

Рожков Мирослав Андреевич

**ОПТИМИЗАЦИЯ МНОГОРАЗОВЫХ ГЕЛИОЦЕНТРИЧЕСКИХ ПЕРЕЛЁТОВ  
КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С СОЛНЕЧНЫМ ПАРУСОМ  
С УЧЁТОМ ДЕГРАДАЦИИ ОТРАЖАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ**

2.5.16. Динамика, баллистика, управление движением  
летательных аппаратов

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание учёной степени  
кандидата технических наук

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» (Самарский университет) на кафедре динамики полёта и систем управления.

**Научный руководитель:**

**Старинова Ольга Леонардовна**, доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой динамики полёта и систем управления Самарского университета.

**Официальные оппоненты:**

**Родников Александр Владимирович**, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры мехатроники и теоретической механики федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)»;

**Поляхова Елена Николаевна**, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры небесной механики математико-механического факультета федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет».

**Ведущая организация:**

федеральное государственное бюджетное учреждение науки федеральный исследовательский центр «Саратовский научный центр Российской академии наук», г. Саратов.

Защита состоится 17 ноября 2023 г. в 10:00 на заседании диссертационного совета 24.2.379.03, созданного на базе федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева», по адресу: 443086, г. Самара, Московское шоссе, 34.

С диссертацией можно ознакомиться в научно-технической библиотеке и на сайте федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева»: [https://ssau.ru/files/resources/dis\\_protection/Rozhkov\\_M\\_A\\_Optimizaciya\\_mnogorazovyh\\_geliocentricheskih\\_perelyotov.pdf](https://ssau.ru/files/resources/dis_protection/Rozhkov_M_A_Optimizaciya_mnogorazovyh_geliocentricheskih_perelyotov.pdf).

Автореферат разослан 15 сентября 2023 г.

Учёный секретарь

диссертационного совета 24.2.379.03

к.т.н., доцент

Крамлих Андрей Васильевич

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

В диссертации рассматриваются вопросы проектирования оптимальных по быстродействию многоразовых гелиоцентрических перелётов космического аппарата (КА) с неидеально отражающим солнечным парусом (СП) с учётом деградации отражающей поверхности.

### **Актуальность темы исследования.**

Концепция использования СП берёт своё начало в 1920-х годах с разработок российского учёного Фридриха Артуровича Цандера. С тех пор методология использования космического движителя на основе давления электромагнитного излучения Солнца дополнилась многочисленными методами проектирования, математического моделирования и прогнозирования орбитального движения, а также непосредственными экспериментами по развёртыванию (проект «Знамя-2») и управлению КА с СП в космосе (IKAROS, NanoSail-D, LightSail). Успешные эксперименты и завершённые исследования фундаментальных проблем технологии использования СП позволяют с уверенностью переходить к изучению более частных вопросов в данном направлении. Анализ современной научной литературы показал, что в значительной степени остаётся открытым вопрос оптимизации управления движением КА с СП с учётом деградации отражающей поверхности. Данный вопрос требует комплексного подхода в описании динамики движения КА с СП.

Уникальная особенность СП состоит в возможности постоянно сообщать ускорение КА без затрат рабочего тела. Это позволяет значительно расширить круг возможных космических миссий и открывает возможности для формирования искусственных точек равновесия в системе  $n$ -тел, некеплеровских орбит, стационарных орбит над полюсами планет, для удержания КА около астероидов сложной формы и выполнения других уникальных орбитальных манёвров, которые требуют наличия постоянного ускорения. Однако, СП имеют ограничения по времени функционирования, что связано с их постоянным взаимодействием с электромагнитным излучением Солнца. Фотоны, которые передают импульс парусу, изменяют молекулярную структуру материала отражающей плёнки. Зеркальная поверхность паруса со временем теряет свои первоначальные отражательные способности и становится матовой. Происходит деградация СП и снижение создаваемой давлением электромагнитного излучения тяги. Эффективность СП в длительных миссиях, которые требуют постоянного управления, может быть повышена путём минимизации времени на совершение управляемого манёвра.

**Степень разработанности.** Возможности СП, их конструкции, а также математические модели функционирования были исследованы российскими и иностранными учёными: К. Э. Циолковским, Ф. А. Цандером, Е. Н. Поляховой, Н. А. Неровным, А. В. Родниковым, В. В. Сазоновым, О. Л. Стариновой, Р. М. Хабибуллиным, J. D. Acord, B. Dachwald, R. L. Forward, L. Friedman, B. Fu, R. Funase, S. Gong, J. I. Kawaguchi, R. Ya. Kezerashvili, O. Mori, M. Macdonald, G. L. Matloff, C. R. McInnes, M. Vergaaji, G. Vulpetti, J. Wright.

Вопросами оптимизации управления движением центра масс КА с двигателями малой тяги занимались В. Л. Балакин, С. А. Ишков, В. Г. Кравец, Ю. Н. Лазарев, В. Е. Любинский, В. В. Салмин. Конкретно вопросы минимизации времени перелёта КА с СП рассматривали О. Л. Старинова, M. Ceriotti, J. Heiligers, D. J. Scheeres, M. Vergaaji. Анализ известных работ показывает, что оптимизационные задачи

движения КА с СП требуют уникального подхода для каждой отдельной миссии и остаются актуальными.

В большинстве исследований используется математическая модель идеально отражающего СП и не учитывается деградация оптических параметров отражающей поверхности. Возникает проблема определения оптимальных номинальных программ управления движением центра масс КА с СП, соответствующих движению реального СП, который обладает неидеально отражающей поверхностью с деградирующими оптическими параметрами. Корректная оценка влияния изменения этих параметров на номинальное управление позволит убедиться в рациональности применения СП и проектировать его траектории с меньшим временем перелёта. Поэтому тема диссертационной работы является актуальной.

**Цель работы** состоит в исследовании влияния деградации отражающей поверхности СП на выбор оптимальных по быстродействию номинальных программ управления движением центра масс КА с СП для многоразовых гелиоцентрических перелётов.

Для достижения поставленной цели в диссертации решаются следующие **задачи**:

1. Разработка математической модели управляемого движения центра масс КА с СП, включающая определение управляющего ускорения с учётом оптических особенностей отражения от неидеально зеркальной поверхности (рассеивание, поглощение, пропускание, собственное излучение материала) на базе расчёта оптических характеристик многослойного тонкого паруса и с учётом деградации оптических характеристик отражающей поверхности паруса под действием электромагнитного излучения Солнца.

2. Определение оптимального по быстродействию номинального управления движением центра масс КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации отражающей поверхности на базе принципа максимума Понтрягина.

3. Разработка методики и программно-математического обеспечения для решения задач проектирования оптимальных по быстродействию многоразовых гелиоцентрических перелётов КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации отражающей поверхности.

4. Верификация предлагаемой математической модели посредством сравнения полученных результатов с известными решениями других авторов и известными результатами экспериментов.

5. Проведение расчётов с использованием разработанной методики и программно-математического обеспечения многоразовых перелётов Земля-Меркурий-Земля и Земля-Марс-Земля для КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации отражающей поверхности; сравнение полученных результатов с моделированием движения центра масс идеально отражающего паруса.

Для решения поставленных задач использовались следующие **методы исследований**: метод матриц переноса в оптике, принцип максимума Понтрягина, методы численной оптимизации, численные методы интегрирования.

