

На правах рукописи

Родин Михаил Максимович

**Развитие теории электростатического взаимодействия
заряженных тел на малых расстояниях между ними**

1.3.9 — Физика плазмы

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2022

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки «Объединенный институт высоких температур Российской академии наук» (ОИВТ РАН).

Научный руководитель: доктор физико-математических наук
Филиппов Анатолий Васильевич

Официальные оппоненты: **Попель Сергей Игоревич**,
доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Институт космических исследований Российской академии наук» (ИКИ РАН)

Карасев Виктор Юрьевич,
доктор физико-математических наук, доцент, профессор Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет» (СПбГУ)

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Федеральный исследовательский центр «Институт общей физики им. А.М. Прохорова Российской академии наук» (ИОФ РАН)

Защита состоится " ____ " _____ 202__ г. в ____ часов на заседании диссертационного совета 24.1.193.01 при ОИВТ РАН по адресу: 125412, г. Москва, ул. Ижорская, д. 13, стр. 2.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИВТ РАН.

Автореферат разослан " ____ " _____ 202__ г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
канд. физ.-мат. наук

А. В. Тимофеев

Общая характеристика работы

Задача об электростатическом взаимодействии заряженных тел конечного размера имеет давнюю историю. Пуассон рассматривал взаимодействие двух проводящих сферических частиц с использованием метода разложения по полиномам Лежандра, Кельвин решал эту задачу методом изображений и с помощью разложения по полиномам Лежандра в бисферической системе координат. Максвелл получил выражение для потенциала в сферической системе координат с точностью до 22-го порядка по межчастичному расстоянию. Рассел использовал для нахождения потенциала взаимодействия частиц емкостные коэффициенты и получил асимптотические формулы для этих величин в пределе близко расположенных частиц. Эти результаты были также получены в работах современных авторов в рамках исследования вопроса о возможности притяжения разноименно заряженных проводящих шаров.

В плазме электростатическое поле макрочастиц экранируется, но при определенных условиях эффектами экранирования можно пренебречь, и сила взаимодействия частиц оказывается близкой к силе в вакууме или однородном диэлектрике. Ранее взаимодействие проводящих и диэлектрических макрочастиц в однородной диэлектрической среде исследовалось во многих работах, где в качестве модели рассматривались пары частиц сферической или сфероидальной формы, системы, включающие в себя точечные частицы или неограниченные плоскости.

Тема исследования является **актуальной**, так как в механизме взаимодействия заряженных макроскопических объектов электростатическая сила часто играет главенствующую роль. Одним из примеров таких систем является пылевая плазма, широко распространенная в космосе и образующаяся в качестве побочного продукта в термоядерных реакторах и установках газового разряда. Среди других примеров можно назвать молекулярные кластеры, аэрозоли в атмосферах планет и спутников и частицы порошковых красок. При этом именно взаимодействие на малых расстояниях играет решающую роль в таких процессах, как коагуляция и агломерация пылевых частиц, слияние заряженных микроскопических капель и др.

Целью данной работы является развитие существующей теории электростатического взаимодействия заряженных тел в различных средах, разработка новых и усовершенствование имеющихся методов определения основных характеристик системы из двух взаимодействующих заряженных частиц конечного размера, обобщение известных результатов на случай большего количества частиц.

Задачи, которые необходимо было решить для достижения поставленной цели:

1. Определить условия, при которых задачу о взаимодействии пылевых частиц конечного размера в плазме или электролите можно свести к задаче о взаимодействии в однородном диэлектрике.
2. Разработать методику вычисления емкостных коэффициентов системы из двух проводящих сферических частиц и на их основе найти потенциальную энергию взаимодействия.
3. Исследовать влияние дополнительной частицы пренебрежимо малого размера на характер взаимодействия пары сферических диэлектрических частиц, вычислить силы, действующие на каждую из них, и найти распределение заряда на поверхностях частиц конечного размера.
4. Разработать методику улучшения сходимости рядов, определяющих вклады точечной частицы в электростатический потенциал системы, действующие в ней силы и поверхностную плотность заряда на сферических частицах.
5. Определить степень обоснованности использованного комплексного подхода к решению задачи и оценить допустимость пренебрежения нарушением симметрии, возникающим вследствие рассмотрения третьей частицы.

Научная новизна:

1. Впервые был разработан способ нахождения емкостных и потенциальных коэффициентов системы из двух макроскопических проводящих частиц, не сопряженный с необходимостью численного решения системы линейных уравнений высокого порядка и обладающий при этом достаточной для приложений точностью в широком диапазоне межчастичных расстояний.
2. Было выполнено оригинальное исследование влияния третьей частицы на переход пары одноименно заряженных диэлектрических шаров в режим притяжения в наиболее общем случае произвольного взаимного расположения всех трех частиц.
3. Впервые было предложено аналитическое преобразование формул для плотности заряда на поверхности диэлектрика и силы взаимодействия частиц, позволяющее существенно улучшить сходимость входящих в них рядов и получить достоверные данные для этих величин при достаточно малых расстояниях между точечной частицей и сферической поверхностью.

Практическая значимость работы заключается, во-первых, в том, что предложенный метод расчета емкостных коэффициентов системы из двух проводящих шаров может быть использован для нахождения потенциала взаимодействия пылевых частиц в плазме, который позволяет определить условия фазовых переходов в пылевой плазме, частоты пылеакустических колебаний и коэффициенты переноса пылевых частиц. Во-вторых, развитая в работе теория электростатического взаимодействия

трех частиц дает возможность учесть влияние соседей на пару сферических частиц и тем самым расширить и дополнить результаты предыдущих исследований.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Алгоритм вычисления силы взаимодействия макрочастиц с постоянными потенциалами поверхностей в плазме при слабом экранировании посредством нахождения силы взаимодействия в однородном диэлектрике.
2. Методика расчета емкостных и потенциальных коэффициентов системы из двух сферических частиц конечного размера в широком диапазоне расстояний между ними.
3. Методика расчета силы электростатического взаимодействия двух сферических частиц в присутствии третьей точечной частицы для исследования перехода пары макрочастиц в режим притяжения и определения условий, когда необходим учет взаимной поляризации сферических частиц.
4. Метод выделения дельта-члена в электростатическом потенциале и плотности связанных зарядов для устранения расходимости рядов, вызванной точечностью третьей частицы.

Достоверность результатов исследования обеспечена использованием проверенных физических и математических методов, проверкой полученных результатов экстраполяцией на случаи малых и больших расстояний и сравнением полученных данных с результатами других авторов.

Личный вклад. Автор принимал активное участие в исследовании, результаты которого представлены в первой главе диссертации. Задачи, решаемые во второй и третьей главах, сформулированы автором совместно с его научным руководителем, все полученные в них результаты принадлежат автору лично.

Публикации автора и апробация работы. Основные результаты диссертации изложены в 3 публикациях в рецензируемых журналах и были представлены в 16 докладах на следующих конференциях: Всероссийская (с международным участием) конференция «Физика низкотемпературной плазмы» (Казань, Россия, 2017), Международная конференция «Научные чтения памяти Александра Михайловича Дыхне» (Троицк, Россия, 2017, 2019), International Conference on Equations of State for Matter (Эльбрус, Россия, 2018, 2020, 2022), Team Meeting on "Electrostatic Manipulation of Nano-Scale Objects of Lunar Regolith" (Берн, Швейцария, 2019), Российский Симпозиум «Фундаментальные основы атомистического многомасштабного моделирования» (Новый Афон, Абхазия, 2019), International Conference on Interaction of Intense Energy Fluxes with Matter (Эльбрус, Россия, 2021), Scientific-Coordination Session on "Non-Ideal Plasma Physics" (онлайн, 2021). Список публикаций и избранных тезисов докладов представлен в конце автореферата.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и приложения. Полный объем диссертации составляет 92 страницы с 18 рисунками и 1 таблицей. Список литературы содержит 48 наименований.

Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках диссертации, формулируется цель и ставятся задачи работы, приводятся защищаемые положения, излагается научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

Первая глава (см. пункты [1, 4] в списке публикаций и тезисов докладов) посвящена исследованию взаимодействия двух заряженных макрочастиц в плазме в режиме слабого и умеренного экранирования. Рассматривается аксиально-симметричная система из двух сферических частиц с радиусами a_1, a_2 и диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_1, \varepsilon_2$, находящихся на расстоянии R друг от друга. Положение точки наблюдения P определяется в сферических координатах с началом в центре первой или второй частицы (см. рис. 1).

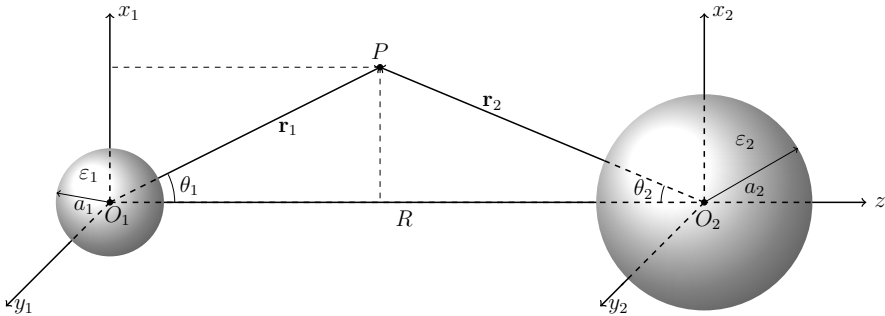


Рис. 1 — Схема взаимодействия двух сферических частиц.

Предполагается, что свободный заряд равномерно распределен по сферическим поверхностям, а объемные заряды отсутствуют. В таком случае потенциалы во внутренних областях ϕ_I и ϕ_{II} подчиняются уравнению Лапласа и представляются рядами по функциям $r_i^n P_n(\cos \theta_i)$, где P_n – многочлены Лежандра. Во внешнем пространстве, занятом плазмой с постоянной экранирования $k_D = 1/r_D$ (r_D – дебаевский радиус), потенциалы

частиц ϕ_1 и ϕ_2 являются решением уравнения Гельмгольца и представляются в виде

$$\phi_1 = \sum_{n=0}^{\infty} A_n P_n(\cos \theta_1) \frac{K_{n+1/2}(\tilde{r}_1)}{\sqrt{\tilde{r}_1}}, \quad \phi_2 = \sum_{n=0}^{\infty} B_n P_n(\cos \theta_2) \frac{K_{n+1/2}(\tilde{r}_2)}{\sqrt{\tilde{r}_2}},$$

где $K_{n+1/2}$ – модифицированные функции Бесселя 3-го рода, или функции Макдональда, A_n, B_n – коэффициенты разложения, а тильдой здесь и далее обозначаются безразмерные расстояния, приведенные к радиусу Дебая. Далее полученные потенциалы перераскладываются во взаимных системах координат с использованием формулы сложения Макдональда и теоремы сложения для полиномов Лежандра, после чего суммарный потенциал подставляется в граничные условия, которые в случае диэлектрика имеют вид

$$\phi_1|_{r_1=a_1} - \phi|_{r_1=a_1} = 0, \quad \varepsilon_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial r_1} \Big|_{r_1=a_1} - \varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial r_1} \Big|_{r_1=a_1} = 4\pi\sigma_{1,f} \quad (1)$$

и аналогичный для второй частицы; $\sigma_{i,f}$ – плотность свободного заряда на i -ой частице. В результате приходим к системе уравнений для определения коэффициентов разложения A_n и B_n , которая в случае, когда при изменении межчастичного расстояния полные заряды макрочастиц остаются постоянными, имеет вид:

$$\begin{aligned} & \left[\varepsilon \frac{K_{n+3/2}(\tilde{a}_1)}{\tilde{a}_1^{1/2}} + n(\varepsilon_1 - \varepsilon) \frac{K_{n+1/2}(\tilde{a}_1)}{\tilde{a}_1^{3/2}} \right] A_n + \\ & + \sum_{m=0}^{\infty} \left[n\varepsilon_1 \frac{b_{nm}(\tilde{a}_1, \tilde{R})}{\tilde{a}_1} - \varepsilon \frac{\partial b_{nm}(\tilde{a}_1, \tilde{R})}{\partial \tilde{a}_1} \right] B_m = \sigma_{1,n}, \\ & \sum_{m=0}^{\infty} \left[n\varepsilon_2 \frac{b_{nm}(\tilde{a}_2, \tilde{R})}{\tilde{a}_2} - \varepsilon \frac{\partial b_{nm}(\tilde{a}_2, \tilde{R})}{\partial \tilde{a}_2} \right] A_m + \\ & + \left[\varepsilon \frac{K_{n+3/2}(\tilde{a}_2)}{\tilde{a}_2^{1/2}} + n(\varepsilon_2 - \varepsilon) \frac{K_{n+1/2}(\tilde{a}_2)}{\tilde{a}_2^{3/2}} \right] B_n = \sigma_{2,n}. \quad (2) \end{aligned}$$

Здесь $\sigma_{i,n}$ – коэффициенты разложения плотности поверхностного заряда по полиномам Лежандра, а коэффициенты b_{nm} определены в Приложении статьи [1]. В заключение первого раздела главы показано, как по найденным коэффициентам A_n, B_n можно рассчитать силу взаимодействия частиц, а также отмечено, что при больших межчастичных расстояниях сила хорошо описывается выражением, при $\varepsilon_i \rightarrow \infty$ соответствующим DLVO-потенциалу.

Во втором разделе главы подчеркивается, что в исследуемом случае взаимодействия в равновесной плазме или электролите постоянными, то

есть не зависящими от расстояния между частицами, следует считать потенциалы их поверхностей ϕ_{1s} , ϕ_{2s} (которые равны друг другу и совпадают с плавающим потенциалом плазмы). В этом случае система (2) упрощается и принимает вид:

$$\begin{aligned} A_n \frac{K_{n+1/2}(\tilde{a}_1)}{\sqrt{\tilde{a}_1}} + \sum_{m=0}^{\infty} B_m b_{nm}(\tilde{a}_1, \tilde{R}) &= \phi_{1s} \delta_{n0}, \\ B_n \frac{K_{n+1/2}(\tilde{a}_2)}{\sqrt{\tilde{a}_2}} + \sum_{m=0}^{\infty} A_m b_{nm}(\tilde{a}_2, \tilde{R}) &= \phi_{2s} \delta_{n0}. \end{aligned} \quad (3)$$

Продемонстрировано, что сила взаимодействия частиц и в случае постоянных потенциалов при больших межчастичных расстояниях определяется выражением, следующим из DLVO-потенциала, но с зарядами на бесконечности $Q_i = q_i|_{R=\infty}$, которые связаны с потенциалами поверхностей соотношениями $Q_i = \varepsilon a_i (1 + \tilde{a}_i) \phi_{i,s}$.

