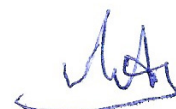


ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский университет
«Московский институт электронной техники»

На правах рукописи



Лысенко Александр Юрьевич

РЕКОНСТРУКЦИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ИСТОЧНИКОВ
ИЗЛУЧЕНИЯ В ОДНОФОТОННОЙ ЭМИССИОННОЙ КОМПЬЮТЕРНОЙ
ТОМОГРАФИИ В РАССЕЙВАЮЩЕЙ СРЕДЕ

Специальность: 1.3.2. «Приборы и методы экспериментальной физики»

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2022 г.

Работа выполнена в Институте биомедицинских систем федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский университет «Московский институт электронной техники»

Научный руководитель: **Селищев Сергей Васильевич**,
д.ф.-м.н., профессор, Национальный
исследовательский университет «МИЭТ», директор
института БМС

Научный консультант: **Терещенко Сергей Андреевич**,
д.ф.-м.н., профессор, Национальный
исследовательский университет «МИЭТ», профессор
института БМС

Официальные оппоненты:

Потрахов Николай Николаевич,
д.т.н., профессор, СПбГЭТУ «ЛЭТИ», кафедра
электронных приборов и устройств, заведующий
кафедрой

Борщеговская Полина Юрьевна,
к.ф.-м.н., МГУ имени М.В. Ломоносова, кафедра
физики ускорителей и радиационной медицины,
доцент

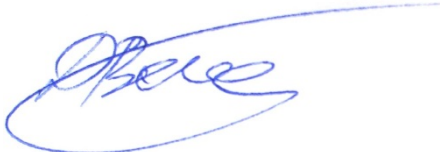
Ведущая организация: Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Южно-Уральский государственный университет
(национальный исследовательский университет)»

Защита состоится **25 апреля 2022 года в 13:00** на заседании диссертационного совета 24.1.185.01 (Д 002.135.01) на базе Научно-технологического центра Уникального приборостроения РАН по адресу 117342, Москва, ул. Бутлерова, 15, в конференц. зале.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Научно-технологического центра уникального приборостроения РАН и на сайте <http://ntcup.ru/zashhita-dissertacij/>

Автореферат разослан «__» _____ 20__ года

Ученый секретарь
диссертационного совета 24.1.185.01 (Д 002.135.01),
к.ф.-м.н.


Д.Ю. Великовский

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность исследования

Эмиссионная томография применяется для исследования внутренней структуры и состояния конденсированных сред. Однофотонная эмиссионная компьютерная томография (ОФЭКТ) осуществляет реконструкцию пространственных распределений источников излучения, существующих естественно или созданных искусственно. ОФЭКТ является эффективным и распространённым методом функциональной диагностики в ядерной физике и медицине.

Реконструкция пространственных распределений источников излучения в рассеивающей среде является актуальной задачей, не решённой к настоящему времени. Основные трудности при этом заключаются в учёте процессов взаимодействия излучения с веществом на пути от источника до детектора. Основными среди этих процессов являются поглощение и рассеяние излучения.

Одним из выдающихся достижений в этом направлении была разработка однофотонной эмиссионной компьютерной томографии, которая позволила учесть процесс поглощения излучения за счёт открытия экспоненциального преобразования Радона (ЭПР). Математический аппарат обратного экспоненциального преобразования Радона (ОЭПР) лежит в основе работы современных однофотонных эмиссионных томографов. Этот метод является традиционным методом реконструкции в однофотонной эмиссионной компьютерной томографии.

Вообще говоря, процесс томографической реконструкции состоит из двух этапов. На первом этапе устанавливается связь между исследуемым распределением источников излучения и показаниями детектора на границе объекта. Эта связь устанавливается путём решения уравнения переноса излучения (УПИ), описывающего взаимодействие излучения с веществом (так называемая, прямая задача). При учёте только поглощения излучения предполагается, что среда, через которую проходит излучение, является чисто поглощающей средой (ЧПС). Для такой среды УПИ имеет точное аналитическое

решение в общем случае.

На втором этапе реконструируется пространственное распределение источников излучения с помощью решения обратной томографической задачи, преобразующей измеренные в специальной геометрической схеме измерений данные, формирующие ЭПР, в эмиссионную томограмму. В случае ЧПС это сводится к ОЭПР.

В то же время, проблема учёта рассеяния излучения остаётся открытой. В большинстве случаев применения ОФЭКТ доля зарегистрированных рассеянных фотонов достигает 30-40 процентов. В результате проекционные данные становятся размытыми. Размытие проекционных данных приводит к ухудшению контрастности реконструированного изображения, что, в свою очередь, усложняет процесс интерпретации результатов.

УПИ, учитывающее как поглощение, так и рассеяние излучения, является интегро-дифференциальным и не имеет точного аналитического решения в общем случае. Поэтому попытки учёта рассеяния излучения сводились к тем или иным приближениям, упрощающим УПИ. Простейшим таким приближением можно считать представление реальной среды в виде ЧПС. Однако при этом полностью игнорируется процесс рассеяния излучения. Частично влияние рассеяния можно учесть, сделав предположение о том, что рассеянные гамма-кванты никогда не попадут на детектор. Это предположение сводит рассеивающую среду к среде поглощающей с заменой коэффициента поглощения на коэффициент ослабления. Однако, поскольку рассеянные гамма-кванты всё-таки достигают детектора, задача учёта рассеяния излучения остаётся актуальной.

В основу диссертационной работы положено приближение о рассеивающей среде со специальным видом индикатрисы рассеяния, описывающей свойство "рассеяние прямо назад" (РПН-среда). В РПН-среде любой гамма-квант в каждом акте рассеяния меняет направление своего движения на прямо противоположное. Такое предположение позволяет перейти от интегро-дифференциального УПИ к дифференциальному уравнению в частных производных. В этом случае, так же,

как и для приближения чисто поглощающей среды, удаётся получить точное аналитическое решение уравнения переноса излучения в общем случае и для точных граничных условий. Более того, это позволяет получить и точное решение обратной томографической задачи. На основе точных решений прямой и обратной задачи разработан новый метод реконструкции эмиссионных томограмм.

Однако, поскольку реальная среда не является средой со свойством "рассеяние прямо назад", представляет интерес исследование эффективности применения понятия РПН-среды для реконструкции томограмм на основе измеренных данных, соответствующих реальной среде. При этом для получения измеренных данных можно провести дорогой и негибкий натурный эксперимент или использовать численное моделирование траектории каждого гамма-кванта методом Монте-Карло. При этом можно сравнить точность реконструкции томограмм, полученных новым методом и традиционным методом, используемым в современных томографах.

Цели и задачи диссертационной работы

Цель работы – реконструкция пространственных распределений источников излучений в однофотонной эмиссионной компьютерной томографии с учётом рассеяния излучения в среде.

