

На правах рукописи



Кузнецова Юлия Леонидовна

**РЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ТЕЧЕНИЯ
ПОЛИМЕРНЫХ ЖИДКОСТЕЙ С УЧЕТОМ
СДВИГОВОГО РАССЛОЕНИЯ ПОТОКА**

01.02.05 — Механика жидкости, газа и плазмы

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Пермь — 2019

Работа выполнена в Институте механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук – филиале Федерального государственного бюджетного учреждения науки Пермского федерального исследовательского центра Уральского отделения Российской академии наук

Научный руководитель: **Скульский Олег Иванович**, доктор технических наук, ведущий научный сотрудник.

Официальные оппоненты: **Просвиряков Евгений Юрьевич**, доктор физико-математических наук, ФГБУН "Институт машиноведения Уральского отделения Российской академии наук заведующий сектором нелинейной вихревой гидродинамики (г. Екатеринбург).

Перминов Анатолий Викторович, доктор физико-математических наук, доцент, ФГБОУ ВО "Пермский национальный исследовательский политехнический университет профессор кафедры общей физики (г. Пермь).

Ведущая организация: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет» (г. Томск).

Защита состоится **14 ноября 2019 г.** в 14:00 часов на заседании диссертационного совета Д 004.036.01 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Пермский федеральный исследовательский центр Уральского отделения Российской академии наук (филиал – Институт механики сплошных сред УрО РАН) по адресу: 614013, г. Пермь, ул. Академика Королёва, 1; тел: (342) 237-84-61; факс: (342) 237-84-87; сайт: www.icmm.ru.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Института механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук.

Автореферат разослан « » октября 2019 года.

Ученый секретарь диссертационного совета,
доктор физико-математических наук, доцент



/А.Л. Зув

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность и степень разработанности темы исследования.

Реологические свойства полимерных жидкостей сложны и разнообразны. Несмотря на достаточно длительный срок их исследования, некоторые вопросы реологии полимерных жидкостей изучены не до конца. Так, в частности, до сегодняшних дней остаются открытыми вопросы, связанные с условиями существования и механизмами возникновения таких явлений, как формирование плато на зависимостях вращательного момента от угловой скорости, гистерезиса расходно-напорной характеристики, эффекта значительного увеличения расхода жидкости при небольшом возрастании давления, называемого в литературе «спурт эффектом». Долгое время эти эффекты, наблюдаемые в реометрических течениях, объяснялись преимущественно гидродинамической неустойчивостью и проскальзыванием жидкости вдоль стенки.

Ситуация существенно поменялась примерно лет десять назад с появлением экспериментальных работ, продемонстрировавших установившееся расслоение прямолинейного сдвигового потока изначально структурно однородной полимерной жидкости на два слоя – «полосы сдвига» – с разной степенью упорядоченности полимерных молекул. Эти работы породили волну новых экспериментальных и теоретических исследований, направленных не только на подтверждение и выявление условий реализации данного явления в сдвиговых течениях растворов и расплавов полимеров, но и на рассмотрение расслоения потока как основного механизма, приводящего к формированию плато и гистерезиса, а также спурт эффекта.

Изучение формирования полос сдвига в полимерных жидкостях представляет самостоятельный научный интерес, а также имеет практическое значение, так как установившееся сдвиговое течение, для которого характерен этот эффект, осуществляется в ряде технологических процессов и является одним из основных видов реометрических течений, т.е. течений реализуемых в измерительных приборах (реометрах и вискозиметрах).

Поскольку в ходе реометрических экспериментов проводят измерения таких величин, как расход, скорость на границе, вращательный момент и др., а реологические свойства жидкости определяют в терминах скорости сдвига и касательного напряжения, то для связи этих величин требуется обработка полученных экспериментальных данных. В настоящее время для этих целей широко используется стандартный подход, основанный на предположении определенной формы профиля скорости, реализующейся в ячейке измерительного устройства при протекании в ней ньютоновской жидкости. Однако, с учетом факта существования жидкостей, проявляющих эффект расслоения в процессе сдвигового течения, применение данной методики к подобным жидкостям становится некорректным, и следовательно, необходима разработка нового подхода, принимающего во внимание формирование поля скорости, соответствующего расслоенному течению.

В связи с вышесказанным исследование эффекта расслоения, его описание, а также развитие теории и методов реометрии являются в настоящее время актуальными и обсуждаемыми темами в реологическом сообществе, что подтверждается большим количеством работ, опубликованных за последние годы в различных литературных источниках.

Важным методом изучения расслоения потока жидкости является математическое и численное моделирование. Поскольку с теоретической точки зрения расслоение сдвигового течения означает возможность существования при одном напряжении сдвига двух или более устойчивых структурных состояний жидкости, отвечающих различным значениям скоростей сдвига, то одним из способов описания этого эффекта является использование мезоструктурных моделей с немонотонными кривыми течения, т.е. моделей, позволяющих предсказывать существование локального максимума и минимума на зависимости сдвигового напряжения от скорости сдвига. В настоящее время для полимерных жидкостей предложено большое количество таких моделей. Значительная часть моделей создана до экспериментального подтверждения эффекта расслоения и, фактически, предвосхитила его обнаружение. Однако, вследствие того, что в те времена эффект сдвигового расслоения полимерных жидкостей не удавалось выявить, способность модели предсказывать немонотонность кривых течения считалась недостатком и всячески исключалась из рассмотрения, например, за счет введения ограничений на значения параметров модели или учета дополнительных релаксационных механизмов. Такая ситуация привела к тому, что большинство мезоструктурных реологических моделей оказалось не исследованным в области параметров, обеспечивающих немонотонность кривой течения, при которых модели в большей мере проявляют нелинейность, многозначность и неустойчивость поведения.

Настоящая диссертационная работа посвящена исследованию реометрических течений полимерных жидкостей на основе реологической модели Виноградова–Покровского. На этапе ее построения заложены механизмы анизотропии вязкости, связанные со степенью переплетенности полимерных молекул. Ранее все исследования течений полимерных жидкостей с помощью модели Виноградова–Покровского проводились для значений параметров, соответствующих монотонной кривой течения и было показано, что в этом случае предсказания модели хорошо согласуются с экспериментальными данными для ряда растворов и расплавов полимеров. Однако, как и большинство моделей, применяемых для описания течений полимерных жидкостей, модель Виноградова–Покровского осталась неизученной в области параметров, при которых кривая течения немонотонна.