**Объектом исследования** является управляемое движение центра масс КА с СП.

**Предметом исследования** являются методический и программно-математический аппарат проектирования оптимальных по быстродействию многоразовых гелиоцентрических перелётов КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации отражающей поверхности.

**Научная новизна диссертационной работы** заключается в следующем:

1. Разработана математическая модель управляемого движения центра масс КА с СП, которая включает в себя: определение управляющего ускорения с учётом оптических особенностей отражения от неидеально зеркальной поверхности (рассеивание, поглощение, пропускание, собственное излучение материала) на базе расчёта оптических характеристик многослойного тонкого паруса и с учётом деградации оптических характеристик отражающей поверхности паруса под действием электромагнитного излучения Солнца.

2. Получено оптимальное по быстродействию номинальное управление движением центра масс КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации отражающей поверхности на базе принципа максимума Понтрягина.

3. Разработана методика решения задач проектирования оптимальных по быстродействию многоразовых гелиоцентрических перелётов КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации отражающей поверхности.

**Достоверность результатов** обеспечивается применением известных методов оптимизации и подтверждается совпадением полученных результатов для частных случаев с известными результатами работ других авторов и опубликованными результатами экспериментов.

**Теоретическая значимость.** Получено оптимальное по быстродействию номинальное управление движением центра масс КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации отражающей поверхности на базе принципа максимума Понтрягина. Разработана методика решения задач проектирования оптимальных по быстродействию многоразовых гелиоцентрических перелётов КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации отражающей поверхности.

**Практическая значимость.** Разработано программно-математическое обеспечение для решения задач проектирования оптимальных по быстродействию многоразовых гелиоцентрических перелётов КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации отражающей поверхности, использование которого позволит проводить баллистическое проектирование транспортных миссий КА с СП. Получены программы оптимального номинального управления для многоразовых перелётов Земля-Меркурий-Земля и Земля-Марс-Земля для КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации отражающей поверхности.

**Апробация работы и публикации.** Материалы исследования докладывались на 8 конференциях и получили положительные отзывы участников: Международный симпозиум по солнечным парусам (ISSS-2019, г. Ахен, Германия, 2019 г. и ISSS-2023, г. Нью-Йорк, США, 2023 г.), Академические чтения по космонавтике (г. Москва, 2020-2022 г.), Международная научная конференция по механике «IX Поляховские чтения» (г. Санкт-Петербург, 2021 г.), XXIII всероссийский семинар по управлению движением и навигации летательных аппаратов (г. Самара, 2020 г.), Международный семинар «Навигация и управление движением» (г. Самара, 2020 г.).

Результаты работы опубликованы в изданиях из перечня ВАК (2 статьи) и в рецензируемых изданиях, индексируемых в международных базах данных Scopus/WoS (3 статьи).

На разработанное программное обеспечение получены свидетельства о государственной регистрации:

1. Программный комплекс «Определение оптимального управления движением космического аппарата с электроракетной двигательной установкой, применяя принцип максимума Понтрягина», патент № 2022617890 получен 26.04.2022.

2. Программный комплекс «Расчёт замкнутых траекторий космического аппарата с электроракетной двигательной установкой», патент № 2022617889 получен 26.04.2022.

#### **Положения, выносимые на защиту:**

1. Математическая модель управляемого движения центра масс КА с СП, которая включает в себя: определение управляющего ускорения с учётом оптических особенностей отражения от неидеально зеркальной поверхности (рассеивание, поглощение, пропускание, собственное излучение материала) на базе расчёта оптических характеристик многослойного тонкого паруса и с учётом деградации оптических характеристик отражающей поверхности паруса под действием электромагнитного излучения Солнца.

2. Оптимальное по быстродействию номинальное управление движением центра масс КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации отражающей поверхности на базе принципа максимума Понтрягина.

3. Методика решения задач проектирования оптимальных по быстродействию многоразовых гелиоцентрических перелётов КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации отражающей поверхности.

4. Результаты верификации предлагаемой математической модели посредством сравнения полученных результатов с известными решениями других авторов и опубликованными результатами экспериментов.

5. Результаты расчётов, полученных с использованием разработанной методики и программно-математического обеспечения многоразовых перелётов Земля-Меркурий-Земля и Земля-Мартс-Земля для КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации отражающей поверхности.

**Личный вклад автора.** Все результаты, выносимые на защиту, получены автором самостоятельно. Диссертантом сформулирована постановка проблемы, разработаны методика и программно-математическое обеспечение проектирования оптимальных по быстродействию многоразовых гелиоцентрических перелётов КА с СП с учётом деградации отражающей поверхности, создан программный комплекс в среде разработки Borland Delphi.

**Соответствие паспорту специальности.** Полученные результаты соответствуют следующим пунктам паспорта специальности 2.5.16. Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов: п. 1 «Разработка и совершенствование математических моделей, используемых для описания движения и управления летательным аппаратом на различных режимах полёта»; п. 5 в части «Создание методов анализа и проектирования траекторий одиночных летательных аппаратов...»; п. 7 в части «Оптимальное планирование проведения динамических операций для решения целевых задач ЛА...».

**Структура и объём диссертации.** Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения, списка литературы из 109 наименований, 63 рисунков и 9 таблиц. Общий объём диссертации составляет 98 страниц.

#### **ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Во введении** обоснована актуальность темы исследования, описана степень её разработанности, определены цели и задачи, представлены используемые методы исследования, приведены результаты диссертации, содержащие научную новизну, и описана их теоретическая и практическая значимость, описаны выносимые на защиту результаты, оценена степень достоверности, даны сведения о публикациях и апробациях работы.

**В первой главе** диссертационной работы продемонстрирована общая структура рассматриваемой транспортной системы на базе КА с СП. Описаны особенности многоразовых гелиоцентрических перелётов, их преимущества и недостатки. Приведены используемые в диссертационной работе допущения. Представлены используемые математические модели функционирования СП.

В работе рассматривается следующая баллистическая схема доставки груза между двумя планетами Солнечной системы с использованием многоразовых перелётов, номинальные траектории которых оптимизированы по быстродействию (рисунок 1):

- КА с СП находится на границе сферы Хилла Земли или в окрестности точек либрации  $L_1$  или  $L_2$  системы Земля-Солнце и имеет начальную скорость равную орбитальной скорости Земли.
- КА получает груз и начинает своё движение к целевой планете. Процесс доставки груза с Земли и передачи груза на КА с СП осуществляется другой планетарной транспортной системой (ПТС), которая предназначена для быстрого маневрирования в околопланетном пространстве.
- Совершая управляемое гелиоцентрическое движение по оптимальной по быстродействию траектории, КА с СП достигает целевой планеты и двигается с её скоростью.
- КА передаёт груз и получает новый от ПТС целевой планеты.
- КА с СП возвращается по оптимальной гелиоцентрической траектории обратно к окрестностям сферы Хилла Земли.
- Осуществляется очередная передача груза и весь цикл движения КА с СП Земля-целевая планета-Земля повторяется вновь.