Для достижения поставленной цели ставятся следующие задачи:

1. Получить точное аналитическое решение уравнения переноса излучения в однородной рассеивающей среде со свойством "рассеяние прямо назад".
2. Получить точное решение обратной томографической задачи для однородной рассеивающей среды со свойством "рассеяние прямо назад".
3. Разработать новый метод реконструкции эмиссионных томограмм на основе полученных точного аналитического решения уравнения переноса излучения и соответствующего точного решения обратной томографической задачи для рассеивающей среды со свойством "рассеяние прямо назад".
4. Сравнить разработанный метод реконструкции пространственных распределений источников излучения с традиционным методом реконструкции.

5. Исследовать влияние рассеяния на точность реконструкции эмиссионных томограмм предложенным методом для различных рассеивающих сред и геометрических параметров объекта на основе проекционных данных, полученных с помощью аналитического решения уравнения переноса излучения и с помощью ядерно-физического комплекса Geant4.

Научная новизна результатов и выводов

1. Впервые получено точное аналитическое решение уравнения переноса излучения для однородной рассеивающей среды со свойством "рассеяние прямо назад".
2. Впервые получено точное решение обратной томографической задачи для однородной рассеивающей среды со свойством "рассеяние прямо назад".
3. Разработаны алгоритмы и программы расчёта показаний детектора для однородной рассеивающей среды с индикатрисой рассеяния "рассеяние прямо назад" и для реальной однородной среды с помощью ядерно-физического комплекса Geant4.
4. Разработаны алгоритм и программа численной реконструкции эмиссионных томограмм в однородной рассеивающей среде с учётом процесса рассеяния излучения.
5. Установлена зависимость точности реконструкции пространственных распределений источников излучения от различных веществ рассеивающих сред и геометрических параметров исследуемого объекта.

Практическая значимость работы

1. Полученные результаты могут быть использованы в однофотонной эмиссионной компьютерной томографии для улучшения точности реконструкции пространственных распределений источников излучения в рассеивающей среде.
2. Полученные результаты могут быть использованы для усовершенствования существующих алгоритмов реконструкции изображений в ОФЭКТ.

Достоверность и обоснованность научных положений, результатов и выводов

Достоверность и обоснованность результатов, положений и выводов диссертационной работы обеспечена их согласованностью с данными научных публикаций, соответствием с твёрдо установленными научными фактами, хорошей воспроизводимостью и использованием признанных методов исследования. Численное моделирование траекторий гамма-квантов в рассеивающей среде проведено с помощью открытого программного обеспечения (ядерно-физического комплекса Geant4), разрабатываемого в Европейской организации по ядерным исследованиям (ЦЕРН) более 20 лет и проходящего верифицирование каждые 5 лет.

Положения, выносимые на защиту

1. В приближении среды со свойством "рассеяние прямо назад" полученное точное аналитическое решение уравнения переноса излучения в однородной рассеивающей среде позволяет определить распределение потока фотонов от источников излучения при прохождении через рассеивающую среду.

2. Полученное точное аналитическое решение обратной томографической задачи позволяет реконструировать пространственное распределение источников излучения по пространственному распределению потока фотонов на внешней границе (смеха однофотонной эмиссионной компьютерной томографии).

3. Разработанный метод реконструкции эмиссионных томограмм с учётом влияния рассеяния излучения позволяет уменьшить систематическую погрешность по сравнению с традиционным методом реконструкции (в зависимости от величины коэффициента рассеяния среды до трёх раз по критерию среднеквадратичного отклонения).

4. Установлено, что разработанный метод исследования пространственной структуры источников в рассеивающей среде применим для кристаллического, аморфного и жидкого состояния вещества среды.

Личный вклад автора

В основу диссертации легли результаты исследований, выполненных лично автором в Институте биомедицинских систем Национального исследовательского университета МИЭТ, либо в соавторстве при его непосредственном участии. Автор диссертации принимал непосредственное участие также в постановке задач в соответствии с целями исследований и обсуждении полученных результатов.

Апробация работы

Основные результаты исследований докладывались на следующих международных и всероссийских конференциях:

1. 12th, 13th, 14th Russian-German Conference on Biomedical Engineering (Russia, Suzdal, 2016; German, Aachen 2018; Russia, Saint-Peterburg 2019);
2. 2017, 2018, 2019, 2020, 2021 IEEE Russia Section Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering Conference «ElConRus» (Russia, Moscow, 2017; 2018; 2019; 2020; 2021);
3. 24, 25, 26, 27 Всероссийские межвузовские научно-технические конференции студентов и аспирантов «Микроэлектроника и информатика» (Россия, Москва, 2017; 2018; 2019; 2020).

Работы по теме диссертации были поддержаны грантом Министерства образования и науки Российской Федерации №14.584.21.0021 от 17.07.2017 и грантом от РФФИ «Конкурс на лучшие проекты фундаментальных научных исследований, выполняемые молодыми учеными, обучающимися в аспирантуре («Аспиранты»)» № 19-32-90049 от 23.08.2019.

Публикации

Материалы диссертационной работы опубликованы в 14 печатных работах, в том числе в 6 статьях в рецензируемых журналах, включенных в перечень ВАК, а также в 8 докладах в сборниках трудов конференций.

Структура и объем диссертации

Диссертационная работа состоит из Введения, 4 Глав и Заключения, изложена на 130 страницах и содержит 49 рисунков, 7 таблиц, и 100 библиографических ссылок.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **Введении** обоснована актуальность темы диссертационной работы, сформулированы ее основные задачи, показана научная новизна и практическая значимость результатов, представлена структура диссертации.

В **Главе 1** содержится анализ современной научно-технической литературы, затрагивающей проблему реконструкции пространственных распределений источников излучения в однофотонной эмиссионной компьютерной томографии (ОФЭКТ) в рассеивающей среде.

Рассмотрены факторы, влияющие на точность реконструкции томограмм в ОФЭКТ, такие как дефекты детекторов, зависимость объекта от времени, поглощение излучения и рассеяние излучения. Среди всех этих факторов наиболее влиятельными являются поглощение излучения и рассеяние излучения. В настоящее время в ОФЭКТ реализован метод реконструкции, основанный на экспоненциальном преобразовании Радона, который можно назвать традиционным, позволяющий учесть влияние поглощения излучения. В то же время, для рассеяния излучения такого метода реконструкции не существует.

Результатом влияния рассеяния излучения на показания детекторов является размытие показаний плоского позиционно-чувствительного детектора (проекционных данных). Это приводит к ухудшению контрастности реконструированного изображения. Существующие методы частичного учёта влияния рассеяния можно разделить на две группы: уменьшение вклада рассеянных гамма-квантов (фотонов) в показаниях детектора и улучшение изображения за счёт итерационного улучшения реконструированного изображения.

К первой группе можно отнести методы, основанные на применении двух и более энергетических окон, позволяющих осуществлять селекцию регистрируемых гамма-квантов по их энергиям. К этой группе относятся также методы на основе фурье-анализа энергетического спектра зарегистрированных детектором гамма-квантов. Однако для этих методов необходима дополнительная информация для всех зарегистрированных гамма-квантов, которую невозможно получить в современных томографах.