Целью данной работы являлись анализ и верификация нелинейного реологического мезоструктурного определяющего соотношения модифицированной модели Виноградова–Покровского (MVP-модель) в области параметров, обеспечивающих немонотонность кривой течения, в приложении к описанию реометрических течений полимерных жидкостей с учетом сдвигового расслоения потока.

Для достижения поставленной цели решались следующие *задачи*:

1. На основе базовых принципов мезоструктурного подхода к построению определяющих реологических соотношений изучить физические основы и предположения, заложенные при выводе MVP-модели. Оценить допустимую область ее применимости и установить связь входящих в нее параметров с мезоскопическими свойствами полимерных жидкостей.

2. Разработать метод решения и представления аналитических, в частности, многозначных решений системы нелинейных реологических уравнений MVP-модели, соответствующей установившемуся плоскопараллельному од-

номерному сдвиговому течению. Определить признаки и способ выделения из множества решений, удовлетворяющих системе нелинейных эволюционных уравнений, подмножества физически реализуемых решений.

3. Получить соотношения для зависимостей от скорости сдвига основных реологических характеристик полимерных жидкостей, а также переменных, моделирующих состояние ее мезоструктуры.

4. Исследовать влияние параметров MVP-модели на форму предсказываемых ею основных реологических характеристик полимерных жидкостей.

5. Для жидкости, описываемой MVP-моделью, проанализировать устойчивость куэттовского течения с линейным профилем скорости и однородным распределением реологических характеристик поперек потока.

6. Провести математическое моделирование реометрических сдвиговых течений в плоской щели и в зазоре между коаксиальными цилиндрами, реализуемых за счет движения одной из ограничивающих поверхностей, а также в плоском канале под действием перепада давления. Получить аналитические соотношения для измеряемых характеристик и сравнить их на качественном уровне с экспериментальными данными. Оценить влияние режимов нагружения и времени разгона стенки реометра до задаваемой скорости движения на вид вычисляемых зависимостей.

7. Разработать алгоритм определения параметров MVP-модели на основе экспериментальных данных, получаемых с помощью капиллярного вискозиметра.

Научная новизна:

1. Впервые для MVP-модели получены аналитические соотношения, устанавливающие связь со скоростью сдвига основных реологических характеристик полимерных жидкостей, определяемых в сдвиговых реометрических течениях, и переменных, моделирующих состояние мезоструктуры жидкости.

2. Определена область значений параметров MVP-модели, обеспечивающих немонотонность кривой течения.

3. Показано, что MVP-модель способна предсказывать ограниченное относительное среднеквадратичное удлинение мезоструктуры. Выделен диапазон значений параметров модели, удовлетворяющих данному условию.

4. Установлено существование критического значения скорости сдвига, превышение которого приводит к неустойчивости линейного профиля скорости, формируемого в куэттовском течении жидкости, описываемой MVP-моделью с параметрами, отвечающими немонотонной кривой течения.

5. Впервые получены аналитические решения задач, моделирующих реометрические сдвиговые течения жидкости, которая описывается MVP-моделью.

6. Показана возможность MVP-модели с параметрами, соответствующими немонотонной кривой течения, предсказывать формирование гистерезисной петли и плато на зависимостях, измеряемых в реометрических экспериментах. Установлено, что, согласно MVP-модели, природа такого поведения измеряемых характеристик связана с расслоением сдвигового потока жидкости.

7. Предложен алгоритм вычисления значений параметров MVP-модели на основе экспериментальных данных с гистерезисной петлей или немонотонностью, измеренных на капиллярных вискозиметрах.

Теоретическая и практическая значимость работы

Теоретическая значимость результатов диссертационной работы состоит в построении аналитических выражений для основных реологических характеристик полимерных материалов, имеющих вид неоднозначных функций.

Впервые осуществленное приложение MVP-модели к ранее неизученному диапазону параметров обогатило знания о ее прогностических возможностях, в частности, о способности предсказывать немонотонность кривой течения и ограниченность предельного растяжения мезоструктуры жидкости.

Результаты исследования, проведенного в диссертационной работе:

- могут быть полезны на этапе выбора реологической модели, подходящей для описания исследуемого материала;
- позволяют расширить область применимости MVP-модели для описания поведения полимерных жидкостей, проявляющих эффекты гистерезиса и формирования плато на зависимостях крутящего момента от угловой скорости;
- дают базу для обработки экспериментальных данных с учетом эффекта расслоения и позволяют оптимизировать процесс выбора подходящих для рассматриваемого материала параметров модели;
- могут являться доказательством некорректности применения стандартного подхода для обработки реометрических экспериментальных данных с плато, гистерезисной петлей или немонотонностью, который зачастую встроен в программное обеспечение измерительного оборудования.

Показанное в работе влияние времени разгона до заданной скорости движения одной из ограничивающих измерительную ячейку реометра поверхностей на форму получаемых в реометрических экспериментах зависимостей может служить основанием для пересмотра методики реометрических испытаний. Найденные аналитические решения задач сдвигового течения могут быть основой для верификации результатов численного моделирования реометрических течений жидкостей, описываемых MVP-моделью.

Методология и методы исследования основаны на использовании основных положений теории механики жидкости и газа. Для получения аналитических решений использовались методы математического анализа. В предложенном алгоритме определения параметров MVP-модели применялся метод зондирования пространства параметров. При численном моделировании реометрических экспериментов задействованы метод Рунге–Кутты (для решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений), а также метод конечных элементов (для решения дифференциальных уравнений в частных производных).

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Аналитические соотношения для зависимостей от скорости сдвига основных реологических характеристик полимерных жидкостей и переменных, моделирующих состояние их мезоструктуры, полученных в ходе решения задачи установившегося плоскопараллельного сдвигового течения жидкости, описываемой MVP-моделью.

2. Способность MVP-модели предсказывать немонотонность кривой течения и область параметров модели, обеспечивающая данное условие.

3. Аналитические решения задач, моделирующих сдвиговые реометрические течения жидкости, описываемой MVP-моделью: течения в зазоре между

коаксиальными цилиндрами при заданном значении вращательного момента и течения в плоском канале под действием заданного перепада давления.

4. Возможность MVP-модели предсказывать формирование гистерезисной петли и плато на зависимостях, измеряемых в реометрических течениях сдвигового типа.

