

На правах рукописи



ИЛЬИНА Наталья Андреевна

**ДВУХКАНАЛЬНОЕ ОПТИМАЛЬНОЕ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ
УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ
ПАРАМЕТРАМИ В УСЛОВИЯХ РАВНОМЕРНОЙ ОЦЕНКИ ЦЕЛЕВЫХ
МНОЖЕСТВ**

Специальность 2.3.1 – Системный анализ, управление и обработка
информации, статистика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Самара – 2023

Работа выполнена на кафедре «Автоматика и управление в технических системах» федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Самарский государственный технический университет».

Научный руководитель:

РАПОПОРТ Эдгар Яковлевич,

доктор технических наук, профессор кафедры «Автоматика и управление в технических системах» федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Самарский государственный технический университет».

Официальные оппоненты:

ДУШИН Сергей Евгеньевич,

доктор технических наук, профессор, федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)».

КАЗАРИНОВ Лев Сергеевич,

доктор технических наук, профессор, федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)».

Ведущая организация:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова».

Защита состоится «1» июня 2023 года в 10.00 часов на заседании диссертационного совета 24.2.377.02 на базе ФГБОУ ВО «Самарский государственный технический университет» по адресу: г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244, главный корпус, ауд. №200.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Самарского государственного технического университета по адресу: 443100, Россия, г. Самара, ул. Первомайская, д. 18.

Отзывы на автореферат просим высылать в двух экземплярах, заверенных печатью, по адресу: 443100, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 244, Самарский государственный технический университет, Главный корпус, учёному секретарю диссертационного совета 24.2.377.02; тел. (846) 337-04-43, email: zoteev-ve@mail.ru

Автореферат разослан «___» _____ 2023 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
24.2.377.02,
доктор технических наук

ЗОТЕЕВ Владимир Евгеньевич

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования

Разработка конструктивных методов решения задач оптимального управления (ЗОУ) по переводу бесконечномерных объектов в заданное конечное состояние с минимальным значением выбранного функционала качества до настоящего времени остается одной из основных проблем в теории систем с распределенными параметрами (СРП).

Конструктивный подход к этой проблеме состоит в переходе к заведомо разрешимой с реализуемыми результатами задаче управления при заданном в бесконечномерном фазовом пространстве СРП целевом множестве, которое отвечает достижимым значениям всегда существующих в прикладных задачах допусков на отклонения от требуемого эталона, оцениваемых в равномерной метрике на множестве пространственных аргументов управляемой величины применительно к ситуациям, представляющим наибольший интерес в технических приложениях.

Как правило, такие ЗОУ СРП до настоящего времени рассматривались применительно к типовым постановкам с одной пространственно-распределенной управляемой величиной и внутренним или граничным управляющим воздействием только по одному из возможных каналов управления.

Целый ряд актуальных для технических приложений (в частности для широкого круга ответственных объектов технологической теплофизики) ЗОУ СРП формулируется в условиях одновременного воздействия на объект по различным каналам управления с целью существенного повышения эффективности управляемых процессов по базовым технико-экономическим показателям.

В связи с возможностью значительного совершенствования качественных показателей процессов функционирования ОРП при векторных управляющих воздействиях возрастает значимость малоисследованной проблемы разработки конструктивных методов решения задачи оптимизации многоканального управления в системах с распределенными параметрами по выбранному критерию качества в условиях равномерной оценки целевых множеств.

Указанные обстоятельства обуславливают актуальность диссертационного исследования и его научную и прикладную значимость.

Степень разработанности темы исследования

Широкий круг наиболее сложных и ответственных задач управления техническими объектами характеризуется пространственно-временной зависимостью управляемых величин и управляющих воздействий, без учета которой нельзя обеспечить требуемую степень адекватности создаваемых моделей исследуемых явлений, и вследствие этого должен рассматриваться в рамках теории систем с распределенными параметрами, базовые положения которой созданы, начиная с основополагающих работ А.Г. Бутковского, и получили дальнейшее развитие в целом ряде известных исследований отечественных и зарубежных ученых (А.Г. Бутковский, Г.Л. Дегтярев, А.И. Егоров, Ю.В. Егоров, В.А. Коваль, Ж.-Л. Лионс, К.А. Лурье, И.М. Першин, В.И. Плотников, Л.М. Пустыльников, Ю.Э. Плешивцева, Э.Я. Рапопорт, Т.К. Сиразетдинов, А.В. Фурсиков, Ф.Л. Черноусько и другие). Тем не менее, применительно к целому ряду актуальных прикладных задач управления техническими системами с распределенными параметрами, отличающихся специфическими особенностями принципиального характера, которые не учитываются известными теоретическими результатами или разработаны недостаточно, требуется создание специальных конструктивных, приемлемых в инженерной практике методов их решения.

Целью диссертационной работы является оптимизация по критерию быстродействия процессов двухканального управления техническими объектами с распределенными параметрами путем разработки, обоснования и исследования алгоритмически точных методов определения искомым управляющих воздействий в условиях равномерной оценки целевых множеств конечных состояний управляемой СРП применительно к широкому классу задач нагрева металлических полуфабрикатов перед обработкой давлением.

Для достижения поставленной цели решаются следующие основные **задачи**:

1. Разработка и обоснование методики решения задачи оптимального по быстродействию двухканального программного управления объектом с распределенными параметрами в условиях равномерной оценки целевых множеств его конечного состояния применительно к предметной области процессов нестационарной теплопроводности с различными комбинациями граничных и внутренних управляющих и возмущающих воздействий.

2. Разработка и обоснование методики решения задачи оптимального по быстродействию двухканального программного управления объектом с распределенными параметрами с учетом дополнительных ограничений на максимально допустимый уровень управляемой величины и инерционность граничных управляющих воздействий.

3. Разработка и обоснование методики решения задачи оптимального по быстродействию двухканального управления двумя взаимосвязанными объектами нестационарной теплопроводности с идеальным тепловым контактом на границе сопряжения взаимодействующих сред в условиях максимально допустимой точности равномерного приближения к требуемому конечному пространственному распределению температур.

4. Разработка и обоснование методики синтеза оптимальных по быстродействию систем двухканального управления нестационарными процессами теплопроводности.

Методы исследования

Для решения поставленных в диссертационной работе задач использовались методы теории оптимального управления объектами и системами с распределенными параметрами, методы теории теплопроводности, аппарат конечных интегральных преобразований, методы численного и компьютерного моделирования.

Работа соответствует предметной области исследования научной специальности

2.3.1 Системный анализ, управление и обработка информации, статистика.

Научная новизна

В диссертационной работе получены следующие основные результаты, обладающие научной новизной:

1. Методика решения задачи двухканального оптимального по быстродействию программного управления процессом нестационарной теплопроводности, которая позволяет обеспечить требуемую точность равномерного приближения результирующего пространственного распределения температур к требуемому состоянию за меньшее время по сравнению с известными алгоритмами за счет векторного характера управляющих воздействий.

2. Алгоритмы решения задачи двухканального оптимального по быстродействию программного управления нестационарными процессами теплопроводности, учитывающие, в отличие от известных, технологические ограничения на максимально допустимую температуру и инерционности каждого из граничных управляющих воздействий.

3. Методика решения задачи двухканального оптимального по быстродействию программного управления двумя взаимосвязанными процессами нестационарной

теплопроводности с идеальным тепловым контактом на границе взаимодействующих сред, которая гарантирует, в отличие от известных, перевод каждого из объектов за минимально возможное время в заданное конечное состояние с максимально достижимой точностью равномерного приближения в условиях дополнительных ограничений на одинаковую продолжительность процесса управления для каждого из управляющих воздействий.

4. Методика синтеза оптимального по быстродействию двухканального программного управления процессами нестационарной теплопроводности с неполным измерением состояния, обеспечивающая, в отличие от известных, автоматическую отработку каждого из программных управляющих воздействий путем построения двухконтурной релейной системы автоматического регулирования с независимыми друг от друга двумя функциями переключения.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Методика и вычислительная технология решения задачи двухканального оптимального по быстродействию управления процессом нестационарной теплопроводности в условиях равномерной оценки целевого множества конечных состояний температурного поля.

2. Алгоритмы оптимального по быстродействию двухканального управления процессом нестационарной теплопроводности, учитывающие дополнительные ограничения на максимальную температуру и инерционность граничных управляющих воздействий.

3. Методика и вычислительная технология решения задачи двухканального оптимального по быстродействию управления двумя взаимосвязанными объектами нестационарной теплопроводности с идеальным тепловым контактом на границе взаимодействующих сред в условиях заданной в равномерной метрике точности приближения конечного состояния каждого из объектов к требуемому пространственному распределению температур.