В третьем разделе главы приводится методика расчета силы взаимодействия в режиме слабого и умеренного экранирования, то есть при $a_{1,2} \lesssim r_D$. Подчеркивается, что поскольку формула сложения Макдональда при близких аргументах функций Инфельда и Макдональда очень медленно сходится, а учет большого числа членов разложения делает систему (2) плохо обусловленной, на малых расстояниях становится актуальной проблема сведения рассматриваемой в данной главе задачи к задаче о взаимодействии макрочастиц в однородном диэлектрике. При этом в случае постоянных зарядов сила взаимодействия частиц при малых $L = R - a_1 - a_2$ хорошо описывается формулой ($i = 1, 2, j = 3 - i$)

$$F_{q,ij} = F_{q,\text{ud}} f_{ij}, \quad (4)$$

где $F_{q,\text{ud}}$ – сила взаимодействия в однородном диэлектрике, f_{ij} – плазменная поправка:

$$f_{ij} = \frac{(1 + \tilde{R}) e^{-(\tilde{R} - \tilde{a}_1 - \tilde{a}_2)}}{(1 + \tilde{a}_j) \left(1 + \tilde{a}_i + \frac{\varepsilon}{\varepsilon_i + 2\varepsilon} \tilde{a}_i^2\right)}. \quad (5)$$

Однако в случае постоянных потенциалов поверхностей частиц получить соотношение вида (4) не удастся, так как в данном случае по мере сближения заряды макрочастиц уменьшаются, причем степень уменьшения зависит также и от постоянной экранирования k_D . Чтобы использование формулы (4) было правомерным, предлагается определять реальные заряды на частицах по их потенциалам для каждого значения межчастичного расстояния с помощью емкостных и потенциальных коэффициентов:

$$q_1 = C_{11}\phi_{1s} + C_{12}\phi_{2s}, \quad q_2 = C_{12}\phi_{1s} + C_{22}\phi_{2s}; \quad (6)$$

$$\phi_{1s} = S_{11}q_1 + S_{12}q_2, \quad \phi_{2s} = S_{12}q_1 + S_{22}q_2. \quad (7)$$

Коэффициенты C_{ij} можно находить непосредственно из системы (3) при $n = 0$, решая ее сперва при $\phi_{2s} = 0$, а затем при $\phi_{1s} = 0$. С другой стороны, в пределе больших расстояний с учетом монопольного и дипольного членов можно получить приближенные выражения для емкостных коэффициентов (обозначаемые $C_{a,ij}$), которые в отсутствие экранирования переходят в $C_{b,ij}$. Тогда, поскольку при равных потенциалах поверхности макрочастиц заряд каждой из них определяется суммой собственного и взаимного емкостных коэффициентов, предлагается ввести следующие корректирующие факторы:

$$c_{1,pl} = \frac{C_{a,11} + C_{a,12}}{C_{b,11} + C_{b,12}}, \quad c_{2,pl} = \frac{C_{a,22} + C_{a,21}}{C_{b,22} + C_{b,21}}. \quad (8)$$

Расчеты показывают [1], что данные для емкостей $C_1 = C_{11} + C_{12}$ и $C_2 = C_{21} + C_{22}$, полученные с учетом экранирования из системы (3) при $n = 0$, прекрасно согласуются с найденными для частиц, взаимодействующих в однородном диэлектрике, и домноженными на факторы (8). С ростом постоянной экранирования согласие ухудшалось, но и при $k_D = 10^3 \text{ см}^{-1}$ отличие не превышало 5%.

Таким образом, предлагаемый алгоритм вычисления силы взаимодействия макрочастиц с постоянными потенциалами поверхностей в плазме при слабом экранировании заключается в следующем. Сначала по имеющимся емкостным коэффициентам системы из двух макрочастиц, помещенных в однородный диэлектрик, с помощью (8) находят емкости частиц в плазме или электролите. Далее, по заданным потенциалам поверхности согласно (6) вычисляются текущие заряды макрочастиц и подставляются в известную¹ формулу для силы взаимодействия в однородном диэлектрике, после чего полученное значение умножается на плазменный фактор (5).

Ввиду сказанного выше актуальной становится задача о нахождении емкостных коэффициентов системы из двух частиц, находящихся в вакууме или однородном диэлектрике, и во **второй главе** [2–3, 5] предлагается метод ее решения. Для корректности определения емкостных коэффициентов необходимо, чтобы потенциалы поверхностей частиц не зависели от угловых координат; этот случай реализуется, когда макрочастицы являются проводниками, поэтому теперь граничное условие на электростатический потенциал имеет следующий вид ($i = 1, 2$):

$$\phi|_{r_i=a_i} = \phi_{i,s}.$$

После подстановки в него суммарного потенциала, полученного с использованием формулы перераспределения в обеих системах координат, приходим

¹Filippov A. V. Electrostatic interaction of spherical microparticles in dusty plasmas [Текст] // Contrib. Plasma Phys. 2009. Т. 49, № 7–8. С. 431–45.

к системе уравнений, задающую коэффициенты разложения потенциалов частиц по полиномам Лежандра ненулевого порядка:

$$\begin{aligned} A_n + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{(k+n)!}{k!n!} \frac{a_1^{2n+1}}{R^{k+n+1}} B_k &= -\frac{a_1^{2n+1}}{R^{n+1}} \frac{q_2}{\varepsilon}, \\ (-1)^n \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(k+n)!}{k!n!} \frac{a_2^{2n+1}}{R^{k+n+1}} A_k + B_n &= (-1)^{n+1} \frac{a_2^{2n+1}}{R^{n+1}} \frac{q_1}{\varepsilon}; \end{aligned} \quad (9)$$

при этом $A_0 = q_1/\varepsilon$, $B_0 = q_2/\varepsilon$. Отметим, что в этой главе используется единое направление оси z в обеих системах координат, что приводит к чередованию знаков в формуле переразложения.

Как показано во втором разделе второй главы, аналитическое решение системы (9) с точностью до R^{-17} приводит к следующим приближенным выражениям для потенциальных коэффициентов ($j = 3 - i$):

$$\begin{aligned} S_{a,ii} &= \frac{1}{a_i} - \frac{a_j^3}{R^4} \left\{ \frac{R^2}{R^2 - a_j^2} - \frac{a_i a_j^3 (R^2 + 2a_j^2)}{R^6} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{a_i a_j^3}{(R^2 - a_i^2)^3} \left[R^2 + a_i^2 + \frac{2a_j^2 (R^2 + 2a_i^2)}{R^2 - a_i^2} \right] \right\}, \quad (10) \\ S_{a,ij} &= \frac{1}{R} + \frac{a_i a_j}{R^3} \left(1 - \frac{R^2}{R^2 - a_i^2} - \frac{R^2}{R^2 - a_j^2} + \frac{R^2}{R^2 - a_i^2 - a_j^2} \right). \end{aligned}$$

Из (6), (7) очевидно, что матрицы, состоящие из емкостных и потенциальных коэффициентов, обратны друг другу, что позволяет получить C_{ij} из S_{ij} и наоборот.

Когда макрочастицы достаточно близки друг к другу, так что разделяющее их расстояние $L = R - a_1 - a_2$ меньше их радиусов, выражения (10) теряют точность из-за необходимости учета большего числа членов ряда, при малых L убывающих медленно. В этой области следует воспользоваться асимптотическими формулами, полученными Расселом²:

$$\begin{aligned} C_{as,ii} &= \frac{a_i a_j}{a_i + a_j} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{2a_i a_j}{a_i + a_j} \frac{1}{L} \right) - \psi \left(\frac{a_j}{a_i + a_j} \right) + O(L^2) \right], \\ C_{as,ij} &= -\frac{a_i a_j}{a_i + a_j} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{2a_i a_j}{a_i + a_j} \frac{1}{L} \right) + \gamma + O(L^2) \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь $\psi(z)$ – дигамма-функция, γ – постоянная Эйлера.

²Russell A. The coefficients of capacity and the mutual attractions or repulsions of two electrified spherical conductors when close together [Текст] // Proc. R. Soc. A. 1909. Т. 82, № 557. С. 524–31.

