}{2}}_{x_k,y_q=const}-T^{n}_{x_k,y_q=const}}{\tau}=\lambda\cdot\left(\dfrac{T^{n+\frac{1}{2}}_{x_{k+1}}-2\cdot T^{n+\frac{1}{2}}_{x_k}+T^{n+\frac{1}{2}}_{x_{k-1}}}{h_x^2}\right),\\ \rho\cdot c\dfrac{T^{n+1}_{x_k=const,y_q}-T^{n+\frac{1}{2}}_{x_k=const,y_q}}{\tau}=\lambda\cdot\left(\dfrac{T^{n+1}_{y_{q+1}}-2\cdot T^{n+1}_{y_q}+T^{n+1}_{y_{q-1}}}{h_y^2}\right),\end{cases} \tag{4}$$

где $T^{n+1/2}$ – температура на половинчатом временном слое. Температуры по целому (*n*+1)-му временному слою рассчитываются для узлов с зафиксированной координатой *x* вдоль оси *Oy* ($T_{yq}$). Температуры на половинчатом временном слое (*n*+1/2) рассчитываются с зафиксированной координатой *y* вдоль оси *Ox*. Это обеспечивает модели двойную аппроксимацию в точке $T_{x,y}$. Рассматриваются граничные условия III-го рода, описывающие конвективно-радиационный теплообмен:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial l} = \kappa_p \cdot (U_l(t) - T_{Об}) + \varepsilon \cdot \sigma \cdot ([U_l(t)]^4 - [T_{Об}]^4), \qquad (5)$$

где $l$ – нормаль к поверхности ($x$ или $y$); $p$=1 для $l$=$x$, и $p$=2 для $l$=$y$; $T_{Об}$– температура объекта, *К*; $U_l(t)$ – температура теплоносителя, *К*; $\kappa$ – коэффициент теплообмена, *Вт*/(*м*$^2$**К*), $\varepsilon$ – приведенная степень черноты, $\sigma$ – постоянная Стефана-Больцмана, принятая равной $5{,}67 \cdot 10^{-8}$ *Вт*$\cdot$*м*$^{-2}\cdot$*К*$^{-4}$. На основании (5) для двумерного тела произвольной геометрии ставится краевая задача и вводятся ортогональные сети (рис.1), а также фиксируются начальные условия $T$=$T_0$, $0 \le x < W$, $0 \le y < H$.

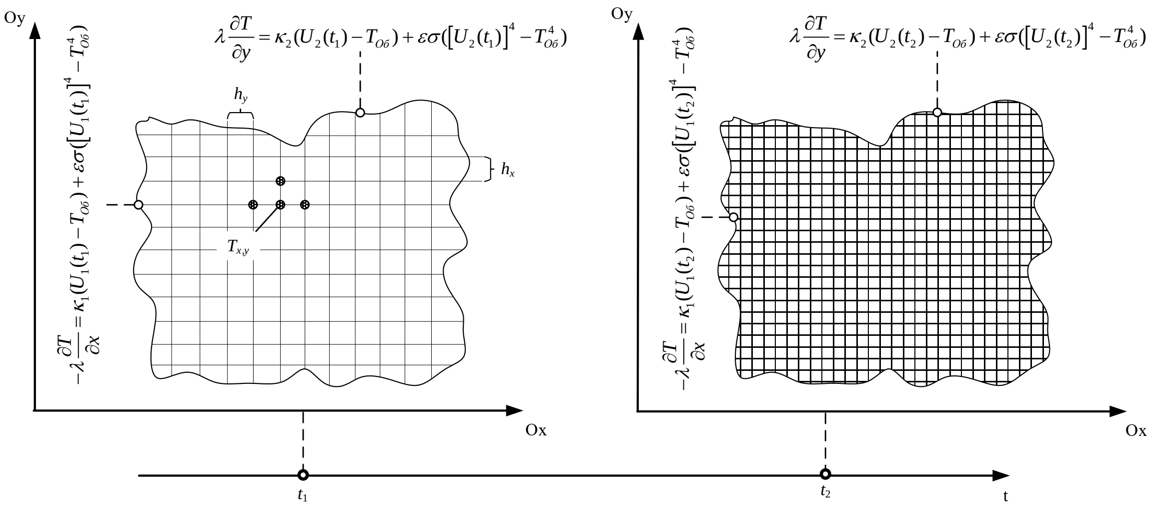



Рис. 1 – Геометрическая постановка задачи

**Во второй главе** рассматривается проблема адаптации моделей нестационарной теплопроводности к нагреваемому телу и условиям нагрева. При решении рассматриваемой краевой задачи локально-одномерные конечно-разностные схемы из уравнения (4) сводимы до трехточечных СЛАУ и решаются методом прямой и обратной прогонки. Проблема такого рода модели нестационарной теплопроводности (а также конечно-элементных методов её получения) связана с необходимостью коэффициентной адаптации модели путем восстановления правых частей теплофизических параметров (6) явно:

$$\lambda = f_\lambda(T); \rho = f_\rho(T); c = f_c(T). \qquad (6)$$

Использование внешних моделей, чтобы описать функциональную зависимость теплопроводности ($\lambda$), теплоемкости ($c$) и плотности ($\rho$) от температуры, называется “явной” адаптацией. Конечный вид таких моделей зависит от материала твердого тела. На примере упомянутой выше модели в главе иллюстрируется нетривиальность этой задачи в ситуации с групповой адаптацией, под которой понимают процедуры поиска правых частей (6) для группы схожих материалов. Показано, что групповая “явная” адаптация приводит: 1) к росту алгоритмической сложности модели, где она используется (класс сложности $O(N \cdot P^{2+2 \cdot k})$, где $k$ – это размер группы, $P$=($W \cdot H$) – это количество узлов пространственных сетей); 2) росту ошибки усреднения (класс точности модели $O(h^2)$+$O(\tau)$+$O(M_k)$, где $\tau$ – шаг по времени, $h$ – шаг по пространству, $M_k$ – набор из $k$ внешних моделей групповой адаптации). В данной главе на примере частного случая групповой “явной” адаптации к сталям рассматривается практический аспект, который также иллюстрирует ряд сложностей, связанных с получением самих внешних моделей для набора $M_k$. Также рассматривается практический аспект адаптации модели к условиям теплообмена на границах нагреваемого твердого тела ($\kappa = f_\kappa(T)$). Данная задача сама по себе является нетривиальной, в частности, из-за необходимости идентификации ряда параметров, что детально изложено в тексте диссертационной работы (п.2.2.2).

В заключении главы рассматривается альтернативный класс моделей, описывающих нагрев твердых тел. Такие модели аппроксимируют уравнение нестационарной теплопроводности, а не решают его численно. Для этого решается задача восстановления регрессионной зависимости между температурой уже нагретого твердого тела и статистическими данными истории его нагрева. Анализ таких моделей показывает, что при достаточной сложности их внутренних структур, им не требуется адаптация в "явном" виде. Такие модели обладают возможностью восстанавливать правые части для параметров (6) и коэффициента теплопроводности неявно из скрытых зависимостей в статистических данных. Было выдвинуто предположение, что такой эффект неявной адаптации можно перенести на модель нестационарной теплопроводности, поскольку такая модель обладает известной внутренней структурой и является интерпретируемой по сравнению со статистическими моделями, упомянутыми ранее.

**В третьей главе** предлагается математическая модель нестационарной теплопроводности с неявной адаптацией к теплофизическим параметрам нагреваемого твердого тела и условиям теплообмена на его границах. А также предлагается численный метод, обеспечивающий возможность неявно восстановить искомые зависимости упомянутых теплофизических коэффициентов из статистических данных, адекватных нагреву с граничными условиями III-го рода. Тем самым сохраняется интерпретируемая структура модели, и при этом удается получить преимущества неявной адаптации.

Модель базируется на следующих заменах:

$$\varphi^{(n)} = \lambda \;; \omega^{(n)} = \rho \cdot c, \tag{7}$$

где $n$ – это шаг по временной сетке с размерностью $N$, которая имеет вид:

$$w_\tau = \{n = \tau \cdot k_t \mid k_t = \overline{0, N}, \tau \cdot N = t_{\max}\}. \tag{8}$$

В отличие от известных моделей, в предлагаемой коэффициенты $\varphi$ и $\omega$ покрывают всю временную сеть (8), что для двумерного случая позволяет рассматривать их как векторы:

$$\varphi_l = \left\{\varphi_l^{(n)} \mid n = \overline{0, N}\right\};\ \omega_l = \left\{\omega_l^{(n)} \mid n = \overline{0, N}\right\}. \tag{9}$$

Тогда соответствующие замены можно сделать и в конечно-разностной модели (4), получив систему (10). Отдельные уравнения системы (10) можно рассмотреть, как подмодели с дискретным временем жизни, определенным в каждом из узлов сети (8). Тогда такие модели будут иметь $N$ состояний: 1) $\xi_{xk}^{(N)}$ – состояния вдоль оси $Ox$ (рис. 2); 2) $\xi_{yq}^{(N)}$ – состояния вдоль оси $Oy$ (рис.3).

$$
\begin{cases}
\omega_x^{(n)} \cdot \dfrac{T_{x_k, y_q = const}^{n+\frac{1}{2}} - T_{x_k, y_q = const}^{n}}{\tau} = \varphi_x^{(n)} \cdot \dfrac{T_{x_k+1}^{n+\frac{1}{2}} - 2 \cdot T_{x_k}^{n+\frac{1}{2}} + T_{x_k-1}^{n+\frac{1}{2}}}{h_x^2}, \\
\omega_y^{(n)} \cdot \dfrac{T_{x_k = const, y_q}^{n+1} - T_{x_k = const, y_q}^{n+\frac{1}{2}}}{\tau} = \varphi_y^{(n)} \cdot \dfrac{T_{y_q+1}^{n+1} - 2 \cdot T_{y_q}^{n+1} + T_{y_q-1}^{n+1}}{h_y^2},
\end{cases} \quad (10)
$$