4. Методика синтеза оптимальной по быстродействию системы двухканального управления нестационарным процессом теплопроводности с неполным измерением состояния управляемой величины.

Практическая значимость работы

Разработанные в диссертации алгоритмы и способы построения вычислительных процедур могут быть распространены на широкий круг актуальных задач многоканального управления объектами технологической теплофизики, являющимися базовыми элементами ответственных производственных комплексов в технических системах различного назначения. Предлагаемые подходы могут быть распространены на задачи многоканального управления объектами с распределенными параметрами за рамками рассмотренных в диссертации процессов нестационарной теплопроводности путем привлечения основных физических закономерностей соответствующей предметной области.

Степень достоверности результатов

Достоверность и обоснованность полученных в диссертационной работе научных результатов и выводов обеспечивается корректным использованием применяемого математического аппарата, методов теории управления системами с распределенными параметрами, теории теплопроводности и численного моделирования.

Реализация результатов исследований

Полученные в работе теоретические положения и практические результаты были использованы:

- при выполнении совместного научного исследования СамГТУ и Института Электротехнологий Университета им. Лейбница (г. Ганновер, Германия) по теме: «Two-channel time-optimal control of the induction heating of thick-wall pipes» в рамках

стипендиальной программы Леонарда Эйлера Германской службы академических обменов DAAD (2019 г.).

- при выполнении НИР по проекту Российского научного фонда «Методы аналитического конструирования оптимальных регуляторов в системах с распределенными параметрами при равномерных оценках целевых множеств» (№22-29-00180, 2022 - 2023 гг.).

- при разработке и проектировании систем автоматического регулирования нагревательными установками в технологических комплексах перед обработкой давлением в ЗАО «ТМ-Сервис».

- в учебном процессе при подготовке магистров по направлению 27.04.04 «Управление в технических системах» в ФГБОУ ВО «СамГТУ».

Апробация результатов работы

Основные положения и результаты работы докладывались и обсуждались на международных и всероссийских конференциях: II Всероссийской научной конференции с международным участием «Информационные технологии в моделировании и управлении: подходы, методы, решения» (2019 г., Тольятти), XXI Международной конференции «Проблемы управления и моделирования в сложных системах» (2019 г., Самара), Международной научно-технической конференции «Пром-Инжиниринг» (2022 г., Сочи).

Публикации

Основные результаты по теме диссертации опубликованы в 10 научных работах, 5 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК, 3 – в изданиях, индексируемых зарубежными базами Scopus и Web of Science, 2 – в трудах конференций.

Личный вклад автора

В работах [2-5, 7], опубликованных в соавторстве, автору принадлежит методика решения задач и результаты численных расчетов. Работы [1, 6, 8-10] написаны единолично.

Объем и структура диссертации

Диссертация состоит из введения, 5 глав и заключения, изложенных на 146 страницах машинописного текста, содержит 50 рисунков, 8 таблиц, список литературы из 91 наименования и 2 приложения.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы, сформулированы цели и задачи диссертационного исследования, отмечены основные научные результаты, а также приводятся положения, выносимые на защиту.

В первой главе приведен анализ проблемы перевода ОРП в заданное целевое множество с минимальной величиной выбранного функционала качества. Применительно к широкому кругу технологических процессов нагрева металла под обработку давлением сформулирована актуальная для технических приложений задача многоканального управления объектами с распределенными параметрами с целью существенного повышения эффективности оптимизируемых процессов по базовым технико-экономическим показателям.

Определены базовые математические модели, проблемно-ориентированные на последующее решение задач оптимального многоканального управления одним и группой взаимосвязанных ОРП с векторными управляющими воздействиями, описываемые дифференциальными уравнениями в частных производных параболического типа с соответствующими начальными и граничными условиями.

В качестве конкретной модели ОРП всюду далее рассматривается процесс нагрева неограниченной пластины, температурное поле которой $Q(x,t)$ описывается

применительно к исследуемым задачам двухканального управления уравнением теплопроводности:

$$\frac{\partial Q(x,t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 Q(x,t)}{\partial x^2} + \frac{a}{\lambda} \sum_{i=1}^2 W_i(x) u_{Vi}(t), \quad x \in [x_0, x_1], \quad t \in [0, t_{\text{кон}}]; \quad (1)$$

с начальными

$$Q(x, 0) = Q_0(x) = Q_0 = \text{const} \quad \forall x \in [x_0, x_1]; \quad (2)$$

и граничными условиями

$$\alpha_0 Q(x_0, t) + \lambda \frac{\partial Q(x_0, t)}{\partial x} = u_0(t); \quad \alpha_1 Q(x_1, t) + \lambda \frac{\partial Q(x_1, t)}{\partial x} = u_1(t), \quad (3)$$

при сосредоточенных внутренних $u_{V1}(t), u_{V2}(t)$ и граничных $u_0(t), u_1(t)$ кусочно-непрерывных управляющих воздействиях, стесненных заданными ограничениями на их предельно допустимые значения:

$$u_{0\min} \leq u_0(t) \leq u_{0\max}; \quad u_{1\min} \leq u_1(t) \leq u_{1\max}; \quad u_{Vi\min} \leq u_{Vi}(t) \leq u_{Vi\max}, \quad i = 1, 2. \quad (4)$$

Здесь $a, \alpha_0, \alpha_1, \lambda$ - теплофизические постоянные и $W_i(x)$ - известные функции пространственного распределения внутренних источников тепла. Всюду далее в качестве двухканального управления $U(t)$ рассматриваются внутренние или граничные управляющие воздействия

$$U(t) = (u_{V1}(t), u_{V2}(t)) \quad \text{или} \quad U(t) = (u_0(t), u_1(t)), \quad (5)$$

исключая случай их одновременного использования.

Применение к начально-краевой задаче (1)-(3) конечного интегрального преобразования по пространственной переменной приводит к эквивалентному описанию объекта бесконечной системой линейных дифференциальных уравнений для временных мод $\bar{Q}_n(\mu_n, t)$ разложения $Q(x, t)$ в сходящийся в среднем ряд по ортонормированной системе собственных функций $\varphi_n(\mu_n, x)$, определяемых вместе с собственными числами μ_n^2 известными способами:

$$Q(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \bar{Q}_n(\mu_n, t) \varphi_n(\mu_n, x); \quad (6 \text{ а})$$

$$\frac{d\bar{Q}_n(\mu_n, t)}{dt} = -\mu_n^2 \bar{Q}_n(\mu_n, t) + \frac{a}{\lambda} \sum_{i=1}^2 \bar{W}_{in} u_{Vi}(t) + \frac{1}{\lambda} \varphi_n(\mu_n, x_1) u_1(t) - \frac{1}{\lambda} \varphi_n(\mu_n, x_0) u_0(t), \quad (6 \text{ б})$$

$$\bar{Q}_n(\mu_n, 0) = \bar{Q}^{(0)}(\mu_n), \quad n = 1, 2, \dots$$

где $\bar{W}_{in}, \bar{Q}^{(0)}(\mu_n)$ - модальные составляющие соответственно функции $W_i(x)$ и начального состояния Q_0 в (2).

Требования к результирующему состоянию $Q(x, t_{\text{кон}})$ объекта в конечный момент времени $t_{\text{кон}}$ определяются в соответствии с (6 а,б) необходимой точностью ε равномерного приближения $Q(x, t_{\text{кон}})$ к заданному пространственному температурному распределению $Q^*(x)$:

$$\max_{x \in [x_0, x_1]} \left| \sum_{n=1}^{\infty} \bar{Q}_n(\mu_n, t_{\text{кон}}) \varphi_n(\mu_n, x) - Q^*(x) \right| \leq \varepsilon. \quad (7)$$

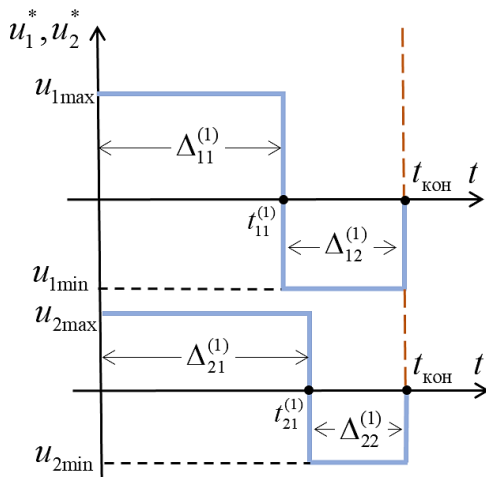


Рисунок 1 – Оптимальные по быстродействию двухинтервальные управления

Приведена постановка задачи многоканального оптимального управления одним или группой взаимосвязанных ОРП в условиях равномерной оценки целевых множеств. Описана общая схема ее решения, структура которого находится с помощью аппарата принципа максимума Понтрягина с последующей параметризацией управляющих воздействий известными способами. В результате осуществляется точная редукция рассматриваемой ЗОУ ОРП к специальной задаче полубесконечной оптимизации (ЗПО) на экстремум заданной целевой функции искомым параметрам с бесконечным числом ограничений, обеспечивающих принадлежность конечного состояния ОРП заданному целевому множеству. Показано, что решение такой ЗПО может быть получено по схеме конструктивного

альтернативного метода параметрической оптимизации с учетом существенных особенностей, связанных с векторным характером управляющих воздействий.