5. Методика определения параметров MVP-модели на основе экспериментальных данных с гистерезисной петлей или немонотонностью, измеренных на капиллярном вискозиметре.

Достоверность изложенных в работе результатов обеспечивается строгостью математических постановок задач, использованием фундаментальных положений математического анализа и механики сплошных сред. Достоверность результатов вычислений подтверждается сходимостью численных решений при измельчении шага пространственной и временной сеток, а также качественным согласованием с экспериментальными данными.

Апробация работы. Основные результаты, приведенные в диссертации, представлены на следующих научных семинарах и конференциях: XIX Зимняя школа по механике сплошных сред (Россия, Пермь, 24 — 27 февраля 2015); XX Зимняя школа по механике сплошных сред (Россия, Пермь, 13 — 16 февраля 2017); XXI Зимняя школа по механике сплошных сред (Россия, Пермь, 18 — 22 февраля 2019). Отдельные главы диссертации обсуждались на научных семинарах Института механики сплошных сред УрО РАН (рук. д.ф.-м.н., А.А. Роговой), лаборатории Физических основ прочности (рук. д.ф.-м.н., О.Б. Наймарк).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 11 научных работ, включая 6 статей в журналах, входящих в перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук (в том числе 3 в изданиях, рекомендованных ВАК [1-3], 3 в изданиях, входящих в базу Scopus [4-6], 1 статья в журнале, индексируемом системой РИНЦ [7], и 4 публикации в тезисах докладов конференций [8-11]).

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав и заключения общим объемом 123 страницы, содержит 60 рисунков и 3 таблицы. Список литературы включает 96 наименований на 10 страницах.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обосновывается актуальность и степень разработанности темы исследования, формулируется цель, ставятся задачи работы, отражается научная новизна и практическая значимость представляемой работы, перечислены положения, выносимые на защиту.

Первая глава носит обзорный характер. В ней описаны основные реологические свойства растворов и расплавов полимеров. Особое внимание уделено обзору экспериментальных работ, посвященных эффекту расслоения сдвигового течения, гистерезису расходно-напорных характеристик и формированию плато на реологических зависимостях, измеряемых на ротационных реометрах. Также представлен обзор современных реологических моделей, используемых для описания особенностей течения полимерных жидкостей. Рассмотрены принципы мезоструктурного подхода к построению реологических уравнений состояния.

Во **второй** главе приведен вывод мезоструктурного реологического уравнения состояния модифицированной модели Виноградова–Покровского, которая была получена из анализа динамики невзаимодействующих «гантелей», движущихся в нелинейной анизотропной среде:

$$\boldsymbol{\Sigma} = -p\mathbf{E} + 2\eta_s\mathbf{D} + 3\frac{\eta_{po}}{\tau_0} \left(\mathbf{a} - \frac{1}{3}I_1(\mathbf{a})\mathbf{E} \right), \quad (1)$$

$$\overset{\nabla}{\mathbf{a}} + \frac{1 + (\kappa - \beta)I_1(\mathbf{a})}{\tau_0}\mathbf{a} = \frac{2}{3}\mathbf{D} - 3\frac{\beta}{\tau_0}\mathbf{a} \cdot \mathbf{a}, \quad (2)$$

где $\boldsymbol{\Sigma}$, \mathbf{D} – тензоры напряжения и скорости деформации; \mathbf{E} – единичный тензор; p – скаляр, называемый давлением (но не в термодинамическом смысле); β и κ – феноменологические параметры модели, характеризующие вклад, связанный с ориентацией и относительным удлинением мезоструктуры жидкости, соответственно; τ_0 – время релаксации; η_s – вязкость жидкости в полностью упорядоченном состоянии; η_{po} – вязкость вносимая полимерными молекулами в состоянии близком к равновесному; $I_1(\mathbf{a})$ и $\overset{\nabla}{\mathbf{a}}$ – первый инвариант и верхняя конвективная производная структурного тензора \mathbf{a} , используемого для описания формы и ориентации гантели в потоке:

$$\mathbf{a} = \frac{\langle \mathbf{R}\mathbf{R} \rangle}{\langle \mathbf{R}^2 \rangle_0} - \frac{1}{3}\mathbf{E}, \quad (3)$$

где \mathbf{R} – расстояние между бусинками упругой гантели, $\langle \cdot \rangle$ – осреднение по всем возможным состояниям гантели, $\langle \mathbf{R}^2 \rangle_0$ – равновесное состояние полимерной молекулы.

В **третьей** главе рассмотрено поведение системы эволюционных уравнений MVP-модели в предположении установившегося одномерного сдвигового течения $v_x(y)$, $v_y = v_z = 0$ и $\partial(\cdot)/\partial t = 0$, которая в данном случае преобразуется к системе нелинейных алгебраических уравнений:

$$a_{xx}(1 + (\kappa - \beta)(a_{xx} + a_{yy})) + 3\beta(a_{xx}^2 + a_{xy}^2) = 2\tau_0\dot{\gamma}a_{xy}, \quad (4)$$

$$a_{xy}(1 + (\kappa + 2\beta)(a_{xx} + a_{yy})) = \tau_0\dot{\gamma}(a_{yy} + 1/3), \quad (5)$$

$$a_{yy}(1 + (\kappa - \beta)(a_{xx} + a_{yy})) + 3\beta(a_{xy}^2 + a_{yy}^2) = 0, \quad (6)$$

где a_{ij} – компоненты структурного тензора, $\dot{\gamma}$ – скорость сдвига.