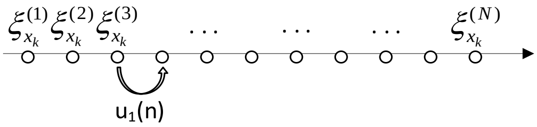



Рис. 2 Набор состояний системы для *Ox*

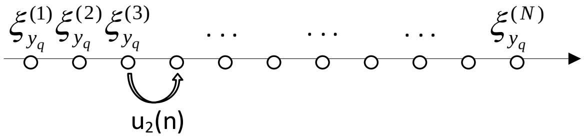



Рис. 3 Набор состояний системы для *Oy*

Пусть имеются управления $u_1$ и $u_2$. Тогда каждое последующее состояние системы (температура $\xi_l^{(i)} = T_l^i$) достигается только как рекуррентная функция, зависящая от предыдущего состояния и этого управления. Пусть параметр теплообмена на границе ($\kappa_p$) дискретизирован аналогично параметрам (9), тогда на основании анализа (10) сделано предположение, что управления $u_1$ и $u_2$ будут представлять собой тройку значений ($\varphi$, $\omega$, $\kappa$), определенные в каждом $n$-м узле:

$$
\begin{cases}
\xi_{x_k}^{(n)} = g_1(\xi_{x_k}^{(n-1)}, u_1(n)), \\
\xi_{y_q}^{(n)} = g_2(\xi_{y_q}^{(n-1)}, u_2(n)).
\end{cases}
\Rightarrow
\begin{cases}
\xi_{x_k}^{(n)} = g_1(\xi_{x_k}^{(n-1)}, \varphi_x^{(n)}, \omega_x^{(n)}, \kappa_1^{(n)}), \\
\xi_{y_q}^{(n)} = g_2(\xi_{y_q}^{(n-1)}, \varphi_y^{(n)}, \omega_y^{(n)}, \kappa_2^{(n)}).
\end{cases} \quad (11)
$$

Начальное состояние зафиксировано начальными условиями краевой задачи, поэтому для (11) справедливо $n \neq 0$. Пусть системы (10) развиваются во времени до $N$, причем в $N$ ожидается определенная эталонная температура $y$, а на вход подается целое количество наблюдений $V$, описывающих нестационарный нагрев, соответствующий граничным условиям III-го рода. Тогда, имея данные о целевой температуре, а также информацию о времени нагрева ($t_{max}$) и температурах теплоносителя ($U_x(t)$ и $U_y(t)$), можно настроить модель на заранее определённой выборке, пытаясь обобщить динамику нагрева различных твердых тел, тем самым избежав надобности в “явной” адаптации правых частей системы (6). Пусть есть целевые функции для систем *Ox* и *Oy*:

$$
E_x = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{V}(y_i - g_1(T_{x_k}^{(n)}, u_1(n)_i)^2; \; E_y = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{V}(y_i - g_2(T_{y_q}^{(n)}, u_2(n))_i)^2 \quad (12)
$$

Тогда групповая “явная” адаптация теплофизических коэффициентов и коэффициента теплообмена на границе может быть заменена на решение некоторой оптимизационной задачи поиска оптимальных управлений в каждом узле временной сети:

$$
\begin{cases}
\{u_1(n), u_1(n+1), ..., u_1(N)\}, \; \dfrac{1}{2}\sum\limits_{i=1}^{M}(y_i - g_1(T_{x_k}^{(n)}, u_1(n)_i)^2 \to \min \\
\{u_2(n), u_2(n+1), ..., u_2(N)\}, \; \dfrac{1}{2}\sum\limits_{i=1}^{M}(y_i - g_2(T_{y_q}^{(n)}, u_2(n))_i)^2 \to \min
\end{cases} \quad (13)
$$

Инициализировав $\varphi$, $\omega$ и $\kappa$ псевдослучайным образом на каждом $n$, получим траектории $u_1(n)$ и $u_2(n)$, которые будут отличны от оптимальных. Оценивая ошибку для $g_1(n)$ и $g_2(n)$ на каждом временном шаге $n$, можно корректировать

$u_1(n)$ и $u_2(n)$, корректируя $\varphi$, $\omega$ и $\kappa$, пока не будет найден локальный минимум целевого многоэкстремального функционала (13), удовлетворяющий некоторому критерию качества. В диссертационном исследовании конечный вид $g_1$ и $g_2$ был определен для граничных условий III-го рода (5). Для настройки упомянутых параметров был предложен численный метод на основе метода стохастического градиента:

$$\Delta\varphi_l^{(n)} = -|\frac{k\cdot\frac{\partial E^{(n)}}{\partial\varphi_l^{(n)}}}{\eta}+\eta|\cdot\frac{\partial E^{(n)}}{\partial\varphi_l^{(n)}};\Delta\omega_l^{(n)} = -|\frac{k\cdot\frac{\partial E^{(n)}}{\partial\omega_l^{(n)}}}{\eta}+\eta|\cdot\frac{\partial E^{(n)}}{\partial\omega_l^{(n)}},$$
$$\Delta\kappa_p^{(n)} = -|\frac{k\cdot\frac{\partial E^{(n)}}{\partial\kappa_p^{(n)}}}{\eta}+\eta|\cdot\frac{\partial E^{(n)}}{\partial\kappa_p^{(n)}} \qquad (14)$$

где $E$ – ошибка, определенная в уравнении (12), $k$ – эмпирически подбираемый параметр, $\eta$ – шаг коррекции. Коррекция уравнениями (14) обусловлена борьбой со слишком быстрым затуханием градиента. Это связано с конечным видом функций расчета частных производных, полученных в диссертационном исследовании. Количество имеющихся эталонных замеров температуры твердого тела, отраженных в статистике и распределенных во времени, может не совпадать с количеством шагов по временной сети. Тогда в точках, где возможен прямой расчет невязки, частные производные ошибки (12) по настраиваемому параметру будут иметь вид – (15). Далее рассмотрены только полученные формулы относительно $\varphi$, для $\omega$ и $\kappa$ они аналогичны (отражены в тексте работы).