Как показывают расчеты [2], области применимости асимптотических формул (11) и приближенных выражений (10) не перекрываются. Для осуществления перехода из одной области в другую вводится функция $f(L)$, с помощью которой сшитые емкостные коэффициенты записываются как

$$C_{ij} = C_{as,ij}f + C_{a,ij}(1 - f). \quad (12)$$

В данной работе использовалась функция [3]

$$f(L) = \exp \left[-\frac{4L(a_1 + a_2)}{a_1 a_2} \right]. \quad (13)$$

Далее в тексте главы приводятся известные формулы для потенциала взаимодействия макрочастиц, который представляет собой квадратичную форму от их зарядов или потенциалов поверхностей (в зависимости от того, какие из этих величин мы считаем постоянными) с матрицей, определяемой, соответственно, емкостными или потенциальными коэффициентами. Также в случае постоянных зарядов для сравнения использовалась приближенная формула, полученная интегрированием силы взаимодействия:

$$U_{q,a} = \frac{q_1 q_2}{R} \left[1 + \frac{10}{3} \left(\frac{a_1 a_2}{R^2} \right)^3 \right] - \frac{q_1^2}{2R^2} \frac{a_2^3}{R^2 - a_2^2} - \frac{q_2^2}{2R^2} \frac{a_1^3}{R^2 - a_1^2}. \quad (14)$$

На рисунке 2 зависимости потенциала взаимодействия U от расстояния между поверхностями частиц L , полученные из сшитых емкостных коэффициентов (12), сравниваются с результатами расчетов в бисферических координатах³, где удается получить явные формулы для коэффициентов в виде легко суммируемых рядов, а также с приближенной формулой (14). В случае постоянных потенциалов мы положили $\phi_{1s} = \phi_{2s}$, а при постоянных зарядах $q_1 = a_1 \phi_{s0}$, $q_2 = a_2 \phi_{s0}$, так что $q_i \propto a_i$ (здесь ϕ_{s0} – потенциал уединенной макрочастицы). На рисунке также заметна область притяжения частиц разных радиусов в случае не зависящих от расстояния зарядов на них. Видно хорошее согласие результатов, полученных в данной работе, с референтными, найденными в бисферической системе координат. Приближенная формула (14), как видно из рисунка 2, обнаруживает хорошее соответствие с кривыми 1 и 2 при близких радиусах, однако для сильно отличающихся макрочастиц на малых расстояниях согласие заметно ухудшается.

Относительные ошибки вычислений потенциала взаимодействия показаны на рисунке 3. Видно, что в случае постоянных зарядов величина ошибки нарастает с уменьшением радиуса меньшей макрочастицы и достигает максимального значения при десятикратном отличии в радиусах.

³Filippov A. V. Effect of the size of macroparticles on their electrostatic interaction in a plasma [Текст] // J. Exp. Theor. Phys. 2009. Т. 109, № 3. С. 516–29.

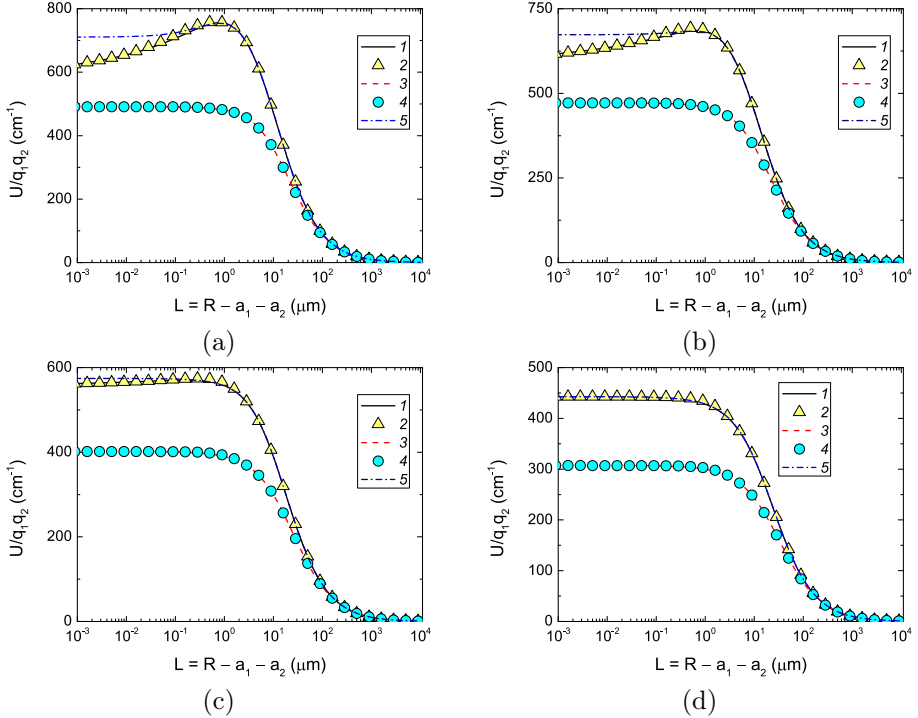


Рис. 2 — Потенциал взаимодействия как функция межчастичного расстояния при различных отношениях радиусов частиц: $a_2/a_1 = 10$ (a), $a_2/a_1 = 5$ (b), $a_2/a_1 = 2$ (c) и $a_2/a_1 = 1$ (d); при этом $a_2 = 10$ мкм во всех случаях. Сплошные кривые 1 и символы 2 рассчитаны для случая постоянных зарядов с использованием емкостных коэффициентов, полученных соответственно в бисферических координатах и сшитых по формуле (12); данные для постоянных потенциалов представлены аналогично пунктирными кривыми 3 и символами 4. Штрихпунктирные линии 5 получены с использованием формулы (14) для постоянных зарядов макрочастиц.

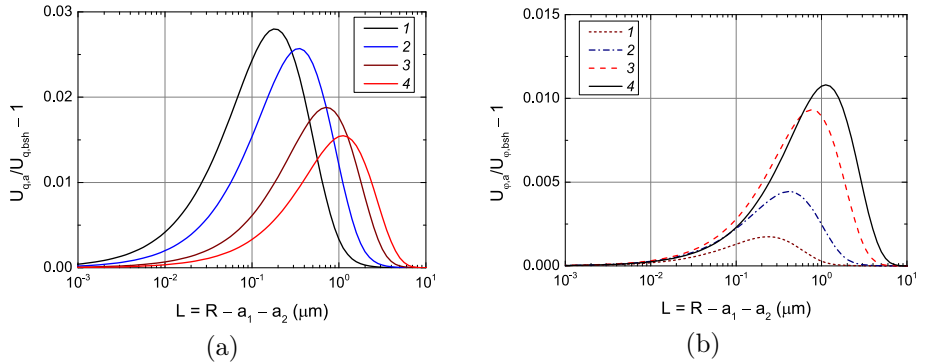


Рис. 3 — Отклонения результатов вычисления потенциала взаимодействия по методу, предложенному в данной работе ($U_{q,a}$ и $U_{\phi,a}$), относительно рассчитанного в бисферической системе координат ($U_{q,bsh}$ и $U_{\phi,bsh}$) при постоянных зарядах (a) и постоянных потенциалах (b). Кривые 1 получены для $a_1 = 1$ мкм, 2 для $a_1 = 2$ мкм, 3 — $a_1 = 5$ мкм и 4 — $a_1 = 10$ мкм при $a_2 = 10$ мкм во всех случаях.

При постоянных потенциалах поверхностей, напротив, с уменьшением a_1 наблюдается падение ошибки от 1% в случае одинаковых частиц до 0.2% при $a_1 = 0.1a_2$. Также стоит отметить систематический характер отклонений полученных результатов от точных значений, что указывает на принципиальную возможность уменьшения ошибки при более подходящем выборе функции сшивки $f(L)$; однако такая функция представляла бы более сложную зависимость от размеров макрочастиц и имела бы более громоздкий вид, чем (13).