В результате решения системы были получены аналитические соотношения для основных реологических характеристик полимерных жидкостей, а именно, кривой течения, сдвиговой вязкости, функции первой и второй разностей нормальных напряжений, которые записываются в параметрическом виде, где в качестве параметра используется компонент структурного тензора a_{yy} :

$$\dot{\gamma} = \sqrt{-\frac{3a_{yy}\beta^2(1 + a_{yy}(\beta + 2\kappa))(1 + a_{yy}(4\beta + 2\kappa - 3))^2}{\tau_0^2(3a_{yy} + 1)(\beta + a_{yy}(\beta + 2\kappa))^3}}, \quad (7)$$

$$\sigma_{xy} = \dot{\gamma} \left(\eta_s + \eta_{po} \frac{(1 + 3a_{yy})(\beta + a_{yy}(\beta + 2\kappa))}{\beta(1 + a_{yy}(4\beta + 2\kappa - 3))} \right), \quad (8)$$

$$\eta = \frac{\sigma_{xy}}{\dot{\gamma}} = \eta_s + \eta_{po} \frac{(1 + 3a_{yy})(\beta + a_{yy}(\beta + 2\kappa))}{\beta(1 + a_{yy}(4\beta + 2\kappa - 3))}, \quad (9)$$

$$\Psi_1 = \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{\dot{\gamma}^2} = -\frac{3\eta_{po} 2a_{yy} (1 + a_{yy}(\beta + 2\kappa))}{\tau_0 \dot{\gamma}^2 (\beta + a_{yy}(\beta + 2\kappa))}, \quad (10)$$

$$\Psi_2 = \frac{\sigma_{yy} - \sigma_{zz}}{\dot{\gamma}^2} = \frac{3\eta_{po} a_{yy}}{\tau_0 \dot{\gamma}^2}. \quad (11)$$

Благодаря анализу уравнения (7) из множества его решений $a_{yy}(\dot{\gamma})$ выделено подмножество физически допустимых решений и получены ограничения на значения параметров MVP-модели κ и β .

Проведено исследование влияние параметров MVP-модели на зависимость от скорости сдвига переменных, отражающих состояние мезоструктуры полимерной жидкости. В результате, показана способность MVP-модели предсказывать ограниченное относительное среднеквадратичное растяжение мезоструктуры и выделен диапазон параметров, удовлетворяющих этому условию.

Обнаружено, что кривая течения предсказываемая MVP-моделью, может принимать монотонный или немонотонный вид в зависимости от значений параметров модели κ , β и η_{po}/η_s (см. рис. 1). Критерий немонотонности кривой течения определяется из условия существования действительных решений уравнения $d\sigma_{xy}/da_{yy} = 0$ в допустимом диапазоне изменения параметра $a_{yy} \in [-1/3, 0]$ для $\kappa < \beta$ и $a_{yy} \in [-\beta/(\beta + 2\kappa), 0]$ для $\kappa > \beta$. В результате выделена область **I** параметров модели $\{\beta, \kappa/\beta\}$, удовлетворяющая вышеприведенному критерию немонотонности кривой течения (см. рис. 2). Для параметров, принадлежащих области **II**, кривая течения монотонна. В области **III** MVP-модель предсказывает физически нереализуемые решения.

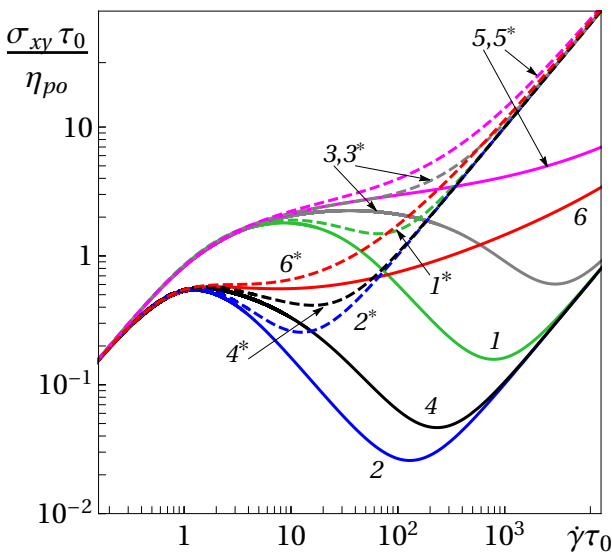


Рис. 1. Кривые течения MVP-модели для параметров, приведенных в таблице 1

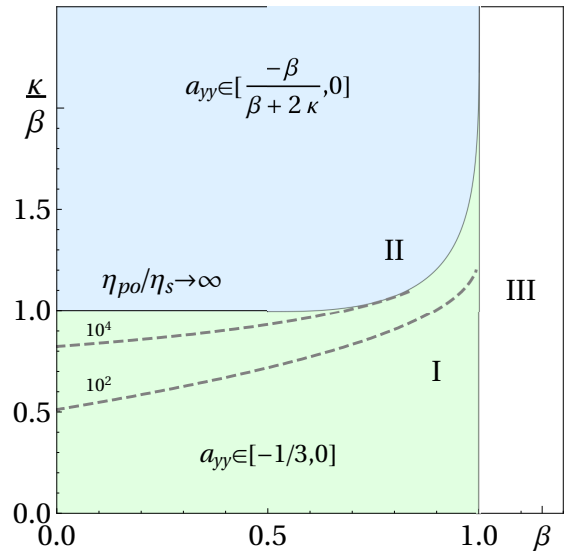


Рис. 2. Области значений параметров $\{\kappa, \beta\}$ с различным поведением кривых течения

κ/β	0.2	0.2	0.8	0.8	1.1	1.1
β	0.1	0.88	0.1	0.88	0.1	0.88
η_{po}/η_s	10^4					
номер кривой	1	2	3	4	5	6
η_{po}/η_s	10^2					
номер кривой	1*	2*	3*	4*	5*	6*

Табл. 1. Номера кривых и соответствующие им параметры модели на рис. 1

В **четвертой главе** в рамках MVP-модели проведено моделирование наиболее распространенных видов реометрических сдвиговых течений, используемых для полимерных жидкостей.

Во-первых, рассмотрено течение в плоской щели, реализуемое за счет движения одной из ограничивающих поверхностей. Показана множественность решений данной задачи в случае использования реологических моделей с немонотонными кривыми течения.

Выполнено исследование устойчивости однородного стационарного решения системы эволюционных уравнений, соответствующего линейному профилю скорости. Обнаружено, что для параметров MVP-модели, принадлежащих области $\beta < 1$, $\kappa/\beta < 1$, существует определенная скорость сдвига, превышение которой приводит к неустойчивости однородного решения, т.е. возмущения, вносимые в данную систему, нарастают (см. рис. 3).