$$\frac{\partial E_l^{(n)}}{\partial\varphi_l} = \frac{\partial g_p(T_l^{(n)},u_p(n))}{\partial\varphi_l}\cdot(y-g_p(T_l^{(n)},u_p(n))). \qquad (15)$$

Для определения ошибки на внутренних временных слоях (между известными эталонными значениями) используется цепное уравнение:

$$\frac{\partial E_l^{(N-1)}}{\partial\varphi_l} = \delta_{N-1}^{(p)}\cdot(\frac{\partial g_p(T_l^{(N-1)},u_p(N-1))}{\partial T_l^{(N)}}\cdot\frac{\partial g_p(T_l^{(N)},u_p(N))}{\partial\varphi_l})\cdot(y-g_p(T_l^{(N)},u_p(N)) \qquad (16)$$

Здесь $\delta_n$ определяет связь ошибки между временными слоями и вычисляется отдельно для каждого уравнения модели системы по полученным в работе формулам. Для модели по $Ox$ – (17), для модели по $Oy$ – (18).

$$\delta_n^{(1)} = \left(h_x^2\cdot\varphi_x^{(n)}\right)/\left(\varphi_x^{(n)}\cdot h_x^2+2\cdot(\frac{\varphi_x^{(n)}}{\omega_x^{(n)}})\cdot\tau\cdot\varphi_x^{(n)}\cdot(1-\alpha_{x_{k-1}})\right), n=\overline{0,N-1} \qquad (17)$$

$$\begin{cases}\delta_n^{(2)} = \omega_y^{(n)}\cdot h_y^2 / X_n - \sqrt[4]{2\cdot\tau\cdot\varepsilon_2\cdot\sigma\cdot h_y / X_n},\\ X_n = 2\cdot\tau\cdot\varphi_y^{(n)}\cdot(1-\alpha_{y_q}^{(n-1)})+2\cdot\tau\cdot\kappa_2\cdot h_y+\omega_y^{(n)}\cdot h_y^2.\end{cases} \qquad (18)$$

Таким образом, воспользовавшись (15)-(18), можно вычислить частные производные для корректоров (14) и настраивать параметры отдельной динамической системы ($Ox$ и $Oy$), чтобы решать задачу (13), тем самым адаптируя модель к теплофизическим параметрам твердого тела и коэффициенту теплообмена на границе неявно.

Далее рассматривается процесс оценки алгоритмической устойчивости предлагаемого численного метода и математической модели. В основе предложенной модели лежит численный конечно-разностный метод, для которого существует известное условие устойчивости. Сделав в нем замены (7), получим условие:

$$\left|\frac{2\cdot\varphi_l^{(n)}}{h_l^2}+\frac{\omega_l^{(n)}}{\tau}\right|>\left|\frac{\varphi_l^{(n)}}{h_l^2}\right|+\left|\frac{\varphi_l^{(n)}}{h_l^2}\right|. \tag{19}$$

В данной главе выдвигается гипотеза о том, что существуют такие ограничения для $\tau$, $h_l$, $\varphi_l^{(n)}$, включая смещения $\omega_l^{(n)}$, $\varphi_l^{(n)}$ относительно друг друга, при которых устойчивость предложенной модели гарантируется доказанной устойчивостью классической конечно-разностной модели и эквивалентна ей. В результате анализа получено условие устойчивости:

$$|2\cdot\varphi_l^{(n)}\cdot\tau|<|\omega_l^{(n)}\cdot h_l^2|\Big|_{2\cdot\varphi_l^{(n)}=\omega_l^{(n)}}\Rightarrow\frac{t_{\max}}{N}<\frac{X^2}{L^2}\Rightarrow\frac{L^2\cdot t_{\max}-N\cdot X^2}{N\cdot L^2}<0. \tag{20}$$

Здесь $L$=[$W$|$H$] – количество шагов по пространству в зависимости от приложения к модели ($Ox$ или $Oy$ соответственно), $X$ – характеристический размер твердого тела по пространству; $t_{max}$ – общее время нагрева. Опираясь на данное условие, было сделано предположение, что для его выполнения необходимо гарантировать смещение $\omega_l^{(n)}$, $\varphi_l^{(n)}$ относительно друг друга при помощи смежного условия, не противоречащего данному. В процессе анализа, в предположении $t_1 \leqslant t_{\max} \leqslant t_2$ и $X_1 \leqslant X \leqslant X_2$, были выведены общие условия устойчивости предложенной модели:

$$\begin{gathered}\varphi_l^{(n)}>0,\ \omega_l^{(n)}>0,\ N\geq L^2,\\ \omega_l^{(n)}\in\left(10^{\lg(2\cdot\varphi_l^{(n)})+\lg\left(\frac{(t_2-t_1)}{(X_2^2-X_1^2)}\right)+1};(+D_{\max}-\gamma)\cdot 10^{\lg(2\cdot\varphi_l^{(n)})+\lg\left(\frac{(t_2-t_1)}{(X_2^2-X_1^2)}\right)+1}\right),\end{gathered} \tag{21}$$