В заключительной **третьей главе** [6–8] исследуется взаимодействие трех заряженных частиц, две из которых по-прежнему являются сферическими, но, в отличие от предыдущей главы, имеют конечные диэлектрические проницаемости, а третья является точечной. В общем случае задача теперь не является аксиально-симметричной, однако имеет место симметрия относительно плоскости xz , которую мы провели через третью частицу (см. рис. 4). Частицы находятся в однородном диэлектрике с проницаемостью ϵ , их полные заряды полагаются не зависящими от межчастичных расстояний и равными q_1 , q_2 и q_0 . Положение точечного заряда q_0 в системах координат, связанных с первым и вторым шаром, задается тройками $(R_1, \theta_{01}, 0)$ и $(R_2, \theta_{02}, 0)$, соответственно; положение точки наблюдения P относительно него определяется вектором \mathbf{r}_0 , из центра первого шара он виден под углом γ .

Аналогично проделанному ранее можно записать разложение потенциалов шаров во внешнем пространстве в собственной и взаимной системах координат. В силу симметрии ненулевыми могут быть только коэффициенты при функциях, четных по азимутальному углу. В этой главе нам

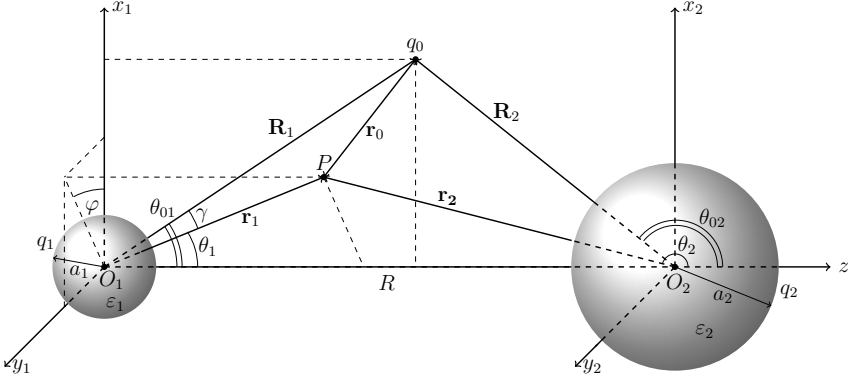


Рис. 4 — Геометрия задачи о взаимодействии трех заряженных частиц.

удобнее пользоваться отдельными обозначениями для коэффициентов, с которыми потенциал i -ой частицы ($i = 1, 2$) представляется в переменных, связанных с j -ой ($j = 3 - i$). На систему координат, в которой произведено разложение, указывает второй нижний индекс:

$$\phi_1 = \sum_{n,m} A_{n,1}^m r_1^{-n-1} P_n^m(\mu_1) \cos m\varphi = \sum_{n,m} A_{n,2}^m r_2^n P_n^m(\mu_2) \cos m\varphi,$$

$$\phi_2 = \sum_{n,m} B_{n,2}^m r_2^{-n-1} P_n^m(\mu_2) \cos m\varphi = \sum_{n,m} B_{n,1}^m r_1^n P_n^m(\mu_1) \cos m\varphi,$$

где $\mu_i = \cos \theta_i$. Здесь и далее, если не оговорено иное, сумма с нижним индексом n, m подразумевает двойное суммирование в пределах $m = \overline{0, n}$ и $n = \overline{0, \infty}$. Коэффициенты переразложения $A_{n,2}^m$ выражаются рядом по коэффициентам разложения в собственной системе $A_{n,1}^m$, $B_{n,1}^m$ — рядом по $B_{n,2}^m$. При этом принято, что $P_n^m = 0$, если $m > n$ или $m < 0$.

Далее приводится полученное с помощью производящей функции многочленов Лежандра и теоремы сложения выражение для потенциала третьей частицы в системах координат, связанных с первыми двумя:

$$\phi_0 = \sum_{n,m} C_{n,i}^m r_i^n P_n^m(\mu_i) \cos m\varphi, \quad C_{n,i}^m = \frac{2}{1 + \delta_{m0}} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \frac{q_0}{\varepsilon R_i^{n+1}} P_n^m(\mu_{0i}).$$

Путем подстановки в граничные условия (1) суммарного потенциала в нужных переменных и исключения коэффициентов разложения потенциала

внутри сферических частиц была получена следующая система уравнений ($n \geq 1, m \geq 0$):

$$\begin{aligned} A_{n,1}^m + \frac{n(\varepsilon_1 - \varepsilon)}{n\varepsilon_1 + (n+1)\varepsilon} (B_{n,1}^m + C_{n,1}^m) a_1^{2n+1} &= 0, \\ \frac{n(\varepsilon_2 - \varepsilon)}{n\varepsilon_2 + (n+1)\varepsilon} (A_{n,2}^m + C_{n,2}^m) a_2^{2n+1} + B_{n,2}^m &= 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Из системы (15) можно найти коэффициенты разложения $A_{n,1}^m, B_{n,2}^m$ потенциалов шаров в собственных системах координат. Отметим, что для монопольных членов, как и ранее, имеем $A_{0,1}^0 = q_1/\varepsilon, B_{0,2}^0 = q_2/\varepsilon$.

В ряде работ было показано, что одноименно заряженные тела на близких расстояниях могут испытывать притяжение вследствие перераспределения заряда на их поверхностях. При этом вклад в отталкивание всегда дает свободный заряд, распределение которого $\sigma_{i,f}$ ($i = 1,2$) мы считаем равномерным. Притяжение же может быть вызвано возмущением плотности связанных зарядов $\sigma_{i,b} = \sigma_i - \sigma_{i,f}$, для которой имеем следующее выражение:

$$\sigma_{1,b} = -\frac{\varepsilon}{4\pi} \sum_{n,m} \frac{n(2n+1)(\varepsilon_1 - \varepsilon)}{n\varepsilon_1 + (n+1)\varepsilon} (B_{n,1}^m + C_{n,1}^m) a_1^{n-1} P_n^m(\mu_1) \cos m\varphi. \quad (16)$$

Важно отметить, что вид формулы (16) позволяет разделить вклады второй сферической и точечной частиц в плотность заряда на первой (они будут выражаться рядами с общим членом, пропорциональным, соответственно, $B_{n,1}^m$ и $C_{n,1}^m$). Для второго шара справедливы аналогичные соображения.

Во втором разделе главы приводится вывод формул для проекций силы, действующих на частицы. Интегрированием элементарной силы, определяемой максвелловским тензором натяжений, получаем полную силу, действующую на рассматриваемую частицу. Для z -проекции имеем [6–7]:

$$F_{1z} = -\varepsilon \sum_{n,m} \frac{1 + \delta_{m0}}{2} \frac{(n+m+1)!}{(n-m)!} A_{n,1}^m (B_{n+1,1}^m + C_{n+1,1}^m). \quad (17)$$

Компонента вдоль оси x определяется следующим выражением:

$$\begin{aligned} F_{1x} = -\varepsilon \sum_{n,m} \frac{1 + \delta_{m0}}{4} \frac{(n+m+2)!}{(n-m)!} \times \\ \times \left[A_{n,1}^m (B_{n+1,1}^{m+1} + C_{n+1,1}^{m+1}) - A_{n+1,1}^{m+1} (B_{n+2,1}^m + C_{n+2,1}^m) \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

Соответствующие формулы для проекций силы, действующей на второй диэлектрический шар, выглядят аналогично (17), (18) и получаются из

них одновременной заменой $A_{n,1}^m \rightarrow B_{n,2}^m$, $B_{n,1}^m \rightarrow A_{n,2}^m$ и $C_{n,1}^m \rightarrow C_{n,2}^m$. Из геометрии задачи ясно, что y -компонента полной силы, действующей на ту или иную частицу, равна нулю.