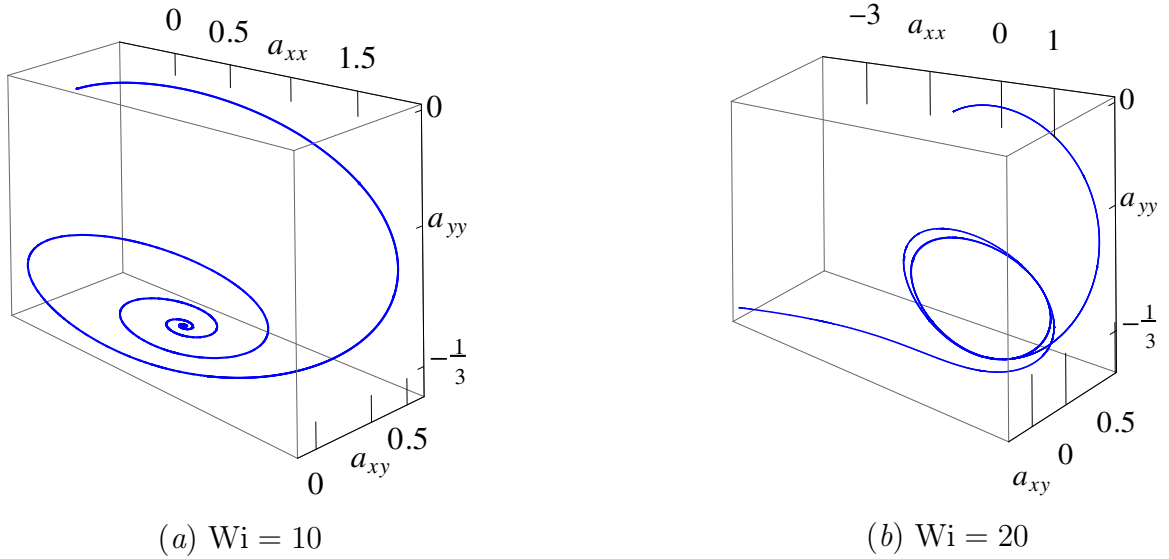


Рис. 3. Фазовые траектории для MVP-модели с параметрами $\kappa = 0.35$, $\beta = 0.7$, $\tau_0 = 1$ с, $\eta_{po}/\eta_s = 100$

Такая особенность поведения системы эволюционных уравнений учитывалась при численном решении задачи на установление полей скорости и компонент тензора напряжения из состояния покоя. В результате предложен метод, основанный на квазистационарной постановке задачи и не требующий численного решения эволюционных уравнений. В рамках этого метода исследовано влияние времени разгона t_w до заданной скорости движения ограничивающей поверхности V_w на форму профиля скорости в щели. Режим разгона определялся экспоненциальным законом $V_w(t|t < t_w) = V_w [1 - \exp^{-5t/t_w}]$.

В результате показано, что на участке неоднозначности кривой течения в зависимости от времени t_w профиль скорости либо линейен, либо кусочно-линейен. При этом полученные численно зависимости сдвигового напряжения σ_{xy} от аппаратной скорости сдвига $\dot{\gamma}_{ap} = V_w/h$ (h – высота канала), которые измеряют в реометрических экспериментах, качественно отличаются друг от друга для разных значений t_w . Также следует отметить, что вычисленные зависимости $\sigma_{xy}(\dot{\gamma}_{ap})$ являются монотонными кривыми с плато, несмотря на то, что для их построения использовались параметры MVP-модели соответствующие немонотонной кривой течения $\sigma(\dot{\gamma})$, см. рис. 4.

Установлено существование критического времени разгона t_w^* , превышение которого приводит к смене кусочно-линейного профиля линейным. Поскольку значение t_w^* соизмеримо с техническими характеристиками разгона подвижной стенки реометра, то данный результат может приводить к качественно и количественно отличающимся результатам измерения.

Во-вторых, рассмотрено криволинейное установившееся одномерное сдвиговое течение реализуемое в зазоре между соосными вращающимися цилиндрами с радиусами R_1 и R_2 ($R_1 < R_2$), высотой L . Принципиальным отличием этого течения от предыдущего является зависимость сдвигового напряжения от радиуса. Найдены аналитические решения данной задачи в случае заданного значения удельного вращательного момента $M^* = M/(2\pi L)$. Показано, что для параметров MVP-модели, обеспечивающих немонотонность кривой течения, существует диапазон значений M^* , при которых MVP-модель предсказывает существование трех профилей скорости, один из них соответствует расслоенному течению (см. рис. 5).

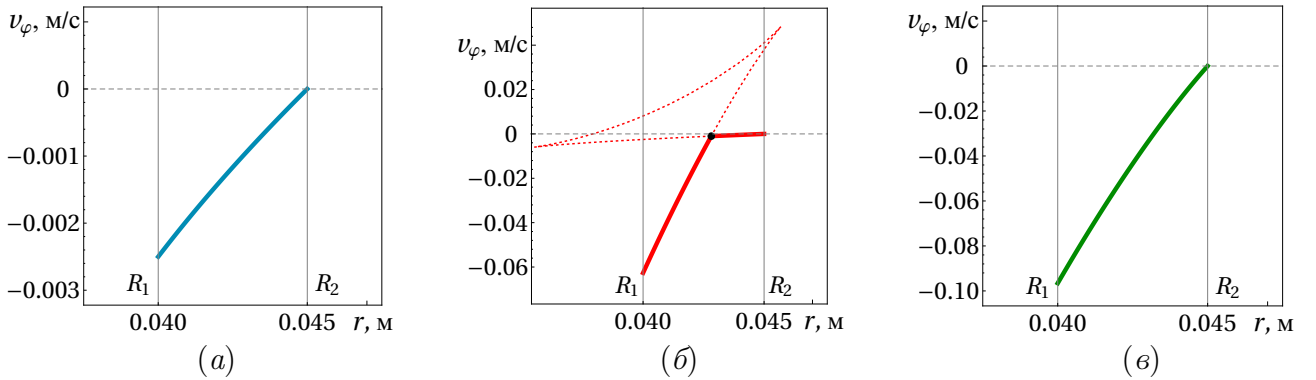


Рис. 5. Профили скорости, предсказываемые MVP-моделью, для $M^* = 5 \text{ Н}$

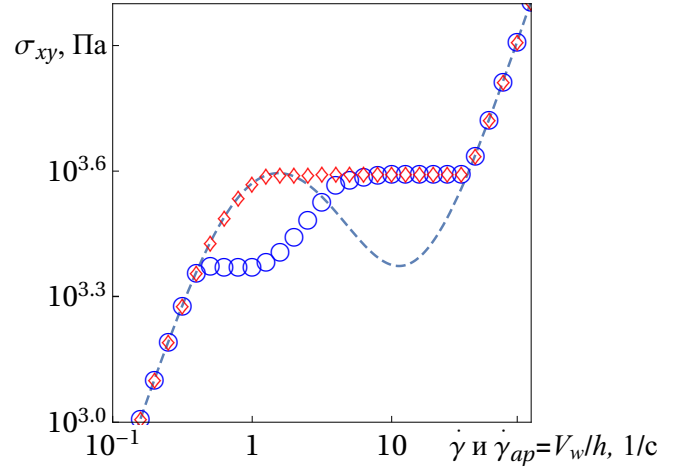


Рис. 4. Зависимости $\sigma_{xy}(\dot{\gamma}_{ap})$, полученные численно при $t_w = 0 \text{ с}$ (кружки) и $t_w = 10^{-3} \text{ с}$ (ромбы). Кривая течения MVP-модели $\sigma_{xy}(\dot{\gamma})$ (штриховая линия)