где $\gamma$ – свободно выбираемый параметр, $D_{max}$ – это программные ограничения хранения вещественных чисел. А также предложено алгоритмическое ограничение процессов коррекции настраиваемых параметров, опирающееся на системы (22) (при $\Delta\omega_l^{(n)}\geq 0$ и $\Delta\varphi_l^{(n)}\geq 0$) и (23) (при $\Delta\omega_l^{(n)}<0$ или $\Delta\varphi_l^{(n)}<0$).

$$\begin{cases}\Delta\varphi_l^{(n)}=-\left|\dfrac{k\cdot\dfrac{\partial E^{(n)}}{\partial\varphi_l^{(n)}}}{\eta}\right|\cdot\dfrac{\partial E^{(n)}}{\partial\varphi_l^{(n)}}\\ \omega_{corr}=\left\lceil 10^{\lg(2\cdot\varphi_l^{(n)})+\lg\left(\frac{(t_2-t_1)}{(X_2^2-X_1^2)}\right)+1}\right\rceil\\ \Delta\omega_l^{(n)}=-\left|\dfrac{k\cdot\dfrac{\partial E^{(n)}}{\partial\varphi_l^{(n)}}}{\eta}\right|\cdot\dfrac{\partial E^{(n)}}{\partial\varphi_l^{(n)}}\cdot\omega_{corr}\end{cases}, \tag{22}$$

$$\begin{cases}\Delta\varphi_l^{(n)}=new(\varphi_l^{(n)})\\ \omega_{corr}=\left\lceil 10^{\lg(2\cdot\varphi_l^{(n)})+\lg\left(\frac{(t_2-t_1)}{(X_2^2-X_1^2)}\right)+1}\right\rceil\\ \Delta\omega_l^{(n)}=-(0-\Delta\omega_l^{(n)})+\Delta\varphi_l^{(n)}\cdot\omega_{corr}\end{cases} \tag{23}$$

Здесь $new(\bullet)$ – это функция повторной инициализации параметра. Выполнение условий (21) при инициализации $\varphi$ и $\omega$ в начальный момент времени $t = 0$ и понимается под псевдослучайной инициализацией. В результате применения представленных выше ограничений, алгоритмическая устойчивость модели достигла 98%.

Помимо анализа устойчивости, был проведен анализ алгоритмической сложности предлагаемого численного метода, имеющего класс – $O(V\cdot(N\cdot P^2+N))$, где $V$ – это размер статистики, по которой будут корректироваться параметры. Анализ классов сложности (24) показывает, что предложенный численный метод более эффективный, чем классический численный метод с групповой “явной” адаптацией при росте количества узлов пространственной сети. Относительно временных узлов оба численных метода имеют одинаковый класс сложности.

$$\lim_{N\to\infty}\frac{V\cdot(N\cdot P^2+N)}{N\cdot P^{2+k}}=2000\Big|_{P=1,k=5,V=10000};\ \lim_{P\to\infty}\frac{V\cdot(N\cdot P^2+N)}{N\cdot P^{2+k}}=0\Big|_{N=1,k=5,V=10000} \quad (24)$$

**В четвертой главе** рассматривается частный случай нестационарной теплопроводности в твердых телах из стали, нагреваемых в методических проходных печах. На базе предложенной в предыдущей главе модели для частного случая была поставлена задача прогнозирования нагрева поверхности твердого тела, имеющего прямоугольную геометрию (рис.4).

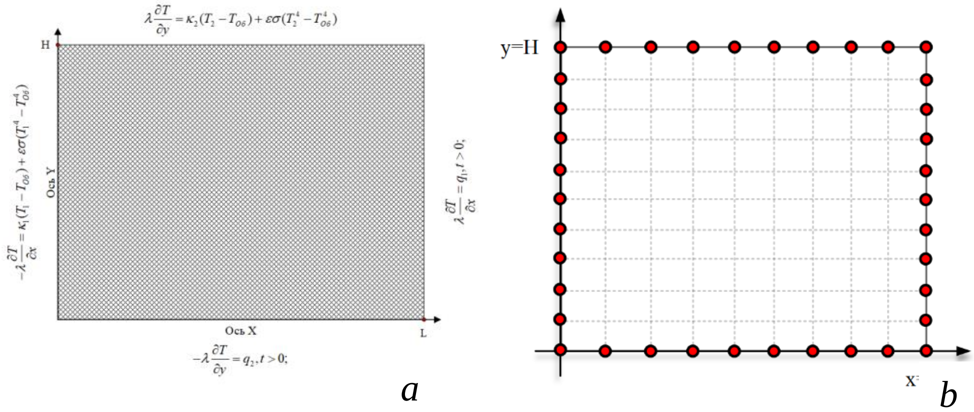


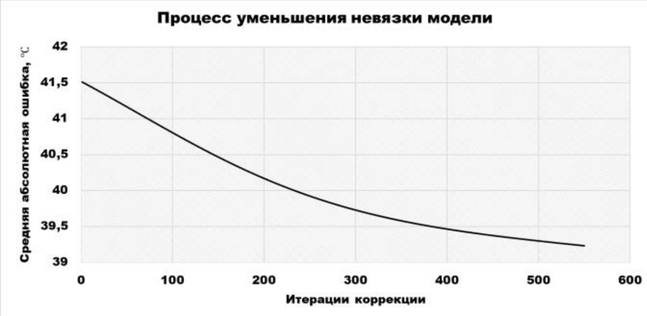

Рис. 4 – Геометрическая постановка задачи (*a*) и сеточное представление геометрии (*b*)

Были собраны статистические данные с действующей автоматизированной системы управления нагревательной печью, расположенной в первом прокатном цехе АО ОЭМК им. А.А. Угарова. Данные имели структуру, аналогичную таблице 1, где $t^{(1)}$, $t^{(2)}$ и $t^{(3)}$ – это время нагрева в каждой из зон печи ($t_{max} = t^{(1)}+t^{(2)}+t^{(3)}$); $t^{(4)}$ – это время между выходом твердого тела из печи и фиксацией его температуры пирометром; $T^{(1)}$, $T^{(2)}$, $T^{(3)}$ – температуры в зонах печи; $m$ – масса заготовки, X – характеристический размер твердого тела.