Во второй главе приводятся постановка и методы решения центральной задачи оптимального по быстродействию двухканального программного управления ОРП, конкретизируемые к предметной области оптимизации нестационарных процессов теплопроводности в условиях равномерной оценки целевых множеств.

Базовая задача оптимального по быстродействию управления бесконечномерным объектом (6 а, б) сводится к определению закона изменения во времени двухканального управляющего воздействия $U(t)$ вида (5), обеспечивающего выполнение требования (7) к конечному состоянию $Q(x, t_{\text{кон}})$ за минимально возможное в условиях (4) время $t_{\text{кон}}$:

$$t_{\text{кон}} \rightarrow \min_{U(t)}. \quad (8)$$

На бесконечномерную задачу (4),(6 а,б)-(8) распространяется в условиях (7) принцип максимума Понтрягина, устанавливающий кусочно-постоянную («релейную») форму искомого оптимального управления $U^*(t)$ (рис.1), попеременно принимающего только свои предельно допустимые значения согласно (4),(5) и заведомо определяемого при двухканальном управляющем воздействии в форме его параметрического представления с точностью до числа N_{l1} и длительностей $\Delta_{lq}^{(1)}$, $l = \overline{1, l_1}$, $q = \overline{1, N_{l1}}$ интервалов постоянства

каждой l -й составляющей с $N_{l1} - 1$ переключениями при $N = \sum_{l=1}^2 N_{l1}$. Каждая из двух

искомых составляющих оптимального управления однозначно характеризуется фигурирующими в роли параметров $\Delta_{lq}^{(1)}$ и подлежащими определению значениями $t_{lq}^{(1)}$, $l = 1, 2$; $q = \overline{1, N_{l1}}$, $t_{l(q+1)}^{(1)} > t_{lq}^{(1)}$ моментов ее переключения с одного предельного уровня на другой и одинаковыми априори неизвестными конечными моментами:

$$t_{lN_{l1}}^{(1)} = t_{\text{кон}}, \quad l = 1, 2, \quad (9)$$

совпадающими с минимизируемой, согласно (8), длительностью процесса управления.

Интегрирование уравнений (6 б) с параметризованным управляющим воздействием позволяет определить конечное состояние $Q(x, t_{\text{кон}})$ объекта, согласно (6 а,б), в форме явной

зависимости $Q(x, \Delta^\Sigma)$ от искомого вектора параметров Δ^Σ и пространственной координаты x . В итоге рассматриваемая двухканальная задача быстрогодействия сводится к задаче полубесконечной оптимизации (ЗПО):

$$I(\Delta^\Sigma) = t_{\text{кон}} \rightarrow \min; \quad \max_{x \in [x_0, x_1]} |Q(x, \Delta^\Sigma) - Q^*(x)| \leq \varepsilon; \quad (10)$$

$$\Delta^\Sigma = (t_{1q}^{(1)}, q = \overline{1, N_{11}}; t_{2q}^{(1)}, q = \overline{1, N_{21}}), \quad (11)$$

на экстремум конечного числа переменных $t_{1q}^{(1)}, t_{2q}^{(1)}$ в условиях бесконечного числа ограничений, порождаемых условием (10) для всех $x \in [x_0, x_1]$ и заменяемых одним ограничением на функцию максимума в (10).

Здесь N_{11}, N_{21} в (11) – числа параметров, с точностью до которых определяются составляющие $t_{1q}^{(1)}$ и $t_{2q}^{(1)}$ векторного управления. В силу ограничения (9), сводимого к равенству $t_{1N_{11}}^{(1)} = t_{2N_{21}}^{(1)} = t_{\text{кон}}$, число неизвестных компонент Δ^Σ равно $N_{11} + N_{21} - 1$ в (11). При этом одно из управляющих воздействий может рассматриваться в условиях свободного выбора всех характеризующих его параметров, включая $t_{\text{кон}}$, а для другого значение $t_{\text{кон}}$ должно быть исключено из числа искомых величин, уменьшая его на единицу. Оставляя, применительно к этим вариантам, в составе Δ^Σ только свободно варьируемые переменные, будем иметь вместо (11):

$$\Delta^\Sigma = \Delta_1^\Sigma = (t_{1q}^{(1)}, q = \overline{1, N_{11}}; t_{2q}^{(1)}, q = \overline{1, N_{21} - 1}), \quad (12)$$

$$\Delta^\Sigma = \Delta_2^\Sigma = (t_{1q}^{(1)}, q = \overline{1, N_{11} - 1}; t_{2q}^{(1)}, q = \overline{1, N_{21}}). \quad (13)$$

В соответствии с (12),(13) требуется рассмотреть два возможных варианта, принимая за искомую величину $t_{\text{кон}}$ величину $t_{1N_{11}}^{(1)}$ или $t_{2N_{21}}^{(1)}$ в (12),(13), с последующей оценкой получаемых результатов по достигаемой величине минимизируемого критерия оптимальности. Подобно задачам параметрической оптимизации с одним управляющим воздействием, минимально достижимые в классе параметризованных управлений $U(\Delta_p^\Sigma, t)$, $p = 1, 2$, значения $\varepsilon_{p \min}^{(N_{11}, N_{21})}$ ошибок равномерного приближения $Q(x, \Delta_p^\Sigma)$ к $Q^*(x)$ в (10):

$$\varepsilon_{p \min}^{(N_{11}, N_{21})} = \min_{\Delta_p^\Sigma} \left\{ \max_{x \in [x_0, x_1]} |Q(x, \Delta_p^\Sigma) - Q^*(x)| \right\}, \quad p = 1, 2, \quad (14)$$

монотонно убывают с возрастанием размерности вектора Δ_p^Σ , и оптимальные величины N_{11}^*, N_{21}^* в (12),(13) определяются по месту заданной в (10) величине ε в цепочке неравенств, образуемой величинами $\varepsilon_{p \min}^{(N_{11}, N_{21})}$, согласно усложняемому по сравнению со случаем одноканального управления набору правил. В частности, при типовых для приложений требованиях к величине ε в (10):

$$N_{11}^* = N_{21}^* = w, \quad \text{если } \varepsilon_{p \min}^{(w, w)} \leq \varepsilon < \min(\varepsilon_{p \min}^{(w-1, w)}, \varepsilon_{p \min}^{(w, w-1)}). \quad (15)$$

При переходе от моментов переключения $t_{lq}^{(1)}, l = 1, 2$ в (11) непосредственно к длительностям интервалов постоянства $\Delta_{lq}^{(1)}, l = 1, 2; q = \overline{1, N_{11}}$ и ограничиваясь в дальнейшем двухинтервальным характером управляющих воздействий (режим «включить-

выключить») с выбором $N_{11}^* = N_{21}^* = 2$, согласно (15), в (12),(13) (рис.1), в классе которых достижимая максимальная точность нагрева $\varepsilon = \varepsilon_{p \min}^{(2,2)}$ в (10), как правило, удовлетворяет технологическим требованиям нагрева перед обработкой давлением, получаем два варианта задач полубесконечной оптимизации (16),(17) или (18),(19):

$$I(\Delta_1^\Sigma) = \Delta_{11}^{(1)} + \Delta_{12}^{(1)} \rightarrow \min_{\Delta_1^\Sigma}; \quad (16) \qquad I(\Delta_2^\Sigma) = \Delta_{21}^{(1)} + \Delta_{22}^{(1)} \rightarrow \min_{\Delta_2^\Sigma}; \quad (18)$$

$$\max_{x \in [0, x_1]} |Q(x, \Delta_1^\Sigma) - Q^*(x)| \leq \varepsilon; \quad (17) \qquad \max_{x \in [0, x_1]} |Q(x, \Delta_2^\Sigma) - Q^*(x)| \leq \varepsilon; \quad (19)$$

$$\Delta_1^\Sigma = (\Delta_{11}^{(1)}, \Delta_{12}^{(1)}, \Delta_{22}^{(1)}), \qquad \Delta_2^\Sigma = (\Delta_{21}^{(1)}, \Delta_{22}^{(1)}, \Delta_{12}^{(1)}).$$

Здесь $\Delta_{11}^{(1)}, \Delta_{12}^{(1)}$ и $\Delta_{21}^{(1)}, \Delta_{22}^{(1)}$ - длительности первого и второго интервалов постоянства соответственного первого и второго управляющего воздействия при управлении одним объектом (рис.1), и ε в (10) удовлетворяет условиям (15).