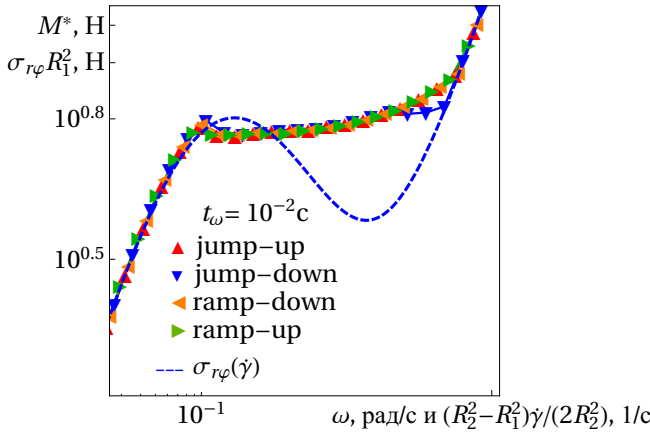
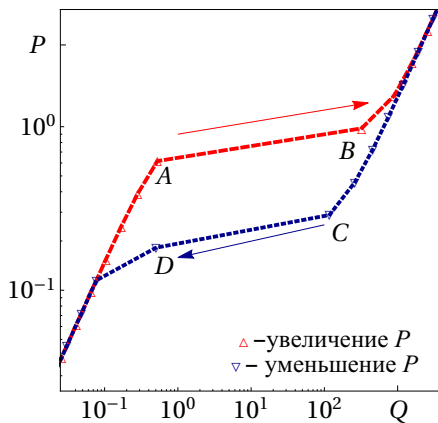


Рис. 6. Штриховая линия – кривая течения $\sigma_{r\varphi}(r)$ с параметрами: $\beta = 0.77$, $\kappa = 0.078$, $\tau_0 = 1$ с, $\eta_s = 100$ Па · с, $\eta_{po} = 6500$ Па · с и соответствующие ей зависимости $M^*(\omega)$, полученные для различных режимов нагружения при времени разгона $t_\omega = 10^{-2}$ с и кривизне зазора 0.125

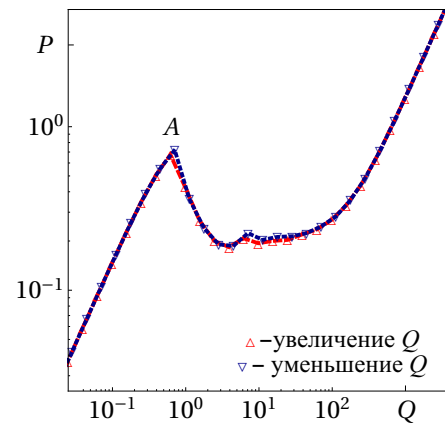
ловой скорости вращения цилиндра до заданного значения приводит к формированию плато на кривой $M(\omega)$ (см. рис. 6).

В *третьих*, получено решение задачи течения в плоском канале под действием заданного перепада давления. Найдены аналитические соотношения для профиля скорости, распределения полей напряжения и эволюции мезоструктуры, а также зависимость перепада давления от расхода $P(Q)$, измеряемая в реометрических испытаниях на капиллярных вискозиметрах.

Установлено, что если значения параметров модели обеспечивают монотонность кривой течения, то в определенном диапазоне величин перепада давления возможна реализация двух различных профилей скорости, один из которых соответствует расслоенному течению. В результате при контролируемых значениях перепада давления на расходно-напорной кривой $P(Q)$ наблюдается гистерезисная петля, а в экспериментах с контролируемым расходом жидкости зависимость $P(Q)$ становится немонотонной (см. рис. 7).



(а) Контролируемый перепад давления



(б) Контролируемый расход

Рис. 7. Расходно-напорные характеристики для жидкости, описываемой MVP-моделью с параметрами $\kappa/\beta = 0.3$, $\beta = 0.5$ и $\eta_{po}/\eta_s = 10^3$ при увеличении и последующем уменьшении приложенного градиента давления (а) и расхода (б)

В завершение данной главы, рассмотрены два вида динамических испытаний с контролируемой скоростью сдвига – предстационарное и периодическое течения, которые наиболее часто проводятся в натуральных экспериментах. Показано качественное совпадение предсказаний MVP-модели с экспериментальными данными.

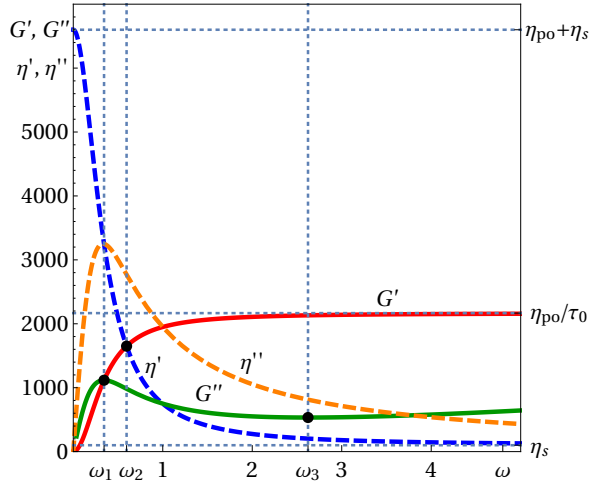


Рис. 8. Зависимости действительных и мнимых частей комплексных модуля и вязкости для $\eta_{po} = 6500 \text{ Па} \cdot \text{с}$, $\eta_s = 100 \text{ Па} \cdot \text{с}$, $\tau_0 = 3 \text{ с}$