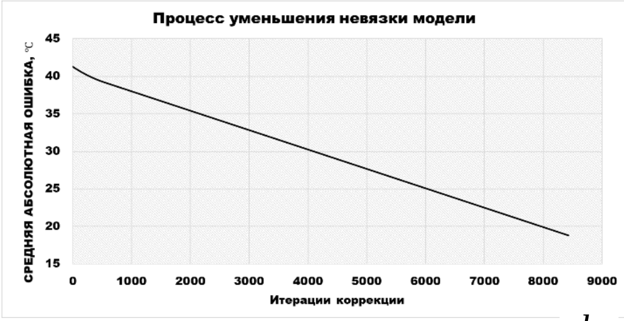
Таблица 1 – Пример статистической выборки

| Температурно-временная карта | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *№ п/п* | $t^{(1)}$, с | $T^{(1)}$,°C | $t^{(2)}$, с | $T^{(2)}$,°C | $t^{(3)}$, с | $T^{(3)}$, °C | *m, кг* | $t^{(4)}$, *с* | *X, мм* |
| 1 | 18053 | 996 | 7200 | 975 | 6541 | 1186 | 4970 | 225 | 360x300 |
| 2 | 18053 | 996 | 7200 | 975 | 6727 | 1186 | 4980 | 159 | 360x300 |
| 3 | 18448 | 996 | 6949 | 975 | 6855 | 1185 | 4930 | 138 | 360x300 |
| 4 | 7387 | 992 | 4655 | 965 | 4002 | 1183 | 9760 | 140 | 360x300 |
| … | … | … | … | … | … | … | … | … | … |

На основе собранной статистики объемом 6098 записей, предложенная модель была апробирована (рис.5) с настройкой по методу стохастического градиентного спуска и с настройкой предлагаемым численным методом (рис.6).




*a*




*b*

Рис. 5 – Процесс уменьшения ошибки выхода модели с использованием метода стохастического градиентного спуска. Первые 550 итераций (*a*), весь цикл (*b*)

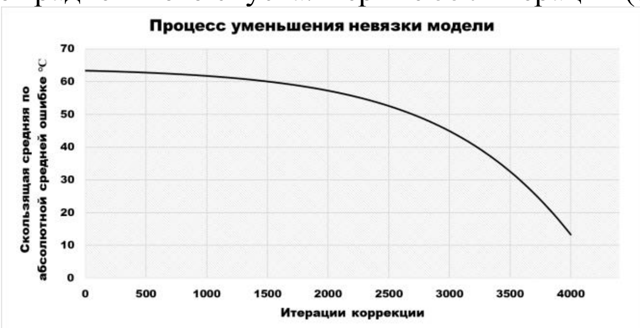



Рис. 6 – Процесс уменьшения ошибки выхода модели с использованием предложенного численного метода

В результате тестирования предложенной модели на данных с действующего теплового агрегата удалось получить ошибку прогнозирования температуры нагрева стального твердого тела порядка 13,2 °С. Эксперимент проводился несколько раз на различных наборах данных, в результате чего было установлено, что предложенный численный метод способен обеспечить математической модели нестационарной теплопроводности достаточно высокую точность без необходимости “явно” описывать динамику изменения теплофизических параметров твердого тела и условий теплообмена на его границе в виде отдельных моделей.

Для проведения сравнения для рассмотренного выше частного случая нестационарной теплопроводности при решении задачи построения зависимости между температурой уже нагретого твердого тела и некоторой историей его нагрева также были получены статистические модели. Это позволило провести сравнительные эксперименты, чтобы определить эффективность предложенного численного метода. В качестве контрольной метрики выступал критерий абсолютной средней (MAE) и абсолютной средней процентной ошибки (MAPE).

Среди всех сравнительных испытаний (см. главу 4 в диссертации) наибольший интерес представляло сравнение предложенной модели “неявной” адаптации с моделью групповой “явной” адаптации (рис.7).

Общие результаты сравнения моделей приведены в таблице 2.

В заключительной части данной главы приводится описание программного комплекса, реализующего предложенный в третьей главе численный метод и модель, разработанного на основе «чистой архитектуры» ООП (рис.8).