Ко второй группе относятся методы учёта влияния рассеяния за счёт итерационного улучшения реконструированного изображения, основанные на моделировании процесса рассеяния аналитическими методами или методом Монте-Карло.

Тем не менее, все эти методы недостаточно точно учитывают влияние рассеяния излучения при реконструкции пространственных распределений источников излучения.

В **Главе 2** описывается ОФЭКТ в среде со свойством "рассеяние прямо назад".

Взаимодействие излучения с веществом наиболее эффективно можно описать с помощью уравнения переноса излучения (УПИ). Стационарное уравнение переноса излучения в односкоростном приближении можно записать в следующем виде:

$$\vec{\Omega} \text{grad} \left(\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}) \right) + \mu(\vec{r}) \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}) - \iint_{4\pi} \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}') \mu_s(\vec{r}, \vec{\Omega}' \vec{\Omega}) d\Omega' = S(\vec{r}, \vec{\Omega}), \quad (1)$$

где $\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega})$ – плотность потока гамма-квантов точке \vec{r} , двигающихся по направлению $\vec{\Omega}$, $\mu(\vec{r}) = \mu_a(\vec{r}) + \iint_{4\pi} \mu_s(\vec{r}, \vec{\Omega}' \vec{\Omega}) d\Omega'$ – коэффициент экстинкции, $\mu_a(\vec{r})$ – коэффициент поглощения, $\mu_s(\vec{r}, \vec{\Omega}' \vec{\Omega})$ – пространственно неоднородный дифференциальный по углу коэффициент рассеяния (индикатриса рассеяния), $S(\vec{r}, \vec{\Omega})$ – функция распределения источников излучения, $\vec{\Omega}' = (\sin \theta' \cos \varphi', \sin \theta' \sin \varphi', \cos \theta')$, $d\Omega' = \sin \theta' d\theta' d\varphi'$ – в сферической системе координат, $\vec{\Omega}' \vec{\Omega}$ – скалярное произведение векторов $\vec{\Omega}'$ и $\vec{\Omega}$.

В эмиссионной томографии можно считать, что источники излучения являются изотропными, т.е. $S(\vec{r}, \vec{\Omega}) = S(\vec{r})$. Также можно считать, что область, в которой распределены источники излучения, целиком погружена в область, в которой распределён коэффициент поглощения. Коэффициент поглощения $\mu_a(\vec{r})$ и индикатриса рассеяния $\mu_s(\vec{r}, \vec{\Omega}' \vec{\Omega})$ характеризуют неоднородную поглощающую и рассеивающую среду. Однако, часто можно пренебречь изменением этих коэффициентов внутри объекта, т.е. считать, что среда является однородной. Таким образом,

$$\mu_a(\vec{r}) = \begin{cases} \mu_a & \text{в пределах объекта} \\ 0 & \text{вне объекта} \end{cases}, \quad (2)$$

$$\mu_s(\vec{r}, \vec{\Omega}' \vec{\Omega}) = \begin{cases} \mu_s(\vec{\Omega}' \vec{\Omega}) & \text{в пределах объекта} \\ 0 & \text{вне объекта} \end{cases}. \quad (3)$$

Уравнение переноса излучения (1) является интегро-дифференциальным и не имеет точного аналитического решения в общем случае. Поэтому для

получения хотя бы приближённого решения используют различные упрощения. Эти упрощения можно разбить на три группы:

- 1) условия, накладываемые на индикатрису рассеяния, то есть на свойства вещества, взаимодействующего с излучением;
- 2) условия, модифицирующие уравнение переноса излучения;
- 3) условия, накладываемые на само решение УПИ.

Наиболее предпочтительными являются условия, накладываемые на индикатрису рассеяния, то есть условия, которые основаны исключительно на предположениях о свойствах исследуемой среды.

Если предположить, что гамма-квант меняет своё направление на прямо противоположное при каждом акте рассеяния, то в этом случае, также как и в приближении чисто поглощающей среды, гамма-квант всегда будет оставаться на одной линии, изменяя только направление движения. Тогда можно сказать, что такая среда обладает свойством "рассеяние прямо назад" (РПН-среда). Оказывается, что в этом случае УПИ также будет иметь точное аналитическое решение в точном виде для произвольного пространственного распределения источников излучения.

Для РПН-среды индикатрису рассеяния можно записать в следующем виде:

$$\mu_s(\vec{\Omega}'\vec{\Omega}) = \mu_s\delta_2(-\vec{\Omega}'\vec{\Omega}), \quad (4)$$

где $\delta_2(\bullet)$ – поверхностная дельта-функция (двумерная дельта-функция на поверхности единичной сферы). В сферической системе координат

$$\delta_2(\vec{\Omega}'\vec{\Omega}) = \delta(\cos\theta' - \cos\theta)\delta(\varphi' - \varphi), \quad (5)$$

$$\delta_2(-\vec{\Omega}'\vec{\Omega}) = \delta(\cos\theta' + \cos\theta)\delta(\varphi' - \varphi - \pi). \quad (6)$$

где $\delta(\bullet)$ – одномерная дельта-функция Дирака. Тогда $\oint_{4\pi} \mu_s(\vec{\Omega}'\vec{\Omega})d\Omega' = \oint_{4\pi} \mu_s\delta_2(-\vec{\Omega}'\vec{\Omega})d\Omega' = \mu_s$, а потому $\mu = \mu_a + \mu_s$. Вводя коэффициент $\beta = \mu_s/\mu$, можно записать коэффициент поглощения как $\mu_a = (1 - \beta)\mu$ и коэффициент рассеяния как $\mu_s = \beta\mu$.

С учётом сделанных предположений, интегро-дифференциальное УПИ (1) преобразуется в дифференциальное уравнение в частных производных:

$$\vec{\Omega}\text{grad}\left(\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega})\right) + \mu\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}) - \beta\mu\Phi(\vec{r}, -\vec{\Omega}) = S(\vec{r}). \quad (7)$$

При этом должны выполняться следующие точные граничные условия:

$$\begin{cases} \Phi(\vec{r}_0, \vec{\Omega}) = 0, \\ \vec{\Omega}\text{grad}\left(\Phi(\vec{r}_1, \vec{\Omega})\right) + \mu\Phi(\vec{r}_1, \vec{\Omega}) = 0, \end{cases} \quad (8)$$

где \vec{r}_0, \vec{r}_1 – граничные точки на линии проецирования, соответствующей направлению $\vec{\Omega}$.