Для случая периодического сдвигового течения с малой амплитудой колебаний, при которой гармоническая деформация, прикладываемая к системе, приводит к гармоническому силовому отклику, получены аналитические зависимости от частоты ω модулей потерь G'' и накопления G' , а также действительной η' и мнимой η'' частей комплексной вязкости. Вид данных характеристик представлен на рисунке 8. Установлено, что по частотам ω_1 и ω_2 , при которых происходит пересечение кривых $G''(\omega)$ и $G'(\omega)$, $\eta'(\omega)$ и $G'(\omega)$:

$$\omega_1 = \frac{\eta_{po} - \sqrt{\eta_{po}^2 - 4\eta_{po}\eta_s - 4\eta_s^2}}{2\eta_s\tau_0}, \quad \omega_2 = \frac{\sqrt{\eta_{po} + \eta_s}}{\sqrt{\eta_{po}\tau_0 - \eta_s\tau_0^2}}, \quad (12)$$

а также частоте ω_3 , соответствующей локальному минимуму кривой $G''(\omega)$:

$$\omega_3 = \sqrt{\frac{\eta_{po} - 2\eta_s + \sqrt{\eta_{po}(\eta_{po} - 8\eta_s)}}{2\eta_s\tau_0^2}}, \quad (13)$$

возможно определить значения трех параметров MVP-модели: τ_0 , η_s и η_{po} .

Пятая глава посвящена проблеме определения значений параметров MVP-модели по данным реометрических испытаний. Для этой цели в основном используют процедуру зондирования пространства параметров, в ходе которой определяют набор параметров наилучшим образом аппроксимирующих экспериментальные данные. Реализация данной процедуры может быть связана со значительными трудностями, обусловленными неограниченностью области допустимых значений определяемых параметров модели. Кроме этого, в настоящее время перед проведением такой аппроксимации результаты реометрических измерений, как правило, преобразуют в кривую течения $\sigma_{xy}(\dot{\gamma})$ путем применения соотношений, полученных для ньютоновской жидкости. Использование такого «стандартного» подхода для нелинейных вязкоупругих жидкостей некорректно. Поэтому для таких жидкостей подбор параметров модели необходимо проводить на основе «прямого» подхода, т.е. аппроксимировать имеющиеся экспериментальные данные на основе решений прямых задач, после чего по найденным параметрам модели строить кривую течения.

В настоящем разделе предложен алгоритм определения параметров MVP-модели с использованием упомянутого выше «прямого» подхода по

немонотонным экспериментальным данным щелевого капиллярного вискозиметра, которые представляют собой расходно-напорную зависимость либо с гистерезисной петлей, либо немонотонную кривую (см. рис. 7).

Данный алгоритм основывается на полученном в 4-й главе решении задачи, моделирующей течение в канале под действием перепада давления. Поиск параметров происходит в области, обеспечивающей немонотонность кривой течения (область I на рис. 2). Использование аналитического соотношения для связи градиента давления с значением компоненты структурного тензора на стенке a_{yy}^* :

$$P = \frac{\partial p}{\partial x} \frac{h\tau_0}{\eta_{po}} = - \left(\frac{\eta_s}{\eta_{po}} + \frac{(1 + 3a_{yy}^*)(\beta + a_{yy}^*(\beta + 2\kappa))}{\beta(1 + a_{yy}^*(4\beta + 2\kappa - 3))} \right) \times \quad (14)$$

$$\times \sqrt{-\frac{3a_{yy}^*\beta^2(1 + a_{yy}^*(\beta + 2\kappa))(1 + a_{yy}^*(4\beta + 2\kappa - 3))^2}{(3a_{yy}^* + 1)(\beta + a_{yy}^*(\beta + 2\kappa))^3}}$$

позволяет установить взаимосвязь параметров MVP-модели κ и β с временем релаксации τ_0 , тем самым уменьшая размерность допустимого пространства поиска параметров до ограниченной части поверхности (см. рис. 9). Далее, для каждого набора допустимых параметров модели τ_0 , κ , β , методом зондирования пространства параметров определяются значения параметров наилучшим образом описывающие имеющиеся экспериментальные данные. Соответствующая полученным значениям параметров кривая течения (сплошная линия) отличается от кривой течения (штриховая линия), построенной при подборе параметров по преобразованным экспериментальным данным (см. рис. 10).

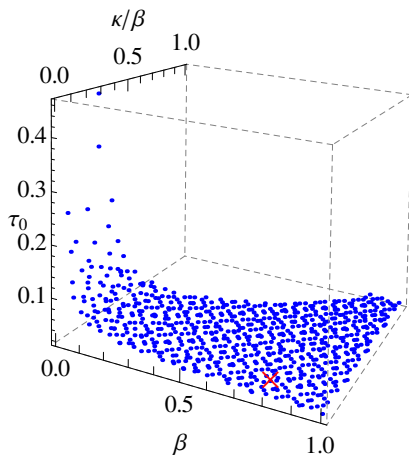


Рис. 9. Множество параметров модели (κ , β , τ_0), которые удовлетворяют условию формирования локального максимума при $\Delta p_{\max} = 8.05$ МПа для $\eta_{po} = 6500$ Па · с и $\eta_s = 100$ Па · с

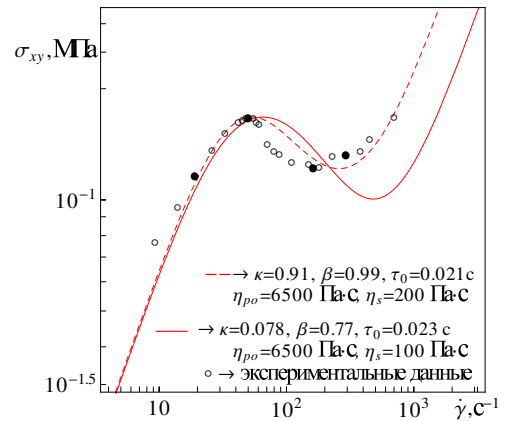


Рис. 10. Кривые течения для $\beta = 0.77$, $\kappa = 0.078$, $\tau_0 = 0.023$ с, $\eta_{po} = 6500$ Па · с и $\eta_s = 100$ Па · с. Экспериментальные данные из *Robert L., Demay Y., Vergnes B. Rheological Acta. — 2004. — Vol. 43, Is. 1.*

В **заключении** приведены основные результаты работы, которые заключаются в следующем:

1. Найдены аналитические соотношения для зависимостей от скорости сдвига основных реологических характеристик полимерных жидкостей и переменных, моделирующих состояние ее мезоструктуры.