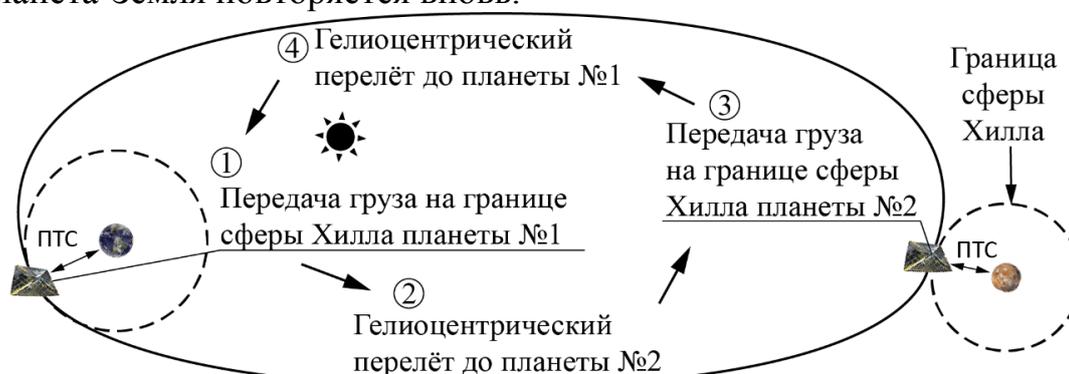


Рисунок 1 – Схематическое изображение одного цикла межпланетных перелётов КА с СП по замкнутой траектории, где перемещение груза от границы сферы Хилла до планеты осуществляется ПТС

В ходе анализа существующих работ было установлено, что современное развитие техники позволяет спроектировать КА с СП способный вместить 1905 кг полезной нагрузки при начальной массе 2353 кг. Такой СП имеет размер отражающей плёнки  $275 \times 275$  м, а его масса со всеми конструктивными элементами составляет 448 кг, что позволяет ему создавать ускорение КА до  $0,25 \text{ м/с}^2$  на орбите Земли. Данные проектные параметры используются для проведения математического моделирования.

В диссертационной работе принимаются следующие допущения, связанные с физикой процесса создания парусом ускорения и деградацией, управлением движения КА относительно центра масс, моделированием гелиоцентрического движения.

- Функционирование СП: учитываются только те факторы, которые вносят изменения в создаваемое ускорение более чем на 5%. Таким образом, в работе не

учитываются эффекты от изменения формы отражающей поверхности (неидеальное натяжение, складки, дефекты при развёртывании); влияние солнечного ветра, изменения интенсивности излучения Солнца (солнечная активность) и его размеров; электромагнитные излучения других источников помимо Солнца; влияние термодинамических эффектов; деградация элементов КА помимо отражающей плёнки паруса, для которой рассматривается только изменение оптических параметров.

- Системы управления ориентацией СП и движение КА относительно центра масс не рассматриваются в диссертационной работе. Предполагается, что СП способен изменять управляющий угол установки  $\theta$  на  $180$  градусов (град.) менее чем за  $1$  сут. На временном интервале межпланетного перелёта КА с СП, который составляет более  $1$  года, такая скорость переориентации допускает наличие «моментальных» изменений управляющего параметра в номинальной программе управления.

- Уравнения движения описываются в полярной системе координат для случая перелётов между круговыми копланарными орбитами в центральном гравитационном поле Солнца без учёта возмущений со стороны других небесных объектов.

Ускорение КА с неидеально отражающим СП от воздействия светового давления (рисунок 2) является суммой двух составляющих, направленных по нормали ( $a_{\perp}$ ) и параллельно поверхности паруса в плоскости, проходящей через радиус вектор ( $a_{\parallel}$ )<sup>[1]</sup>:

$$a_{\perp} = 2 \frac{S_r}{cm} S \cdot \cos \theta \cdot (a_1 \cos \theta + a_2), a_{\parallel} = -2 \frac{S_r}{cm} S \cdot \cos \theta \cdot a_3 \sin \theta, \quad (1)$$

$$a_1 = \frac{1}{2} (1 + \zeta \rho), a_2 = \frac{1}{2} \left( B_f (1 - \zeta) \rho + (1 - \rho) \frac{\varepsilon_f B_f - \varepsilon_b B_b}{\varepsilon_f + \varepsilon_b} \right), a_3 = \frac{1}{2} (1 - \zeta \rho),$$

где  $S_r$  – интенсивность электромагнитного излучения на расстоянии  $r$  от Солнца;  $c$  – скорость света в вакууме;  $m$  – масса КА;  $\theta$  – управляющий угол установки СП;  $\rho$  – коэффициент отражения;  $\zeta$  – фактор зеркального отражения поверхности паруса;  $\varepsilon_f$ ,  $\varepsilon_b$  – коэффициенты излучения лицевой и тыльной поверхности паруса;  $B_f$ ,  $B_b$  – не Ламбертовские коэффициенты лицевой и тыльной поверхности паруса, которые описывают угловое распределение испускаемых и диффузно отражённых фотонов.

Для лицевой, отражающей поверхности СП обычно выбираются хорошо отражающие алюминий или бериллий. Для тыльной поверхности, наоборот, выбирается хорошо излучающий хром (для поддержания умеренной температуры паруса).

Солнечный парус в целом представляет собой тонкопленочную многослойную оптическую систему, коэффициент отражения которой рассчитывается для заданной длины волны падающего излучения с использованием метода матриц переноса, основанного на описании электромагнитного поля двумя линейно независимыми компонентами: электрическим и магнитным полями. Матрица переноса<sup>[2]</sup> через всю слоистую структуру  $\mathbf{M}_{\Sigma}$  равна произведению матриц переноса через каждый  $j$ -й слой  $\mathbf{M}_j$ , начиная

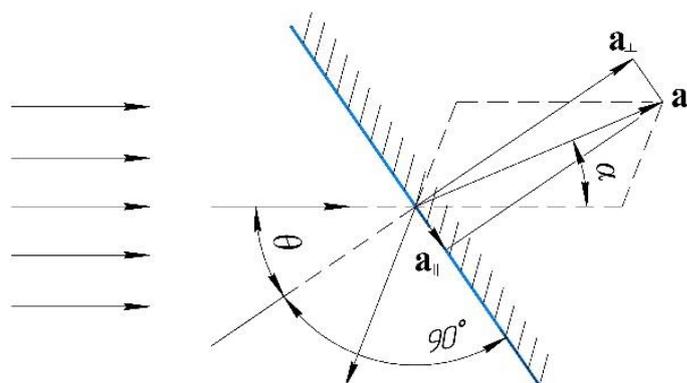


Рисунок 2 – Схема направления силы тяги неидеально отражающего СП

[1] Forward R.L. Grey solar sails // Journal of the Astronautical Sciences. 1989. Vol. 38(2). P. 161–185.

[2] Born M., Wolf E. Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light. / Elsevier, 2013. 836 pp.

с освещённой поверхности СП. В немагнитной среде (в случае S-поляризованной волны) матрица переноса одного слоя определяется выражением:

$$\mathbf{M}_j^S(\omega) = \begin{pmatrix} \cos f_j & \frac{-i}{n_j \cos \theta_j} \sin f_j \\ -in_j \cos \theta_j \sin f_j & \cos f_j \end{pmatrix}, \quad f_j = k_0 n_j d_j \cos \theta_j, \quad (2)$$

где  $f_j$  – фаза, накопленная волной при переходе от одной границы  $j$ -го слоя к следующей;  $i$  – мнимая единица;  $k_0 = \omega/c$  – волновой вектор света;  $\omega$  – угловая частота света;  $d_j$  – толщина  $j$ -го слоя;  $n_j$  – комплексный показатель преломления  $j$ -го слоя;  $\theta_j$  – угол падения света на  $j$ -й слой, который изменяется при переходе по закону Снелла.