Таким образом, можно получить точное аналитическое решение уравнения (7) с точными граничными условиями (8) для произвольного распределения источников излучения:

$$\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \int_{R_0}^{R_1} \left[\frac{k \operatorname{ch}(k\mu(R' - R_0)) + (1 + \beta) \operatorname{sh}(k\mu(R' - R_0))}{(k \operatorname{ch}(k\mu(R_1 - R_0)) + \operatorname{sh}(k\mu(R_1 - R_0)))} \right] S(\vec{r} + R' \vec{\Omega}) dR', \quad (9)$$

где $k = \sqrt{1 - \beta^2}$, а $\operatorname{sh}(\bullet)$ и $\operatorname{ch}(\bullet)$ – гиперболические синус и косинус соответственно и

$$\begin{cases} R_0 = -|\vec{r} - \vec{r}_0| \\ R_1 = |\vec{r}_1 - \vec{r}| \end{cases} \quad (10)$$

Поскольку в приближении «рассеяние прямо назад» понятие линии проецирования сохраняется, то можно перейти к обычной томографической схеме измерений (рис. 1). Во вращающейся системе координат $\vec{r} = (\xi, R, z_0)$, $\vec{r}_0 = (\xi, L_1, z_0)$, $\vec{r}_1 = (\xi, L_2, z_0)$, $\vec{\Omega} = (0, 1, 0)$, $R_0 = -(R - L_1)$, $R_1 = (L_2 - R)$. Тогда, сделав замену переменных $\zeta = R' + R$, получим выражение

$$\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \int_{L_1}^{L_2} \frac{k \operatorname{ch}(k\mu(\zeta - L_1)) + (1 + \beta) \operatorname{sh}(k\mu(\zeta - L_1))}{(k \operatorname{ch}(k\mu(L_2 - L_1)) + \operatorname{sh}(k\mu(L_2 - L_1)))} S_\theta(\xi, \zeta, z_0) d\zeta, \quad (11)$$

где $S_\theta(\xi, \zeta, z_0) = S(\xi \cos \theta - \zeta \sin \theta, \xi \sin \theta + \zeta \cos \theta, z_0)$ – распределение источников излучения во вращающейся системе координат. Данное преобразование можно назвать обобщённым ослабленным экспоненциальным преобразованием Радона.

Полученное точное аналитическое решение (11) УПИ позволяет точно решить и обратную томографическую задачу с использованием экспоненциального преобразования Радона. Определим опозитное измерение $\Phi'(\vec{r}', \vec{\Omega}')$, для которого $\vec{\Omega}' = -\vec{\Omega}$, $\vec{r}' = (-\xi, R', z_0)$, $\vec{r}'_0 = (-\xi, -L_2, z_0)$, $\vec{r}'_1 = (-\xi, -L_1, z_0)$:

$$\Phi'(\vec{r}', \vec{\Omega}') = \int_{L_1}^{L_2} \frac{k \operatorname{ch}(k\mu(\zeta - L_2)) - (1 + \beta) \operatorname{sh}(k\mu(\zeta - L_2))}{(k \operatorname{ch}(k\mu(L_2 - L_1)) + \operatorname{sh}(k\mu(L_2 - L_1)))} S_\theta(\xi, \zeta, z_0) d\zeta \quad (12)$$

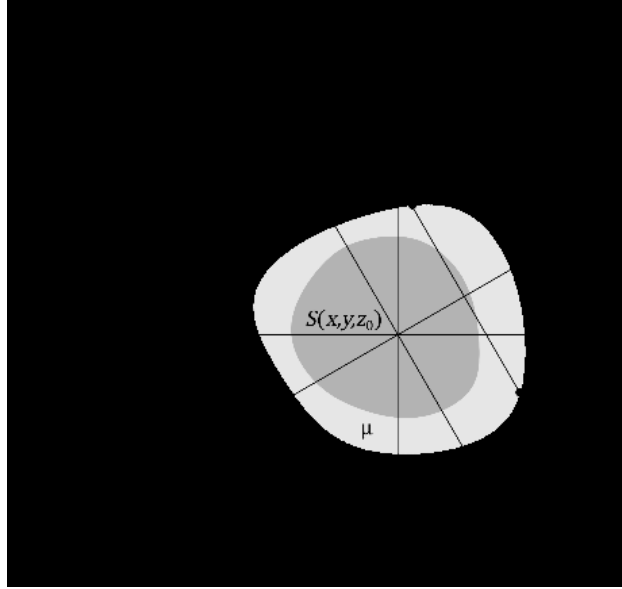


Рис. 1. Сечение объекта при $z = z_0$: неподвижная (x, y) и вращающаяся (ξ, ζ) системы координат в плоскости $z = z_0$. L_1, L_2 – внешние границы объекта на линии проецирования, R – радиус вращения позиционно-чувствительного детектора (ПЧД)

Тогда, используя (11) и (12), можно получить следующее выражение для проекций, связанных с искомым пространственным распределением источников излучения экспоненциальным преобразованием Радона:

$$\begin{aligned}
 p(\xi, \theta) &= \frac{1 + \beta + k}{2(1 + \beta)} \Phi(\vec{r}_d, \vec{\Omega}) e^{k\mu L_2} + \frac{1 + \beta - k}{2(1 + \beta)} \Phi'(\vec{r}'_d, \vec{\Omega}') e^{k\mu L_1} = \\
 &= \int_{L_1}^{L_2} S_\theta(\xi, \zeta, z_0) \exp(k\mu\zeta) d\zeta = \int_{-\infty}^{+\infty} S_\theta(\xi, \zeta, z_0) \exp(k\mu\zeta) d\zeta = \\
 &= \mathfrak{R}_{k\mu}\{S(x, y, z_0)\}.
 \end{aligned} \tag{13}$$

где \vec{r}_d – точка на детекторе (точка детектирования), $\mathfrak{R}_{k\mu}(\bullet)$ – экспоненциальное преобразование Радона с параметром $k\mu$. Заметим, что в традиционном методе реконструкции ОФЭКТ используется экспоненциальное преобразование Радона с параметром μ . Таким образом, использование формулы (13) даёт возможность использовать хорошо разработанный аппарат обратного экспоненциального преобразования Радона для реконструкции пространственного распределения источников излучения $S(x, y, z_0)$:

$$S(x, y, z_0) = \mathfrak{R}_{k\mu}^{-1}\{p(\xi, \theta)\}, \tag{14}$$

где $\mathfrak{R}_{k\mu}^{-1}(\bullet)$ – обратное экспоненциальное преобразование Радона с параметром $k\mu$.

В Главе 3 содержатся результаты численных экспериментов по реконструкции пространственного распределения источников излучения в однородной рассеивающей среде на основе аналитического метода получения проекционных данных.

Численное моделирование на основе аналитической формулы позволяет быстро получить показания детектора $p(\xi, \theta)$, которые были бы, если бы рассеивающая среда была РПН-средой. Это позволяет провести множество различных численных экспериментов за относительно короткий промежуток времени. В качестве исследуемых объектов были выбраны объект "Диск" (рис. 2, а) и объект "Фантом Шеппа-Логана" (рис. 2, б). Численное моделирование проводилось для исследования зависимостей точности реконструкции от габаритов объекта R_0 и коэффициента пропорциональности β .