Предложена конструктивная технология решения альтернансным методом сформулированных ЗПО, к которым сводится рассматриваемая задача быстрогодействия. Метод базируется на специальных альтернансных свойствах искомого решения Δ_*^Σ , где $\Delta_*^\Sigma = \Delta_{1*}^\Sigma$ или $\Delta_*^\Sigma = \Delta_{2*}^\Sigma$, согласно которым при некоторых малостеснительных для прикладных задач допущениях в конце оптимального процесса достигаются строгие равенства в (17),(19) в некоторых R точках $x_j^0 \in [x_0, x_1]$, $j = \overline{1, R}$ пространственной области определения управляемой величины.

Суммарное число R таких точек оказывается равным числу всех искомым параметров оптимального процесса, включая вектор Δ_*^Σ и заранее неизвестные значения минимаксов $\varepsilon_{p \min}^{(2,2)}$ в (14),(15), если с ними должны совпадать по исходным требованиям значения ε в (17),(19). Применительно к варианту с одинаковым числом переключений двухканального управления сказанное означает, что в условиях (15) при $N_{11}^* = N_{21}^* = 2$:

$$R = \begin{cases} N_{11}^* + N_{21}^* - 1 = 3, & \text{если } \varepsilon > \varepsilon_{\min}^{(2,2)}; \\ N_{11}^* + N_{21}^* = 4, & \text{если } \varepsilon = \varepsilon_{\min}^{(2,2)}. \end{cases} \quad p = 1 \text{ или } p = 2. \quad (20)$$

При наличии дополнительной информации из предметной области о форме кривой конечного пространственного распределения $Q(x, \Delta_*^\Sigma) - Q^*(x)$, $x \in [x_0, x_1]$, позволяющей идентифицировать координаты x_j^0 и знаки $Q(x_j^0, \Delta_*^\Sigma) - Q^*(x_j^0)$, альтернансные свойства (20) вектора Δ_*^Σ , дополненные условиями существования экстремума функции $Q(x, \Delta_*^\Sigma) - Q^*(x)$ в точках $x_{jg}^0 \in \text{int}[x_0, x_1]$, $g = \overline{1, R_1}$, $R_1 < R$, $x_{jg}^0 \in \{x_j^0\}$, переводятся в замкнутую систему уравнений:

$$Q(x_j^0, \Delta_{p*}^\Sigma) - Q^*(x_j^0) = \pm \varepsilon, \quad j = \overline{1, R};$$

$$\frac{\partial}{\partial x} [Q(x_j^0, \Delta_{p*}^\Sigma) - Q^*(x_{jg}^0)] = 0, \quad g = \overline{1, R_1}, \quad (21)$$

$$p = 1 \text{ или } p = 2,$$

с однозначно определяемым знаком ε в каждой точке x_j^0 , которая разрешается в условиях (20) известными численными методами относительно $\Delta_{p^*}^\Sigma$, а также $\varepsilon_{p\min}^{(2,2)}$, если в (21) $\varepsilon = \varepsilon_{p\min}^{(2,2)}$, завершая тем самым решение ЗПО (16),(17) или (18),(19).

Конечное состояние оптимального процесса при двухканальном управлении можно рассматривать для линейных моделей ОРП как суперпозицию эффектов воздействия по каждому из управляющих каналов с известной формой кривых результирующих пространственных распределений температур применительно к типовым граничным и внутренним одноканальным управляющим воздействиям.

На этом основании для представляющего наибольший интерес в приложениях случая $\varepsilon = \varepsilon_{p\min}^{(2,2)}$ при $R=4$ приходим к двум возможным вариантам формы кривой пространственного распределения $Q(x, \Delta_{p^*}^\Sigma)$ (рис.2) и, соответственно, к конкретизируемым системам уравнений вида (21), то есть к системе (22) для задачи (16),(17) со свободно варьируемыми параметрами Δ_1^Σ управления, действующего на границе $x=0$ (рис.2,а), и системы (23) для задачи (18),(19) со свободно варьируемыми параметрами Δ_2^Σ управления, действующего на границе $x=x_1$ (рис.2,б) при $Q^*(x) = Q^* = \text{const}$:

$$\begin{aligned} Q(x_1^0, \Delta_{1^*}^\Sigma) - Q^* &= -\varepsilon_{1\min}^{(2,2)}; & Q(x_1^0, \Delta_{2^*}^\Sigma) - Q^* &= \varepsilon_{2\min}^{(2,2)}; \\ Q(x_2^0, \Delta_{1^*}^\Sigma) - Q^* &= \varepsilon_{1\min}^{(2,2)}; & Q(x_2^0, \Delta_{2^*}^\Sigma) - Q^* &= -\varepsilon_{2\min}^{(2,2)}; \\ Q(x_3^0, \Delta_{1^*}^\Sigma) - Q^* &= -\varepsilon_{1\min}^{(2,2)}; & Q(x_3^0, \Delta_{2^*}^\Sigma) - Q^* &= \varepsilon_{2\min}^{(2,2)}; \\ Q(x_4^0, \Delta_{1^*}^\Sigma) - Q^* &= \varepsilon_{1\min}^{(2,2)}; & Q(x_4^0, \Delta_{2^*}^\Sigma) - Q^* &= -\varepsilon_{2\min}^{(2,2)}; \end{aligned} \quad (22) \quad (23)$$

$$\frac{\partial Q(x_j^0, \Delta_{1^*}^\Sigma)}{\partial x} = 0, \quad j = 2, 3, 4; \quad \frac{\partial Q(x_j^0, \Delta_{2^*}^\Sigma)}{\partial x} = 0, \quad j = 1, 2, 3;$$

$$0 = x_1^0 < x_2^0 < x_3^0 < x_4^0 < x_1; \quad 0 < x_1^0 < x_2^0 < x_3^0 < x_4^0 = x_1;$$

Приводятся конкретные примеры решения ряда задач оптимального по быстродействию управления нестационарными процессами теплопроводности и их сравнительный анализ, свидетельствующий о существенном снижении длительности процесса управления при большей точности требуемых температурных кондиций в сравнении со случаем одноканального управления. В том числе решены задачи управления процессом

нагрева неограниченной пластины с двухканальным сосредоточенным граничным и внутренним управляющим и возмущающим воздействиями. Полученные результаты распространены на задачу оптимального по быстродействию двухканального граничного управления процессом нестационарной

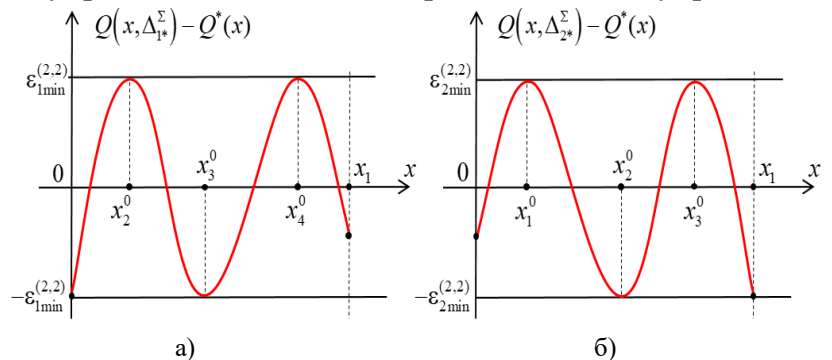


Рисунок 2 – Формы кривой результирующего температурного распределения при $\varepsilon = \varepsilon_{\min}^{(2,2)}$ для двухканального управления

теплопроводности, описываемого нелинейным однородным уравнением:

$$c(Q)\gamma(Q)\frac{\partial Q(x,t)}{\partial t} = \text{div}(\lambda(Q) \text{grad } Q(x,t)), \quad x \in [0, x_1], t > 0, \quad (24)$$

с начальными:

$$Q(x, 0) = Q_0(x);$$

и граничными условиями: $-\lambda(Q)\frac{\partial Q(0,t)}{\partial x} = u_0(t); \quad \lambda(Q)\frac{\partial Q(x_1,t)}{\partial x} = u_1(t), \quad t > 0,$

учитывающим температурные зависимости теплофизических параметров. Сохранение релейной формы оптимальных по быстродействию управляющих воздействий для нелинейного объекта (24) позволяет использовать для их отыскания разработанную технологию применения альтернансного метода с применением созданной в специализированном конечно-элементном программном пакете COMSOL Multiphysics цифровой модели температурного поля, на базе которой реализована итерационная процедура поиска решений систем уравнений вида (21).