Коэффициенты отражения  $\rho$  всей многослойной плёнки рассчитывается как:

$$\rho(\omega) = \left| \frac{(M_{11}^{S,P} + M_{12}^{S,P} p_1) p_0 - (M_{21}^{S,P} + M_{22}^{S,P} p_1)}{(M_{11}^{S,P} + M_{12}^{S,P} p_1) p_0 + (M_{21}^{S,P} + M_{22}^{S,P} p_1)} \right|^2, \quad (3)$$

где для S-поляризованного света  $p_0 = n_0 \cos \theta_0$  и  $p_1 = n_1 \cos \theta_1$ .

Поверхность паруса деградирует во время полёта из-за влияния различных космических факторов. Ухудшается коэффициент отражения и соответственно увеличивается доля поглощённого излучения. В работе под **деградацией** понимается только изменение используемых в уравнение (1) оптических параметров в зависимости от накопленной парусом дозы солнечного излучения. Для её описания используется параметрическая модель с экспоненциальной зависимостью<sup>[3]</sup>. Модель представляет собой систему из трёх уравнений, в которой определяется отношение текущего значения одного из оптических параметров  $p(t)$  к его начальному значению  $p_0$ :

$$\frac{p(t)}{p_0} = \begin{cases} \frac{1 + d e^{-\lambda \Sigma(t)}}{1 + d} & \text{если } p \in \{\rho, \zeta\}, \\ 1 + d(1 - e^{-\lambda \Sigma(t)}) & \text{если } p = \varepsilon_f, \\ 1 & \text{если } p \in \{\varepsilon_b, B_f, B_b\}, \end{cases} \quad (4)$$

где  $\Sigma(t)$  – безразмерная суммарная доза солнечного излучения, полученная за всё время полёта;  $\lambda$  – коэффициент деградации;  $d$  – фактор деградации.

**Во второй главе** поставлена и решается задача минимизации времени гелиоцентрического движения КА с СП. Оптимизация осуществляется как для математической модели идеально, так и для неидеально отражающего паруса. Решение для идеального отражения используется в качестве начального приближения согласно разработанной в диссертации методике решения задач проектирования оптимальных по быстродействию многоходовых гелиоцентрических перелётов КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации отражающей поверхности.

Система дифференциальных уравнений движения описывается в плоской полярной системе координат в безразмерном виде:

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{V}, \quad \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \mathbf{a}(r, \theta, \Sigma) - \mathbf{r}/r^3, \quad \frac{d\Sigma}{dt} = \frac{1 \cos \theta}{T_r r^2}. \quad (5)$$

Здесь  $\mathbf{r}$  – гелиоцентрический радиус-вектор КА;  $\mathbf{V}$  – вектор скорости КА;  $\mathbf{a}$  – вектор ускорения, создаваемого СП, который зависит от расстояния до Солнца  $r$ , угла установки паруса  $\theta$  и накопленной дозы радиации  $\Sigma$ ;  $T_r$  – время равное одному году.

[3] Dachwald B., et. al. Impact of optical degradation on solar sail mission performance // Journal of Spacecraft and Rockets. 2007. Vol. 44, (4). P. 740–749.

Для формирования замкнутых траекторий, которые используются в многоразовых перелётах, применяется разработанная в диссертации методика решения задач об оптимальном по быстродействию межпланетном перелёте с фиксированной угловой дальностью. Эти траектории удовлетворяют граничное условие:

$$(T_{\Sigma} + T_{\kappa})\omega_{\text{пл}} - (u_{\Sigma} + u_{\kappa}) = 2\pi(n_{\text{пл}} - n_{\text{КА}}), \quad (6)$$

где  $T_{\Sigma}, T_{\kappa}$  – суммарная и текущая длительности перелётов;  $\omega_{\text{пл}}$  – угловая скорость целевой планеты;  $u_{\Sigma}, u_{\kappa}$  – суммарная угловая дальность предыдущих перелётов и текущего;  $n_{\text{пл}}, n_{\text{КА}}$  – количество совершённых за всё время витков планеты назначения и КА соответственно.

При решении такой задачи КА может увеличивать радиус своей начальной орбиты для того, чтобы затормозить своё угловое движение и дождаться целевой планеты, или, наоборот, спуститься ближе к Солнцу.

В масштабах межпланетных перелётов разница в расстояниях от Солнца и орбитальных скоростях между планетой и точками на границе сферы Хилла составляет менее 1%. В этом случае в качестве граничных условий межпланетных перелётов можно использовать фазовые координаты планет старта и назначения. При этом начальные значения фазовых координат КА определяются предыдущими этапами перелёта, а конечное значение накопленной дозы радиации  $\Sigma_k$  не фиксировано:

$$\begin{aligned} t &= t_{i-1}, \quad \mathbf{X}_{0,i} = \{r_{\kappa,i-1}, u_{\kappa,i-1}, V_{r_{\kappa,i-1}}, V_{u_{\kappa,i-1}}, \Sigma_{\kappa,i-1}\}^T, \\ t &= t_{i-1} + T_i, \quad \mathbf{X}_{\kappa,i} = \{r_{\kappa,i}, u_{\kappa,i}, V_{r_{\kappa,i}}, V_{u_{\kappa,i}}, \Sigma_{\kappa,i} - \text{не задано}\}^T. \end{aligned} \quad (7)$$

Задача баллистической оптимизации многоразовых гелиоцентрических перелётов по быстродействию формируется следующим образом: необходимо определить функцию номинального управления  $\theta(t) \in U \in [-\pi/2, \pi/2]$  для  $t \in [t_0, t_{\kappa}]$  (где  $U$  – множество допустимых управлений) и начальное угловое расстояние между планетами старта и назначения  $\delta_0$  (соответствующее дате старта), доставляющие при заданном векторе проектных параметров КА с СП  $\mathbf{D} = \{m, S, \rho_0, \zeta_0, \varepsilon_{f_0}, \varepsilon_b, B_f, B_b\}^T$  минимум времени всего движения и обеспечивающие выполнение ограничения на управление и граничных условий (7):

$$t_{\kappa}^* = \min_{\theta(t), \delta_0} t_{\kappa}(\theta(t), \delta_0 \mid \mathbf{D} = \text{fixed}, \theta(t) \in U, \mathbf{X}_0 = \mathbf{X}(t_0), \mathbf{X}_{\kappa} = \mathbf{X}(t_{\kappa})). \quad (8)$$

Для рассматриваемой в диссертации транспортной системы отсутствуют участки ожидания (пассивного движения КА по начальной орбите), что определяет зависимость начальных фазовых координат текущего межпланетного перелёта  $\mathbf{X}_{0,i}$  от углового расстояния между планетами старта и назначения в конце предыдущего  $\delta_{\kappa,i-1}$ . Исходя из этого предполагается, что выбор  $\delta_0$  для первого межпланетного перелёта определяет последующую оптимальную траекторию, которая состоит из оптимизированных по быстродействию отдельных межпланетных перелётов. Для заданного числа циклов  $n$  можно отыскать такое значение  $\delta_0^*$ , которое даёт минимальную длительность всей гелиоцентрической траектории многоразовых перелётов при минимизации длительности каждой отдельной межпланетной траектории:

$$T_i^* = \min_{\theta(t)} T_i(\theta(t) \mid \mathbf{D} = \text{fixed}, \theta(t) \in U, \delta_{0,i} = \delta_{\kappa,i-1}, \mathbf{X}_{0,i} = \mathbf{X}(t_{i-1}), \mathbf{X}_{\kappa,i} = \mathbf{X}(t_{i-1} + T_i)). \quad (9)$$

Для определения оптимальной программы управления движением КА с учётом неидеального отражения и деградации паруса гамильтониан системы будет иметь вид:

$$H = V_r \psi_r + V_u \psi_u + \left( a_r(\Sigma, r, \theta) - \frac{1}{r^2} + \frac{V_u^2}{r} \right) \psi_{Vr} + \left( a_u(\Sigma, r, \theta) - \frac{V_u V_r}{r} \right) \psi_{Vu} + \frac{\cos \theta}{T_r r^2} \psi_\Sigma \quad (10)$$

где  $\psi_r, \psi_u, \psi_{Vr}, \psi_{Vu}, \psi_\Sigma$  – сопряжённые переменные;  $V_r, V_u, a_r, a_u$  – радиальные и трансверсальные проекции векторов скорости и ускорения соответственно.