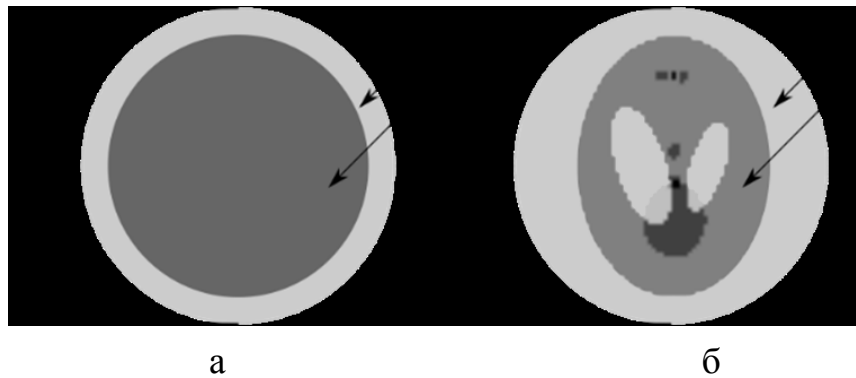


Рис. 2. Исследуемые объекты "Диск" (а) и "Фантом Шеппа-Логана" (б), где R_0 – радиус круга (габариты объекта) рассеивающей среды (1), внутри которого находится исследуемое пространственное распределение источников излучения (2)

В качестве критерия точности реконструкции томограммы было выбрано среднеквадратичное отклонение D , вычисляемое по следующей формуле:

$$D = \sqrt{\frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (S_{ij} - \tilde{S}_{ij})^2} \quad (15)$$

где S_{ij} – дискретное представление исходного пространственного распределения $S(x_i, y_j)$ источников излучения в точке (x_i, y_j) , \tilde{S}_{ij} – дискретная версия реконструированного пространственного распределения источников излучения $\tilde{S}(x_i, y_j)$ в точке (x_i, y_j) , N – число дискрет вдоль каждой оси.

При численном моделировании использовалась геометрическая схема измерений с параллельными проекциями. Размер исходного изображения был 256x256 пикселей. Рабочее поле составляло 800x800 мм. Угол поворота системы томографа между проекциями составлял 2 градуса. Радиус вращения томографа составлял 260 мм. При реконструкции изображения использовался фильтр Ханна с частотой обрезания равной 0.8. В параметрах реконструкции указывались точные параметры коэффициента поглощения μ_a и коэффициента рассеяния μ_s . На этапе обратного проецирования использовалась линейная интерполяция. Размер реконструированной томограммы был 256x256 пикселей.

В диссертационной работе была исследована зависимость точности реконструкции от габаритов исходного объекта. Во время моделирования размеры исходного пространственного распределения источников излучения менялись от 100 мм до 300 мм с шагом 10 мм. Параметры коэффициента экстинкции μ были выбраны в соответствии с параметрами воды. Коэффициент поглощения μ_a был равен 0.003 мм^{-1} , а коэффициент рассеяния μ_s был равен 0.012 мм^{-1} .

Зависимости, полученные при исследовании влияния габаритов объекта на точность реконструкции томограмм, представлены на рис. 3. По графикам видно, что с увеличением габаритов объекта наблюдается ухудшение качества томограммы, однако новый метод дает результаты реконструкции лучше, чем традиционный метод реконструкции.

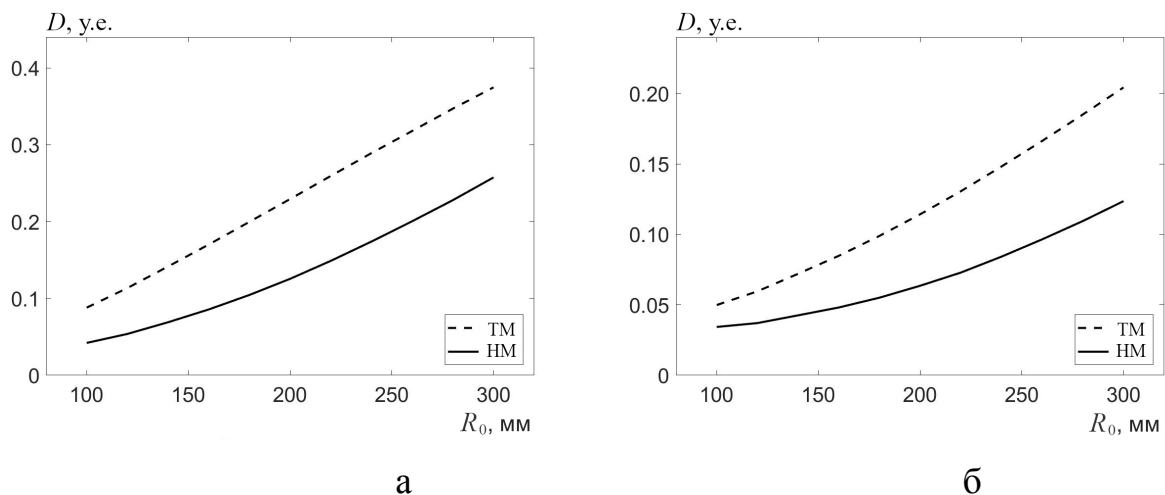


Рис. 3. Зависимость критерия среднеквадратичного отклонения D от габаритов исследуемого объекта R_0 для объекта "Диск" (а) и объекта "Фантом Шеппа-Логана" (б) при реконструкции традиционным методом (ТМ) и новым методом (НМ)

Кроме того, было проведено исследование зависимости точности реконструкции томограммы от коэффициента пропорциональности β . Коэффициент поглощения μ_a был взят равным 0.003 мм^{-1} , а коэффициент пропорциональности β варьировался в диапазоне от 0.2 до 0.8 с шагом в 0.1.

Полученные при исследовании зависимости точности реконструкции томограммы от коэффициента пропорциональности β представлены на рис. 4. Видно, что с увеличением коэффициента рассеяния μ_s качество реконструкции начинает ухудшаться, однако реконструкция с помощью нового метода даёт результат лучше, чем традиционный метод реконструкции. Преимущество нового метода выражается также в меньшей интенсивности артефактов внутри объекта, особенно в случае резких переходов между границами областей с существенно разными значениями пространственного распределения источников излучения. Реконструкция новым методом имеет меньшее число артефактов и вне объекта по сравнению с традиционным методом.