2. Определен диапазон параметров MVP-модели, обеспечивающих немонотонность кривой течения.

3. Показано, что реологические характеристики полимерных жидкостей, построенные на основе MVP-модели с немонотонной кривой течения, качественно согласуются с экспериментальными данными полимерных жидкостей.

4. Получены аналитические решения задач, моделирующих сдвиговые реометрические течения жидкости, описываемой MVP-моделью. Установлено, что для параметров модели, обеспечивающих немонотонность кривой течения, каждая задача имеет несколько решений, и одно из них всегда соответствует расслоенному потоку.

5. Обнаружено, что MVP-модель с немонотонной кривой течения предсказывает наблюдаемые в натуральных экспериментах на полимерных жидкостях эффекты, такие как: расслоение потока в сдвиговом течении; уменьшение сдвиговой вязкости и первой разности нормальных напряжений при увеличении скорости сдвига; ненулевое значение второй разности нормальных напряжений; монотонные зависимости с плато для характеристик, измеряемых в сдвиговых течениях с контролируемой скоростью движения границы, и гистерезис на измеряемых зависимостях в условиях контролируемого напряжения.

6. Показано существование критической скорости сдвига, превышение которой приводит к неустойчивости линейного профиля скорости, формируемого в куэттовском течении жидкости, описываемой MVP-моделью с немонотонной кривой течения.

7. Продемонстрирована возможность определения значений трех параметров MVP-модели (η_{po} , η_s и τ_0) по экспериментальным данным, полученным в режиме осциллирующего сдвига с малой амплитудой колебания.

8. Установлено, что в реометрических испытаниях необходимо учитывать время выхода на заданную аппаратную скорость сдвига, поскольку данный параметр может качественно менять вид экспериментально измеряемых характеристик.

9. Показано, что в случае определения параметров модели по экспериментальным данным с плато, гистерезисной петлей или немонотонностью, некорректно применять стандартный подход, при котором измеренные на реометрах зависимости первоначально преобразуют в кривую течения $\sigma_{xy}(\dot{\gamma})$. Для таких экспериментальных данных в диссертационной работе предложен алгоритм определения параметров MVP-модели, основанный на аппроксимации исходных – необработанных – данных, который базируется на полученных в работе аналитических решениях задачи, моделирующей реометрическое течение в канале под действием перепада давления, и исследованиях области параметров модели, обеспечивающих немонотонность кривой течения.

Полученные в диссертации результаты позволяют сделать вывод о возможности расширения области применимости MVP-модели за счет использования параметров, обеспечивающих немонотонность кривой течения, для описания поведения класса жидкостей, проявляющих эффект разделения сдвигового потока на слои и связанные с ним явления гистерезиса и формирования плато на зависимостях, измеряемых в реометрических экспериментах.

Результаты исследований дают основу для корректировки стандартной, общепринятой в большинстве реометров методики обработки эксперимен-

тальных данных реологических испытаний жидкотекучих сред с изменяющейся в процессе течения структурой и проявляющих такие аномалии, как немонотонность кривой течения, гистерезис расходно-напорной характеристики.

Публикации автора по теме диссертации

1. Кузнецова Ю.Л., Скульский О.И., Пышнограй Г.В. Течение нелинейной упруговязкой жидкости в плоском канале под действием заданного перепада давления // Вычисл. мех. сплош. сред. – 2010. – Т. 3, No 2. – С. 55-69.

2. Кузнецова Ю.Л., Скульский О.И. Расслоение потока жидкости с немонотонной зависимостью напряжения течения от скорости деформации // Вычисл. мех. сплош. сред. – 2018. – Т. 11, No 1. – С. 68-78.

3. Кузнецова Ю.Л., Скульский О.И. Влияние расслоения потока полимерных жидкостей на форму реологических характеристик // Вычисл. мех. сплош. сред. – 2018. – Т. 11, No 4. – С. 429-437.

4. Kuznetsova J.L., Skul'skiy O.I. Verification of mesoscopic models of viscoelastic fluids with a non-monotonic flow curve // Korea-Australia Rheology Journal. – 2016. – V. 28, No 1. – P. 33-40.

5. Славнов Е.В., Скульский О.И., Шакиров Н.В., Судаков А.И., Кузнецова Ю.Л., Кряжевских О.В. Реологическое поведение сверхвысокомолекулярного полиэтилена // ИФЖ – 2018. – Т. 91. No 5. – С. 1392-1401.

6. Кузнецова Ю.Л., Скульский О.И. Влияние режимов течения на расслоение сдвигового потока жидкости с немонотонной кривой течения // ПМТФ – 2019. – Т. 60. No 1. – С. 27-36.

7. Кузнецова Ю.Л., Скульский О.И. Сдвиговое течение нелинейной упруговязкой жидкости, // Вестник Пермского университета. Математика, Механика, Информатика. – 2011. – Т. 4, No 8. – С. 18-26.

8. Кузнецова Ю.Л., Скульский О.И. Течение растяжения нелинейной упруговязкой жидкости // Материалы XIX Зимней школы по механике сплошных сред, Пермь, ИМСС УрО РАН, 24-27 февраля 2015. – Пермь: ИМСС УрО РАН, 2015. – С. 129.

9. Кузнецова Ю.Л., Скульский О.И. Мезоструктурный подход к описанию течения полимерных жидкостей с немонотонной кривой течения // Материалы XX Зимней школы по механике сплошных сред, Пермь, ИМСС УрО РАН, 13-16 февраля 2017. – Пермь: ИМСС УрО РАН, 2017. – С. 188.

10. Кузнецова Ю.Л., Скульский О.И. Течение жидкости с немонотонной кривой течения между коаксиальными цилиндрами // Материалы XXI Зимней школы по механике сплошных сред, Пермь, ИМСС УрО РАН, 18-22 февраля 2019. – Пермь: ИМСС УрО РАН, 2019. – С. 168.

11. Кузнецова Ю.Л., Скульский О.И. Расслоение потока жидкости при сложном сдвиге // Материалы XXI Зимней школы по механике сплошных сред, Пермь, ИМСС УрО РАН, 18-22 февраля 2019. – Пермь: ИМСС УрО РАН, 2019. – С. 269.