В третьей главе предложенные методики решения ЗОУ ОРП распространяются на задачи оптимального по быстродействию двухканального управления процессами нестационарной теплопроводности с учетом дополнительных технологических ограничений на управляемые величины и управляющие воздействия.

Получено решение задачи оптимального по быстродействию двухканального управления процессом индукционного нагрева металлической пластины перед последующей обработкой давлением с учетом фазового ограничения на максимально допустимую температуру на всем его протяжении согласно условию:

$$Q_{\max}(t) = \max_{x \in [x_0, x_1]} Q(x,t) \leq Q_{\text{доп}}, \quad t \in [0, t_{\text{кон}}], \quad (25)$$

с заданным, согласно типовым технологическим требованиям, пределом $Q_{\text{доп}}$. Структура

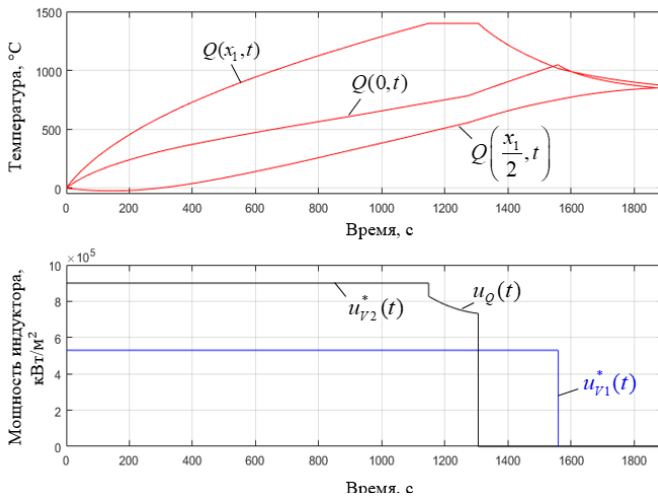


Рисунок 3 - Изменение управляемой величины и управляющих воздействий на протяжении оптимального процесса

программного двухинтервального управления дополняется на первом интервале по одному из каналов управляющего воздействия участком его изменения по экспоненциальному закону:

$$u_{Vi}^*(t) = \begin{cases} u_{Vi \max}, & t \in (0, t_{Qi}); \\ u_{Qi}(t), & t \in [t_{Qi}, \Delta_{i1}^{(1)}]; \\ u_{Vi \min} = 0, & t \in (\Delta_{i1}^{(1)}, \Delta_{i1}^{(1)} + \Delta_{i2}^{(1)}); \end{cases} \quad (26)$$

$$u_{Qi}(t) = a_Q + b_Q e^{-\beta_Q(t-t_{Qi})}, \quad i \in \{1, 2\},$$

обеспечивающему в первом приближении стабилизацию максимальной температуры на заданном предельно допустимом уровне

при определяемых исходя из этого условия значениях коэффициентов a_Q, b_Q и β_Q . Здесь t_{Qi} - момент выхода на ограничение (25) корректируемого управляющего воздействия.

В условиях заранее устанавливаемых предложенным способом параметров участка движения по ограничению получены по общей схеме развиваемого в диссертации подхода расчетные системы уравнений альтернансного метода и найдены их решения относительно искомым параметров оптимального процесса. На рис.3 приведены некоторые результаты решения задачи оптимального по быстродействию двухканального управления процессом

индукционного нагрева пластины из титанового сплава на частоте 50 Гц с учетом ограничения (25).

Решена задача оптимального по быстродействию управления нагревом металлической пластины в печи с внешним теплообменом при двух управляющих воздействиях по тепловому потоку на ее поверхностях, скорости изменения которых ограничиваются тепловой инерционностью динамических процессов в рабочем пространстве печи. Путем дополнения структуры объекта динамическими звеньями внешнего теплообмена (ЗВТ):

$$T \frac{du_i(t)}{dt} + u_i(t) = k g_i(t) - g_{0i}, \quad i = 0, 1, \quad (27)$$

с заданными (одинаковыми по обоим каналам управления) значениями постоянной времени T , коэффициента передачи k и тепловых потерь g_{0i} задача сведена к определению действующих на их входах оптимальных управляющих воздействий $g_i^*(t), i=1, 2$ по расходу энергоносителя, реализуемых уже с любой требуемой динамикой их изменения. Релейный характер таких оптимальных по быстродействию управлений:

$$g_0^*(t) = \begin{cases} g_{0\max}, & 0 \leq t < \Delta_{11}^{(1)}; \\ g_{0\min}, & \Delta_{11}^{(1)} < t < \Delta_{11}^{(1)} + \Delta_{12}^{(1)}; \end{cases} \quad g_1^*(t) = \begin{cases} g_{1\max}, & 0 \leq t < \Delta_{21}^{(1)}; \\ g_{1\min}, & \Delta_{21}^{(1)} < t < \Delta_{21}^{(1)} + \Delta_{22}^{(1)}. \end{cases} \quad (28)$$

опять обеспечивает редукцию к задачам полубесконечной оптимизации с последующим переходом к расчетным системам уравнений альтернансного метода путем предварительной идентификации формы кривой конечного пространственного распределения температуры в результате суперпозиции эффектов одноканального управления (рис.4). В типичных условиях малых тепловых потерь g_{0i} и значительной инерционности звена внешнего теплообмена соответствующая рис.4 система уравнений:

$$\begin{aligned} Q(0, \Delta_{p^*}^\Sigma) - Q^* &= \varepsilon; \\ Q(x_2^0, \Delta_{p^*}^\Sigma) - Q^* &= -\varepsilon; \\ Q(x_1, \Delta_{p^*}^\Sigma) - Q^* &= \varepsilon; \\ \frac{\partial Q(x_2^0, \Delta_{p^*}^\Sigma)}{\partial x} &= 0, \quad p = 1, 2, \end{aligned} \quad (29)$$

решается относительно $\Delta_{p^*}^\Sigma$ и x_2^0 при заданной точности нагрева ε с последующим выбором варианта ($p=1$ или $p=2$), отвечающего минимальной длительности процесса управления. Некоторые результаты расчета оптимального по быстродействию двухканального управления нагревом титановой пластины толщиной 0,2 м с учетом динамики звеньев внешнего

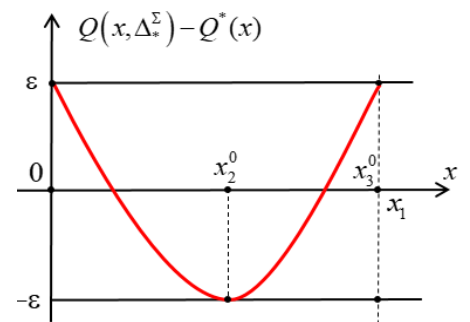


Рисунок 4 - Форма кривой конечного температурного распределения в задаче двухканального оптимального по быстродействию управления с учетом ЗВТ

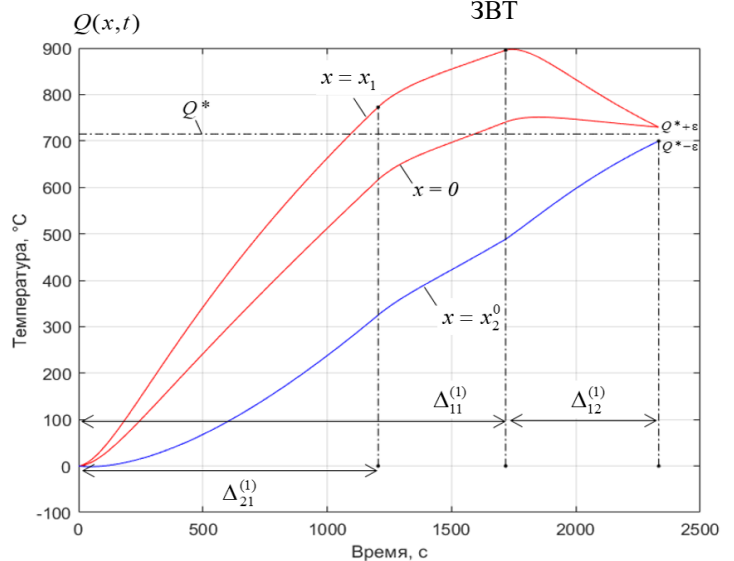


Рисунок 5 - Изменение температурного поля на протяжении оптимального процесса управления

теплообмена ($T = 100$ сек, $k = 1$), при допустимом температурном отклонении $\varepsilon = 15^\circ\text{C}$ представлены на рис.5.