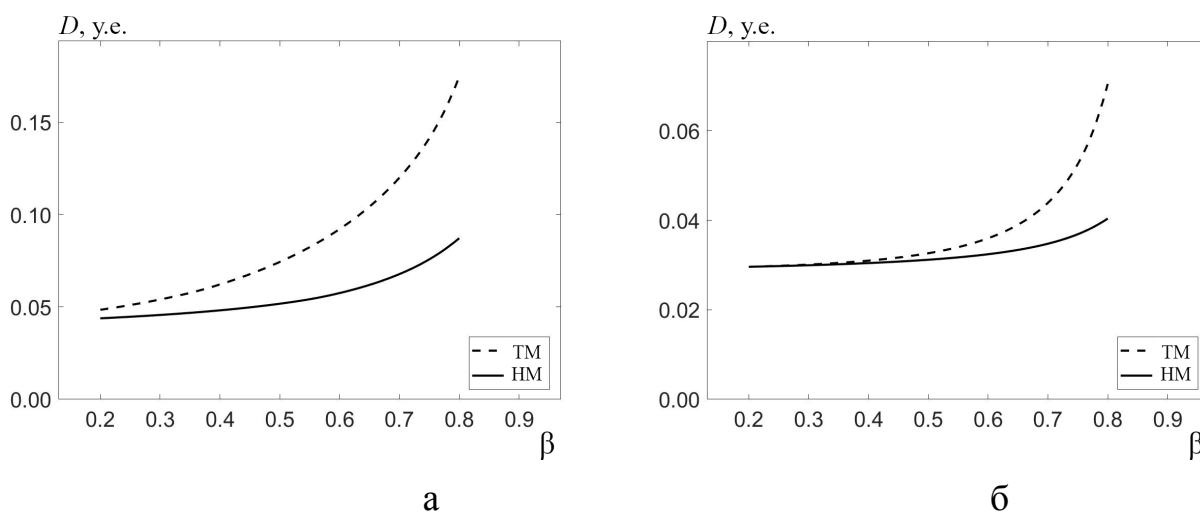


Рис. 4. Зависимость критерия среднеквадратичного отклонения D от коэффициента пропорциональности β для объекта "Диск" (а) и объекта "Фантом Шеппа-Логана" (б) при реконструкции традиционным методом (ТМ) и новым методом (НМ)

Реконструкция изображения, полученная при коэффициенте поглощения $\mu_a = 0.003 \text{ мм}^{-1}$ и коэффициенте рассеяния $\mu_s = 0.012 \text{ мм}^{-1}$, соответствующим воде в качестве рассеивающей среды, показана на рис. 5. На рисунке видно, что новый метод справляется с влиянием рассеяния лучше, чем традиционный метод реконструкции. Видно, что на реконструкции с помощью нового метода артефакты вокруг объекта почти отсутствуют по сравнению с традиционным

методом. Кроме этого, реконструкция новым методом обладает лучшей визуальной различимостью деталей.

В ходе численного моделирования с аналитическими проекциями и разработанной программой было установлено, что точность реконструкции уменьшается при увеличении габаритов объекта и увеличении коэффициента пропорциональности β . Тем не менее, во всех случаях реконструкция новым методом показала существенное улучшение точности реконструкции по сравнению с традиционным методом реконструкции, как визуально, так и по критерию среднеквадратичного отклонения.

В **Главе 4** содержатся результаты численных экспериментов по реконструкции пространственного распределения источников излучения в однородной рассеивающей среде на основе проекционных данных, полученных с помощью метода Монте-Карло.

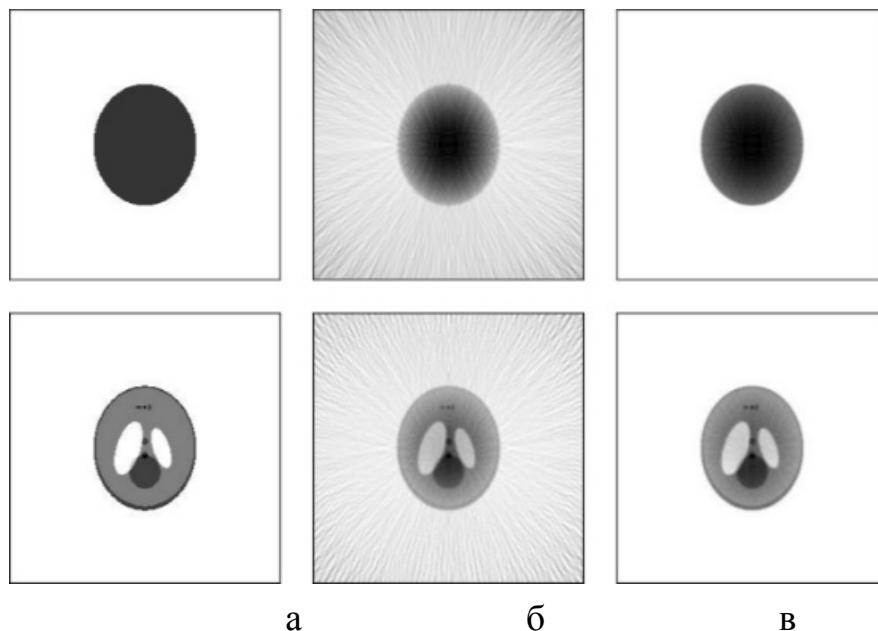


Рис. 5. Реконструкция объекта "Эллипс" (верхний ряд)
и объекта "Фантом Шеппа-Логана" (нижний ряд);

исходное пространственное распределение источников излучения (а),
реконструкция с помощью традиционного метода (б),
реконструкция с помощью нового метода (в)

Для исчерпывающего исследования эффективности алгоритма реконструкции с помощью формулы (14) необходимы проекционные данные, полученные для реальной среды. Наилучшим было бы получение реальных проекционных данных в натурном эксперименте. Однако для такого эксперимента необходимы томограф и исследуемые фантомы с

пространственным распределением источников излучения, что делает этот подход весьма дорогостоящим и трудоёмким.

Другим вариантом является численное моделирование траекторий каждого гамма-кванта методом Монте-Карло. При этом важно учесть все особенности взаимодействия гамма-квантов с рассеивающей средой. В настоящее время для численного моделирования прохождения элементарных частиц через вещество с помощью метода Монте-Карло существует ядерно-физическая система Geant4, разрабатываемая в Европейской организации по ядерным исследованиям (ЦЕРН) более 20 лет. Эта система является в своём роде уникальной и позволяет практически точно промоделировать все взаимодействия излучения с веществом. Можно считать, что проекционные данные, полученные с помощью Geant4, почти не отличаются от данных, полученных в натурном эксперименте. Более того, метод Монте-Карло позволяет получить информацию, которую невозможно получить при проведении натурального эксперимента.

В Geant4 моделируется не только процесс взаимодействия гамма-квантов с веществом на пути от точки возникновения до детектора, но и процесс детектирования гамма-квантов. Моделируемая система детектирования в эмиссионном томографе состояла из восьми детектирующих сборок. Параметры детекторной сборки указаны в табл. 1. Для исследования эффективности нового метода реконструкции для показаний детектора, полученных с помощью моделирования методом Монте-Карло, были выбраны два цилиндрических пространственных распределения источников излучения ^{99m}Tc с энергией гамма-квантов 140.5 кэВ и толщиной 1 мм с сечениями в виде диска (рис. 2, а) и в виде фантома Шеппа-Логана (рис. 2, б). Во всех случаях источники излучения были погружены в различные однородные цилиндры рассеивающей среды толщиной 4 см. Параметры рассеивающих сред приведены в табл. 2.