Полученные выражения позволяют рассмотреть вклады соседнего шара и точечной частицы независимо (см. комментарий к формуле (16)). Последний также можно найти, взяв с обратным знаком величину проекции силы, с которой сферическая частица действует на точечную:

$$\mathbf{F}_0^{(i)} = -q_0 \nabla \phi_i|_{\mathbf{r}_i=\mathbf{R}_i}, \quad i = 1, 2. \quad (19)$$

В следующем разделе аналитически показано, что, несмотря на отсутствие аксиальной симметрии в расположении частиц, при равномерном распределении свободного заряда на сферах момент силы электростатического взаимодействия, действующей на сферическую частицу, оказывается равным нулю. Четвертый раздел третьей главы посвящен улучшению сходимости выражений для поверхностной плотности заряда и силы взаимодействия. Подчеркивается, что непосредственное использование формул (16), (17) (18) в области малых межчастичных расстояний не позволяет численно реализовать вычисление силы и поверхностного заряда с нужной точностью. Особенно это заметно при визуализации распределения заряда по поверхности сферической частицы, где из-за близости точечного заряда и вызванного им дельтаобразного пика плотности на сферической поверхности возникают чередующиеся области противоположных знаков, тем более явные, чем меньше число учитываемых членов в рядах и чем мельче сетка. Для решения этой проблемы была поставлена цель преобразовать ряды, содержащие коэффициенты разложения потенциала точечной частицы $C_{n,i}^m$ так, чтобы под знаком суммы не оставалось медленно сходящихся выражений. Поскольку полученные выражения для плотности связанных зарядов и силы взаимодействия позволяют выделить вклад точечной частицы, вызывающий ухудшение сходимости входящих в них рядов, предлагаемая процедура базируется на рассмотрении системы из двух частиц: сферической и точечной.

Как известно, электростатический потенциал диэлектрической частицы в присутствии точечной, расположенной на оси z (то есть при $\mu_{01} = 1$), равен

$$\phi_1 = \frac{q_1}{\varepsilon r_1} - \frac{q_0}{\varepsilon r_1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(\varepsilon_1 - \varepsilon)}{n\varepsilon_1 + (n+1)\varepsilon} \frac{a_1^{2n+1}}{R_1^{n+1} r_1^n} P_n(\mu_1). \quad (20)$$

После некоторых преобразований входящего в это выражение ряда было получено следующее выражение:

$$\phi_1 = \frac{q_1}{\varepsilon r_1} + \frac{q_{01}}{\varepsilon r_1} - \frac{q_{01}}{\varepsilon r_{01}} + \frac{q_{01}}{\varepsilon r_1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\varepsilon}{n\varepsilon_1 + (n+1)\varepsilon} \frac{R_{01}^n}{r_1^n} P_n(\mu_1), \quad (21)$$

где введены следующие обозначения:

$$R_{01} = \frac{a_1^2}{R_1}, \quad r_{01} = \sqrt{r_1^2 + R_{01}^2 - 2r_1 R_{01} \mu_1}, \quad q_{01} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon}{\varepsilon_1 + \varepsilon} \frac{a_1}{R_1} q_0.$$

Первое расстояние задает инверсный образ точки, в которой находится заряд q_0 , относительно поверхности сферы, второе есть расстояние от образа до точки наблюдения (см. рис. 5, где для наглядности точечный заряд помещен вне полярной оси). Таким образом, из ряда в (20) удается в явном виде выделить вклады двух зарядов-изображений: $+q_{01}$ в центре сферы и $-q_{01}$ на расстоянии R_{01} от него. При этом важно, что общий член ряда в преобразованном потенциале (21) при $R_1 \sim a_1$ убывает на порядок быстрее в сравнении с исходным (20). Преимущество в скорости сходимости потенциала, рассчитанного по новой формуле, продемонстрировано на рисунке 6, где дана угловая зависимость потенциала при $r_1 = a_1 + 0.5L_1$. Расчеты проводились при следующих параметрах: $a_1 = 1$ мкм, $L_1 = 10$ нм, $q_1 = 10^2 e$, $\varepsilon_1 = 25$, $q_0 = 50e$. Видно, что модифицированная формула для потенциала обеспечивает большую устойчивость, в особенности в области, близкой к полярной оси.

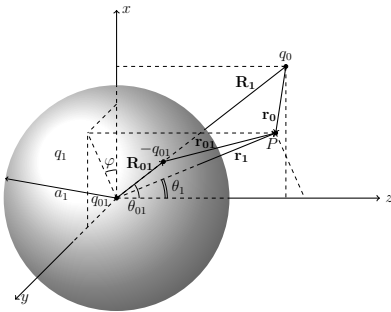


Рис. 5 — Положение зарядов-изображений, возникающих при взаимодействии сферической и точечной частиц.

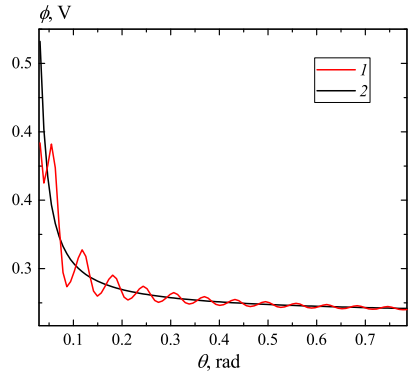


Рис. 6 — Потенциал шара $\phi_1(\theta)$, найденный по формулам (20) и (21) (кривые 1 и 2, соответственно).

Аналогичные преобразования были проделаны с общим членом ряда, определяющего плотность связанных зарядов на поверхности диэлектрика, а с помощью формулы (19) из преобразованного выражения для потенциала (21) была найдена сила, действующая на шар. В общем случае трех частиц было предложено по этой схеме находить вклад точечного заряда в ту или иную величину, обозначаемый верхним индексом 0 в скобках. Так, на первой сферической частице возмущение плотности за счет близости

точечного заряда описывается следующим выражением:

$$\sigma_{1,b}^{(0)} = \frac{q_{01}}{4\pi a_1^2} \left[-\frac{R_1 (R_1^2 - a_1^2)}{(a_1^2 + R_1^2 - 2a_1 R_1 \nu)^{3/2}} + \sum_{n,m} \frac{2}{1 + \delta_{m0}} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \frac{(2n+1)\varepsilon}{n\varepsilon_1 + (n+1)\varepsilon} \frac{a_1^n}{R_1^n} P_n^m(\mu_{01}) P_n^m(\mu_1) \cos m\varphi \right], \quad (22)$$

где $\nu = \cos \gamma$ (см. рис. 4). Для проекций силы, действующей на первую частицу со стороны третьей, были получены следующие улучшенные формулы [8]:

$$F_{1z}^{(0)} = -\frac{q_0 q_1}{\varepsilon R_1^2} \mu_{01} - \frac{q_0 q_{01}}{\varepsilon R_1^2} \mu_{01} + \frac{q_0 q_{01}}{\varepsilon (R_1 - R_{01})^2} \mu_{01} - \frac{q_0 q_{01}}{\varepsilon R_1^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{2}{1 + \delta_{m0}} \frac{(n-m+1)!}{(n+m)!} \frac{\varepsilon}{n\varepsilon_1 + (n+1)\varepsilon} \frac{a_1^{2n}}{R_1^{2n}} P_n^m(\mu_{01}) P_{n+1}^m(\mu_{01}) + q_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{n(\varepsilon_1 - \varepsilon)}{n\varepsilon_1 + (n+1)\varepsilon} (n-m+1) B_{n,1}^m \frac{a_1^{2n+1}}{R_1^{n+2}} P_{n+1}^m(\mu_{01}), \quad (23)$$

$$F_{1x}^{(0)} = \left[-\frac{q_0 q_1}{\varepsilon R_1^2} - \frac{q_0 q_{01}}{\varepsilon R_1^2} + \frac{q_0 q_{01}}{\varepsilon (R_1 - R_{01})^2} \right] \sqrt{1 - \mu_{01}^2} - \frac{q_0 q_{01}}{\varepsilon R_1^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \frac{\varepsilon}{n\varepsilon_1 + (n+1)\varepsilon} \frac{a_1^{2n}}{R_1^{2n}} P_n^m(\mu_{01}) \times \times [P_{n+1}^{m+1}(\mu_{01}) - (n-m+1)(n-m+2) P_{n+1}^{m-1}(\mu_{01})] + q_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{1 + \delta_{m0}}{2} \frac{n(\varepsilon_1 - \varepsilon)}{n\varepsilon_1 + (n+1)\varepsilon} B_{n,1}^m \frac{a_1^{2n+1}}{R_1^{n+2}} \times \times [P_{n+1}^{m+1}(\mu_{01}) - (n-m+1)(n-m+2) P_{n+1}^{m-1}(\mu_{01})]. \quad (24)$$

Вклад второго шара в перечисленные величины определяется, соответственно, формулами (16), (17) и (18) без коэффициентов $C_{n,1}^m$. В отличие от непосредственного использования исходных формул, расчеты по модифицированным обнаруживают хорошую сходимость даже на очень малых расстояниях.