Принцип максимума Понтрягина обеспечивает необходимое условие оптимальности: если траектория оптимальна, то значение гамильтониана достигает максимума. Для отыскания оптимальной программы управления находится первая производная гамильтониана по углу установки  $\theta$  и приравнивается к нулю:

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial \theta} = & \frac{a_c}{r^2} \psi_{Vr} (a_3 \sin^3 \theta + 2(a_1 + a_2) \sin \theta \cos \theta - (3a_1 + 2a_3) \cos^2 \theta \sin \theta) + \\ & + \frac{a_c}{r^2} \psi_{Vu} (\cos^3 \theta - 2 \sin^2 \theta (a_2 + \cos \theta) + a_2) - \frac{\cos \theta}{T_r r^2} \psi_\Sigma = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

где  $a_c = 2 \frac{S_r}{cm} S$  – характеристическое ускорение солнечного паруса.

Нахождение аналитического решения для определения угла  $\theta$  из данного уравнения затруднительно. Кроме того, требуется определить знак второй производной по углу  $\theta$ , чтобы установить является ли найденный экстремум максимумом. Поэтому в работе максимум гамильтониана по управлению ищется численно на каждом шаге моделирования движения КА методом золотого сечения. Аналитическое решение для идеально отражающего СП хорошо известно и впервые было получено А. Н. Жуковым и В. Н. Лебедевым в 1964 году. Оно используется в качестве начального приближения для поиска начальных значений сопряжённых множителей.

Для упрощения записи системы дифференциальных уравнений сопряжённых переменных вводятся компоненты ускорения  $S$  и  $T$ , которые не зависят от гелиоцентрического расстояния до Солнца:

$$\begin{aligned} S &= a_c (\cos^2 \theta (a_1(\Sigma) \cos \theta + a_2(\Sigma)) + a_3(\Sigma) \cos \theta \sin^2 \theta), \\ T &= a_c (\cos \theta \sin \theta (a_1(\Sigma) \cos \theta + a_2(\Sigma)) - a_3(\Sigma) \cos^2 \theta \sin \theta). \end{aligned} \quad (12)$$

Тогда дифференциальные уравнения для сопряжённых множителей примут вид:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\psi_r}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial r} = \frac{1}{r^2} \left[ V_u \psi_u + \left( \frac{2}{r} (S - 1) + V_u^2 \right) \psi_{Vr} + \left( \frac{2}{r} T - V_u V_r \right) \psi_{Vu} + \frac{2 \cos \theta}{r T_r} \psi_\Sigma \right], \\ \frac{d\psi_u}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial u} = 0 \rightarrow \psi_u(t) \equiv const, \\ \frac{d\psi_{Vr}}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial V_r} = -\psi_r + \frac{V_r}{r} \psi_u, \\ \frac{d\psi_{Vu}}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial V_u} = \frac{1}{r} (V_r \psi_{Vu} - 2V_u \psi_{Vr} - \psi_u), \\ \frac{d\psi_\Sigma}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial \Sigma} = -\frac{a_c}{r^2} \psi_{Vr} \left( \frac{\partial a_2}{\partial \Sigma} \cos^2 \theta + \frac{\partial a_3}{\partial \Sigma} \cos \theta (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) \right) - \\ & \quad - \frac{a_c}{r^2} \psi_{Vu} \left( \sin \theta \cos \theta \left( \frac{\partial a_2}{\partial \Sigma} - 2 \frac{\partial a_3}{\partial \Sigma} \cos \theta \right) \right). \end{aligned} \right. \quad (13)$$

Таким образом, для определения оптимальной номинальной программы управления движением центра масс КА требуется определить такие начальные значения сопряжённых переменных  $\Psi(t_0)$ , чтобы выполнялись граничные условия перелёта (7), дифференциальные уравнения для фазовых координат (5) и сопряжённых переменных (13) и условие оптимальности управления движением (11). Так задача о поиске

оптимального номинального управления движением КА с учётом нормировки  $\psi_r(t_0) = \pm 1$  сводится к пятипараметрической краевой задаче.

Для численного решения краевой задачи используется модифицированный метод Ньютона с автоматической оценкой сходимости и изменением шага вычисления производных и ограничений на приращения. Задачи с фиксированной угловой дальностью плохо сходятся и требуют применения дополнительных методов поиска начального приближения. Разработанная в диссертационной работе методика решения задач проектирования оптимальных по быстродействию многоразовых гелиоцентрических перелётов КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации заключается в формировании базы данных (БД) решений для КА с идеально отражающим СП и последовательном усложнении математической модели функционирования СП (рисунок 3). При этом, все этапы в методике, решающие задачу с фиксированной угловой дальностью из условия (6), опираются на разработанную процедуру поиска начальных значений сопряжённых переменных (рисунок 4).