Было проведено исследование зависимости точности реконструкции томограмм от вещества рассеивающей среды. Для получения проекционных данных для каждого фантома были смоделированы $\sim 5 \cdot 10^7$ траекторий квантов. Точность реконструкции исследуемых пространственных распределений источников излучения новым методом и традиционным для 13 различных веществ рассеивающей среды показаны на рис. 6.

Табл. 1. Параметры детекторной сборки

Параметр	Значение
Габариты, мм	95x190x280
Длина канала коллиматора, мм	60
Количество каналов коллиматора	4576
Материал коллиматора	Pb
Сцинтиллятор	NaI (Tl)
Толщина сцинтиллятора, мм	10
Энергетическое разрешение	10% при энергии в 140,5 кэВ
Пространственное разрешение, мм	2
Нижнее энергетическое окно, кэВ	80
Верхнее энергетическое окно, кэВ	160

Табл. 2. Параметры рассеивающих сред

№	Рассеивающая среда	Коэффициент поглощения $\mu_a, \text{см}^{-1}$	Коэффициент рассеяния $\mu_s, \text{см}^{-1}$	Коэффициент ослабления $\mu, \text{см}^{-1}$
1	Вакуум	0.0000	0.0000	0.0000
2	Li	0.0000	0.0618	0.0618
3	Na	0.0025	0.1256	0.1282
4	K	0.0175	0.1189	0.1364
5	H ₂ O	0.0007	0.1498	0.1505
6	Be	0.0001	0.2201	0.2202
7	Mg	0.0066	0.2357	0.2423
8	B	0.0003	0.2585	0.2588
9	Ca	0.0388	0.2207	0.2595
10	C	0.0006	0.2823	0.2829
11	S	0.0223	0.2789	0.3012
12	Si	0.0158	0.3201	0.3359
13	Al	0.0135	0.3586	0.3721
14	P	0.0230	0.3623	0.3852

Примечание: P – чёрный фосфор.

Затем было проведено сравнение влияния рассеяния на точность реконструкции томограммы для простого в виде диска и сложного объекта в виде модифицированного фантома Шеппа-Логана в зависимости от метода

реконструкции. В качестве рассеивающей среды было выбрано четыре вещества: вода, кальций, углерод и алюминий. Коэффициенты поглощения, рассеяния и ослабления для этих веществ приведены в табл. 2. Результаты реконструкции исследуемых пространственных распределений источников излучения показаны на рис. 7.

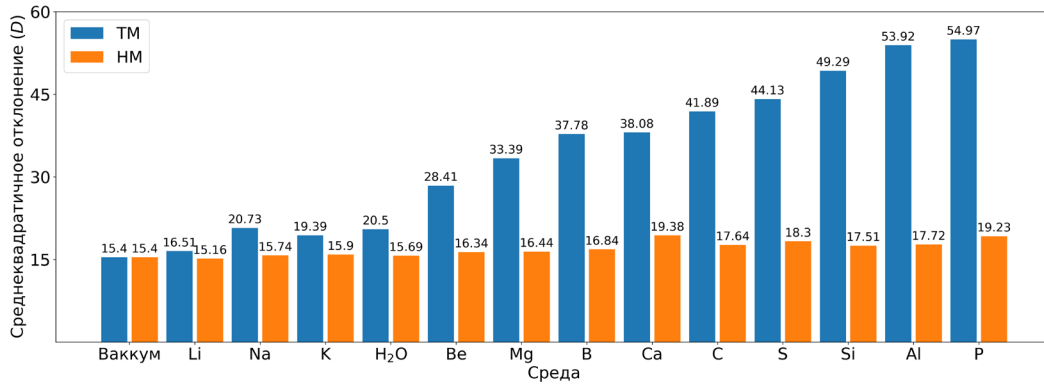


Рис. 6. Зависимость точности реконструкции по критерию среднеквадратичного отклонения D для объекта "Диск" в зависимости от материала среды

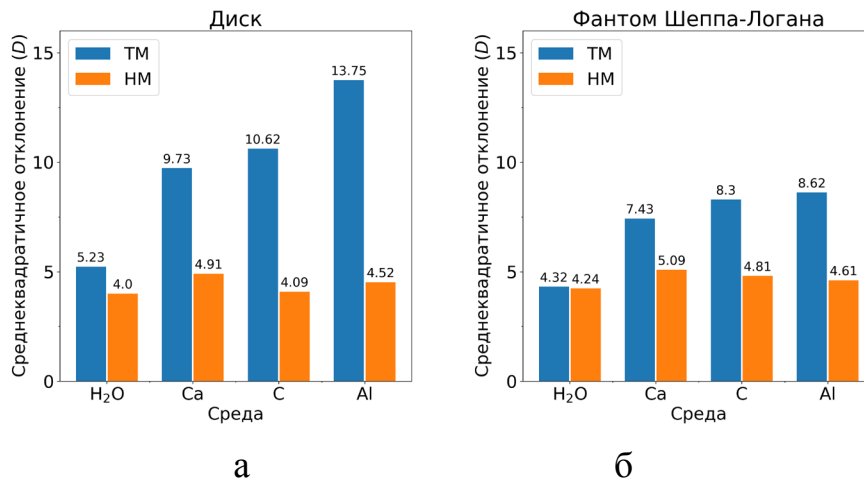


Рис. 7. Зависимость точности реконструкции по критерию D для объекта "Диск" (а) и объекта "Фантом Шеппа-Логана" (б)

Как и в случае моделирования проекций с помощью аналитического метода, новый метод реконструкции имеет несомненное преимущество над традиционным и для проекционных данных, соответствующих реальным измерениям.

Несмотря на то, что в основе нового метода реконструкции лежит понятие о специфической РПН-среде, эффективность нового метода для реальной среды можно объяснить следующим образом. С математической точки зрения в данном

методе делается только одно предположение о специальном виде индикатрисы рассеяния. После этого предположения никаких дополнительных предположений не делается. На основе этого предположения получено точное решение УПИ и точное решение обратной томографической задачи. С физической точки зрения такая индикатриса рассеяния описывает гамма-кванты, отклонение которых от оси каждого канала коллиматора незначительно. В результате гамма-кванты, которые сильно отклоняются от нормали к ПЧД, практически не вносят вклад в проекционные данные.

В **Заключении** представлены основные результаты и выводы:

1. Получено аналитическое решение уравнения переноса излучения для рассеивающей среды со свойством "рассеяние прямо назад" (РПН-среда).

2. Получено решение обратной задачи для эмиссионной томографии в РПН-среде.

3. Разработана программа моделирования процесса прохождения гамма-излучения через вещество на основе аналитического решения уравнения переноса излучения для РПН-среды.