Как известно из литературы, при определенных соотношениях размеров, зарядов и диэлектрических проницаемостей две одноименно заряженные сферические частицы по мере сближения могут начать притягиваться друг к другу, и в пятом разделе проводится анализ влияния третьей частицы на этот переход. Расчеты показывают, что в большинстве случаев оно становится заметным только при очень близком расположении точечного заряда и одной из сферических частиц: это объясняется третьим

слагаемым в формуле (23), на малых расстояниях преобладающим над остальными. Подробнее рассматривается случай сферических частиц с таким соотношением размеров и зарядов, при которых притяжение между ними возможно (для примера взяты параметры, соответствующие кривой 2 рисунка 5 в статье⁴), причем межчастичное расстояние было выбрано чуть большим и чуть меньшим переходного. Как и следовало ожидать, в этом случае влияние третьей частицы качественно заметнее и проявляется в более широком диапазоне изменения ее координат. На рис. 7 красным цветом выделены области, в которых должен находиться точечный заряд, чтобы одновременно выполнялись условия $F_{1z} < 0$ и $F_{2z} > 0$ (в этом случае мы говорим об отталкивании); притяжению соответствует синий цвет. На промежуточные ситуации, когда проекции обеих сил положительны или отрицательны, указывают, соответственно, желтый и зеленый цвета. Коротко можно резюмировать, что смена характера взаимодействия поляризуемых частиц при изменении расстояния между ними может быть «ускорена», когда точечный заряд находится за одной из них или же смещен в направлении, перпендикулярном оси z . При этом следует отметить тонкие «полушария» вокруг каждой из сфер, где знак соответствующей проекции всегда совпадает со знаком приращения z -координаты точечной частицы относительно центра рассматриваемого шара. Причиной тому уже упоминавшееся третье слагаемое в формуле (23); то, как сильно в этой области его вклад превосходит по абсолютной величине все остальные, видно из рисунка 8, на котором показаны значения силы F_{1z} при $L = 100$ нм. В участках, занятых сферами, значение силы для наглядности выбрано таким, каким бы оно было в отсутствие точечного заряда.

Формула для x -компоненты силы (24) и аналогичная для второй макрочастицы позволяют дать несколько более общую картину зависимости сил, действующих на сферические частицы, от положения точечной, чем рис. 7. Рисунок 9, на котором приведены данные для векторов $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2$ как функций (x_0, z_0) , позволяет определить, в каких участках критических областей (то есть тех, где характер взаимодействия сфер противоположен невозмущенному) действительно имеет место «чистое» притяжение или отталкивание. Это можно сделать исходя из отклонения изображенных векторов от оси z : мы говорим об относительно «чистом» притяжении, если $(\mathbf{F}_1, \mathbf{e}_z) \approx |\mathbf{F}_1|$ и $(\mathbf{F}_2, \mathbf{e}_z) \approx -|\mathbf{F}_2|$; аналогичное определение можно сформулировать для отталкивания. Так, в случае макрочастиц, находящихся на границе перехода от отталкивания к притяжению (рис. 7а), описанная ситуация возникает, только когда точечный заряд находится за большей из сфер (см. рис. 9). Если же переход уже совершен (рис. 7б),

⁴Муниров В. Р., Филиппов А. В. Взаимодействие двух диэлектрических макрочастиц [Текст] // ЖЭТФ. 2013. Т. 144, № 5. С. 931–942.

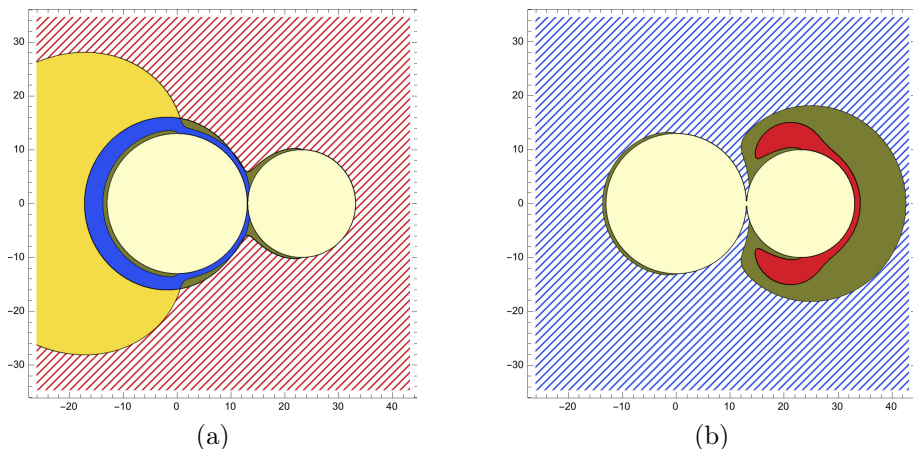


Рис. 7 — Области притяжения и отталкивания сферических частиц ($a_2 10$ мкм, $a_1 = 1.3a_2$, $q_2 = 10^3 e$, $q_1 = 3q_2$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 25$) в зависимости от положения точечной ($q_0 = 50e$, e — элементарный заряд). Межчастичное расстояние на левом графике $L = 100$ нм, на правом $L = 70$ нм.

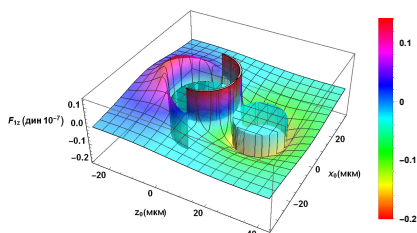


Рис. 8 — Зависимость z -компоненты полной силы, действующей на первый диэлектрический шар, от положения точечного заряда. Параметры частиц соответствуют рисунку 7а. В отсутствие третьей частицы сферы отталкиваются с силой 2.84 ндин.

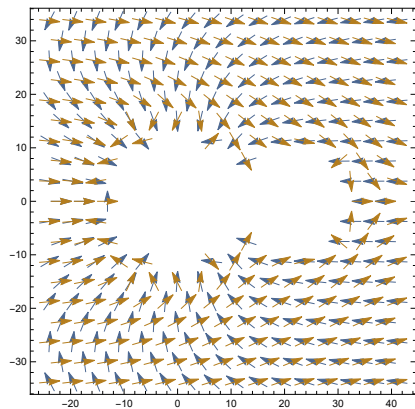


Рис. 9 — Поле сил F_1 (синий цвет) и F_2 (желтый цвет) в зависимости от координат точечной частицы. Параметры частиц и межчастичное расстояние соответствуют рис. 7а.

то, как показано на аналогичном графике, отталкивание скорее будет спровоцировано третьей частицей, находящейся вблизи меньшей из них возле оси x_2 .