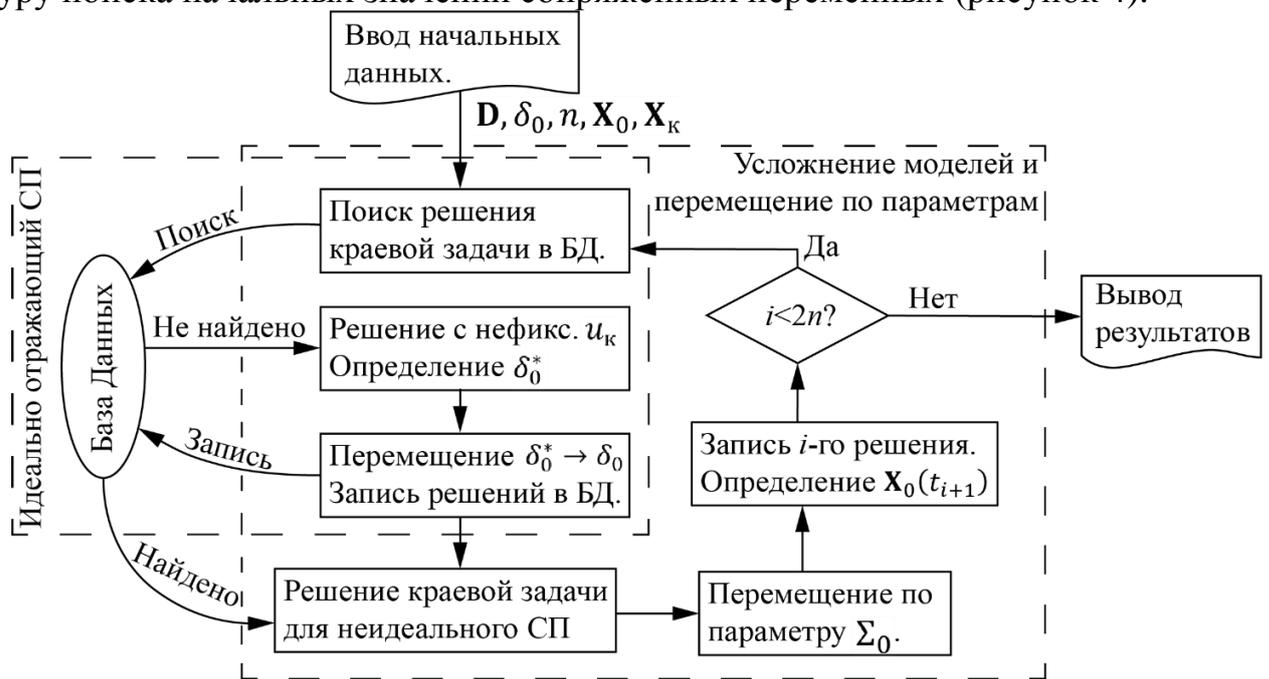


Рисунок 3 – Методика проектирования оптимальных по быстродействию многоразовых перелётов КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации

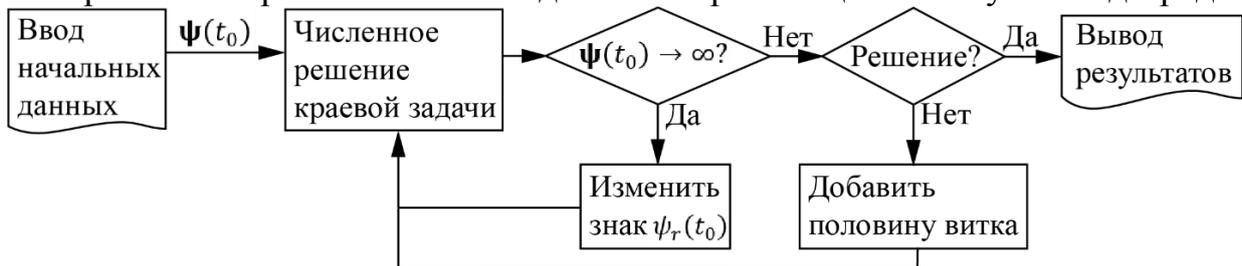


Рисунок 4 – Схема процедуры поиска начальных значений сопряжённых множителей для задач с фиксированной угловой дальностью

Вначале решается краевая задача с нефиксированной угловой дальностью, т.е. задача о перелёте КА с начальной на целевую орбиту, для математической модели идеально отражающего СП. Полученное решение является отправной точкой для перемещения по параметру начального углового расстояния между планетами старта и назначения  $\delta_0$ . Решая краевые задачи с фиксированной угловой дальностью, можно получить набор решений на всём диапазоне угловых расстояний планет (рисунок 5) и

использовать их в качестве достоверно близкого приближения при расчёте многоразовых перелётов КА с неидеально отражающим деградирующим СП.

Получаемые программы номинального управления движением имеют общую закономерность. СП стремится сориентироваться относительно Солнца под углом  $\theta = \pm 35,3$  град. для наибоыстрейшего изменения трансверсальной составляющей скорости  $V_u$ . Если дата старта отлична от оптимальной, осуществляется этап фазирования, т.е. изменения конечного значения угловой дальности для выполнения граничных условий. Фазирование может происходить как в начале, так и в конце траектории. Траектории имеют многовитковую спиральную форму, что характерно для КА с малой тягой (рисунок 6, а). На этапе фазирования траектории могут иметь немонотонный характер изменения гелиоцентрического расстояния (рисунок 6, б).

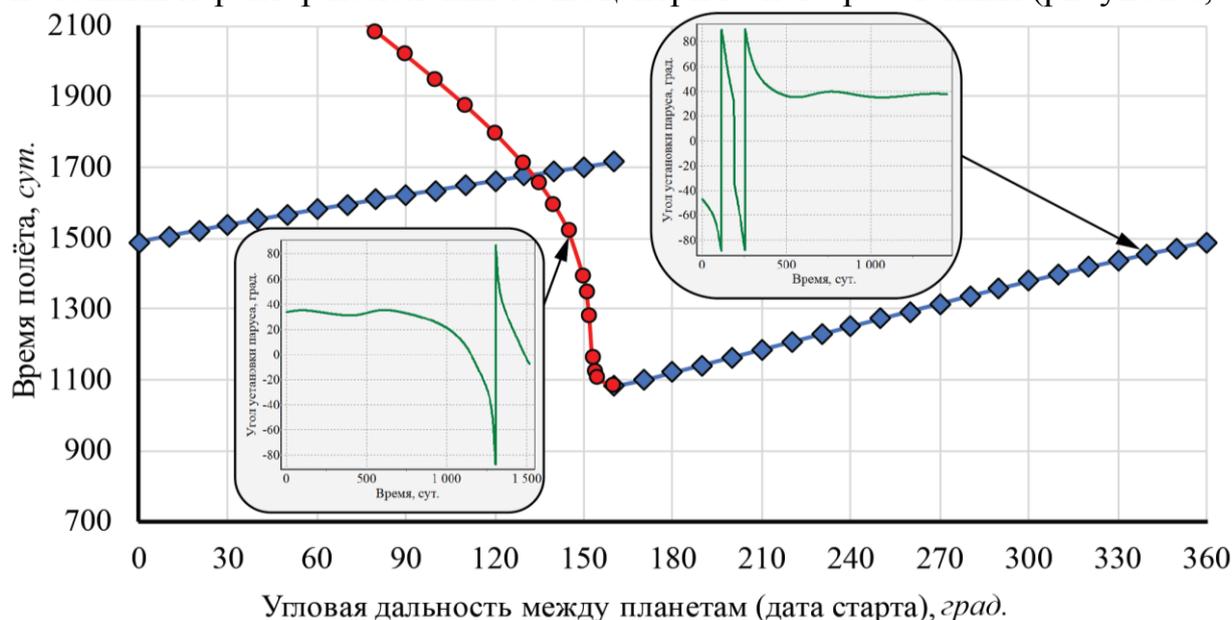


Рисунок 5 – Зависимость длительности перелёта Земля-Мартс от углового расстояния между планетами  $\delta_0$ . Показаны две характерные программы управления углом установки паруса: ● – фазирование осуществляется на конце траектории, ◆ - в начале