В четвертой главе предложен конструктивный метод решения задачи двухканального оптимального по быстродействию граничного управления температурными полями двух физически неоднородных взаимосвязанных на контактной поверхности пластин (рис.6), описываемыми линейными уравнениями теплопроводности:

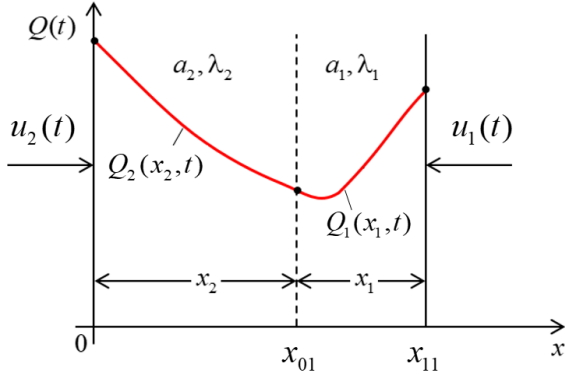


Рисунок 6 - К описанию температурного поля физически неоднородной системы с идеальным контактом взаимодействующих сред

$$\frac{\partial Q_1(x_1, t)}{\partial t} = a_1 \frac{\partial^2 Q_1(x_1, t)}{\partial x_1^2} + L_{11}(Q_1, x_1); \quad (30)$$

$$\frac{\partial Q_2(x_2, t)}{\partial t} = a_2 \frac{\partial^2 Q_2(x_2, t)}{\partial x_2^2} + L_{22}(Q_2, x_2), \quad (31)$$

$$x_1 \in [x_{01}, x_{11}]; \quad x_2 \in [0, x_{01}],$$

с начальными:

$$Q_1(x_1, 0) = Q_{10}(x_1); \quad Q_2(x_2, 0) = Q_{20}(x_2), \quad (32)$$

и граничными условиями в точках $x_1 = x_{11}, x_2 = 0$:

$$\lambda_1 \frac{\partial Q_1(x_{11}, t)}{\partial x_1} + \alpha Q_1(x_{11}, t) = u_1(t); \quad (33) \quad \lambda_2 \frac{\partial Q_2(0, t)}{\partial x_2} = u_2(t); \quad (34)$$

условиями сопряжения в точке $x_1 = x_2 = x_{01}$:

$$Q_2(x_{01}, t) = Q_1(x_{01}, t); \quad \lambda_1 \frac{\partial Q_1(x_{01}, t)}{\partial x_1} = \lambda_2 \frac{\partial Q_2(x_{01}, t)}{\partial x_2}; \quad (35)$$

управляющими воздействиями $u_1(t), u_2(t)$, стесненными ограничениями вида (4), и заданными линейными операторами L_{11}, L_{22} . Требования к конечным состояниям формулируются применительно к оценкам целевых множеств в равномерной метрике:

$$\max_{x_1 \in [x_{01}, x_{11}]} |Q_1(x_1, t_{\text{кон}}) - Q_1^*(x_1)| \leq \varepsilon_1; \quad \max_{x_2 \in [0, x_{01}]} |Q_2(x_2, t_{\text{кон}}) - Q_2^*(x_2)| \leq \varepsilon_2. \quad (36)$$

Аналогично задаче двухканального управления одним ОРП принцип максимума Понтрягина устанавливает для модального описания взаимосвязанных объектов (30),(31) релейную форму каждого из оптимальных управляющих воздействий. При двухинтервальных управлениях $u_1(t), u_2(t)$ получены для заданных операторов L_{11}, L_{22} в (30),(31) аналитические зависимости результирующих температурных состояний $Q_1(x_1, t_{\text{кон}}), Q_2(x_2, t_{\text{кон}})$ в подобной задаче управления одним объектом параметризованной форме $Q_1(x_1, \Delta_{11}^{(1)}, \Delta_{12}^{(1)}, \Delta_{11}^{(2)}, \Delta_{12}^{(2)}), Q_2(x_2, \Delta_{11}^{(1)}, \Delta_{12}^{(1)}, \Delta_{11}^{(2)}, \Delta_{12}^{(2)})$, содержащей известные решения уравнений теплопроводности с однородными граничными условиями в виде равномерно сходящихся рядов по системе собственных функций. Здесь $\Delta_{11}^{(1)}, \Delta_{12}^{(1)}, \Delta_{11}^{(2)}, \Delta_{12}^{(2)}$ - длительности первого и второго интервалов постоянства первого (в данном случае только одного) управляющего воздействия соответственно для первого и второго из системы двух взаимосвязанных объектов.

В результате осуществляется подобно (18),(19) точная редукция исходной задачи двухканального двухинтервального управления к задаче полубесконечной оптимизации относительно искомым значений Δ^Σ вида (16)-(19):

$$I(\Delta^\Sigma) = t_{\text{кон}} = \Delta_{11}^{(1)} + \Delta_{12}^{(1)} = \Delta_{11}^{(2)} + \Delta_{12}^{(2)} \rightarrow \min_{\Delta^\Sigma}, \quad (37)$$

$$\max_{x_1 \in [x_{01}, x_{11}]} |Q_1(x_1, \Delta^\Sigma) - Q_1^*(x_1)| \leq \varepsilon_1; \quad (38) \quad \max_{x_2 \in [0, x_{01}]} |Q_2(x_2, \Delta^\Sigma) - Q_2^*(x_2)| \leq \varepsilon_2, \quad (39)$$

Решение ЗПО (37)-(39) получено по общей схеме альтернативного метода, который в рассматриваемом случае взаимосвязанных ОРП гарантирует возможность выполнения только одного из ограничений (38),(39) для допустимых значений $\varepsilon_1 \geq \varepsilon_{11\min}^{(2,2)}$ или $\varepsilon_2 \geq \varepsilon_{22\min}^{(2,2)}$ за счет выбора в качестве вектора свободно варьируемых параметров активного управления.

Здесь $\varepsilon_{mp\min}^{(2,2)}$ – минимально достижимая в классе двухинтервальных управляющих воздействий ошибка равномерного приближения для первого ($m=1$) и второго ($m=2$) объекта:

$$\varepsilon_{mp\min}^{(2,2)} = \min_{\Delta_p^\Sigma} \left\{ \max_{x_m} |Q_m(x_m, \Delta_p^\Sigma) - Q_m^*(x_m)| \right\}, \quad m, p = 1, 2.$$

При этом возможности выбора параметров другого управления стесняются условием (9) и достигаемая точность ε_2^* или ε_1^* равномерного приближения соответственно $Q_2(x_2, \Delta_{1*}^\Sigma)$ к $Q_2^*(x_2)$ или $Q_1(x_1, \Delta_{2*}^\Sigma)$ к $Q_1^*(x_1)$ вместо заданных в (38),(39) величин ε_2 или ε_1 относятся к числу искомым неизвестных.

В частности, применительно к варианту активного второго управления при Δ_{2*}^Σ , который в результате оказывается оптимальным, для типового случая $Q_1^*(x_1) = Q_1^* = \text{const}$, $Q_2^*(x_2) = Q_2^* = \text{const}$, $\varepsilon_1 > \varepsilon_{11\min}^{(2,2)}$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_{22\min}^{(2,2)}$ получаем однозначно устанавливаемую (по результатам одноканального управления каждым из объектов) форму зависимостей $Q_1(x_1, \Delta_{2*}^\Sigma)$ и $Q_2(x_2, \Delta_{2*}^\Sigma)$ от пространственных аргументов x_1, x_2 , показанную на рис.7 для одного из расчетных примеров нагрева стальных пластин в условиях (35). Непосредственно по виду кривой на рис.7 конструируется в пяти точках $x_{11}^0 \in (x_{01}, x_{11})$, $x_{12}^0 = x_{11}$, $x_{21}^0 = 0$, $x_{22}^0 \in (0, x_{01})$, $x_{23}^0 = x_{01}$ система семи уравнений относительно семи неизвестных $\Delta_{2*}^\Sigma = (\Delta_{11*}^{(2)}, \Delta_{21*}^{(2)}, \Delta_{12*}^{(1)})$,

$$\varepsilon_{22\min}^{(2,2)}, \varepsilon_1^*, x_{11}^0, x_{22}^0 :$$

$$\begin{aligned} Q_1(x_{11}^0, \Delta_{2*}^\Sigma) - Q_1^* &= \varepsilon_1^*; \\ Q_1(x_{11}, \Delta_{2*}^\Sigma) - Q_1^* &= -\varepsilon_1^*; \\ Q_2(0, \Delta_{2*}^\Sigma) - Q_2^* &= -\varepsilon_{22\min}^{(2,2)}; \\ Q_2(x_{22}^0, \Delta_{2*}^\Sigma) - Q_2^* &= \varepsilon_{22\min}^{(2,2)}; \\ Q_2(x_{01}, \Delta_{2*}^\Sigma) - Q_2^* &= -\varepsilon_{22\min}^{(2,2)}; \\ \frac{\partial Q_1(x_{11}^0, \Delta_{2*}^\Sigma)}{\partial x_1} &= 0; \\ \frac{\partial Q_2(x_{22}^0, \Delta_{2*}^\Sigma)}{\partial x_2} &= 0. \end{aligned} \quad (40)$$