В конце раздела, посвященного обсуждению результатов, приведены данные для поверхностной плотности связанных зарядов, полученные с

помощью формулы (22). Отмечается, что в отсутствие q_0 при параметрах сферических частиц, соответствующих рис. 7, степень поляризации поверхностного заряда на большей из них существенно выше, чем на меньшей, и потому вклад точечной частицы в плотность заряда на второй оказывается гораздо заметнее. Для иллюстрации точечный заряд был помещен в области, которым соответствует смена знака z -проекций сил: так, при $L = 100$ нм была выбрана точка на оси x_1 на расстоянии 2 мкм от поверхности первого шара. При таком расположении образ точечного заряда на первой сферической поверхности оказывается очень узко локализованным, и возмущение плотности в этом участке примерно в 2.5 раза слабее, чем в точке на оси z , ближайшей к соседней сферической частице (см. рис. 10а). Примерно так же соотносятся отклонения плотности заряда на второй сфере в точках, ближайших к первым двум частицам (рис. 10b), – несмотря на то, что расстояние от нее до точечного заряда $L_2 = R_2 - a_2$ почти вдесятеро больше, чем $L_1 = R_1 - a_1$ для первой сферы. Из рисунка также видно, что в рассматриваемом случае, когда другие две частицы расположены недалеко друг от друга, участки вызванного ими возмущения плотности перекрываются, и область отрицательного заряда занимает сравнительно большой телесный угол.

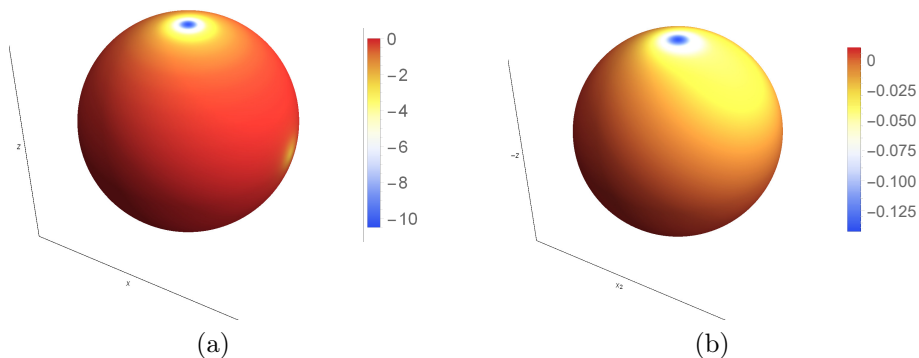


Рис. 10 — Поверхностная плотность связанных зарядов на диэлектрических частицах с характеристиками, соответствующими рис. 7а, положение точечного заряда: $x_0 = 15$ мкм, $z_0 = 0$. Левый график соответствует первой сфере, правый – второй. Значения плотности приведены в $[e/\mu\text{км}^2]$, e – элементарный заряд.

В заключительном разделе главы отмечается, что вычислительные трудности, вызванные отсутствием аксиальной симметрии рассмотренной задачи, можно попытаться обойти путем вычисления силы взаимодействия уединенной пары диэлектрических шаров с последующим прибавлением

вклада точечной частицы, получаемого по улучшенной за счет явного выделения дельта-членов формуле. Показано, что в критических областях такой упрощенный подход способен приводить к результатам, качественно отличным от референтных, – главным образом в смысле границ перехода от отталкивания к притяжению и наоборот. Тем не менее, если сферические частицы сами по себе далеки от упомянутого перехода, пренебрежение вкладом третьей частицы в возмущение потенциала первых двух оправдано за счет достигаемого вычислительного преимущества.

В **заключении** приведены основные результаты работы, которые перечислены ниже.

1. В режиме слабого и умеренного экранирования силу взаимодействия заряженных макрочастиц в плазме можно находить опосредованно через умножение силы взаимодействия в однородном диэлектрике на плазменную поправку. При этом реальные заряды частиц предлагается определять из потенциалов их поверхностей с помощью емкостных коэффициентов, которые также находятся из рассчитанных в вакууме путем умножения на корректирующие факторы. Это позволяет избежать серьезных вычислительных трудностей, с которыми сопряжено непосредственное использование формулы для силы взаимодействия в плазме при малых межчастичных расстояниях.
2. Потенциальные и емкостные коэффициенты системы из двух проводящих сферических частиц, помещенных в однородный диэлектрик, можно вычислять по явным формулам, имеющим высокую точность в пределах малых и больших расстояний между частицами. Переход между двумя предельными случаями осуществляется с помощью вспомогательной функции шивки, определяемой геометрическими параметрами системы.
3. При численном исследовании взаимодействия сферических макрочастиц с близко расположенным точечным зарядом возникает проблема крайне медленной сходимости формул для поверхностной плотности заряда и силы взаимодействия, полученных обобщением известных из литературы на случай отсутствия аксиальной симметрии в расположении частиц. Предложенный в данной работе метод выделения вкладов зарядов-изображений позволил преодолеть это затруднение и получить надежные результаты для рассчитываемых величин.
4. Влияние третьей частицы пренебрежимо малого размера на взаимодействие двух диэлектрических сферических частиц оказывается заметным преимущественно в той области их параметров, которая соответствует переходу от отталкивания к притяжению. Это было продемонстрировано путем анализа полученных данных

для полной силы взаимодействия частиц и поверхностной плотности связанных зарядов на них. При этом в случае, когда свободный заряд распределен по поверхностям равномерно, момент электростатической силы, действующей на сферу, оказывается равным нулю независимо от взаимного расположения трех частиц.

Публикации автора по теме диссертации

1. Филиппов А. В., Дербенев И. Н., Паутов А. А., Родин М. М. Электростатическое взаимодействие макрочастиц в плазме в режиме сильного экранирования // ЖЭТФ. 2017. Т. 152, № 3. С. 607–619.
2. Rodin M., Filippov A. Accurate and approximate methods to calculate capacitance and potential coefficients of two-particle system // J. Phys. Conf. Ser. 2017. Vol. 927, no. 1. P. 012045.
3. Pautov A. A., Rodin M. M., Filippov A. V. Interaction potential of two spherical macroparticles at constant surface potentials // J. Phys. Conf. Ser. 2019. Vol. 1147, no. 1. P. 012114.

Избранные тезисы докладов, представленных автором

4. Филиппов А. В., Дербенев И. Н., Паутов А. А., Родин М. М. Взаимодействие заряженных пылевых частиц сферической формы в плазме в режиме сильного экранирования // Сборник тезисов Всероссийской (с международным участием) конференции «Физика низкотемпературной плазмы». 2017. С. 139.
5. Pautov A. A., Rodin M. M., Filippov A. V. Interaction potential of two spherical macroparticles at constant surface potentials // Book of abstracts of XXXIII International Conference on Equations of State for Matter. 2018. P. 388.
6. Родин М. М., Филиппов А. В. Электростатическое взаимодействие двух заряженных диэлектрических макрочастиц в присутствии третьей точечной макрочастицы // Тезисы докладов 16-го Российского Симпозиума «Фундаментальные основы атомистического многомасштабного моделирования». 2019. С. 8.
7. Rodin M. M., Filippov A. V. Electrostatic interaction between two charged macroparticles in the presence of third point-like particle // Book of abstracts of XXXV International Conference on Equations of State for Matter. 2020. P. 290.
8. Rodin M. M., Filippov A. V. A new approach to finding interaction force between charged macroparticles // Book of abstracts of XXXVI International Conference on Interaction of Intense Energy Fluxes with Matter. 2021. P. 260.

Родин Михаил Максимович

Развитие теории электростатического взаимодействия заряженных тел
на малых расстояниях между ними

Автореф. дис. на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук

Подписано в печать ____ . ____ . ____ . Заказ № _____

Формат 60×90/16. Усл. печ. л. 1. Тираж 100 экз.

Типография _____