Рис. 7 – Графическое сравнение моделей нестационарной теплопроводности

Таблица 2 – Общие результаты сравнения моделей

| | Модель с единичной адаптацией к "Сталь 20" | Модель с групповой адаптацией | Модель на базе случайного леса | Модель с неявной адаптацией |
|---|---|---|---|---|
| MAE, °C | 16,9 | 28,95 | 9,805 | 13,197 |
| MAPE, % | 0,0162 | 0,0258 | 0,0094 | 0,0127 |
| MAPE относительно интервала [900;1150] | 0,0676 | 0,1158 | 0,0393 | 0,0528 |

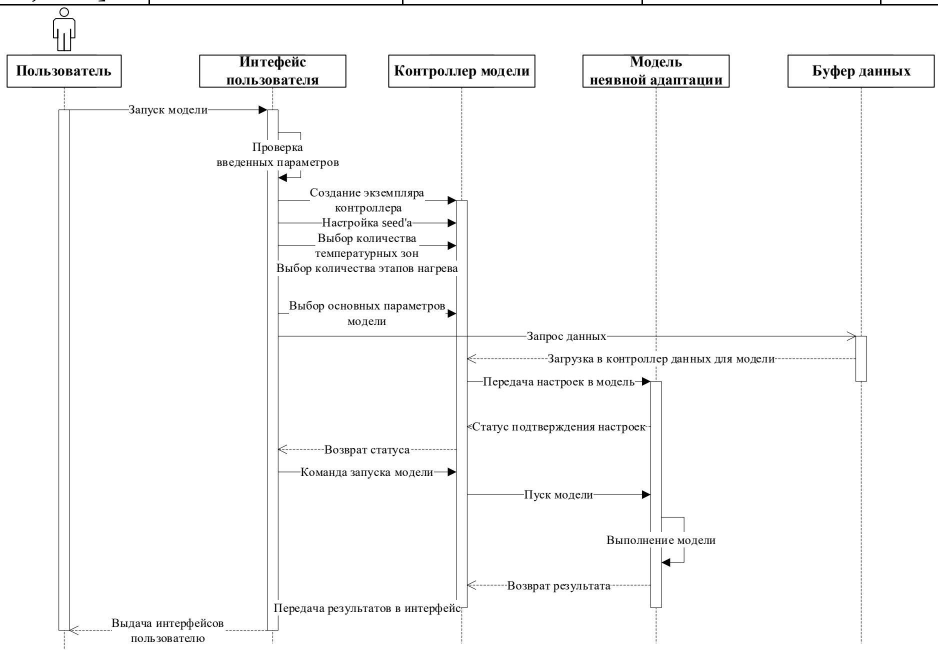



Рис. 8 – UML-диаграмма последовательностей работы программного комплекса

Новизна представленного программного комплекса заключается в алгоритмической реализации предложенного численного метода неявной адаптации по статистическим данным и применении модульной архитектуры, обеспечивающей слабую функциональную связь между модулями, позволяя взаимно заменять их без необходимости глубокого рефакторинга кода программы. Более детально алгоритмы и структура классов программы представлены в тексте диссертационной работы в п.4.4.3 и приложении А.

**В заключении** приводятся основные результаты диссертационного исследования. **В приложениях** приводятся алгоритмы работы программного комплекса, алгоритмы предложенного численного метода, а также акты об использовании результатов работы.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. Проанализированы "классические" численные методы решения краевых задач нестационарной теплопроводности в двумерной постановке. На их основе сформулирована проблема "явной" адаптации таких решений к теплофизическим параметрам нагреваемых твердых тел, а также к условиям теплообмена на их границах.
2. На примере конечно-разностного численного метода моделирования нестационарной теплопроводности в граничных условиях III-го рода были продемонстрированы основные проблемы, связанные с групповой "явной" адаптацией. Во-первых, была оценена алгоритмическая сложность конечно-разностной модели с такой адаптацией, имеющая показательный класс роста, зависящий от размеров адаптируемой группы ($O(N{\cdot}P^{2+k})$). Во-вторых, были рассмотрены практические аспекты, ограничивающие применение групповой "явной" адаптации для частных случаев моделирования нестационарной теплопроводности.
3. Была предложена математическая модель нестационарной теплопроводности для граничных условий III-го рода на основе конечно-разностного метода решения с возможностью проводить упомянутую ранее адаптацию неявно. Для полученной модели были выведены условия алгоритмической устойчивости, гарантирующие стабильность расчетов на ЭВМ.
4. Был предложен численный метод, позволяющий проводить адаптацию неявно, используя для этого статистические сведения о нестационарном нагреве твердых тел, соответствующем граничным условиям III-го рода. Данный численный метод представляет непрерывные теплофизические коэффициенты, включая коэффициент теплообмена на границе твердого тела, как дискретные параметры, равномерно распределенные в узлах временной сети. Он включает в себя предложенный закон настройки этих параметров, а также формулы для расчета частных производных ошибок по настраиваемым параметрам. В работе доказано, что алгоритмическая сложность предложенного метода имеет более эффективный полиномиальный вид – $O(V{\cdot}(N{\cdot}P^2{+}N))$.
5. Была выполнена апробация предлагаемой математической модели и численного метода на распространенном виде нестационарного нагрева твердых тел из стали в промышленных печах пламенного типа, тепловой процесс в которых соответствует граничным условиям III-го. В результате апробации было установлено, что модель способна работать в режиме реального времени и имеет точность порядка 94,72% для рассмотренного случая.
6. На том же частном случае нестационарной теплопроводности были оценены статистическая модель со сложной структурой и классическая конечно-разностная модель с групповой "явной" адаптацией. Точность статистической модели составила 96,07%, точность классической модели – 88,42%. Точность статистической модели немногим выше предложенной, но она имеет абсолютно неинтерпретируемую структуру.