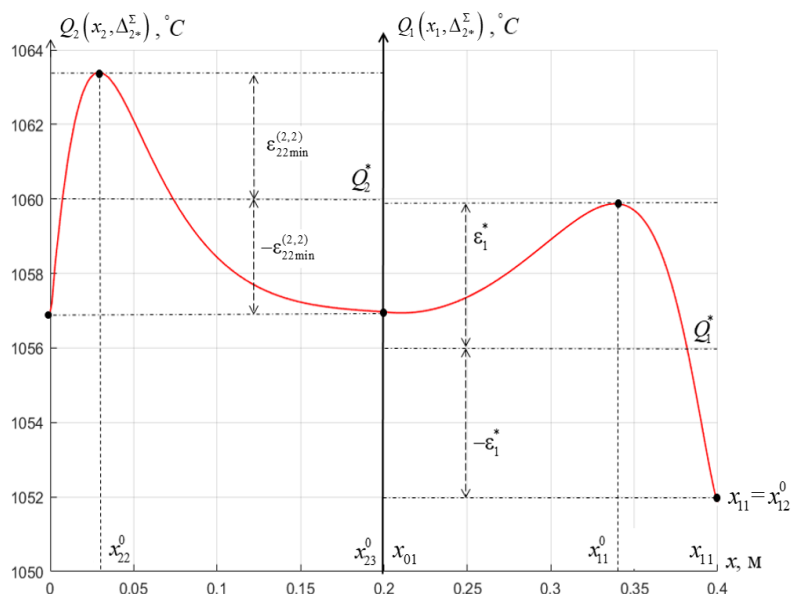


Рисунок 7 - Температурное распределение системы взаимосвязанных ОРП в конце процесса оптимального управления

В пятой главе решена задача синтеза системы оптимального по быстродействию двухканального управления автономным объектом с распределенными параметрами с линейными обратными связями по неполному измерению управляемой величины $Q(\tilde{x}_j, t) = Q_j(t), j = \overline{1, k}$, в отдельных k точках $\tilde{x}_j \in [0, x_1]$ ее пространственного

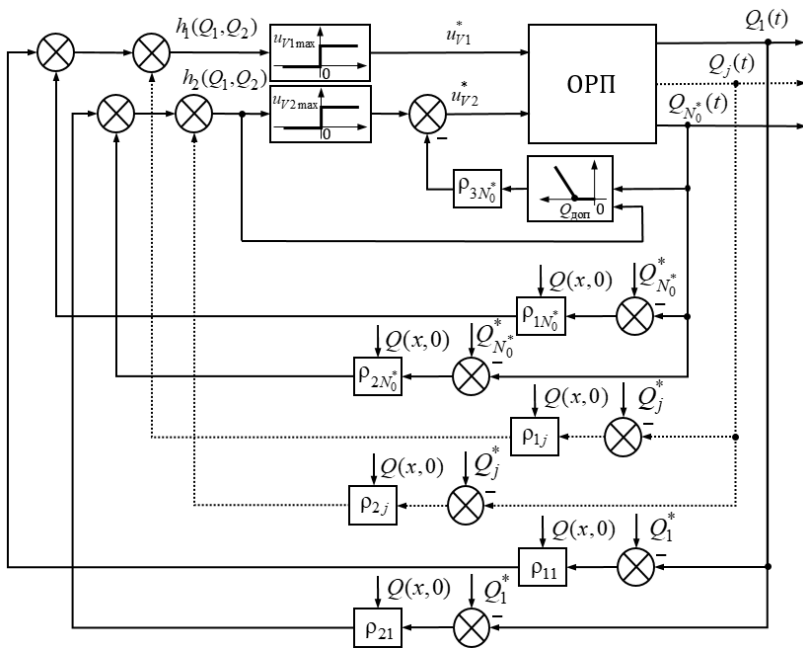


Рисунок 8 - Структурная схема оптимальной по быстродействию системы

распределения с коэффициентами ρ_{ij} обратных связей, определяемыми по результатам расчета в режиме реального времени оптимальных программных управлений для каждого из управляющих воздействий в зависимости от начального состояния объекта $Q(x, 0) = Q_0 = \text{const}$. В итоге при k равном числу N_0^* интервалов постоянства оптимальных управлений релейной формы задача сводится к построению двухконтурной релейной системы автоматического регулирования (рис.8) с двумя функциями переключения:

$$h_i(Q_1, Q_2, \dots, Q_{N_0^*}) = \sum_{j=1}^{N_0^*} \rho_{ij}(Q_0) [Q(\tilde{x}_j, t_{\text{кон}}^*) - Q_j(t)], \quad i = 1, 2; j = \overline{1, N_0^*}, \quad (41)$$

где $Q(\tilde{x}_j, t_{\text{кон}}^*)$ находятся в результате решения задачи программного управления и точки \tilde{x}_j предпочтительно выбирать на множестве точек альтернанса с предельно допустимыми отклонениями $Q(x_j^*, t_{\text{кон}}^*)$ от заданной величины $Q^*(x_j^*)$ в (7).

Выбор функций переключения в виде (41) обеспечивает реализацию процедуры синтеза по алгоритму:

$$u_i^*(Q_1, Q_2, \dots, Q_{N_0^*}) = \frac{u_{Vi \max} + u_{Vi \min}}{2} \pm \frac{u_{Vi \max} - u_{Vi \min}}{2} \text{sign} \sum_{j=1}^{N_0^*} \rho_{ij}(Q_0) (Q(\tilde{x}_j, t_{\text{кон}}^*) - Q_j(t)), \quad (42)$$

автоматически обрабатывающему программное управление при выборе коэффициентов обратной связи ρ_{ij} из условий $h_i = 0$ в (41) в требуемые моменты $t = \tilde{t}_{is}, s = 1, N_0^* - 1; i = 1, 2$ переключения программного управления.

Если в оптимальном процессе нарушается фазовое ограничение на $\max_x Q(x, t)$, то его учет обеспечивается дополнением структуры замкнутой системы задержанной обратной связью по максимальной температуре, с помощью которой осуществляется ее стабилизация на предельно допустимом уровне, реализующая участок движения по ограничению.

Для частного случая $k = N_0^* = 2$ в (41), (42) построена по структурной схеме рис.8 оптимальная по быстродействию система двухканального управления процессом индукционного нагрева с двухинтервальными управляющими воздействиями по мощности

внутреннего тепловыделения, формируемыми по сигналам обратной связи по температуре в двух точках альтернанса $\tilde{x}_1 = 0, \tilde{x}_2 = x_3^0$ системы уравнений (22), в которых, согласно (22), должны выполняться равенства $Q(\tilde{x}_1, t_{\text{кон}}^*) = Q(\tilde{x}_2, t_{\text{кон}}^*) = Q^* - \varepsilon_{1\text{min}}^{(2,2)}$.

Применительно к случаю равномерного распределения начальной температуры $Q(x, 0) = Q_0 = \text{const}$ коэффициенты $\rho_{ij}(Q_0)$, $i, j = 1, 2$, при $Q^*(x) = Q^* = \text{const}$ рассчитываются по формулам:

$$\rho_{11} = \rho_{21} = 1; \quad \rho_{i2}(Q_0) = \frac{Q(0, \tilde{t}_{i1}(Q_0)) - Q^* + \varepsilon_{1\text{min}}^{(2,2)}(Q_0)}{Q^* - \varepsilon_{1\text{min}}^{(2,2)}(Q_0) - Q(x_3^0, \tilde{t}_{i1}(Q_0))}, \quad i = 1, 2. \quad (43)$$

На плоскости температур $Q(\tilde{x}_1, t) = Q_1(t)$, $Q(\tilde{x}_2, t) = Q_2(t)$ переход ко второму интервалу управления происходит на линиях переключения, задаваемых в параметрической форме зависимостями $Q_1(Q_0, \tilde{t}_{i1}(Q_0))$, $Q_2(Q_0, \tilde{t}_{i1}(Q_0))$, $i = 1, 2$ величин Q_1 и Q_2 от параметра Q_0 в моменты времени \tilde{t}_{i1} (рис.9).