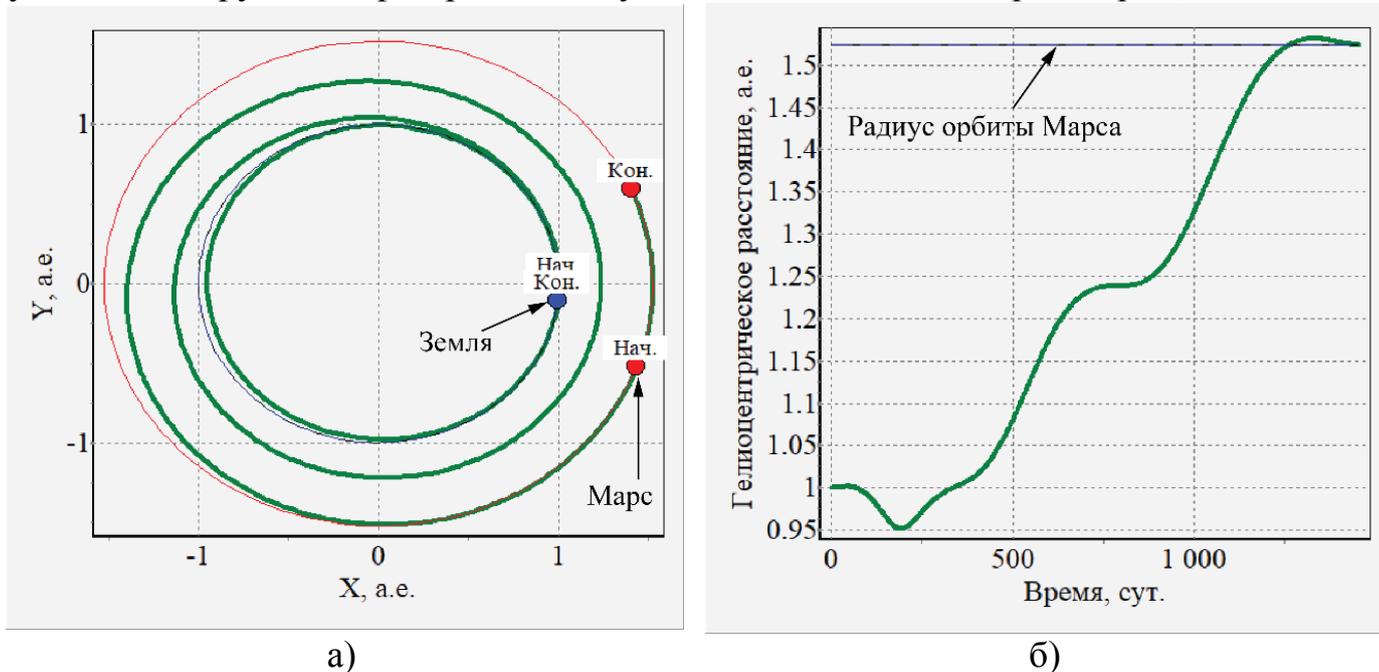


Рисунок 6 – Перелёт Земля-Мартс для  $\delta_0 = 340$  град.:  
а – траектория КА; б – изменение гелиоцентрического расстояния

Для формирования траекторий с немонотонным изменением гелиоцентрического расстояния выбирается знак начального значения сопряжённой переменной  $\psi_r(t_0)$ , соответствующий положительному или отрицательному изменению радиус-вектора в начальный момент времени.

В третьей главе выбираются и, частично, рассчитываются проектные характеристики КА с СП, который используется в качестве прототипа для моделирования четырёх циклов движения. Количество циклов выбрано из предположения, что КА сможет работать в пределах 50 лет, подобно КА «Вояджер-1».

Среднее значение отражательной способности рассчитывается в соответствии с солнечной спектральной освещённостью в космосе. Полученные результаты показывают, что усреднённый коэффициент отражения плёнки с алюминиевым лицевым слоем составляет  $\rho = 0,911$ . В качестве предельного значения коэффициента отражения, ниже которого плёнка уже не деградирует, выбрано значения для малоуглеродистой неполированной стали ( $\rho_\infty = 0,32$ ).

В этой же главе приведены результаты моделирования перелёта к Меркурию с возвращением для верификации математической модели и сравнения с известными работами других авторов. Результаты, полученные в рамках разработанной математической модели, не отличаются от известных результатов более чем на 2%. Небольшое отклонение результатов объясняется использованием в диссертационной работе допущения, что орбиты планет являются круговыми и компланарными.

В таблице 1 представлены результаты моделирования четырёх циклов движения по замкнутым траекториям для перелётов Земля-Меркурий-Земля и Земля-Марс-Земля, даты старта которых 18.12 и 31.12 2023 года (идеальный СП); 04.12 и 05.10 2023 года (неидеальный деградирующий СП). Для каждого сеанса моделирования проведён сравнительный анализ влияния оптических параметров и деградации на формирование оптимальных многоразовых межпланетных перелётов. Результаты расчётов показали, что деградация существенно влияет не только на время перелёта, но и на характер программы управления (рисунок 7). При изменении оптических характеристик паруса изменяются значения начальных угловых расстояний планет, которые соответствуют фазированию в начале и в конце траектории. На рисунке 8 представлены траектории первого цикла перелётов Земля-Меркурий-Земля идеального и деградирующего СП.

Уже после второго цикла перелёты длятся практически в два раза дольше по сравнению с идеальной моделью СП. Так для полётов к Меркурию за четыре цикла оптические параметры изменяются на 50%.

Таблица 1 – Длительность перелётов КА с идеальным и деградирующим СП

	Первый цикл		Второй цикл		Третий цикл		Четвёртый цикл	
	идеал. $T_k, \text{сут.}$	деград. $T_k, \text{сут.}$						
Земля-Мерк.	941	1134	999	1633	1037	1852	983	2302
Мерк.-Земля	1033	2032	978	2986	1041	4036	995	4867
Земля-Марс	1082	1308	1179	1500	1179	2296	1179	2110
Марс-Земля	1155	1825	1162	1686	1162	1651	1162	1837

Время движения КА с идеально отражающим СП по замкнутым траекториям Земля-Меркурий-Земля и Земля-Марс-Земля составляет в среднем 1987 и 2341 сут. соответственно, а общее время на выполнение четырёх циклов составляет 22 и 25 лет. Однако, в действительности, под влиянием деградации отражающей поверхности

паруса и с учётом неидеального отражения время на выполнение одного цикла будет неизбежно изменяться. В итоге, минимальное время движения за четыре цикла составляет 57 и 37 лет для Меркурия и Марса соответственно.

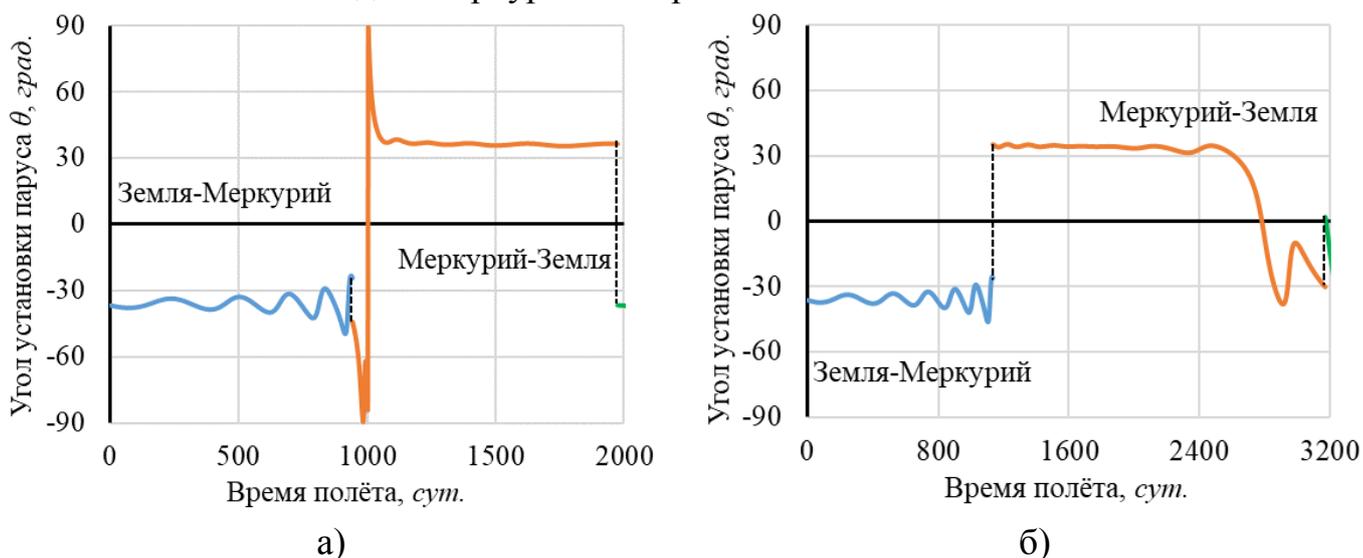


Рисунок 7 – Программа управления движением первого цикла Земля-Меркурий-Земля:  
а – КА с идеально отражающим СП; б – с учётом деградации