7. Для предложенных математической модели и численного метода были синтезированы алгоритмы, реализованные в дальнейшем на языке высокого уровня (C#) в виде проблемно-ориентированного программного комплекса с использованием гексагональной архитектуры ООП.

## СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ РАБОТЫ


Публикации в изданиях, рекомендованных ВАК РФ

1. Жуков, П. И., Фомин, В. В., Глущенко, А. И. Неявная адаптация сеточной модели нестационарной теплопроводности к нагреваемому веществу // Управление большими системами: сборник трудов. –2022. –№ 100. – С. 78-106.
2. Жуков, П. И., Фомин, А. В., Глущенко, А. И. Алгоритмическая устойчивость и сложность процесса неявной адаптации сеточной модели нестационарной теплопроводности к нагреваемому веществу // Управление большими системами: сборник трудов. – 2023. – № 101. – С. 39-63.
3. Жуков, П. И., Фомин, А. В., Глущенко, А. И. Сравнение модели конечных разностей и машинного обучения для задачи прогнозирования температуры заготовки, нагреваемой в проходной печи // Управление большими системами: сборник трудов. – 2022. – № 95. – С. 79-100.
4. Жуков, П. И., Фомин, А. В., Глущенко, А. И. Модель для прогнозирования температуры заготовки по ретроспекции ее нагрева на основе бустинга структуры «случайный лес» // Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Информационные технологии. – 2020. – Т. 18. – № 4. – С. 11-27.

Публикации в изданиях, индексируемых Scopus

5. Zhukov P., Fomin A., Glushchenko A. Development of Relationship Between Steel Billet Temperature and Data on Its Heating History for Continuous Furnace of Rolling-Mill Shop //International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency.–IEEE, 2020.–P.483-488.
6. Zhukov P., Glushchenko A., Fomin A. On Adaptation of Third Kind Boundary Conditions for Grid Models of Nonstationary Heat Exchange //International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM). – IEEE, 2022. – P. 1009-1013.
7. Zhukov P., Glushchenko A., Fomin A. Comparison of finite-difference and data-based models of temperature transfer process in heating furnaces for cast billet temperature prediction //International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency. – IEEE, 2021. – P. 811-816.
8. Zhukov P., Fomin A., Glushchenko A. Comparison of Training Efficiency of Transient Heat Conduction Mesh Model Using Different Objective Functions and Optimizers //International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency. – IEEE, 2022. – C. 301-305.

Зарегистрированные программы для ЭВМ

9. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2021669017 РФ. Программа для моделирования нестационарного

теплопереноса в шестизонной печи нагрева: № 2021668046: заявл. 12.11.2021: опубл. 23.11.2021 / П. И. Жуков, А. И. Глущенко.

10. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020662615 РФ. Программное средство автоматической обработки технологических данных "FDWM": № 2020661938: заявл. 08.10.2020: опубл. 16.10.2020 / П. И. Жуков, А. И. Глущенко, А. В. Фомин.

11. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2022683189 РФ. Модель расчета температурного поля в прямоугольном сечении с адаптивным коэффициентом теплообмена для ситуации вынужденной конвекции с переходным режимом течения: № 2022681634: заявл. 11.11.2022: опубл. 01.12.2022 / П.И. Жуков, А.И. Глущенко.

12. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2022682951 РФ. Подсистема расчёта среднего времени пребывания заготовок в нагревательной печи: № 2022681630: заявл. 11.11.2022: опубл. 29.11.2022 / А. В. Фомин, П. И. Жуков.

Статьи и материалы научных конференций

13. Жуков, П. И., Глущенко, А. И., Фомин, А. В. Сравнение эффективности «обучения» сеточной модели нестационарной теплопроводности при различных целевых функциях // Управление большими системами: труды XVIII Всероссийской школы-конференции молодых ученых. – Челябинск: ЮУрГУ, 2022. – С. 440-448.

14. Жуков П. И., Глущенко А. И. Адаптация коэффициента теплообмена для граничных условий третьего рода в конечно-разностных моделях нестационарной теплопроводности // Современные проблемы горно-металлургического комплекса. Наука и производство: материалы XVIII Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. - Старый Оскол: СТИ НИТУ «МИСиС», 2021. – С. 469-475.

15. Жуков, П. И., Глущенко, А. И., Фомин, А. В. Адаптация сеточной модели нестационарной теплопроводности на основе метода градиентного спуска // 15-я мультиконференция по проблемам управления. – СПб.: "Электроприбор", 2022. – С. 59-62.

16. Жуков, П. И., Глущенко, А. И., Фомин, А. В. Адаптация значений коэффициентов теплопереноса для сеточной модели нестационарного нагрева стали // Управление большими системами: труды XVII Всероссийской школы-конференции молодых ученых. – М.: ИПУ РАН, 2021. – С. 521-532.

17. Жуков, П.И. Фомин, А. В. Разработка концепции надсистемы энергоэффективного управления нагревательной печью // Труды конференции «Системы автоматизации (в образовании, науке и производстве) AS'2022»,– Новокузнецк: СибГИУ, 2022. – С. 293-299.

Подписано в печать 23.10.2023
Формат 60x84/16. Бумага офсетная.
Усл. печ. л. 1,0. Тираж 100 экз. Заказ № ___
Типография «Папирус»
309530, Белгородская обл., г. Старый Оскол, ул. Прядченко, д.114а