В условиях малых вариаций заранее фиксируемой величины $Q_0 = Q_0^*$ субоптимальный по быстродействию процесс нагрева реализуется с постоянными коэффициентами обратной связи $\rho_{ij}^* = \text{const}$ в (43), и линии переключения заменяются прямыми (рис.9):

$$\begin{aligned} (Q^* - \varepsilon_{1\text{min}}^{(2,2)})(1 + \rho_{12}^*) - Q_1 - \rho_{12}^* Q_2 &= 0; \\ (Q^* - \varepsilon_{1\text{min}}^{(2,2)})(1 + \rho_{22}^*) - Q_1 - \rho_{22}^* Q_2 &= 0. \end{aligned} \quad (44)$$

Моделирование замкнутой системы проводилось в среде программирования MATLAB/Simulink с использованием конечномерного приближения структуры объекта в виде параллельного соединения \tilde{N} аperiodических звеньев первого порядка с известными расчетными значениями постоянных времени T_n^* , $n = 1, \tilde{N}$, и зависящих от координат \tilde{x}_1, \tilde{x}_2 коэффициентов передачи $F_{1n}^*(x), F_{2n}^*(x), n = 1, \tilde{N}$.

На рис.9 показаны линии переключения (линии 4) с учетом зависимости коэффициентов обратной связи от начальной температуры, прямые (44) (линии 5) и фазовые траектории движения системы (линии 1,2,3) при $Q_0 = Q_0^*$ и при отклонении Q_0 от Q_0^* (линии 1', 2', 3'). В случае $Q_0 = Q_0^*$ процесс управления остается оптимальным по быстродействию, а при отклонении Q_0 от Q_0^* процесс оказывается субоптимальным при малых отличиях Q_0 от Q_0^* и характеризуется отклонениями от конечного температурного состояния в оптимальном режиме нагрева.

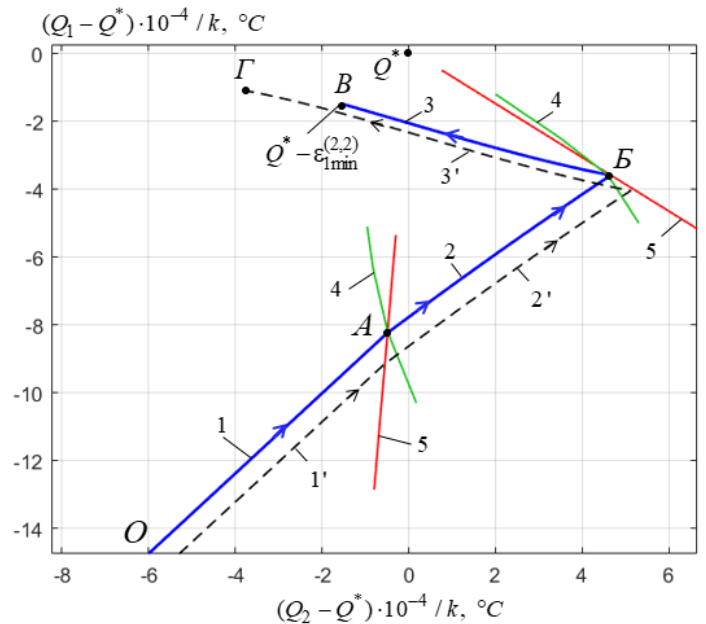


Рисунок 9 - Линии переключения и фазовые траектории в системе оптимального по быстродействию управления

В заключении приводятся основные результаты диссертационной работы:

1. Приведена постановка задачи многоканальной оптимизации одного и группы взаимосвязанных ОРП в условиях равномерной оценки целевых множеств и общая схема ее решения, базирующаяся на процедуре редукции к специальной форме задачи полубесконечной оптимизации, на которую распространяется альтернативный метод параметрической оптимизации с учетом существенных особенностей, связанных с векторным характером оптимизируемых управляющих воздействий.

2. На основе общей постановки задачи многоканальной оптимизации процессом управления ОРП разработана методика и вычислительная технология решения задачи оптимального по быстродействию двухканального управления нестационарным процессом теплопроводности с заданной точностью равномерного приближения конечного состояния объекта к требуемому пространственному температурному распределению в условиях дополнительных ограничений на одинаковую продолжительность управляемого процесса для каждого из каналов управления.

3. Приведены решения задач двухканального оптимального по быстродействию управления процессом нагрева неограниченной пластины при различных комбинациях граничных и внутренних управляющих и возмущающих воздействий. Полученные результаты распространены на задачу оптимального по быстродействию двухканального граничного управления нелинейным процессом нестационарной теплопроводности с использованием его цифровой модели, созданной в специализированном конечно-элементном программном пакете COMSOL Multiphysics, на базе которой реализована итерационная процедура поиска решений систем уравнений альтернативного метода.

4. Разработана конструктивная методика решения задач двухканального оптимального по быстродействию управления нестационарным процессом теплопроводности с учетом дополнительных технологических ограничений на поведение управляемой величины и инерционность управляющих воздействий.

5. Разработана конструктивная методика решения задачи двухканального оптимального по быстродействию граничного управления двумя взаимосвязанными физически неоднородными ОРП, описываемыми линейными уравнениями теплопроводности параболического типа в условиях идеального теплового контакта взаимодействующих сред применительно к наиболее употребительным в приложениях оценкам целевых множеств конечных состояний каждого из объектов в равномерной метрике.

6. Решена задача синтеза системы оптимального по быстродействию двухканального управления объектом с распределенными параметрами с линейными обратными связями по неполному измерению состояния системы. Выполнено компьютерное моделирование в программном пакете MATLAB оптимального по быстродействию процесса двухканального управления индукционным нагревом металлической пластины в замкнутой системе с неполным измерением состояния объекта.

Основные научные публикации по теме диссертационного исследования

Публикации в научных изданиях, индексируемых в Web of Science и Scopus:

1. **N. Pina** Parametric Optimization of Nonstationary Heat Conductivity Processes with Two Control Actions // 2019 XXI International Conference Complex Systems: Control and Modeling Problems (CSCMP). Samara, Russia, 2019, pp. 271-276.

2. E. Y. Rapoport, **N.A. Pina** Parametric Time-Optimization of Two-Channel Control of Related Objects with Distributed Parameters // 2022 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM), 2022, pp. 588-593.

3. E. Y. Rapoport, **N.A. Pina** Time-Optimal Two-Channel Control of Interrelated Objects with Distributed Parameters // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing, 2022, Vol. 58, No. 4, pp. 391-401.

Статьи в научных изданиях, рекомендованных ВАК РФ:

4. **Н.А.Ильина**, Э.Я.Рапопорт Двухканальное оптимальное по быстродействию управление процессом нестационарной теплопроводности // Вестник СамГТУ. Серия Технические науки: Научный журнал. – Самара: СамГТУ, 2018, №1(57). – С. 7-18.

5. **Н.А.Ильина**, Э.Я.Рапопорт Оптимальное по быстродействию управление нестационарным процессом теплопроводности с комбинированными внешними воздействиями по граничным условиям // Вестник СамГТУ. Серия Технические науки: Научный журнал. – Самара: СамГТУ, 2019, №2(62). – С. 36-51.

6. **Н.А.Ильина** Двухканальное оптимальное по быстродействию управление процессом индукционного нагрева с учетом фазового ограничения на максимальную температуру // Вестник СамГТУ. Серия Технические науки: Научный журнал. – Самара: СамГТУ, 2020, Т.28, №2(66). – С. 41-58.

7. **Н.А.Ильина**, Э.Я.Рапопорт Двухканальное оптимальное по быстродействию управление нестационарным процессом теплопроводности с учетом инерционности граничных управляющих воздействий // Вестник СамГТУ. Серия Технические науки: Научный журнал. – Самара: СамГТУ, 2020, Т.28, №4. – С. 19-31.

8. **Н.А.Ильина** Синтез оптимальной по быстродействию системы двухканального управления процессом индукционного нагрева неограниченной пластины // Вестник СамГТУ. Серия Технические науки: Научный журнал. – Самара: СамГТУ, 2021, №2(70). – С. 47-60.

Публикации в других изданиях:

9. **Н.А.Ильина** Оптимальное по быстродействию управление процессом нестационарной теплопроводности с двумя граничными управляющими воздействиями // Сборник научных статей IV научно-практической международной конференции молодых ученых 23-25 апреля 2018 г. – Тольятти, 2018.

10. **Н.А.Ильина** Параметрическая оптимизация процессов нестационарной теплопроводности с двумя управляющими воздействиями // Проблемы управления и моделирования в сложных системах. Труды XXI Международной конференции (3-6 сентября 2019 г. Самара). Т.1 – Самара. ООО «Офорт», 2019 – С.136-141.

Автореферат отпечатан с разрешения диссертационного совета 24.2.377.02, созданного на базе ФГБОУ ВО «Самарский государственный технический университет» (протокол № 3 от «23» марта 2023 г.)

Тираж 100 экз. Заказ №101.

Формат 60×84¹/₁₆. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 1,0.

Отпечатано в типографии.

ФГБОУ ВО «Самарский государственный технический университет»

Отдел типографии и оперативной печати,
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244