4. Разработана программа томографической реконструкции пространственного распределения источников излучения в РПН-среде.

5. Определена зависимость точности реконструкции от отношения коэффициента рассеяния к коэффициенту ослабления при моделировании проекционных данных на основе аналитических формул. При этом во всех случаях точность реконструкции с помощью предложенного метода превосходит точность реконструкции по сравнению с традиционным методом.

6. Разработана программа моделирования прохождения гамма-излучения через вещество с помощью метода Монте-Карло на основе ядерно-физической системы Geant4, позволяющей получать проекционные данные, практически не отличающиеся от данных, получаемых в натурном эксперименте.

7. Определена зависимость точности реконструкции от отношения коэффициента рассеяния к коэффициенту ослабления при моделировании проекционных данных на основе Geant4. При этом во всех случаях точность реконструкции с помощью предложенного метода превосходит точность реконструкции по сравнению с традиционным методом.

8. Проведено численное моделирование для 13 веществ рассеивающей среды (Li, Na, K, H₂O, Be, Mg, B, Ca, C, S, Si, Al, P) проекционных данных методом Монте-Карло. Превосходство предложенного метода по сравнению с

традиционным методом возрастает с ростом коэффициента рассеяния вещества среды.

9. В целом разработанный алгоритм реконструкции эмиссионных томограмм в условиях сильного рассеяния излучения по сравнению с традиционным методом улучшает точность реконструкции в несколько раз (до трёх раз в зависимости от величины коэффициента рассеяния среды) по критерию среднеквадратичного отклонения.

10. Полученные результаты могут быть использованы для усовершенствования существующих алгоритмов реконструкции изображений в ОФЭКТ, а также для разработки новых конструкций эмиссионных томографов.

СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ АВТОРОМ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи, индексируемые в базах Web of Science и Scopus:

1. S. A. Tereshchenko, A. Yu. Lysenko. Single-photon emission computed tomography in the scattering medium with the property of "scattering straight back". Journal of Applied Physics. 2021, Vol. 129, p. 035101-1–035101-10.
2. Lysenko A.Yu. Comparison of Integral Reconstruction Methods in SPECT Based on Numerical Simulation of Detector's Count by the Monte Carlo Method Using the Geant4 System // Proceedings of the 2021 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering, 2021, p. 2823-2826.
3. Lysenko A.Yu., Tereshchenko S.A. Correction of Radiation Scattering Influence in Single Photon Emission Computed Tomography // Proceedings of the 2020 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering, 2020, p. 2515-2518.
4. Lysenko A.Yu., Tereshchenko S.A., Pyanov I.V. Investigation of the scattering influence in single-photon emission computed tomography in a proportional scattering medium // Proceedings of the 2019 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering, 2019, p. 2324-2327.
5. Lysenko A.Yu., Tereshchenko S.A. Numerical simulation of single-photon emission computed tomography in a proportional scattering medium // AIP Conference Proceedings, 2019, p. 020040-1–020040-4.
6. Lysenko A.Yu., Tereshchenko S.A. Correction matrix method for elimination of solid angle fraction influence in the positron emission tomography // Proceedings of the 2018 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering, 2018, p. 1940-1942.
7. A.Yu. Lysenko, S.A. Tereshchenko. Solid Angle Fraction in Single Photon Emission Tomography // Proceedings of the 13th Russian German Conference on Biomedical Engineering, 2018, p. 67-70.
8. Lysenko, A.Yu., Tereshchenko, S.A. Correction of solid angle fraction influence on the reconstruction quality in the single photon emission computed tomography // Proceedings of the 2017 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering, 2017, p. 50-52.

9. S.A. Tereshchenko, A.Yu. Lysenko. Investigation of the geometric attenuation influence on a reconstruction quality in the emission tomography // Proceedings of the 12th Russian-German Conference on Biomedical Engineering. – Suzdal.: VISU, 2016. – P. 309-311.

Статьи в журналах из списка рекомендованных ВАК РФ:

10. Терещенко С.А., Лысенко А.Ю. Реконструкция пространственного распределения источников излучения в пропорциональной рассеивающей среде. Журнал технической физики, 2021, том 91, вып. 5, с. 732-742.

11. Терещенко С.А., Лысенко А.Ю. Исследование влияния рассеяния на точность реконструкции в однофотонной эмиссионной вычислительной томографии в пропорциональной рассеивающей среде. Медицинская техника, 2019, №5, с. 53-55.

12. Лысенко А.Ю., Терещенко С.А. Геометрическое ослабление в однофотонной эмиссионной томографии. Биомедицинская радиоэлектроника, 2018, №6, с. 9-11.

13. Терещенко С.А., Лысенко А.Ю., Потапов Д.А. Геометрическое ослабление излучения в однофотонной эмиссионной компьютерной томографии. Медицинская физика, 2017, №2, с. 38-45.

14. Терещенко С.А., Лысенко А.Ю. Коррекция геометрического ослабления излучения в позитронно-эмиссионной томографии. Известия высших учебных заведений. Электроника, 2017, том 22, №2, с. 180-186.

Тезисы конференций:

15. Численное моделирование центрально симметричного объекта в ОФЭКТ в приближении пропорционально рассеивающей среды // Микроэлектроника и информатика. 27-я Всероссийская межвузовская научно-техническая конференция студентов и аспирантов. Тезисы докладов, – 2020, – с. 204.

16. Расчёт зависимостей качества реконструкции в ОФЭКТ от размеров объекта и степени рассеяния излучения // Микроэлектроника и информатика. 26-я Всероссийская межвузовская научно-техническая конференция студентов и аспирантов. Тезисы докладов, - 2019, - с. 186.

17. Лысенко А.Ю. Получение проекционных данных в вычислительной томографии методом Монте-Карло (системы Geant4 и GATE) // Микроэлектроника и информатика. 25-я Всероссийская межвузовская научно-техническая конференция студентов и аспирантов. Тезисы докладов, 2018, 244-245.

18. Лысенко А.Ю. Коррекция фактора геометрического ослабления в однофотонной эмиссионной компьютерной томографии // Тезисы докладов 24-й Всероссийской межвузовской научно-технической конференции студентов и аспирантов «Микроэлектроника и информатика – 2017». – Москва, МИЭТ. – 2017. – с. 234.

19. Лысенко А.Ю. Исследование фактора геометрического ослабления в позитронно-эмиссионной томографии // Тезисы докладов 23-й Всероссийской межвузовской научно-технической конференции студентов и аспирантов «Микроэлектроника и информатика – 2016». – Москва, МИЭТ. – 2016. – с. 270.

20. Лысенко А.Ю. Влияние геометрического ослабления при реконструкции пространственного распределения источников излучения // Тезисы докладов 22 й Всероссийской межвузовской научно-технической конференции студентов и аспирантов «Микроэлектроника и информатика – 2015». – Москва, МИЭТ. – 2015. – с. 330.