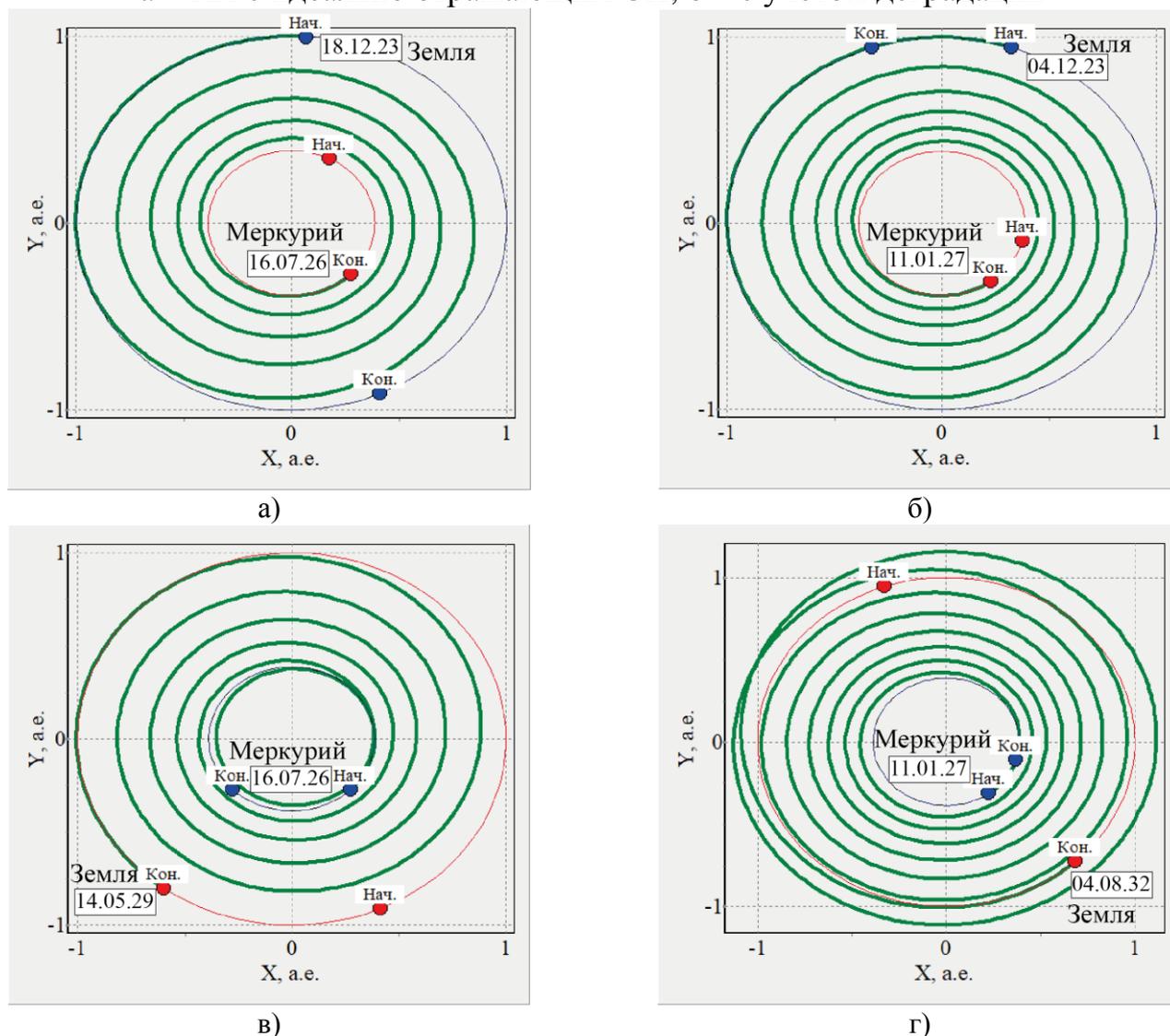


Рисунок 8 – Замкнутые траектории Земля-Меркурий-Земля первого цикла движения.  
перелёт Земля-Меркурий: а – идеально отражающий парус, б – с деградацией;  
перелёт Меркурий-Земля: в – идеально отражающий парус, г – с деградацией

В заключении диссертации сформулированы основные результаты работы:

1. Разработанная математическая модель управляемого движения центра масс КА с СП позволяет решать задачи проектирования оптимальных многоразовых перелётов КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации.

2. Результаты, полученные при моделировании гелиоцентрического движения КА с СП, хорошо согласуются с известными решениями других авторов и опубликованными результатами экспериментов.

3. Получена оптимальная по быстродействию программа номинального управления движением КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации отражающей поверхности на базе принципа максимума Понтрягина

4. Разработанная в диссертации методика решения задач проектирования оптимальных по быстродействию многоразовых перелётов зарекомендовала себя эффективным инструментом для проведения баллистического проектирования.

5. Продемонстрировано, что если начальное угловое расстояние между планетами старта и назначения не оптимально, то эффективнее использовать управление, приводящее к немонотонному изменению гелиоцентрического расстояния.

6. Деградация отражающей поверхности СП существенно влияет на динамику движения КА и способна вдвое увеличить продолжительность миссии.

**Перспективы дальнейшей разработки темы** заключаются в проектировании транспортной системы в гравитационном поле планет и оценке экономической целесообразности проекта. Кроме того, требуются дополнительные исследования в области проектирования системы управления ориентацией паруса.

#### **СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ**

##### *Перечень работ, опубликованных в изданиях, рекомендованных ВАК:*

1. **Рожков М. А.** Влияние оптических характеристик многослойного солнечного паруса на его гелиоцентрическое движение // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. – 2022. – Т. 21. – №. 4. – С. 52-65.
  2. **Старинова О. Л., Лобыкин А. А., Рожков М. А.** Оптимизация гелиоцентрических перелётов космического аппарата с разнотипными электроракетными двигателями // Космическая техника и технологии. – 2023. – № 1 (40). – С. 94-104.
- В изданиях, индексируемых в базах Scopus/WoS:*
3. **Starinova O. L., Rozhkov M. A., Alipova B., Chernyakina I. V.** Modeling the process of optical characteristics variation for a solar sail surface during heliocentric flights // Journal of Physics: Conference Series. – 2019. – Vol. 1368. – No. 2.
  4. **Chernyakina I. V., Rozhkov M. A., Starinova O. L.** Influence of temperature restrictions on the heliocentric motion controlling of a solar-sailing spacecraft. // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2020. – Vol. 984. – No. 1.
  5. **Rozhkov M. A., Starinova O. L., Chernyakina I. V.** Influence of optical parameters on a solar sail motion // Advances in Space Research. – 2021. – Vol. – 67. – No. 9. – PP. 2757-2766.